

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики

На правах рукописи

**Носова Марьяна Дмитриевна**

**Разработка и исследование дифракционных методов контроля  
угловых положений объектов**

05.11.07 - Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
кандидат технических наук, доцент  
Иванов Александр Николаевич

Санкт-Петербург – 2015 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ .....	5
ВВЕДЕНИЕ .....	6
ГЛАВА 1 ОБЗОР ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОБЪЕКТОВ.....	10
1.1 Автоколлимационные методы измерения угловых перемещений.....	10
1.2 Интерференционные методы измерения угловых перемещений .....	13
1.3 Измерение угловых перемещений цифровым муаровым методом .....	17
1.4 Дифракционные методы измерения (ДМИ) угловых перемещений .....	19
1.4.1 ДМИ на основе двух фазовых дифракционных решеток .....	20
1.4.2 ДМИ с помощью дифракционных угловых шкал .....	23
1.4.3 ДМИ помощью двухкаскадной дифракционной схемы .....	26
1.5 Выводы по главе 1 .....	31
ГЛАВА 2 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ СХЕМ КОНТРОЛЯ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ТОЧКИ ИНВЕРСИИ ФАЗЫ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА.....	33
2.1 Особенности формирования измерительного сигнала при выделении точек инверсии фазы светового поля .....	33
2.1.1 Формирование вторичной дифракционной картины при выделении щелью линии инверсии фазы интерференционной картины. Исследование влияния положения точки инверсии фазы светового сигнала на вид дифракционной картины.....	34
2.1.2 Расчет освещенности приемника в области вторичной дифракционной картины при выделении линии инверсии интерференционной картины .....	39
2.2 Математические модели основных схем контроля с развернутой щелевой апертурой, использующих выделение точек инверсии фазы разных порядков.....	42
2.2.1 Результаты математического моделирования интерференционной схемы...	46
2.2.2 Результаты математического моделирования дифракционной схемы.....	53
2.3 Точностная оценка предложенных схем.....	57
2.3.1 Методика расчета конструктивных параметров измерительных схем, использующих для измерения малых угловых перемещений точки инверсии фазы светового поля .....	57
2.3.1.1 Выбор конструктивных параметров интерференционной схемы.....	57

2.3.1.2 Выбор конструктивных параметров дифракционной схемы .....	62
2.3.2 Точностные расчеты функциональных схем, реализующих разработанные методы .....	63
2.3.2.1 Точностной расчет функциональной схемы измерительного устройства, использующей выделение точек инверсии фазы интерференционной картины ...	63
2.3.2.1 Точностной расчет функциональной схемы измерительного устройства, использующей выделение точек инверсии фазы дифракционной картины .....	69
2.3.2.3 Влияние расходимости лазерного излучения на погрешность измерения .	73
2.3.3 Энергетические расчеты измерительных схем .....	75
2.3.3.1 Энергетический расчет измерительной схемы, использующей выделение точек инверсии фазы интерференционной картины .....	75
2.3.3.2 Энергетический расчет измерительной схемы, регистрирующей точки инверсии фазы дифракционной картины .....	77
2.4 Выводы по главе 2 .....	80
ГЛАВА 3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДМК, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ЛИНИИ ИНВЕРСИИ ФАЗЫ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА .....	82
3.1 Программа экспериментальных исследований и описание установки для проверки основных положений и выводов теоретической части работы .....	82
3.1.1 Описание экспериментальной установки для измерения угловых перемещений по точкам инверсии фазы интерференционной картины .....	82
3.1.2 Описание экспериментальной установки для измерения угловых перемещений по точкам инверсии фазы дифракционной картины .....	84
3.2 Методика проведения и результаты экспериментальных исследований .....	85
3.2.1 Исследование погрешности функционирования экспериментальной установки измерения угловых перемещений по сдвигу точек инверсии интерференционной картины .....	85
3.2.2 Исследование погрешности воспроизводимости экспериментальной установки измерения угловых перемещений по сдвигу точек инверсии интерференционной картины .....	89
3.2.3 Исследование погрешности функционирования экспериментальной установки измерения угловых перемещений использующей точки инверсии дифракционной картины .....	91
3.3 Выводы по главе 3 .....	94

ГЛАВА 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ДМК, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ТОЧКИ ИНВЕРСИИ ФАЗЫ СВЕТОВОГО ПОЛЯ.....	96
4.1 Возможные области применения измерительных схем, использующих выделение точек инверсии светового поля .....	96
4.1.1 Измерение показателя преломления прозрачной пластины по смещению вторичной дифракционной картины .....	96
4.1.2 Интерференционный измеритель плоскостности и прямолинейности .....	99
4.1.3 Интерференционный измеритель шероховатости и волнистости поверхности .....	101
Выводы по главе 4.....	104
ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ .....	105
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	106

## **СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ**

АК– автоколлиматор

ДМИ - дифракционный метод измерения

ДМК – дифракционный метод контроля

ПЗС – прибор с зарядовой связью

УП – углоизмерительный прибор

ФЭАК - фотоэлектрический автоколлиматор

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования.**

Большое значение в обеспечении качества изделий машиностроения, приборостроения, металлургии и других областей промышленности имеют измерения угловых размеров изделий. Исследование и разработка новых, а также усовершенствование существующих измерителей угловых перемещений является важной задачей. Примерами практических задач, для которых используются такие измерители, являются:

- контроль геометрической формы объектов и их пространственного положения (измерение углов оптических призм, прямолинейности направляющих поступательного движения, плоскостности оснований и т.д.);
- точное позиционирование узлов и деталей при их сборке (проверка правильности установки угла между поверхностями сопрягаемых деталей, проверка соосности отверстий);
- калибровка и юстировка измерительных приборов и их узлов (калибровка поворотных столов);
- измерение деформации объектов при их испытаниях и эксплуатации и т.д.

Развитие микро и нанотехнологий предъявляет все более жесткие требования к контролю пространственного положения узлов машин и приборов и требует создания новых типов датчиков угловых перемещений, отличающихся простотой конструкции и невысокой ценой. Одним из важнейших требований при проведении угловых измерений является обеспечение высокой точности, характеризуемой погрешностью в доли угловой секунды. По мере уменьшения размеров выпускаемых приборов и устройств необходимо уменьшать габаритные размеры угловых измерителей. Так же важными тенденциями развития методов и средств измерений являются автоматизация процесса, повышение оперативности и надежности получаемой измерительной информации, увеличение быстродействия.

Среди существующих методов измерений малых угловых перемещений, важное место занимают автоколлимационные, интерференционные и

дифракционные. Наиболее распространенными из них являются автоколлимационные, но приборы, их реализующие, отличаются довольно большими массой и габаритами. Кроме того их разрешающая способность ограничена законами геометрической оптики. Более перспективно выглядят интерференционные и дифракционные методы, но большая часть приборов, их реализующих, имеет сложную конструкцию, жесткие требования к условиям эксплуатации, затрудняющие их использование в цеховых условиях, и высокую цену.

На основании изложенного сделан вывод обактуальности научно-технической задачи по разработке новых методов угловых измерений, что позволит создать новые бесконтактные системы размерного контроля с улучшенными техническими и эксплуатационными характеристиками.

**Целью работы** является разработка методов измерения угловых перемещений, основанных на регистрации точек (линий) инверсии фазы оптического сигнала разных порядков и функциональных схем измерительных устройств, эти методы реализующих. Предполагается, что предложенные способы позволят проводить угловые измерения с погрешностью, не превышающей одной угловой секунды и чувствительностью до 0,01 угловой секунды в диапазоне порядка 5-10 угловых минут.

В соответствии с поставленной целью в диссертационной работе необходимо решить следующие основные **задачи**:

1. Провести анализ и классификацию существующих оптических методов измерения малых угловых перемещений объекта;
2. Выявить особенности формирования измерительного сигнала при выделении точек (линий) инверсии фазы светового поля;
3. Разработать методы измерения угловых перемещений, в основе которых лежит регистрация точек инверсии фазы интерференционных и дифракционных полей и получить их математические модели.

4. Разработать функциональные схемы измерительных устройств, реализующие предложенные методы и дать оценку их точностным, энергетическим и габаритно-массовым характеристикам.
5. Рассмотреть возможные области практического применения ДМК, использующего регистрацию точек (линий) инверсии фазы оптического сигнала.
6. Создать экспериментальные макеты измерительных установок и провести их апробацию для сравнения с результатами численного моделирования.

**Научная новизна** работы заключается в том, что:

- Предложены методы угловых измерений, основанные на одновременном выделении развернутой щелевой диафрагмой нескольких точек инверсии фазы разных порядков интерференционной или дифракционной картины и регистрации вторичной дифракционной картины;
- Получены аналитические выражения, связывающие распределение оптического сигнала в плоскости регистрации с координатами точек инверсии фазы в плоскости щелевой диафрагмы;
- Разработаны оригинальные функциональные схемы измерительных устройств, реализующих предложенные методы, проведен их энергетический и точностной расчет.

**Практическая ценность** работы заключается в том, что разработанные методы измерения и функциональные схемы измерительных устройств могут быть использованы для создания высокоточных бесконтактных малогабаритных систем автоматического контроля углового положения объектов, выполняющих задачи, аналогичные задачам автоколлиматорам.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается адекватностью математических моделей, использованием при численном моделировании пакета MathCAD и хорошим соответствием результатов моделирования с результатами эксперимента.

**Внедрение и использование результатов работы.** Основные результаты работы используются в учебном процессе на кафедре «Компьютерной фотоники и



видеоинформатики» НИУ ИТМО в курсе «Компьютерное моделирование конструктивных параметров и функциональных узлов оптико-электронных приборов». Получен патент на изобретение №2554598 «Дифракционный способ измерения угловых перемещений и устройство для его осуществления». Проводимые исследования поддержаны грантом правительства Санкт-Петербурга №14362.

**Апробация результатов работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы были доложены и обсуждены на следующих конференциях:

1. 58-ой научный коллоквиум технического университета Ильменау (Германия),
2. международные конференции «Прикладная оптика - 2014» и «Прикладная оптика - 2012»,
3. международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика-2013»,
4. II и III Всероссийские конгрессы молодых ученых,
5. XLII и XLIII научные и учебно-методические конференции НИУ ИТМО.

**Публикации результатов.** Основные результаты диссертационной работы изложены в 12 публикациях, в том числе, в 4-х научных статьях, опубликованных в журналах, входящих в перечень ВАК РФ.

## **ГЛАВА 1 ОБЗОР ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОБЪЕКТОВ**

Целью настоящего обзора является анализ состояния современных методов и средств измерения малых угловых перемещений объектов в различных областях техники и технологий для формулировки научных и технических задач диссертации, решение которых позволит достичь прогресса в области разработки измерительных оптико-электронных приборов.

### **1.1 Автоколлимационные методы измерения угловых перемещений**

Одним из распространенных высокоточных угломерных приборов, используемых в различных областях машиностроения, приборостроения, геодезии и измерительной техники является автоколлиматор (АК) [1 - 5]. АК является оптико-электронным прибором, использующим явление автоколлимации. АК используется для точных измерений углового положения зеркального отражателя, закрепленного на контролируемом объекте. Он может быть применён для контроля прямолинейности и плоскостности направляющих (например, станка), параллельности и перпендикулярности поверхностей деталей, соосности отверстий, измерения углов призм и оптических клиньев. Широкое применение АК в контрольно-измерительных устройствах обусловлено высокой чувствительностью автоколлимационного метода к незначительным поворотам отражателя, которая может быть увеличена путем увеличения числа отражений.

По степени участия оператора автоколлиматоры делятся на два типа: визуальные и фотоэлектрические автоколлиматоры (ФЭАК). В ФЭАК отсчет основного параметра производится с помощью фотоэлектрических приемников (обычно ПЗС линейки или координатно-чувствительного приемника) без участия оператора, а степень их автоматизации определяется назначением и может быть различной. Автоколлиматоры могут быть однокоординатными,

двухкоординатными и трехкоординатными (с возможностью измерения угла скручивания).

К техническим параметрам ФЭАК можно отнести:

- величину углового диапазона, в котором производятся измерения (АК делятся на узкопольные ( $\alpha < 1^\circ$ ), среднепольные ( $\alpha = 1 \pm 2^\circ$ ), и широкопольные ( $\alpha > 2^\circ$ );
- порог угловой чувствительности – угол отклонения контролируемого элемента, при котором сигнал на фотоприемном устройстве равен суммарному шуму системы;
- погрешность измерений.

Типовая схема ФЭАК показана на рис. 1. Она включает излучатель 7, в качестве которого чаще всего применяется светодиод, конденсор 6, фокусирующий излучение светодиода в плоскость измерительной марки 5, которая имеет форму отверстия, щели или перекрестия, светоделительный кубик 3, коллимирующий объектив 2, фотоприемник 4. Измерительная марка 5 располагается в фокальной плоскости объектива 2 так, что на контролируемый объект 1 в качестве которого применяется зеркало или призма, падает параллельный пучок лучей.

Если плоскость зеркала 1 перпендикулярна по отношению к падавшему пучку лучей, то отраженный им пучок параллелен падающему и в обратном ходе лучей центр автоколлимационного изображения измерительной марки 5 попадает в центр фотоприемника 4. При повороте зеркала 1 на некоторый угол  $\alpha$  отраженный им пучок лучей будет наклонен по отношению к падающему пучку лучей на угол  $2\alpha$ . При этом центр автоколлимационного изображения диафрагмы 5 сместится относительно центра позиционно-чувствительного фотоприемника на величину  $l$ , которая рассчитывается формулой

$$l = f' \cdot \operatorname{tg} 2\alpha,$$

где  $f'$  – фокусное расстояние объектива коллиматора

Вследствие этого смещения с выхода фотоприемника снимается сигнал,

пропорциональный смещению  $l$  или углу наклона  $\alpha$ . Таким образом, по величине сигнала можно судить об угловом положении объекта 1.

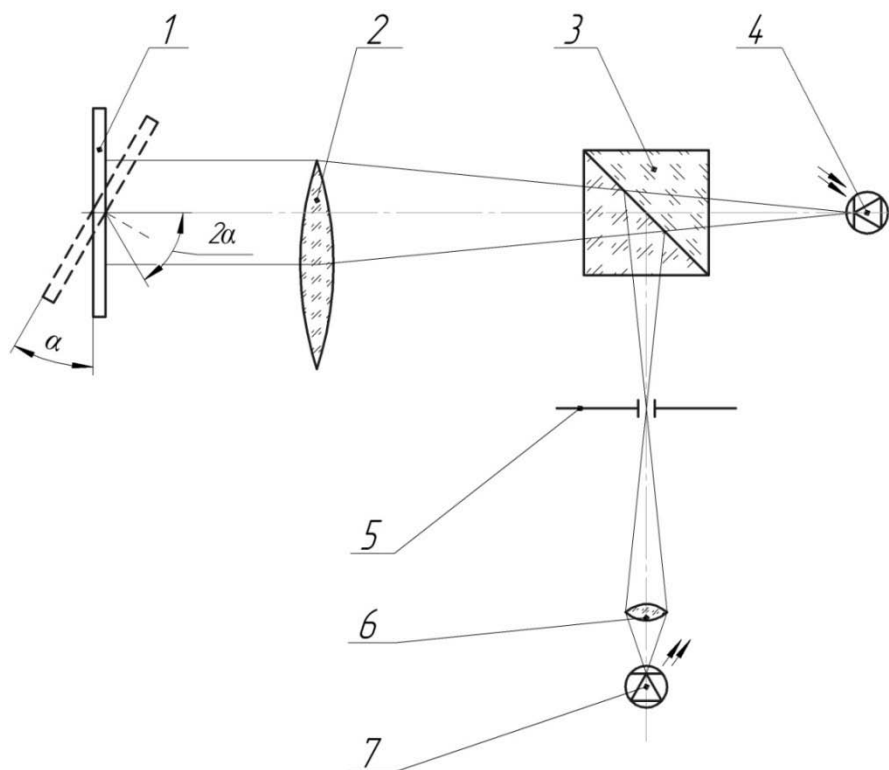


Рисунок 1 Функциональная схема ФЭАК

1 – зеркало (контролируемый объект); 2 – объектив; 3 - светоделительный кубик; 4 - фотоприемное устройство; 5- диафрагма; 6 – конденсор; 7 – излучатель.

При применении секторного фотоприемника автоколлимационное изображение делится им на несколько частей. Разности сигналов регистрируются от каждой пары частей изображения, смещенных вдоль соответствующих координатных осей фокальной плоскости объектива ФЭАК. Достоинством таких схем является простота реализации, высокая чувствительность, хорошее разрешение, высокая точность. Недостатками - нестабильность параметров отдельных фотоприемников и их нелинейность.

Общим недостатком аналоговых ФЭАК является необходимость применения оптических компенсаторов, служащих для компенсации смещений изображения. Их наличие усложняет конструкцию прибора и приводит к возникновению дополнительных погрешностей. Поэтому большое распространение сегодня находят цифровые

автоколлиматоры с ПЗС линейками и матрицами.

ФЭАК с ПЗС линейками или матрицами не требует наличия компенсаторов и позволяет увеличить диапазон измерений до нескольких градусов. Благодаря более высокой разрешающей способности ПЗС по сравнению с фотодиодами и удобству связи с другими узлами измерительного или следящего оптико-электронного прибора, ФЭАК с ПЗС матрицами вытесняют в настоящее время аналоговые АК. Дополнительные преимущества дает возможность цифровой обработки изображения автоколлимационной марки, что позволяет оценивать ее смещение с субпиксельной точностью. Так, в работе [33], выполненной в ООО «Оптротех», показана возможность измерения смещения марки с погрешностью  $\pm 0,001$  пиксела.

Современные АК (как цифровые, так и визуальные) выпускаются фирмами ООО «Оптротех» (Россия), «TaylorHobson» (Англия), «LogitechInc.» (Шотландия), «Moeller-Wedel» (Германия), «DavidsonOptronics» (США) и др.

Проведенный анализ конструкции автоколлиматоров показывает, что современные автоколлиматоры могут обеспечивать погрешность измерения до  $\pm 0.1''$  в диапазоне измерений угла  $\pm 5'$  и соответствуют современным требованиям по точности и быстродействию. В то же время они не лишены серьезных недостатков – их конструкция достаточно сложна и требует тщательной юстировки, вес и габариты весьма значительны, а для достижения высокой точности необходимо обеспечить очень жесткие допуски на элементы конструкции.

## **1.2 Интерференционные методы измерения угловых перемещений**

Из интерферометров для проведения угловых измерений наиболее широкое распространение получили интерферометры, построенные на основе двуплечевого интерферометра Майкельсона (рисунок 2) с параллельными каналами и двумя отражателями [2, 6-11], расположенными на едином подвижном

основании, и использующие принцип рычага, поворачивающегося относительно точки опоры. Такой прибор можно назвать рычажным интерференционным УП. В качестве источника в таких УП используются газовые лазеры. Разность хода определяется в сбалансированном интерферометре только разворотом основания с закрепленными на нем двумя уголковыми отражателями. Отражателем в таких приборах служат или двугранные призмы или триппель-призмы, что позволяет при разворотах основания сохранять направление возвращающихся пучков достаточно постоянным.

Параллельный пучок излучения от источника 1 сформированный диафрагмой 2 и объективом коллиматора 3, с помощью зеркал 4, 6, 6' и делителя 5 пучков направляется в два канала интерферометра. После отражения от триппель-призм 7 и 7' пучки смещаются параллельно самим себе и перпендикулярно к входной грани призм, проходящему через ее вершину. Зеркала 9 и 9' находятся за плоскостью чертежа и служат для обеспечения повторного пропускания пучков через отражатели. Таким образом, добиваются удвоения чувствительности измерений при сокращении общих габаритных размеров прибора в целом. После возвращения пучков на делитель и их смещения объектив 10 строит с помощью зеркала 11 изображение интерференционной картины в плоскости анализа, где установлены диафрагмы 12 и 12' и фотоприемники 13 и 13'. При развороте основания триппель-призм относительно оси 8 возникает разность хода, пропорциональная углу разворота и расстоянию между вершинами отражателей, называемому базой прибора. Получение полос конечной ширины обеспечивается либо разворотом зеркал 9 и 9', либо изготовлением призм с углами при вершинах, отличающихся от  $90^\circ$ .

Интерференционная картина, несущая информацию о значении приращения разности хода при развороте отражателей, анализируется двумя фотоприемниками, что позволяет кроме значения смещения интерференционной полосы определить и его направление, т. е. знак рассогласования.

При повороте стола на угол  $\alpha$  происходит изменение разности хода, пропорциональное синусу угла поворота  $\delta = 2D\sin(\alpha)$ , где  $D$  - расстояние между отражателями.

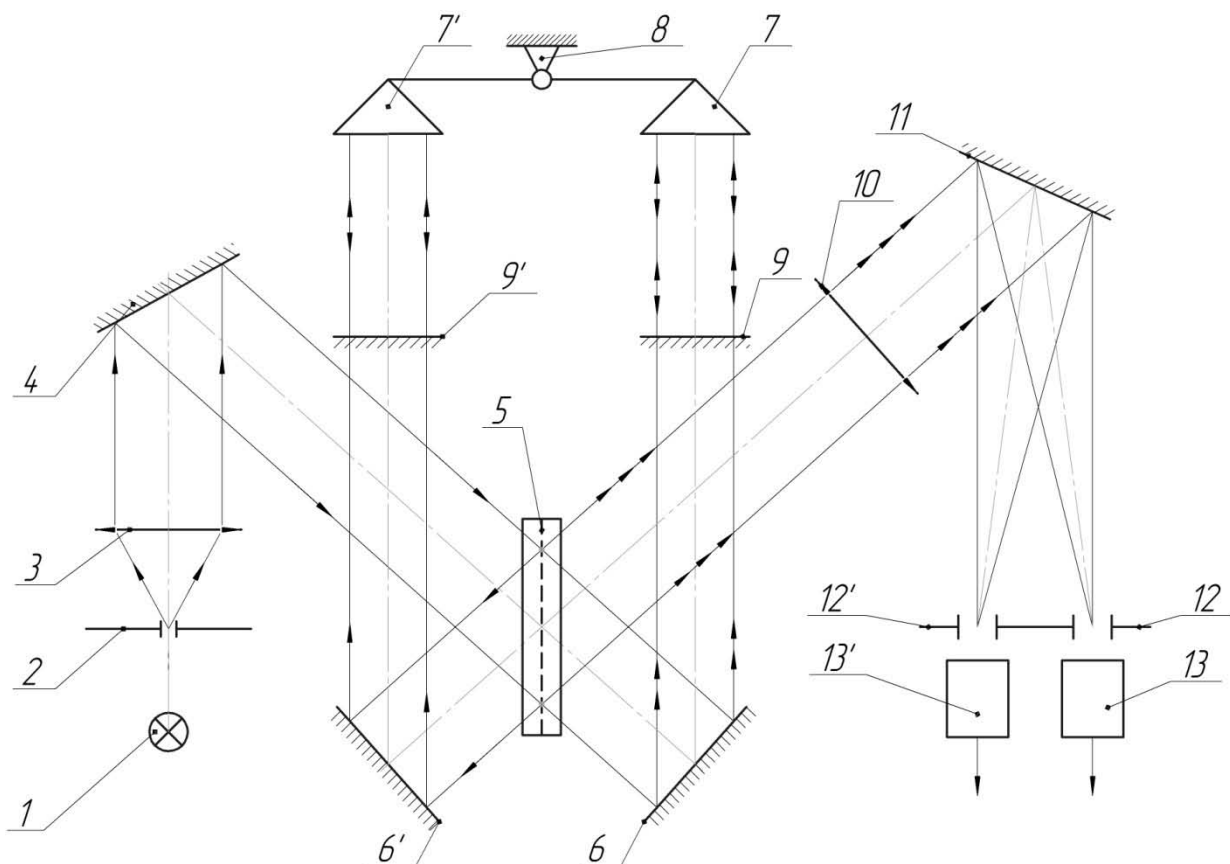


Рисунок 2 Рычажный интерференционный угловой прибор (интерферометр Майкельсона)

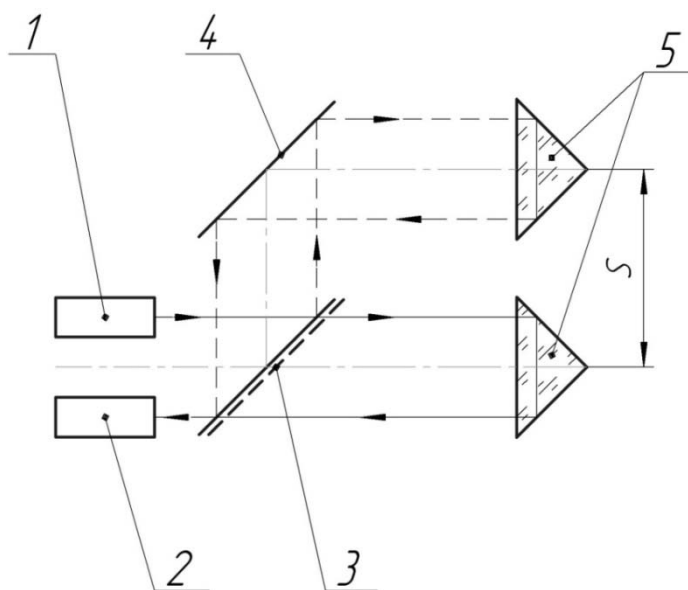
В серийных приборах  $D$  часто выбирают равным 79.1 мм, чтобы при наклоне блока на 1 мкрад ( $0.2''$ ) при использовании длины волны  $\lambda = 0.63$  мкм разность хода была равна  $\lambda/8$ . Эта разность хода близка к систематической ошибке такого интерферометра, обусловленной погрешностью формы зеркал. Диапазон измерения интерферометра может достигать  $\pm 10^\circ$ . Формула для расчета угла наклона отражателя имеет вид

$$\alpha = \frac{m\lambda}{2D},$$

где  $m$  – порядок интерференции (число сосчитанных полос).

Увеличение точности измерений для такой схемы возможно при использовании двухчастотного лазера. Согласно литературным источникам возможно достижение точности измерения угла до  $0.005''$  в диапазоне углов  $\pm 2^\circ$ .

Недостатками такой схемы является необходимость использования эталонных зеркал, несовпадение ветвей интерферометра, что требует стабилизации внешних воздействий (например, температуры), несимметричность изменения разности хода в плечах интерферометра при наклоне зеркал. Тем не менее, интерферометры такого типа серийно выпускаются, например, фирмой Renishaw. Как правило, они имеют более простую оптическую схему, относительно изображенной на рисунке 2, и состоят из трех блоков: лазерного излучателя, светоделителя и отражателя (рисунок 3). Для уменьшения габаритов интерферометра расстояние между отражателями в них принято равным 30 мм.



*Рисунок 3 Лазерный интерферометр фирмы Renishaw (1 – источник излучения; 2 – приемник излучения; 3 – светоделитель; 4 – зеркальный отражатель; 5 – световозвращатель)*

Согласно приведенным в работе [11] данным, он может проводить измерения в диапазоне до  $\pm 10^\circ$  с погрешностью от 0.6 % (стандартное исполнение) до 0.02 % (точное исполнение). В последнем случае требуется выполнять узлы интерферометра по технологическому уровню точности -



например, углы отражателя должны быть изготовлены с погрешностью не более  $\pm 7''$ , а допуск на расстояние между отражателями не должен превышать  $\pm 10$  мкм. Кроме того, эксплуатация такого интерферометра допускается при колебаниях температуры, отличных от  $20^{\circ}\text{C}$  не более чем на  $\pm 1^{\circ}\text{C}$ .

### **1.3 Измерение угловых перемещений цифровым муаровым методом**

В основе метода муаровых полос лежит муаровый эффект, суть которого заключается в появлении чередующихся темных и светлых полос при наложении двух периодических структур - растров. Шаг муаровых полос определяется параметрами исходных растров и условиями их совмещения. При незначительных относительных деформациях, линейных и угловых перемещениях растров возникают большие изменения шага, направления и положения муаровых полос. Широко известны датчики линейных и угловых перемещений, использующие оптическое сопряжение двух растров [12, 13].

Сейчас пытаются создать датчики угловых и линейных перемещений, в которых вместо оптического сопряжения двух растров применяют цифровое сопряжение изображений одного раstra при его различных пространственных положениях [14].

Схема измерительного устройства, реализующего указанный метод, показана на рисунке 4. Лазерное излучение направляется зеркалом (2) на растр, пропускание которого описывается ступенчатой функцией (4). Для расширения лазерного пучка используется оптическая система (3). Приемник излучения (6) установлен на расстоянии от раstra, позволяющего получить самовоспроизведение периодической структуры решетки (эффект Тальбота). Муаровые полосы получают путем наложения изображений раstra соответствующим его исходному и развернутому положениям и их последующей цифровой обработке. Вид муаровых полос приведен на рисунке 5. При наклоне объекта происходит смещение изображения раstra и, соответственно, смещение муаровой полосы.

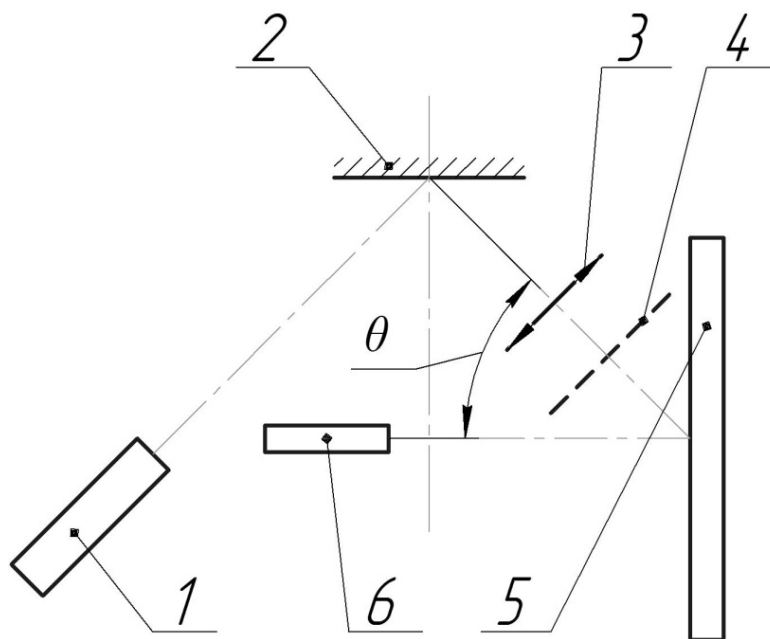


Рисунок 4 Экспериментальная установка (1 – лазер; 2 – зеркало; 3 – объектив; 4- решетка Ронки; 5 – отражатель, связанный с контролируемым объектом; 6 – ПЗС приемник;  $\theta$  – угол падения лазерного пучка)

Погрешность измерения угла наклона объекта указанным способом составляет  $0,1^0$  при наклоне объекта на угол  $\delta = 15^0$ .

Недостатком такого способа является невысокая точность и низкая скорость проведения измерений, обусловленные сложностью и невысоким быстродействием алгоритма цифровой обработки полученных изображений раstra.

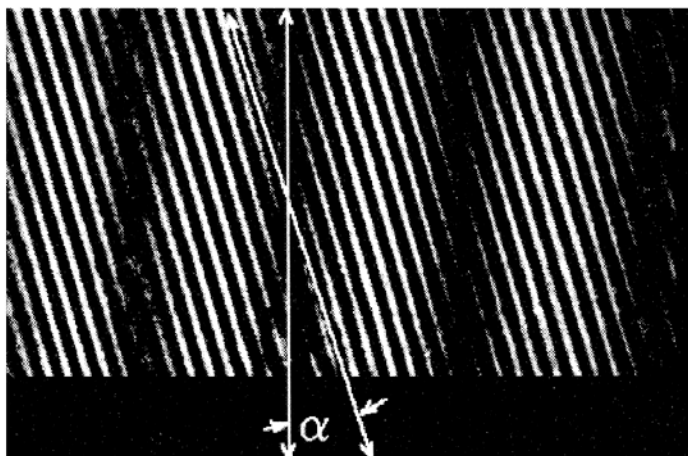


Рисунок 5 Фотография муаровых полос, полученных для угла  $\alpha$  между направлением решетки и оси вращения.

В работе [15] предложена другая схема формирования цифровых муаровых полос путем вычитания изображений двух интерференционных картин, полученных от источников с различными длинами волн. Применение двух косинусоидальных сигналов упрощает и ускоряет выделение муаровой полосы, например, с помощью преобразования Гилберта. В результате возможно измерение угловых перемещений в диапазоне до  $\pm 1^\circ$  с погрешностью до 0.5%.

#### **1.4 Дифракционные методы измерения (ДМИ) угловых перемещений**

Анализ методов и средств угловых измерений объектов показывает, что перспективными выглядят дифракционные методы измерения (ДМИ) угловых положений объекта, т.к. они обладают такими характеристиками как: бесконтактность, высокая скорость операции контроля, широкий диапазон измеряемых размеров, возможность автоматизации процесса измерения и обеспечение сигнала обратной связи для активного влияния на технологический процесс. В отличие от интерференционных и автоколлимационных методов измерения они могут быть реализованы с помощью более простой измерительной схемы и имеют значительно меньшие габариты и массу. К основным недостаткам ДМИ следует отнести сложность расшифровки дифракционной картины.

Сущность ДМИ заключается в том, что на контролируемый объект направляется пучок когерентного лазерного излучения и в дальней области дифракции формируется дифракционная картина Фраунгофера. Реже используется дифракционная картина Френеля. Изменение размера или положения контролируемого объекта приведет к амплитудно-фазовой модуляции отраженного от объекта или проходящего через него лазерного пучка, что ведет к изменению дифракционной картины. Измеряя смещение ее характерных точек (минимумов, точек перегиба и т.д.) или интенсивность в определенных точках дифракционной картины можно оценить изменение размера объекта или его

пространственного смещение. Рассмотрим существующие ДМИ и схемы, их реализующие.

#### 1.4.1 ДМИ на основе двух фазовых дифракционных решеток

В работе [16] описан ДМИ, основным элементом измерительной схемы которого является стеклянная плоскопараллельная пластина, на гранях которой размещены две фазовые дифракционные решетки  $P_1$  и  $P_2$  с одинаковым периодом и профилем в виде меандра (рисунок 6). Пластина просвечивается коллимированным оптическим лазерным пучком света. При просвечивании происходит последовательная дифракция оптического пучка на системе из двух решеток. С помощью диафрагм в дифракционной картине выделяют нулевой и первые порядки дифракции, интенсивность излучения в которых регистрируют фотоприемниками. При повороте блока относительно оси вращения на небольшой угол  $\delta\alpha$  происходит эквивалентное смещение решеток в противоположных направлениях. При этом наблюдается периодическое изменение интенсивностей дифракционных порядков.

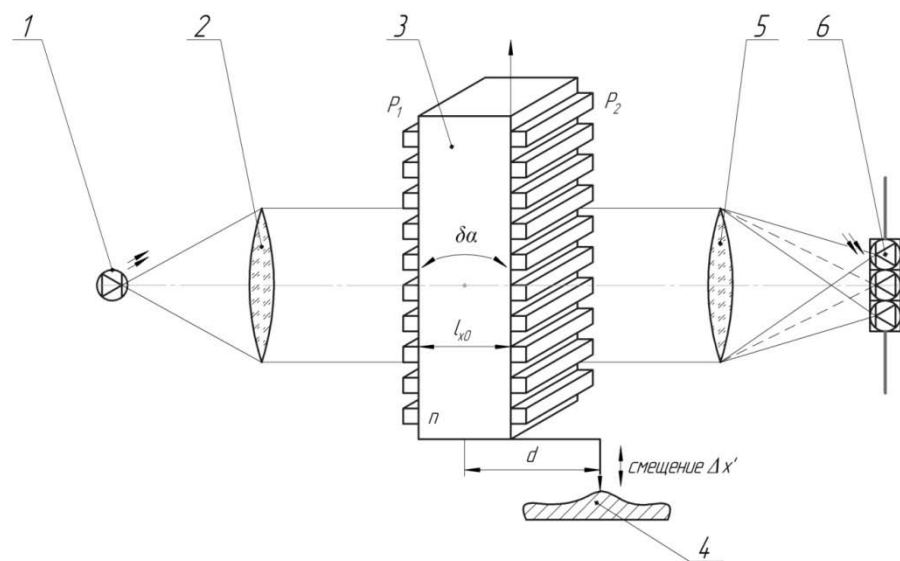


Рисунок 6 Блок-схема датчика малых угловых перемещений.  $P_1$ ,  $P_2$  – дифракционные решетки, 1 – полупроводниковый лазер, 2 – коллиматор, 3 – блок решеток, 4 – щуп, 5 – линза, 6 – диафрагма, 7 – фотодетекторы.

Формула для расчета интенсивностей первых дифракционных порядков (в относительных единицах) в зависимости от смещения одной из решеток на величину  $x$ , имеет вид:

$$I_{\pm 1} = \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi^2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - r \mp L\right) \quad (1)$$

В выражении (1) используются два безразмерных параметра, один из которых  $r$  учитывает наклон падения оптического пучка на поверхность решеток (если угол падения меньше  $5^\circ$   $r \approx 0$ ), а другой параметр  $L$  характеризует расстояние между решетками.

$$L = \frac{\pi \lambda l_z}{\lambda^2},$$

где  $\lambda$  - длина волны лазерного излучения;  $l_z$  - оптическое расстояние между решетками.

Такая схема была использована для создания макета профилометра. Если измерительный щуп образует плечо длиной  $d$  относительно оси вращения, то при перемещении щупа на  $\Delta x'$  происходит поворот блока на угол  $\delta\alpha = \Delta x'/d$ . Отсюда смещение следа оптического луча вдоль решеток  $\Delta x$  равно:

$$\Delta x = \frac{l_z}{n \cdot d} \Delta x'.$$

Испытания макета показали, что он позволяет измерять профиль поверхности  $\Delta x$  в диапазоне до 2 мм с разрешением не хуже 0,05 мкм.

В целях упрощения схемы, так как нанести две идентичные решетки на стеклянную пластину сложно, можно заменить одну из решеток отражающим покрытием (рисунок 7). Блок-сенсор закрепляется на исследуемом объекте и просвечивается оптическим лазерным излучением [17, 18]. Луч лазера, направленный на блок, дифрагирует на фазовой дифракционной решетке, проходит через пластину, отражается от зеркального покрытия и повторно дифрагирует на фазовой решетке. Таким образом, в основе работы устройства, как и в предыдущем случае, лежит двойная дифракция оптического пучка на фазовой дифракционной решетке, имеющей профиль в виде меандра.

Выражение, описывающее зависимости мощностей излучения в первых дифракционных порядках от угла наклона  $\alpha$ :

$$P_{\pm 1}(\alpha) = P_0 R \left( \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi^2} \cos \left( \frac{4\pi d}{n\Lambda} \alpha \mp L' \right) \right)$$

где  $P_0$  - падающая мощность оптического излучения;

$R$  - коэффициент отражения зеркальной пленки;

$d$  - толщина стеклянной пластины блока-сенсора;

$\Lambda$  - период решетки;

$L' = 2d\pi \frac{\lambda}{n\Lambda^2}$  - безразмерный параметр.

Для регистрации и измерения малых угловых перемещений используется линейный участок дифракционного максимума 1-го порядка.

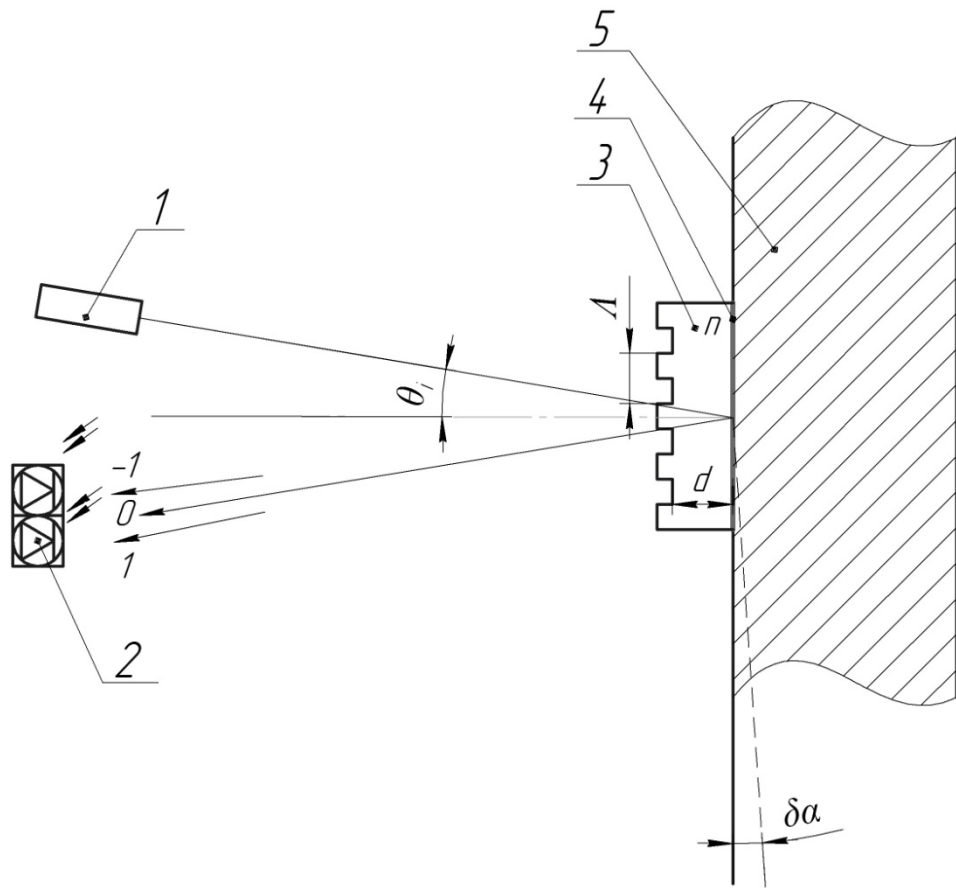


Рисунок 7 Схема оптоэлектронного устройства для измерения угловых колебаний (1 – лазер; 2 – фотоприемник; 3 – дифракционная решетка; 4 – отражающая пленка; 5 – исследуемый объект)

Недостатками описанного ДМИ является сложность изготовления блока решеток и малый размер линейного участка максимума дифракционной картины – изменение сигнала на приемнике линейно связано с взаимным смещением

решеток зависимостью  $\Delta x \leq 0.35 \lambda$ . Диапазон измерения можно расширить «сшивая» линейные участки дифракционных максимумов первого и нулевого порядков, но это заметно усложняет обработку полученных измерительных сигналов.

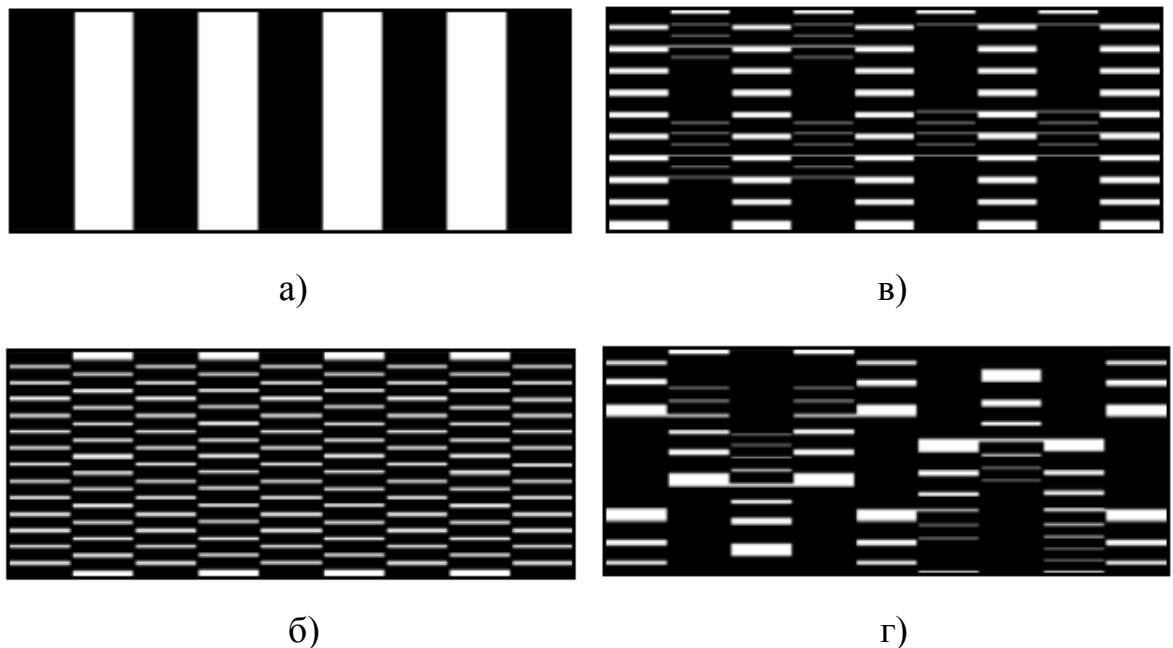
#### 1.4.2 ДМИ с помощью дифракционных угловых шкал

Для контроля угловых перемещений различных объектов широко применяются датчики на основе прецизионных круговых шкал. Устройства прямой лазерной записи с круговой либо спиральной разверткой экспонирующего луча позволяют получать не только типовые растровые круговые шкалы, но и достаточно сложные шкалы со специальной топологией.

Применение таких шкал обеспечивает значительное увеличение точности измерения угла поворота и позволяет создать новые типы датчиков контроля углового положения. Примером новых шкал со специальной структурой являются радиальные решетки и кодовые диски с растрово-дифракционными топологическими элементами [19].

Путем дополнительной обработки в радиальном направлении стандартные амплитудные топологические элементы обычных шкал (рисунок 8а) трансформируются в одномерные дифракционные решетки с различным фазовым сдвигом (рисунок 8б) либо с различной пространственной частотой штрихов в радиальном направлении (рисунок 8в). Также типовые дифракционные решетки могут быть выполнены в виде фрагментов фокусирующих цилиндрических зонных пластинок Френеля с различным осевым смещением (рисунок 8г). Для увеличения световой эффективности, элементарные решетки либо фрагменты зонных пластинок выполняются чисто фазовыми и могут иметь киноформный профиль. Присчитывании информации, в результате вращения такие структуры действуют как растры и осуществляют модуляцию света, а в радиальном

направлении они действуют как дифракционные решетки и осуществляют фазовый сдвиг, отклонение и/или фокусировку света.



*Рисунок 8 Растровая(а) и растрово-дифракционные шкалы(б – г)*

При многодорожечном кодировании информации на шкале и выполнении растрово-дифракционных топологических элементов в виде фрагментов зонных пластинок со смещенными оптическими центрами, фокусирующе-отклоняющее свойство элементов позволяет организовать распределенные и перекрестные оптические связи между кодовыми дорожками и фотоприемниками системы считывания. Это позволяет повысить информационную емкость шкал и снизить количество кодовых дорожек на них. На рисунке 9 приведена схема фотоэлектрического датчика абсолютного углового положения с применением растрово-дифракционной кодовой шкалы и организацией перекрестных оптических связей.

В состав датчика входит лазерный диод 1, цилиндрическая линза 2, круговая кодовая шкала 3, вторая цилиндрическая линза 4, фотодиодная линейка 5, аналого-цифровой преобразователь 6 и согласующий дешифратор 7. Кодовая шкала механически связывается с валом датчика (на схеме не отображен), угол поворота  $\phi$  которого требуется контролировать. Свет от лазерного диода проходит



первую цилиндрическую линзу и фокусируется на поверхности кодовой шкалы (в плоскости  $г0у$ ) в виде узкой световой линии, ориентированной в радиальном направлении  $г$ . Элементарные топологические участки кодовых дорожек 8 оптической шкалы выполнены в виде фрагментов зонных пластинок со смещенными оптическими центрами и обеспечивают отклонение и одновременную фокусировку света в радиальном направлении.

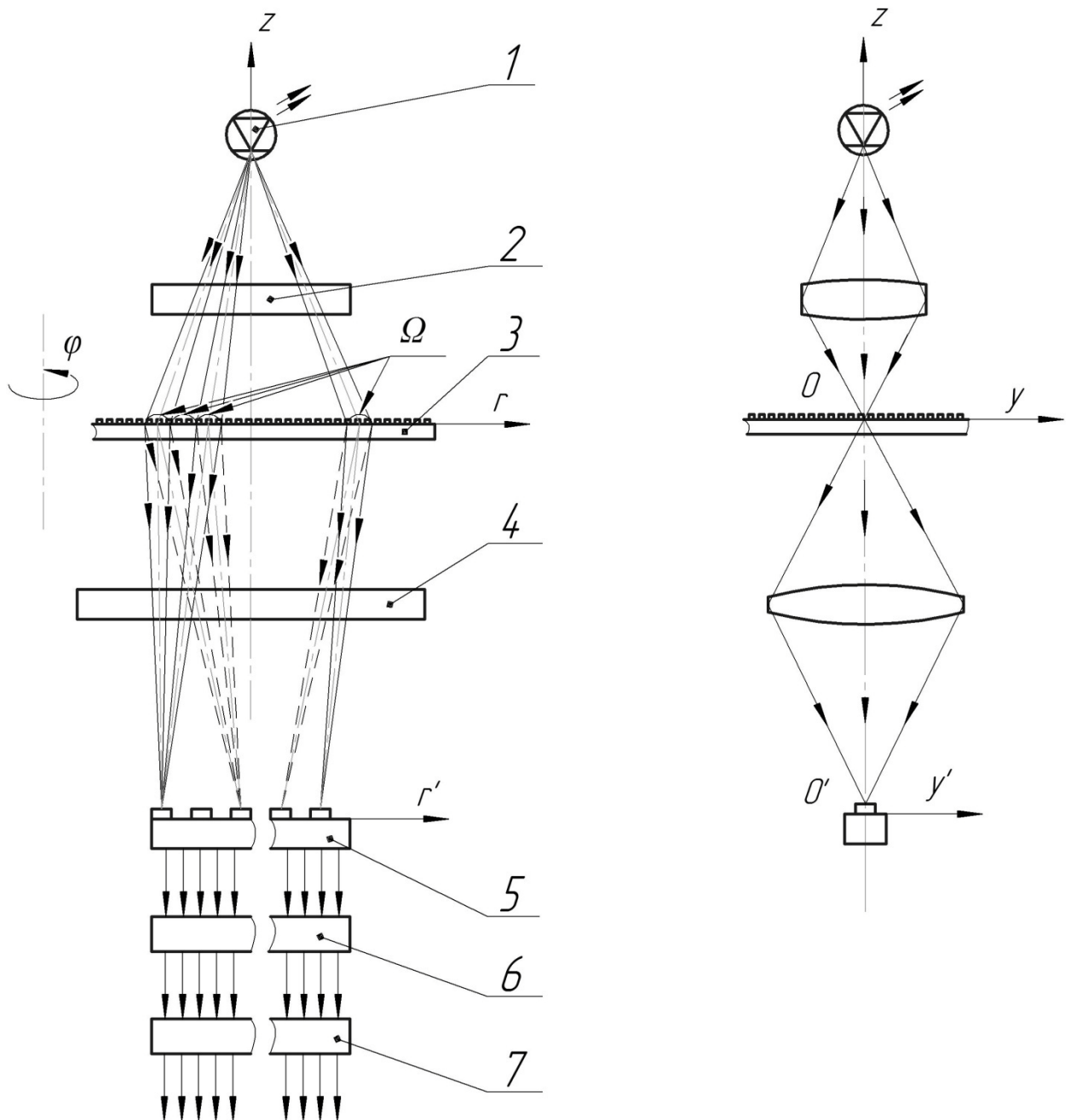


Рисунок 9 Схема датчика абсолютного углового положения с растрово-дифракционной кодовой шкалой и перекрестными оптическими связями

При числе кодовых дорожек равно  $Q$  и числе фотоэлементов  $P$ , а также при условии равномерности светового потока между кодовыми дорожками, максимальное значение информационной емкости будет равно

$$C_Q^P = (P+Q)!/[P!Q!],$$

при условии, что каждым фотоэлементом регистрируется от 0 до  $P$  уровней интенсивности оптических сигналов от кодовых дорожек. Согласно работе [20], такие шкалы позволяют проводить измерение углов поворота шкалы с погрешностью не превышающей  $1'$ .

#### 1.4.3 ДМИ помощью двухкаскадной дифракционной схемы

Более простой в плане реализации является схема угловых измерений с двойной дифракцией на щелях [21]. Она основана на том, что используя вторую щель как частотный фильтр можно очень точно оценить смещение дифракционной картины используя ее точки или линии инверсии фазы. В этих точках фаза сигнала меняет знак на противоположный, а их координаты совпадают с координатами минимумов дифракционной картины. Если совместить с этой точкой центр второй щели, то в области дифракции Френеля за ней формируется характерное распределение интенсивности с двумя симметричными максимумами и минимумом в центре. При смещении точки инверсии с центра щели в дифракционной картине происходит перераспределение энергии и высота максимумов слева и справа от центрального минимума меняется. Схема дифракционного автоколлиматора приведена на рисунке 10, а распределение интенсивности сигнала в плоскости регистрации – на рисунке 11.

Излучение лазера (1) через светоделительный кубик (2) направляется на отражатель (3), связанный с объектом, а затем на первую щель шириной  $a$ . Расстояние  $L$  между первой и второй щелями выбирается так, чтобы выполнялось

условие для дифракции Фраунгофера  $L > a^2/\lambda$ . В этом случае распределение амплитуды в плоскости второй щели можно описать выражением

$$U(x) = U_0 \text{sinc}(\pi x a/\lambda L) \quad (2)$$

При повороте отражателя на угол  $\alpha$  дифракционная картина смещается в плоскости второй щели на расстояние  $\Delta\varepsilon = L \tan(2\alpha)$ .

При расчетах удобно разложить функцию (2) в окрестности точки инверсии фазы в ряд Тейлора и ограничиться его первым членом. Такая аппроксимация сигнала линейной функцией допустима, так как ширина второй щели  $b$  не превышает 100 мкм. В результате функция (2) принимает вид  $U(x) \approx U_0(-1)^n((x a/\lambda L) - n)/\lambda L n$ , где  $n$  – порядок точки инверсии (порядок минимума). Тогда распределение амплитуды за второй щелью может быть описано выражением

$$U(x_1) = \sqrt{\left(\frac{e^{ikz}}{ikz}\right)} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} U(x + \Delta\varepsilon) \cdot e^{\frac{ik(x_1-x)^2}{2z}} dx$$

$$I(x_1) = U(x_1) \overline{U(x_1)}$$

Измеряя разность интенсивностей слева и справа от центрального минимума, можно измерить  $\Delta\varepsilon$ , так как  $\Delta I = \frac{I_2 - I_1}{I_0} = \Psi \Delta\varepsilon / b$ , где  $\Psi$  – коэффициент чувствительности схемы.

Можно регистрировать или разность интенсивностей в главных максимумах дифракционной картины, или разность интегральных значений интенсивности слева и справа от минимума. Численное моделирование показало, что предпочтительным является второй способ, так как в этом случае  $\Psi = \text{const}$  при смещении точки инверсии в пределах второй щели. В первом случае линейность сохраняется только при смещении точки инверсии в пределах  $\Delta\varepsilon \leq \pm b/4$ . Значение коэффициента  $\Psi$  определяется выбором ширины второй щели и расстояния между нею и приемником  $z$ . Согласно работе [21] чувствительность принимает максимальное значение, когда на второй щели укладывается одна зона Френеля, этому случаю соответствует  $z = b^2/\lambda$ . Испытания этой схемы показали,

что при  $L = 50\text{ мм}$ ,  $z = 16\text{ мм}$  и  $b = 0,4\text{ мм}$  диапазон измерения составляет  $1'20''$  с чувствительностью  $0,16''$ .

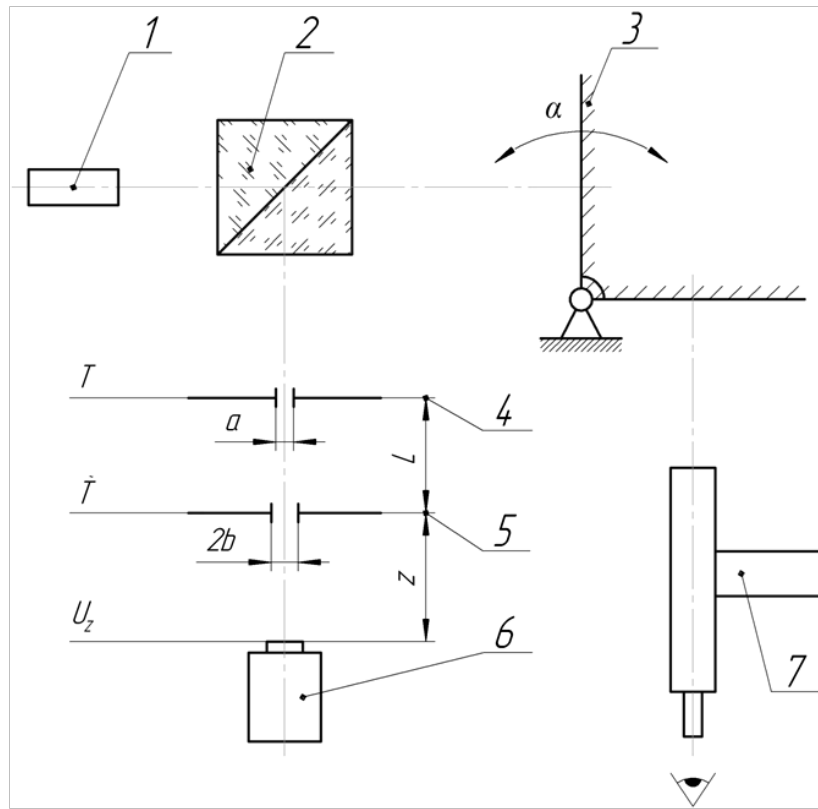


Рисунок 10 Автоколлимационный способ угловых измерений дифракционным методом: 1 - источник когерентного излучения; 2 - светоделительный кубик; 3 - контролируемый образец; 4 - входная апертура; 5 - фильтры; 6 - квадрантный приемник излучения; 7 - контрольный АК.

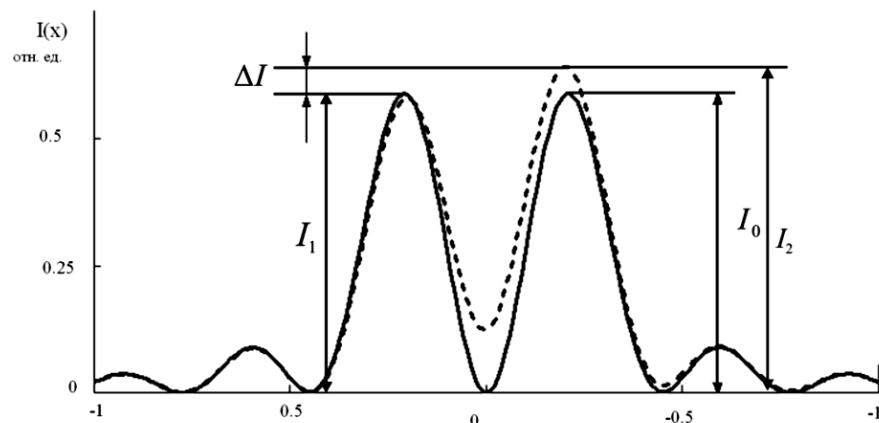


Рисунок 11 Распределение интенсивности выходного сигнала на приемнике

Другой вариант измерителя угловых перемещений был предложен в работе [22] (рисунок 12). Здесь для уменьшения габаритов одна щель была использована и для формирования дифракционной картины, и для выделения из нее точек инверсии фазы сигнала.

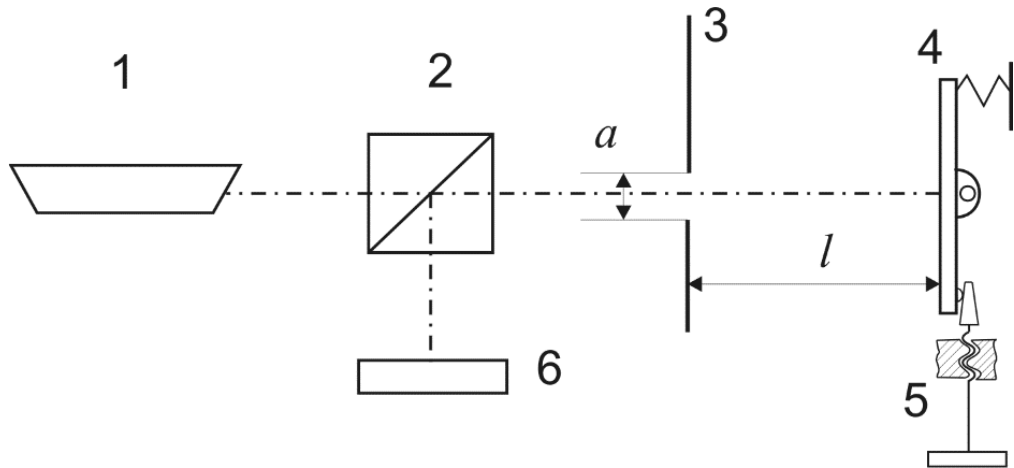


Рисунок 12 Функциональная схема дифракционного метода измерения угловых перемещений: 1 – лазер; 2 – светоделительный куб; 3 – спектральная щель; 4 – зеркало; 5 – привод зеркала; 6 – цифровая ПЗС камера

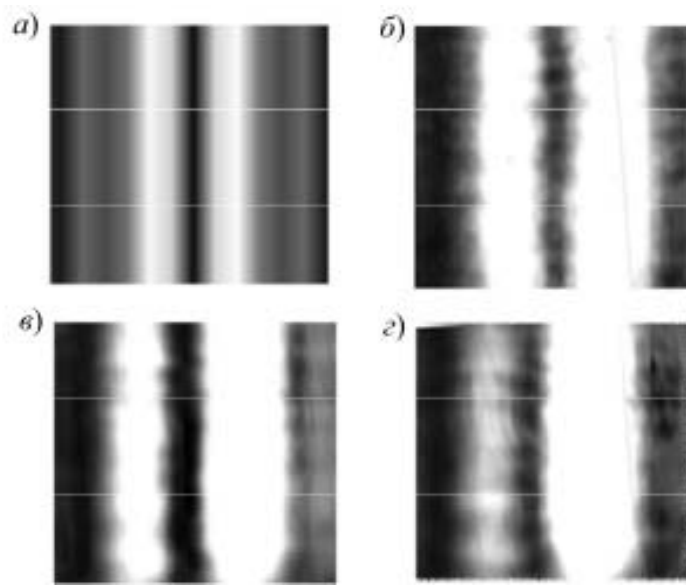
В этой схеме необходимо направить излучение на щель под углом  $\varphi = \arctan(n\lambda/a)$ , где  $n$  – номер минимума, чтобы совместить с центром щели минимум порядка  $n$ . При развороте зеркала на угол  $\alpha$  минимум сместится в плоскости щели  $x$  на расстояние

$$\varepsilon = l(\tan(\varphi + 2\alpha) - \tan \varphi) \approx l 2\alpha.$$

Дальнейшее преобразование сигнала полностью соответствует предыдущей схеме.

Для экспериментальной проверки принципа работы дифракционного углового измерителя был собран макет с конструктивными параметрами  $l = 60$  мм,  $a = 0,2$  мм,  $z = 60$  мм,  $\lambda = 0,632$  мкм. В качестве приемника использовалось ПЗС-камера ЭВС VEI-535 с разрешением  $1280 \times 960$  пикс и диагональю  $1/2''$ . Для поворота зеркала использовался клиновинтовой механизм с чувствительностью порядка  $0,005$  угл. мин. Численная модель дифракционной картины при

смещении точки инверсии  $\Delta\varepsilon = 0$ , и экспериментально полученные дифракционные картины для  $\alpha = 0,25'$  и  $0,5'$  приведены на рисунке 13(а-б).



*Рисунок 13 Результаты численного моделирования вторичной дифракционной картины(а) и эксперимента (б, в, г) при различных положения отражателя*

Коэффициент чувствительности измерительной схемы составил  $\Psi = 26$ , диапазон измерения  $\alpha = \pm 5'$ , разрешение  $\delta\alpha = 0,3''$ .

Недостатками ДМК, использующих точки инверсии фазы дифракционной картины, являются:

- Нелинейность смещения точки инверсии относительно изменения интенсивности в дифракционной картине, что ограничивает диапазон измерения;
- Ограничение точности измерений из-за того, что оно проводится по разности интенсивностей в максимумах дифракционной картины Френеля, т.к. точность измерения разности интенсивности ограничена нелинейностью фотоприемника и нестабильностью мощности излучения лазера;
- Большие потери энергии при таком преобразовании светового поля – на приемнике фиксируется около 1% энергии, падающего на первую щель;
- Небольшой диапазон измерения, так как диапазон сдвига точки инверсии ограничен шириной щели. Попытки увеличить диапазон измерения за счет

уменьшения расстояния между щелями или увеличения второй щели приводят к снижению либо разрешения схемы, либо коэффициента чувствительности.

### 1.5 Выводы по главе 1

Анализ современных оптических бесконтактных методов и средств измерения угловых перемещений показывает, что наиболее перспективны когерентные методы измерения, использующие интерференцию или дифракцию света. Интерференционные измерители перемещений обычно основаны на схеме интерферометра Майкельсона с разнесенными опорным и предметным каналами. При достаточно скромных габаритных размерах они позволяют проводить измерения в широком диапазоне (до  $\pm 10^\circ$ ) с очень высокой точностью (до  $\pm 0,05''$  в диапазоне  $\pm 2^\circ$ ), что значительно превышает показатели точности автоколлиматоров (до  $\pm 0,05''$  в диапазоне  $\pm 4'$ ). Но эти преимущества во многом нивелируются сложностью конструкции интерферометров, очень жесткими допусками на элементы их конструкции и сильным влиянием на результаты измерения различных внешних воздействий. Последнее приводит к тому, что в помещениях, где проводится эксплуатация таких устройств необходимо стабилизировать температуру с погрешностью не более чем  $\pm 0,5^\circ\text{C}$ , а само устройство устанавливать на специальное основание, позволяющее уменьшить влияние вибрации.

На этом фоне очень привлекательно выглядит схема дифракционного автоколлиматора из-за ее крайне простого устройства и высокой чувствительности (до  $0,01''$ ). Так как ее можно рассматривать как многолучевой интерферометр с совмещенными опорным и объектным каналами, то это позволяет уменьшить влияние на результат измерения колебаний температуры окружающей среды. Ослабить влияние вибрации возможно, разработав конструкцию устройства так, чтобы обе щели и узел крепления фотоприемника были жестко связаны между собой и синхронно смещались в пространстве.

Основными недостатками описанных схем являются очень маленький диапазон измерения, ограниченный шириной вторичной щели, и низкая освещенность во вторичной дифракционной картине из-за малого количества света, проходящего через две последовательно размещенные узкие щели. Также недостатком можно считать дифференциальный метод регистрации измерительного сигнала, что накладывает жесткие ограничения на стабильность мощности излучения используемого лазерного источника – не более 0,5%. Последнее требует применения дорогого и имеющего значительные габариты гелий-неонового лазера. Широко распространенные полупроводниковые лазеры имеют более низкую стабильность – 1-1,5 %.

Для устранения указанных недостатков предлагается развернуть вторую щель так, чтобы она пересекла несколько линий инверсии фазы первичного светового поля разных порядков. Это позволит получить в плоскости фотоприемника вторичную дифракционную картину, смещение которой будет линейно связана со смещением точек инверсии первичной картины, что позволит снизить требования к стабильности излучения источника. Так как щель пересекает также максимумы первичной картины, то это позволит получить контрастную вторичную картину с необходимым уровнем освещенности. Диапазон измерения в этом случае будет ограничен или количеством максимумов первичного светового поля, или минимальным значением энергии в них.

Также для увеличения освещенности на приемнике предлагается выделять линии инверсии не дифракционной, а интерференционной картины, для чего необходимо разработать схему, использующую совмещенный ход объектного и предметного пучков, а также позволяющую получить линейную зависимость между углом поворота отражателя и смещением точек инверсии интерференционной картины.



## **ГЛАВА 2 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ СХЕМ КОНТРОЛЯ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ТОЧКИ ИНВЕРСИИ ФАЗЫ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА**

### **2.1 Особенности формирования измерительного сигнала при выделении точек инверсии фазы светового поля**

Проведенный в Главе 1 обзор способов и средств угловых измерений показывает, что наиболее распространенные сегодня для измерения угловых величин автоколлиматоры достигли предельного значения точности, которая не может быть значительно увеличена из-за ограничения разрешающей способности объектива. Интерференционные измерители имеют существенный резерв по увеличению точности, но при использовании классических схем это возможно только ужесточением допусков и применением большого числа компенсаторов.

Предлагается разработать нестандартный интерференционный способ измерения угловых перемещений и обеспечивающий погрешность не более 0,1 угл. сек., имеющий высокую разрешающую способность, большой диапазон измерения, простую схему его практической реализации, относительно широкие допуски на элементы конструкции и слабо подверженный влиянию внешних воздействий.

Для решения поставленной задачи предлагается выделять не одну точку инверсии, как в работе [21], а несколько разных порядков с помощью разворота щелевой апертуры. Это позволит получить в плоскости приемника вторичную дифракционную картину, которая будет очень чувствительна к смещениям точек инверсии фазы в плоскости щели.

### 2.1.1 Формирование вторичной дифракционной картины при выделении щелью линии инверсии фазы интерференционной картины. Исследование влияния положения точки инверсии фазы светового сигнала на вид дифракционной картины

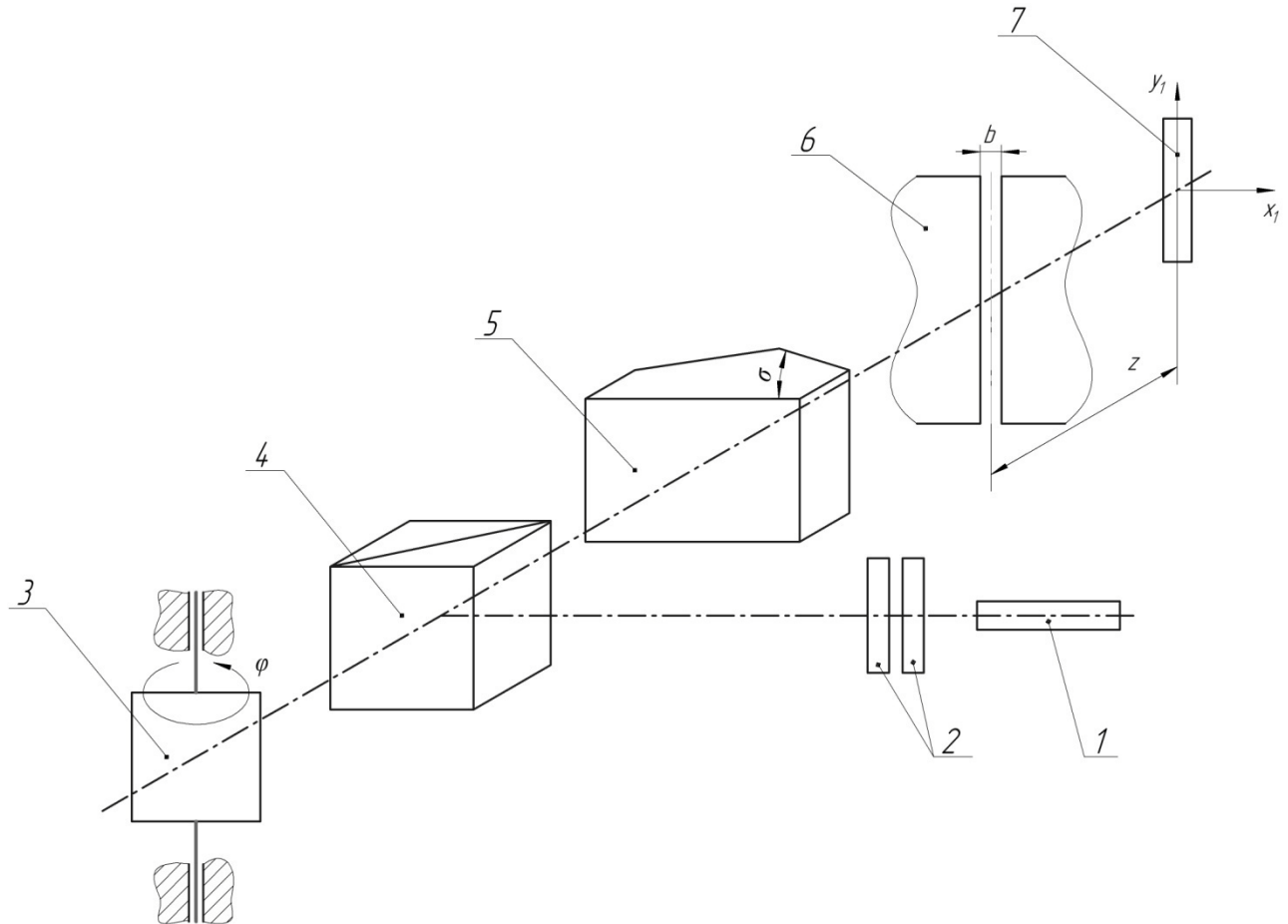


Рисунок 14 Интерференционная схема контроля углового положения объекта с выделением одной линии инверсии фазы (1 – лазер; 2 – телескопическая система; 3- поворотное зеркало, сопряженное с измеряемым объектом; 4 – светоделительный куб; 5 – бипризма Френеля; 6 – дифракционная щель; 7 – ПЗС приемник)

Одним из недостатков схемы, использующей выделение точек инверсии фазы дифракционной картины, является малое количество энергии, достигающее приемника. Поэтому рассмотрим схему контроля угловых положений объекта, в которой происходит выделение одной линии инверсии не дифракционной, а интерференционной картины (рисунок 14). Это позволит увеличить количество энергии, проходящей через щель, так как в схеме, изображенной на рисунке 10, очень значительная часть потока теряется еще при прохождении первой щели (до

80-90 %). Кроме того, с увеличением порядка регистрируемого минимума падает освещенность в его окрестности. Применение интерференционной картины, полученной с помощью призмной или зеркальной оптической системы, позволяет в значительной степени устранить указанные проблемы.

Для формирования интерференционной картины в ней используется бипризма Френеля. Ее применение позволяет уменьшить влияние внешних воздействий благодаря совместному ходу интерферирующих пучков, а также стабильности преломляющих углов призмы. Бипризму можно считать линейным преобразователем, так как при изменении угла падения волнового фронта на ее входную грань  $\varphi$  угол отклонения выходящего из нее волнового фронта  $\theta$  (рисунок 15) можно описать выражением [23]

$$\theta \approx (n - 1)\delta + \frac{n-1}{2n} \delta \operatorname{tg}^2 \varphi. \quad (3)$$

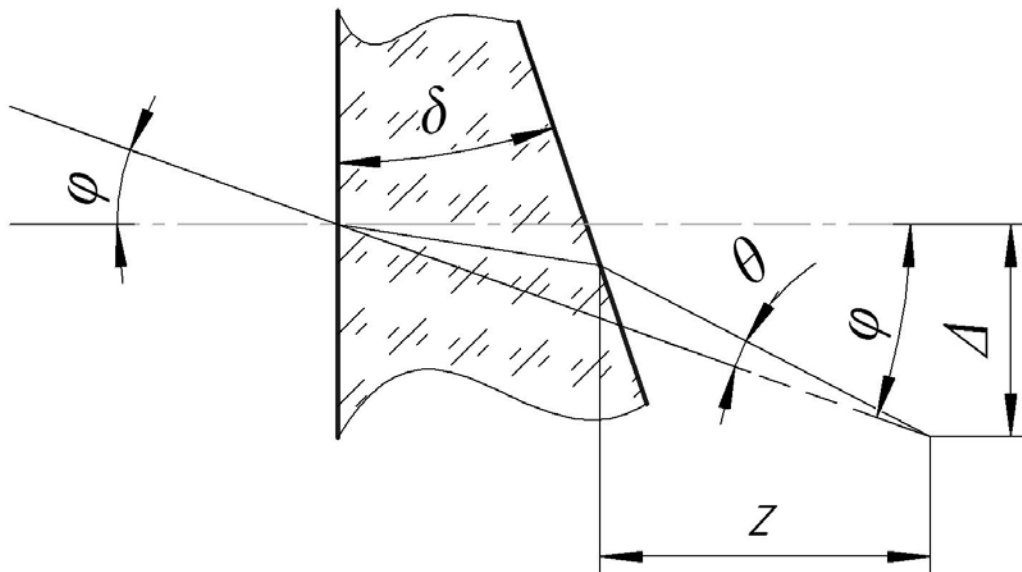


Рисунок 15 Преломление излучения бипризмой при его наклонном падении на входную грань

В случае если угол  $\varphi$  не превышает нескольких угловых градусов, вторым слагаемым в выражении (3) можно пренебречь и считать, что  $\theta \approx (n - 1)\delta$ , где  $\delta$  - преломляющий угол бипризмы,  $n$  - показатель преломления материала бипризмы. Тогда можно считать, что угол, на который отклоняется выходящий из бипризмы

волновой фронт, тоже равен  $\varphi$  и линейное смещение интерференционной картины равно

$$\Delta = l \operatorname{tg} \varphi,$$

где  $l$  – расстояние от бипризмы до плоскости формирования интерференционной картины.

Рассмотрим, как меняется разность хода в центре интерференционной картины при изменении угла падения волнового фронта на ее входную грань. При нормальном падении излучения, как видно из рисунка 16 (а), разность хода между интерферирующими лучами, исходящими из точек  $H_1$  и  $H_2$  равна  $\Delta l = K_1 H_1 O - K_2 H_2 O = 0$  и в центре возникает максимум нулевого порядка.

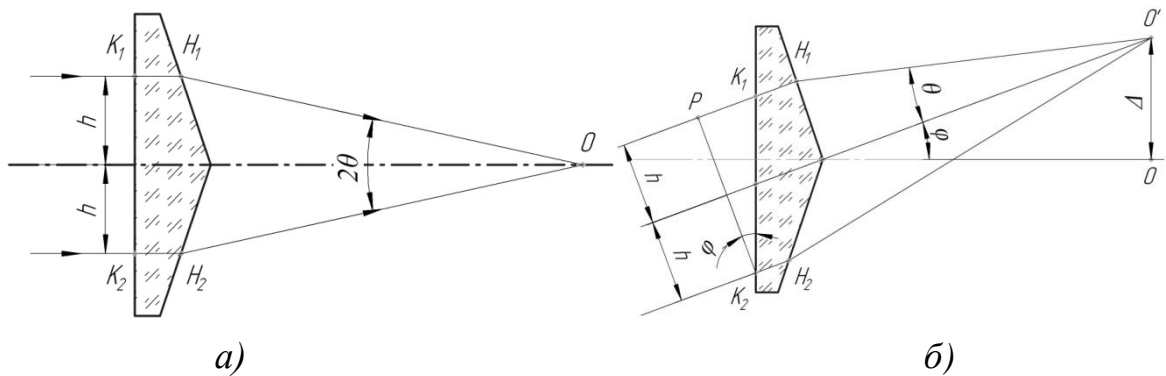


Рисунок 16 Расчет разности хода интерферирующих лучей для центра интерференционной картины а) в случае нормального и б) наклонного падения волнового фронта

В случае наклонного падения (рисунок 16 (б)) разность хода между лучами равна  $\Delta l = PK_1 H_1 O' - K_2 H_2 O'$ , где  $PK_1 = 2h \operatorname{tg} \varphi$ ,  $K_1 H_1 = K_2 H_2$  (т.к. точки  $H_1$  и  $H_2$  находятся на одной высоте),  $H_1 O' = \frac{l}{\cos(\theta - \varphi)}$ ,  $H_2 O' = \frac{l}{\cos(\theta + \varphi)}$ ,  $h = z \sin \theta$ . Тогда разность хода интерферирующих лучей в центре картины равна

$$\Delta l = 2l \sin \theta \operatorname{tg} \varphi + l \left( \frac{1}{\cos(\theta - \varphi)} + \frac{1}{\cos(\theta + \varphi)} \right). \quad (4)$$

Подставляя в (4) угол отклонения  $\theta = 20'$ , угол падения  $\varphi = 10'$  и расстояние до плоскости формирования интерференционной картины  $l = 250$  мм получим разность хода в центре  $\Delta l = 1,5 \times 10^{-8}$  мм. Это меньше одной тысячной длины волны лазера, работающего в видимой области спектра, что позволяет

говорить о том, что бипризму можно считать линейным преобразователем при малых углах падения на нее излучения.

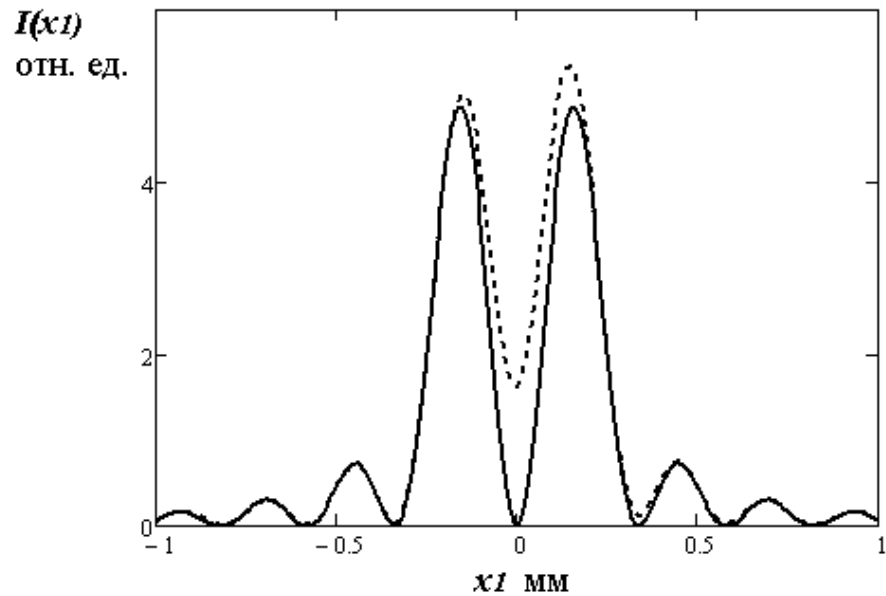
Оценим разрешающую способность схемы, использующей наведение на линию инверсии фазы. Распределение амплитуды за бипризмой в области интерференции можно описать выражением  $U(x) = A \cos((x\pi/T) + \phi)$ , где  $A$  – амплитуда,  $T = \lambda/2 \sin(\theta)$  – период интерференционных полос,  $\phi$  – начальная фаза. Используя методику расчета предложенную в работе [21], мы можем в окрестности точки инверсии фазы описать распределение амплитуды приближенной линейной зависимостью (при  $\phi = 0$ )  $U(x) \approx \pi A x/T$ . Если в плоскость формирования интерференционной картины установить щель шириной  $b < T$  и совместить ее центр с линией инверсии фазы, которая является совокупностью точек инверсии фазы одного порядка, то распределение амплитуды за щелью на расстоянии  $z$  можно описать интегральным выражением

$$U_2(x') = \sqrt{\left(\frac{e^{ikz}}{ikz}\right)} \int_{-b/2}^{b/2} U(x + \varepsilon) \cdot e^{\frac{-ik(x-x')^2}{2z}} dx.$$

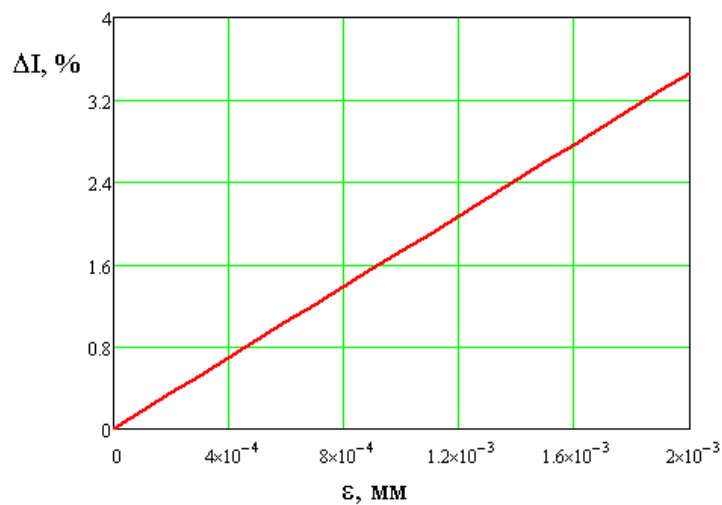
Так как существующие приемники излучения не позволяют регистрировать амплитуду, то перейдем к интенсивности, умножив полученную амплитуду на комплексно-сопряженную величину  $I(x_1) = U_2(x') \overline{U_2(x')}$ . Как и при выделении точек инверсии дифракционной картины в плоскости регистрации формируется характерная дифракционная картина с двумя максимумами (рисунок 17).

Тогда относительную разность интенсивностей в дифракционной картине слева и справа от центрального минимума можно определить с помощью выражения  $\Delta I(\varepsilon) = \left( \int_0^s I(x' + \varepsilon) dx' - \int_{-s}^0 I(x' + \varepsilon) dx' \right) / \int_0^s I(x') dx'$ , где  $s$  – длина участка площадки матричного фотоприемника. Анализ полученного выражения показал, что:

- Зависимость  $\Delta I = f(\varepsilon)$  является линейной. На рисунке 18 приведен график изменения относительной интенсивности слева и справа от центрального минимума при условии, что  $\lambda = 0,63 \times 10^{-3}$  мм,  $\delta = 20'$ ,  $z = 15$  мм,  $b = 40$  мкм;

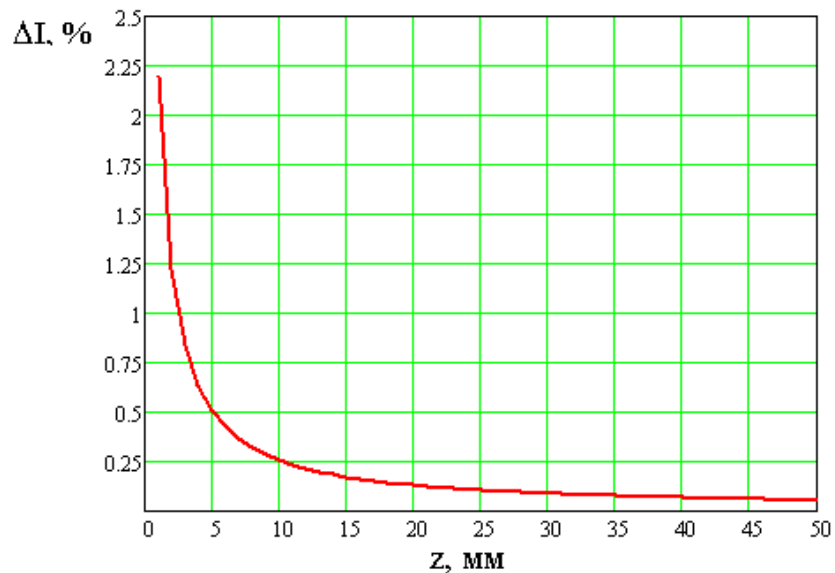


*Рисунок 17 Распределение интенсивности в дифракционной картине от щели при выделении ею линии инверсии интерференционной картины: при совпадении центра щели с линией инверсии (сплошная линия), при смещении линии инверсии (пунктирная)*



*Рисунок 18 Зависимость разностного сигнала от смещения линии инверсии*

- Разность интенсивностей сильно зависит от выбора расстояния между приемником и щелью  $z$ . С уменьшением этого расстояния чувствительность схемы возрастает. На рисунке 19 приведен график зависимости разности интенсивностей от расстояния  $z$  при несовпадении линии инверсии фазы с центром щели на  $0,1$  мкм.



*Рисунок 19 Зависимость разностного сигнала при  $\varepsilon = 0,1$  мкм от расстояния между приемником и щелью*

Так как современные ПЗС приемники может разрешать элементы изображения, освещенность в которых отличается  $\Delta I \approx 0,5\%$  [24], то из графика на рисунке 19 следует, что при малых расстояниях  $z < 5$  мм возможно регистрировать смещения линии инверсии (а значит и интерференционной картины) на  $0,1$  мкм. Это позволит проводить угловые измерения с разрешением не менее чем  $\Delta\varphi = 0,1 \times 10^{-3}/l$ , где  $l$  – расстояние между бипризмой и щелью. Для  $l = 250$  мм  $\Delta\varphi = 4 \times 10^{-7} = 0,08''$ . К сожалению, диапазон измерений в этом случае будет ограничен шириной щели  $\varphi = \pm b/2l = \pm 14''$ , что ограничивает практическое применение предложенного метода.

### **2.1.2 Расчет освещенности приемника в области вторичной дифракционной картины при выделении линии инверсии интерференционной картины**

Определим освещенность в главных максимумах дифракционной картины, которая формируется в плоскости регистрации измерительной схемы, изображенной на рисунке 14.

Зададим следующие параметры измерительной схемы:

$W = 1$  мВт - выходная мощность лазера;

$\lambda = 0,532 \times 10^{-3}$  мм – длина волны излучения лазера;

$d = 30$  мм – диаметр светового пучка;

$\delta = 20'$  - преломляющий угол бипризмы;

$n = 1,5318$  – показатель преломления материала бипризмы;

$b = 0,04$  мм – ширина второй щели ;

$z = 15$  мм – расстояние от щели до приемника;

$l = 6,9$  мм – длина ПЗС матрицы с диагональю 1/2 дюйма (ТоурСам );

$p = 3,2$  мкм – размер пиксела ПЗС;

$E_{\text{пор}} = 0,01$  Лк – пороговая освещённость ПЗС;

$\psi = 50$  Дб – уровень шума ПЗС.

Для указанных конструктивных параметров шаг интерференционных полос равен  $T = 0,085$  мм. Определим освещенность в максимуме интерференционной картины. Для этого определим площадь интерференционной картины. Бипризма делит пучок на два, которые накладываются друг на друга. Для упрощения расчетов примем, что интерференционная картина имеет форму прямоугольника, высота которого равна  $h = d/\sqrt{2}$ , а ширина -  $g = d/2 \sqrt{2}$  (рисунок 20).

Интегральная освещенность в интерференционной картине тогда будет равна  $E_{\text{инт}} = \tau W/S_{\text{и}} = 4.5$  Вт/м<sup>2</sup>, где  $\tau \approx 0,95$  – коэффициент, учитывающий потери на отражение и поглощение в оптических элементах системы.

Тогда освещенность в области максимумов интерференционной полосы равна

$$E_{\text{max}} = \frac{E_{\text{инт}}}{\int_{-h/2}^{h/2} \int_{-g/2}^{g/2} \cos\left(\frac{\pi x}{T}\right)^2 dx dy} = 3,95 \times 10^4 \text{ Вт/м}^2 \quad (4)$$

Определив координату точки инверсии фазы  $n$ -го порядка интерференционной картины из выражения  $x_1 = \frac{T(2n+1)}{2}$ , определим величину энергетического потока, прошедшего через щель



$$W_2 = \left( \int_{-h/2}^{h/2} \int_{x_1 - \frac{b}{2}}^{x_1 + \frac{b}{2}} E_{maxI} \cos\left(\frac{\pi x}{T}\right)^2 dx dy \right) h b = 4,6 \times 10^{-9} \text{Вт},$$

Определим освещенность в главных максимумах дифракционной картины Френеля. Распределение освещенности на приемнике находится из следующих выражений

$$U(x_2) = \left( \frac{e^{ikz}}{\sqrt{ikz}} \right) \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\pi x}{T} \cdot e^{\frac{-ik(x-x_2)^2}{2z}} dx,$$

$$I(x_2) = U(x_2) \overline{U(x_2)}.$$

Учитывая, что в два главных максимума дифракционной картины попадает 86 % излучения, проходящего через щель, а их границы определяются из выражения  $x_m = \lambda z/b = 0,237 \text{мм}$ , можно определить максимальную освещенность в дифракционной картине

$$E_{maxD} = \frac{(0,86 W_2 / h^2 x_m)}{\int_{-h/2}^{h/2} \int_{-x_m}^{x_m} I(x_2) dx_2 dy} = 1,1 \times 10^{12} \text{Вт/м}^2.$$

Тогда средняя освещенность в главных максимумах будет равна

$$E_{int} = \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{x_m} E_{maxD} I(x_2) dx_2 dy = 4,65 \times 10^{-4} \text{Вт/м}^2,$$

а освещенность пикселей расположенных в окрестности максимумов будет

$$E_p = \int_{-p/2}^{p/2} \int_{max-p/2}^{max+p/2} E_{maxD} I(x_2) dx_2 dy = 1,9 \times 10^{-9} \text{Вт/м}^2,$$

что на несколько порядков меньше порогового значения освещенности ПЗС приемника равного  $E_{пор} \approx 2 \times 10^{-4} \text{Вт/м}^2$  (при времени экспозиции 100 мс). При смещении точки инверсии на 1 мкм в плоскости щели эти величины принимают значения  $4,70 \times 10^{-4}$  и  $1,2 \times 10^{-9} \text{Вт/м}^2$ , что говорит о том, что при такой мощности источника (1 мВт) и времени экспозиции зарегистрировать смещение точки инверсии с разрешением 1 мкм проблематично.

Получить требуемое значение освещенности на пикселе возможно только при увеличении мощности лазера до 100 мВт, размера щели до 80 мкм,

применении вместо ПЗС матрицы ПЗС линейки с размером пиксела  $8,6 \times 200$  мкм - в этом случае изменение освещенности в пикселе равно  $2 \times 10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>. Такое изменение освещенности может быть зафиксировано при увеличении времени экспозиции приемника [25].

Отсюда следует, что измерительная схема приведенная на рисунке 14 не перспективна, так как освещенность в области полученной дифракционной картины слишком мала для проведения измерений с необходимой точностью, а увеличение размера пиксела приемника и ширины щели приводит к падению разрешающей способности и нелинейности между смещением линии инверсии и разностью интенсивностей в максимумах дифракционной картины. Поэтому в следующих разделах главы рассмотрены методы, основанные на выделении нескольких линий инверсии фазы дифракционной или интерференционной картины и позволяющие в несколько раз увеличить освещенность максимумов вторичной дифракционной картины на фотоприемнике.

## **2.2 Математические модели основных схем контроля с развернутой щелевой апертурой, использующих выделение точек инверсии фазы разных порядков**

С целью устранения указанных выше недостатков были разработаны две измерительные схемы для измерения малых угловых перемещений объекта, в которых используется одновременное выделение нескольких точек инверсии фазы разных порядков развернутой щелевой апертурой.

Первая из них основана на выделении точек инверсии фазы интерференционной картины (рисунок 20) [26]. Принцип работы данной схемы заключается в следующем. Отраженный от объекта (4) волновой фронт, созданный когерентным источником излучения (1), падает на бипризму (5), которая формирует в плоскости щели интерференционную картину полос равной ширины. Щель (6), развернутая относительно интерференционных полос на угол  $\alpha$ , пересекает линии инверсии фазы интерференционной картины (рисунок 21). В

результате в плоскости приемника (7) формируется дифракционная картина, содержащая помимо дифракционных полос, эквидистантных краям щели, еще дополнительную систему полос, перпендикулярную дифракционным. Период этих полос связан, как следует из рисунка 21, с периодом интерференционных полос простой зависимостью

$$T = t/\sin(\alpha) \quad (5)$$

где  $T$  – период вторичных полос,

$t$  – период интерференционных полос.

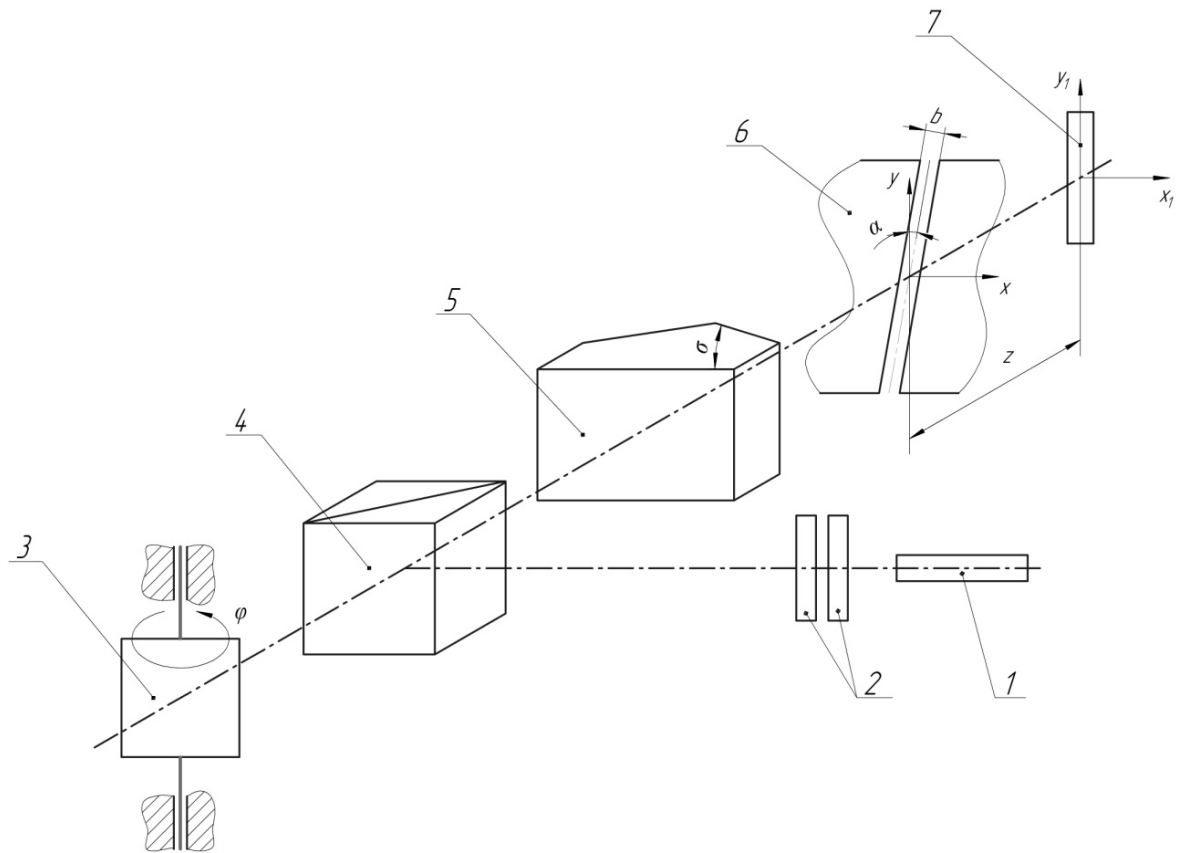
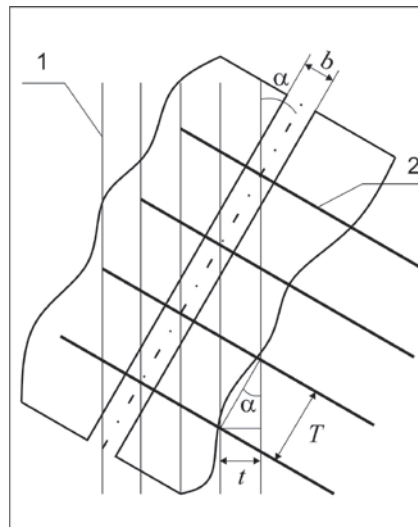


Рисунок 20 Интерференционная схема измерения угловых перемещений с использованием нескольких линий инверсии фазы (1 -лазер; 2 - телескопическая система; 3 -зеркало, закрепленное на контролируемом объекте; 4 - светоделитель; 5 - бипризма Френеля; 6 - развернутая щель; 7 – ПЗС приемник)

Причиной возникновения вторичных полос является то, что при совпадении центра щели и минимума интерференционной картины (точки инверсии фазы) в дифракционной картины фаза меняется на  $\pi$ , в результате в дифракционной картине меняются местами максимумы и минимумы [27]. Когда центр щели совпадает с максимумом интерференционной картины, в дифракционной картине

фаза не меняется, и она имеет классический вид. Промежуточным положениям щели соответствуют определенные значения сдвига фазы в дифракционной картине, которые приводят к плавному изменению интенсивности сигнала в направлении, эквидистантном краю щели.

При изменении угла падения волнового фронта на бипризму, как показано в предыдущем разделе, происходит смещение интерференционной картины. Так как точки инверсии фазы занимают новое положение относительно центра щели, то произойдет пропорциональное смещение и вторичных полос, которое будет, как следует из выражения (5), в  $1/\sin(\alpha)$  больше, чем смещение интерференционной полосы.



*Рисунок 21 Формирование поперечных полос за щелью при выделении линий инверсии развернутой щелью*

Применение такой измерительной схемы позволяет решить ряд проблем, присущих устройству с выделением одной линии или точки инверсии:

- Уменьшить потери при прохождении излучения через элементы измерительной схемы и получить контрастное изображение на приемнике;
- Увеличить диапазон измерения, так как он теперь ограничен не шириной щели, а размером интерференционной картины;
- Увеличить чувствительность измерений благодаря мультипликации сдвига точки инверсии развернутой щелью;

- Увеличить точность измерений благодаря тому, что измеряется не разность сигналов слева и справа от центрального минимума, а смещение вторичных полос. Существующие методы цифровой обработки изображений позволяют оценивать это смещение с погрешностью не более  $1/10$  пиксела матричного фотоприемника;
- Устранить влияние на точность измерения нестабильности мощности излучения лазера.

Также была предложена схема измерения угловых перемещений, основанная на выделении точек инверсии фазы дифракционной картины (рисунок 22). Она более проста по сравнению со схемой, изображенной на рисунке 20, так как световое поле здесь формируется с помощью простой щели. Вторичные полосы на приёмнике в ней формируются при развороте щелей на определенный угол относительно друг друга [29]. Принцип работы аналогичен предыдущей схем, смещение первичной дифракционной картины от щели (6) происходит при наклонном падении волнового фронта в соответствии с теоремой смещения в частотной области [28].

Для того, чтобы доказать возможность практической реализации предлагаемых измерительных схем, необходимо:

- Провести математическое моделирование преобразования световых полей в них и получить аналитическое выражение, описывающее распределение сигнала в плоскости регистрации и доказывающее наличие вторичных полос;
- Провести расчеты, связывающие конструктивные параметры элементов схем с их метрологическими характеристиками;
- Провести энергетические расчеты, подтверждающие возможность получения на приемнике сигнала необходимой мощности.

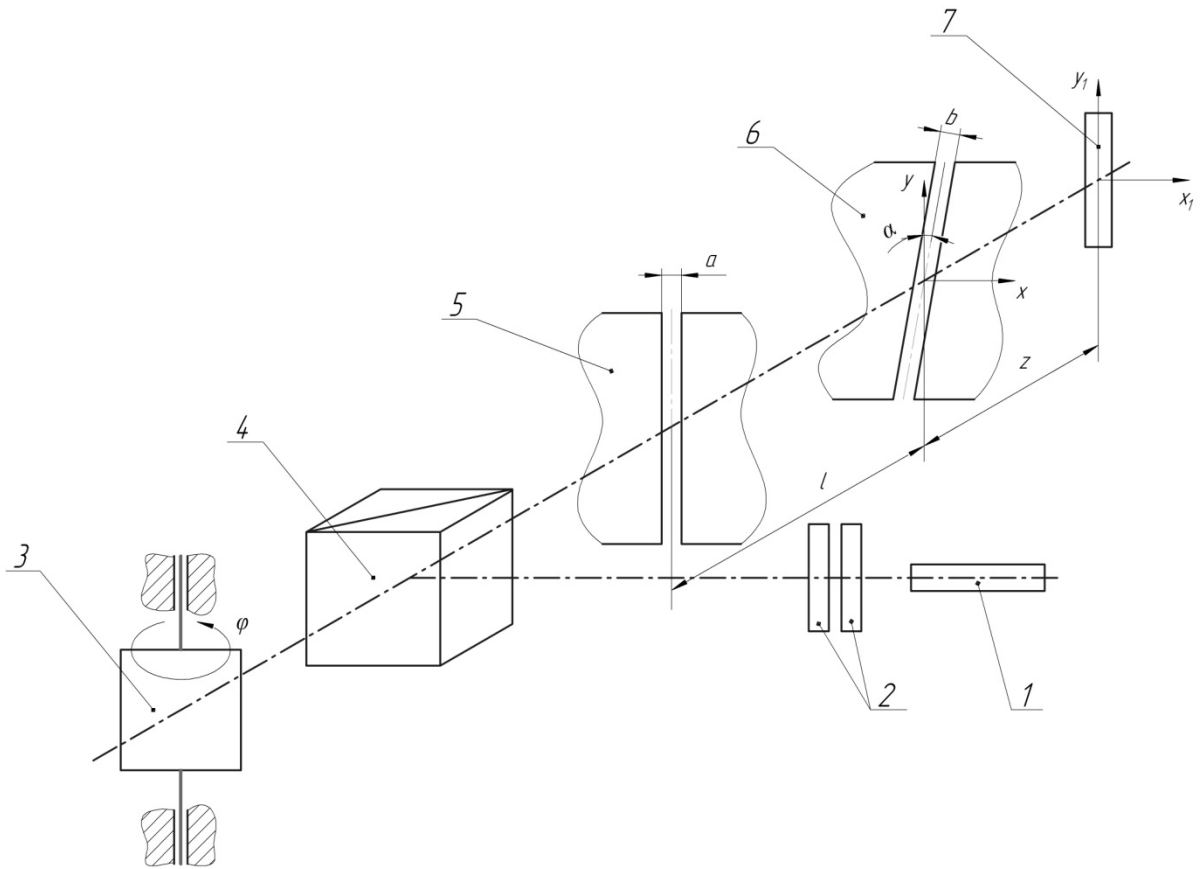


Рисунок 22 Дифракционная схема измерения угловых перемещений с использованием нескольких линий инверсии фазы (1 -лазер; 2- телескопическая система; 3 -зеркало, закрепленное на контролируемом объекте; 4 - светоделитель; 5 –целевая диафрагма; 6 - развернутая целевая диафрагма; 7 - ПЗС приемник)

### 2.2.1 Результаты математического моделирования интерференционной схемы

Рассмотрим, как происходит преобразование светового поля в измерительной схеме, изображенной на рисунке 20.

Однородная плоская волна описывается выражением (6)

$$U = U_0 e^{i\vec{k}\vec{r}} = U_0 e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}, U_0 = \text{const}, \quad (6)$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор;  $\vec{r}$  - радиус-вектор.

Если плоская электромагнитная волна имеет единичную амплитуду  $U_0 = 1$  и распространяется вдоль оси  $z$ , то уравнение (6) принимает вид

$$U = e^{ikz}, \quad (7)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;  $U(x, y) = 1$ .

В первом приближении можно считать, что волновой фронт, формируемый лазером и расширителем лазерного пучка, является плоским. Также, для упрощения расчетов, будем считать, что его амплитуда равна единице. Плоская электромагнитная волна, описываемая выражением (7), падает на бипризму Френеля, которая делит волновой фронт на два, распространяющихся под углом друг другу, что позволяет получить на расстоянии  $l$  за бипризмой интерференционную картину.

Бипризма Френеля можно представить как два симметричных относительно оси  $z$  оптических клина (рисунок 23). Рассмотрим, как преобразует подающую на него плоскую волну оптический клин. Примем боковые поверхности клина параллельными оси  $y$ , а угол при вершине равным  $\delta$ . Тогда уравнение плоскостей, образующих поверхность первого клина, имеют вид [30]:

$$\begin{aligned} z &= \varphi_1 = 0; \\ z &= \varphi_2 = x \operatorname{tg} \delta + a_2 \delta. \end{aligned}$$

Считая, что угол  $\delta$  мал и опуская члены, не зависящие от координат, находим коэффициент фазового преобразования волны клином по формуле (8) (без учета потерь на поглощение в клине):

$$T(x) = e^{ik\delta(n-1)x} \quad (8)$$

Следовательно, оптический клин модулирует падающую на него волну по гармоническому закону, причем пространственная частота модуляции равна  $k\delta(n-1)$ , где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число.

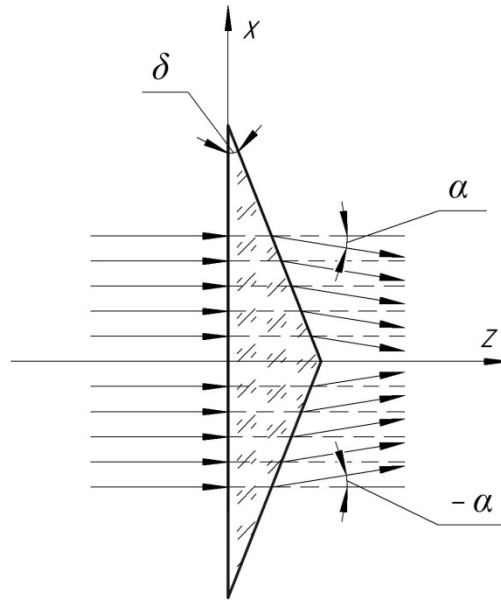


Рисунок 23 Отклонение электромагнитной волны бипризмой Френеля

После деления волны, описываемой выражением (7) на бипризме Френеля, за ней получаем амплитудно-фазовое распределение, описываемое выражением

$$U'_z(x) = U'_1(x) + U'_2(x), \quad (9)$$

где  $U'_1(x)$  – уравнение волны, преломленной на верхней половине бипризмы;  $U'_2(x)$  – уравнение волны, преломленной на нижней половине бипризмы.

Преломленную волну можно описать выражением:

$$U'_1(x) = U \times T(x) = e^{ik \cdot \sin \alpha \cdot x} \quad (10)$$

Уравнение (10) показывает, что клин наклоняет волну на угол  $\alpha = \delta(n - 1)$  по отношению к оси  $z$ . Т.к. углы  $\alpha$  малы, можем считать, что  $U'_1(x) \approx e^{ik \cdot \alpha \cdot x} = e^{ik \cdot \delta(n-1) \cdot x}$ , где  $n$  - показатель преломления материала бипризмы. Соответственно уравнение волны для второго клина отличается только знаком в степени фазового множителя  $U'_2(x) \approx e^{-ik \cdot \alpha \cdot x} = e^{-ik \cdot \delta(n-1) \cdot x}$ .

Зная уравнения волн, падающих на щель, установленную за бипризмой, можно для каждой из них рассчитать распределение амплитуды в плоскости приемника, а затем, складывая их, получить выражение, описывающее распределение амплитуды сигнала в дифракционной картине.



Пусть ширина щели  $b < t = \lambda/2 \delta (n - 1)$ , так как в каждом сечении щели должна выделяться точка инверсии только одного порядка. Амплитудный коэффициент пропускания щели равен  $T(x) = 1$  if  $|x| < b/2$ . Пусть расстояние  $z$  между щелью и приемником будет  $z \geq b^2/\lambda$ , тогда мы получим дифракционную картину Фраунгофера и распределение амплитуды может быть описано интегралом

$$U'(x', y', z) = \frac{k}{2\pi iz} e^{ikz} e^{ik \frac{x'^2 + y'^2}{2z}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(x, y) U(x, y, 0) e^{-i \frac{kx}{z} x' - i \frac{ky}{z} y'} dx dy \quad (11)$$

Отбросив квадратичный множитель  $e^{ik \frac{x'^2 + y'^2}{2z}}$  и интегрируя только по переменной  $x$ , получим

$$\begin{aligned} U'(x') &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} T(x) U'_z(x) \cdot e^{\frac{ikx \cdot x'}{z}} dx \\ U'(x') &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \cdot \left( \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{ik \cdot \delta(n-1) \cdot x} \cdot e^{\frac{ikx \cdot x'}{z}} dx + \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{-ik \cdot \delta(n-1) \cdot x} \cdot e^{\frac{ikx \cdot x'}{z}} dx \right) = \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \cdot \left( \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{ikx \left[ \frac{x'}{z} + \delta(n-1) \right]} dx + \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{ikx \left[ \frac{x'}{z} - \delta(n-1) \right]} dx \right) = \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \cdot \left( \frac{\sin \frac{ka \left( \frac{x'}{z} - \delta(n-1) \right)}{2}}{\frac{ka \left( \frac{x'}{z} - \delta(n-1) \right)}{2}} + \frac{\sin \frac{ka \left( \frac{x'}{z} + \delta(n-1) \right)}{2}}{\frac{ka \left( \frac{x'}{z} + \delta(n-1) \right)}{2}} \right) \\ \text{Т.к. } \frac{\sin x}{x} &= \text{sinc } x \\ U'(x') &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \cdot \left( \text{sinc} \left( \frac{ka \left( \frac{x'}{z} - \delta(n-1) \right)}{2} \right) + \text{sinc} \left( \frac{ka \left( \frac{x'}{z} + \delta(n-1) \right)}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) было получено для случая, когда щель ориентирована параллельно интерференционным полосам. Теперь рассмотрим случай, когда щель будет развернута относительно интерференционных полос на угол  $\alpha$ . Пусть координата  $y$  направлена вдоль краев щели, а координата  $x$  – перпендикулярно к ним. Тогда разворот щели приведет к тому, что ее центр будет при изменении

координаты  $y$  будет смещаться по координате  $x$  на расстояние  $\Delta x = y \sin(\alpha)$ . В этом случае амплитудная функция пропускания щели будет иметь вид

$$T(x + \Delta x) = 1 \text{ if } |x| < b/2.$$

Согласно теореме трансляции для преобразования Фурье [24] при смещении объекта в дифракционном интеграле появляется дополнительный фазовый множитель  $T(x + \Delta x) = e^{i k \Delta x x'} T(x)$ . Тогда в случае разворота щели выражение (13) можно записать как

$$\begin{aligned} U'_p(x', y) &= \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \cdot (e^{ik\left[\frac{x'}{z} + \delta(n-1)\right] \cdot y \sin(\alpha)} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{ikx\left[\frac{x'}{z} + \delta(n-1)\right]} dx + \\ &+ e^{ik\left[\frac{x'}{z} - \delta(n-1)\right] \cdot y \sin(\alpha)} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{ikx\left[\frac{x'}{z} - \delta(n-1)\right]} dx) = \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ikx'}{z} y \sin(\alpha)} \cdot \left( e^{ik\delta(n-1)y \sin(\alpha)} \cdot \frac{\sin \frac{ka\left(\frac{x'}{z} + \delta(n-1)\right)}{2}}{\frac{ka\left(\frac{x'}{z} + \delta(n-1)\right)}{2}} \right) + \\ &+ \left( e^{-ik\delta(n-1)y \sin(\alpha)} \frac{\sin \frac{ka\left(\frac{x'}{z} - \delta(n-1)\right)}{2}}{\frac{ka\left(\frac{x'}{z} - \delta(n-1)\right)}{2}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Первые два множителя выражения (14) можно не учитывать, т.к. при расчете интенсивности они умножаются на комплексно сопряженное значение и в итоге дают значение равное единице. Анализ выражения (14) показывает, что сдвиг щели по-разному влияет на волновые фронты, падающие на щель под разными углами. Знак и величина дополнительного фазового сдвига волны за щелью зависят от знака и величины угла падения волны на щель. Умножая выражение (15) на комплексно сопряженное, получаем выражение для распределения интенсивности (16).

$$U'_p(x', y) = e^{ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \cdot \text{sinc} \frac{ka\left(\frac{x'}{z} + \delta(n-1)\right)}{2} + e^{-ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \cdot$$

$$\cdot \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} \quad (15)$$

Рассчитываем распределение интенсивности на приемнике

$$\begin{aligned}
 I(x', y) &= U'_p(x', y) \overline{U'_p(x', y)} = \\
 &\left[ e^{ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} + e^{-ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} \right] \times \\
 &\left[ e^{-ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} + e^{ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} \right] = \\
 &\left( \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} \right)^2 + \\
 &e^{-2ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} + \\
 &e^{2ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} = \\
 &\sin \alpha \operatorname{sinc} ka x' z + \delta n - 12 \operatorname{sinc} ka x' z - \delta n - 12 + \sin ka x' z - \delta n - 122 = \sin ka x' z + \delta n - 12 \\
 &2 + \sin ka x' z - \delta n - 122 + \sin ka x' z + \delta n - 12 \operatorname{sinc} ka x' z - \delta n - 12 (e^{-2ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} + \\
 &e^{2ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)}) \sin \alpha \quad (16)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим отдельно стоящую в скобках сумму двух экспоненциальных множителей

$$\begin{aligned}
 e^{-2ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} + e^{2ik\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)} &= \cos(2k\delta(n-1) y \sin(\alpha)) - \\
 i \sin(2k\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)) + \cos(2k\delta(n-1) y \sin(\alpha)) + i \sin(2k\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)) &= 2 \cos(2k\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)).
 \end{aligned}$$

Тогда выражение (16) примет вид

$$\begin{aligned}
 I(x', y) &= \\
 &= \left( \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} \right)^2 + \left( \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} \right)^2 + \\
 &+ 2 \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z + \delta(n-1))}{2} \operatorname{sinc} \frac{ka(x'/z - \delta(n-1))}{2} \cos(2k\delta(n-1) y \sin(\alpha))
 \end{aligned}$$

Его анализ показывает, что наличие последнего множителя в третьем слагаемом приводит к периодическому изменению сигнала по координате  $y$  при развороте щели относительно интерференционных полос.

Для вычисления периода этих вторичных полос вычислим, при каких значениях  $y$  этот множитель принимает максимальное значение, и найдем разность между этими значениями для соседних порядков:

$$2 \cos(2k\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha)) = +1,$$

$$2k\delta(n-1) \cdot y \sin(\alpha) = 2\pi m,$$

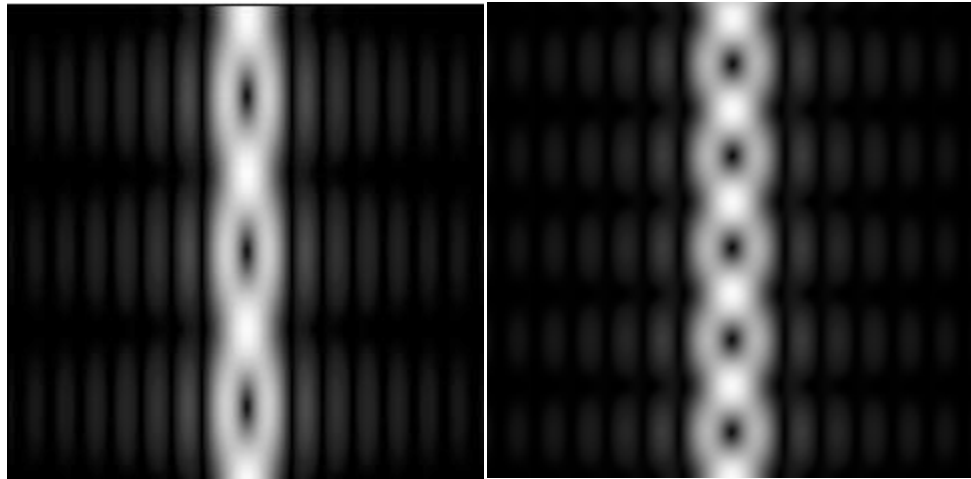
$$y_m = \frac{m\lambda}{2\delta(n-1)\sin(\alpha)},$$

$$T = y_2 - y_1 = \frac{\lambda}{2\delta(n-1)\sin(\alpha)} = \lambda / \sin[\alpha].$$

Выделение точек инверсии разных порядков позволяет увеличить чувствительность предлагаемого метода по сравнению с аналогом, использующим выделение одной точки инверсии. Согласно источникам [31, 32] при использовании матричных приемников можно измерять смещение изображения с чувствительностью порядка  $\Delta T = p/30$ , где  $p$  – размер пиксела приемника. При  $p = 2,2$  мкм минимальное смещение точки инверсии, которое можно зарегистрировать с помощью такой схемы равно  $\Delta t = \Delta T \sin(\alpha) = 0,01$  мкм при  $\alpha = 8$  угл. град. Это на порядок лучше, чем у аналога. Эффективность второго преобразователя оптического сигнала в виде развернутой относительно линий инверсии светового поля на выходе первого преобразователя (бипризмы) можно оценить с помощью коэффициента оптического преобразования смещения [26]  $\Gamma = \Delta T / \Delta t = 1 / \sin(\alpha)$ . Величина  $\Gamma$  может достигать значения 100.

Полученное выражение полностью соответствует ожидаемым результатам, полученным графическим путем с помощью рисунка 21. Результаты математического моделирования дифракционной картины при разных углах наклона щели согласно выражению (16) приведены на рисунке 24. На моделях четко видно периодическое изменение интенсивности по координате  $y$ , вызванное изменением разности хода между волновыми фронтами при смещении щели.

Интересной особенностью вторичных полос является то, что их период не зависит от расстояния между щелью и приемником, а зависит только от угла поворота щели. Последнее позволяет снять требование к точной установке приемника относительно щели. Так как координата  $y$  направлена вдоль щели, то при развороте последней и при отсутствии Фурье объектива между приемником и щелью происходит разворот дифракционной картины относительно приемника, что может привести к появлению погрешности при измерениях. Для устранения последней можно или разворачивать не щель, а бипризму, или установить за щелью цилиндрический Фурье-объектив, выполняющий преобразование Фурье светового поля по координате  $x$ .



*Рисунок 24 Результаты численного моделирования дифракционной картины в плоскости регистрации для щели шириной  $a = 50$  мкм, развернутой на угол  $\alpha = 1^\circ$  и  $\alpha = 3,5^\circ$*

### **2.2.2 Результаты математического моделирования дифракционной схемы**

Аналогично рассмотрим преобразование световой волны в измерительной схеме, изображенной на рисунке 22. Здесь в плоскости второй щели формируется не интерференционная, а дифракционная картина от первой щели. Так как нам требуется получить дифракционную картину в виде полос, то можно отказаться от применения Фурье-объектива и установить вторую щель на расстоянии

$l > a^2/\lambda$ от первой, где  $a$  – ширина первой щели. В этом случае первичная дифракционная картина будет соответствовать картине Фраунгофера за одним исключением – при смещении щели будет меняться не только фаза волны за ней, но и происходить пространственное смещение самой дифракционной картины. Это удобно, так как позволяет развернуть дифракционные полосы относительно второй щели разворотом первой щели.

Пусть волна с амплитудой  $U = e^{ikz}$  падает на первую щель с амплитудным пропусканием

$$T(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| < a/2 \\ 0 & \end{cases}.$$

Тогда за первой щелью распределение амплитуды будет описываться интегралом Френеля

$$U(x') = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x) e^{\frac{ik(x-x')^2}{2l}} dx.$$

Разложим подынтегральное выражение в виде

$$U(x') = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x) e^{\frac{ikx^2}{2l}} e^{\frac{ikx'^2}{2l}} e^{\frac{-ikxx'}{l}} dx.$$

Множитель  $e^{\frac{ikx'^2}{2l}}$  можно вынести за пределы интеграла, так как он не зависит от переменной  $x$

$$U(x') = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} e^{\frac{ikx'^2}{2l}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x) e^{\frac{ikx^2}{2l}} e^{\frac{-ikxx'}{l}} dx. \quad (17)$$

Пусть щель сместится на расстояние  $\Delta$ , тогда амплитудная функция пропускания щели примет вид

$$T(x + \Delta) = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| < a/2 \\ 0 & \end{cases}.$$

Сделаем замену переменной  $x_1 = x + \Delta$ , тогда выражение (17) принимает вид

$$U(x') = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} e^{\frac{ikx'^2}{2l}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_1) e^{\frac{ik(x_1-\Delta)^2}{2l}} e^{\frac{-ik(x_1-\Delta)x'}{l}} dx_1.$$

Снова разложим подынтегральное выражение

$$U(x') = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} e^{\frac{ikx'^2}{2l}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_1) e^{\frac{ikx_1^2}{2l}} e^{\frac{-ikx_1\Delta}{2l}} e^{\frac{ik\Delta^2}{2l}} e^{\frac{-ikx_1x'}{l}} e^{\frac{ik\Delta x'}{l}} dx_1.$$

Множители  $e^{\frac{ik\Delta^2}{2l}}$  и  $e^{\frac{ik\Delta x'}{l}}$  могут быть вынесены за пределы интеграла. Тогда выражение (19) принимает вид

$$U(x') = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} e^{\frac{ikx'^2}{2l}} e^{\frac{ik\Delta^2}{2l}} e^{\frac{ik\Delta x'}{l}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_1) e^{\frac{ikx_1^2}{2l}} e^{\frac{-ikx_1\Delta}{l}} e^{\frac{-ikx_1x'}{l}} dx_1.$$

Если выполняется условие  $l > a^2/\lambda$ , то  $x_1/l < \lambda$  и подынтегральным множителем  $e^{\frac{ikx_1^2}{2l}}$  можно пренебречь, так как он принимает значение близкое к единице. Тогда выражение (17) можно записать в следующем виде

$$U(x') = E \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_1) e^{\frac{ikx_1(x'+\Delta)}{l}} dx_1, \quad (18)$$

где  $E = \frac{e^{ikl}}{\sqrt{i\lambda l}} e^{\frac{ikx'^2}{2l}} e^{\frac{ik\Delta^2}{2l}} e^{\frac{ik\Delta x'}{l}}.$

Отсюда следует, что, при отсутствии Фурье-объектива, поперечное смещение щели приводит к сдвигу дифракционной картины на величину  $\Delta$ , равной смещению щели. Взяв интеграл в выражении (18), получаем аналитическое выражение, описывающее распределение амплитуды в плоскости второй щели

$$U(x') = E a \left( \frac{\sin\left(\frac{ka(x'+\Delta)}{2l}\right)}{\frac{ka(x'+\Delta)}{2l}} \right). \quad (19)$$

При развороте первой щели на угол  $\alpha$  смещение ее центра будет зависеть от координаты  $y$  (ось  $y$  направлена вдоль краев щели)  $\Delta = \sin(\alpha)y$ . Т.о. ее разворот приведет к развороту дифракционной картины относительно второй щели на угол  $\alpha$ . Распределение амплитуды за второй щелью, если расстояние  $z$  удовлетворяет условию формирования дифракционной картины Фраунгофера, будет описываться выражением

$$U(x'', y) = \frac{e^{ikz}}{\sqrt{i\lambda z}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} U(x') e^{\frac{ikx''x'}{z}} dx' = \frac{e^{ikz}}{\sqrt{i\lambda z}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} E a \frac{\sin\left(\frac{ka(x'+\Delta)}{2l}\right)}{\frac{ka(x'+\Delta)}{2l}} e^{\frac{ikx''x'}{z}} dx', \quad (20)$$

где  $z$  – расстояние от второй щели до фотоприемника.

Экспоненциальные множители, входящие в состав функции  $E$  и содержащие  $x'$  можно при выполнении условия  $x_1/z < \lambda$  считать равными единице. Сложнее обстоит дело с  $\text{sinc}$ -функцией, так как интеграл Фурье от нее не берется. Поэтому выражение (20) было разложено в ряд Тейлора в окрестности центра щели  $x' = 0$ .

Так как вторая щель имеет малый размер (40 – 50 мкм), то при разложении функции в ряд можно ограничиться первым членом разложения  $\sin(ka(x' + \Delta)/2l)/(ka(x' + \Delta)/2l) \approx \sin(ka\Delta/2l)/(ka\Delta/2l)$ . Тогда полученное выражение можно вынести за интеграл и, проведя интегрирование, получить выражение для распределения амплитуды в плоскости регистрации

$$U''(x_2, y) = abE' \left( \frac{\sin(ka\Delta/2l)}{ka\Delta/2l} \right) \left( \frac{\sin(kbx''/2z)}{kbx''/2z} \right), \quad (21)$$

где  $E' = \frac{e^{ik(z+l)}}{i\lambda\sqrt{z}} e^{ik\Delta^2/2l} e^{ikx''^2/2z}$ .

Интенсивность тогда получим, умножив (21) на комплексно-сопряженную величину

$$I(x'', y) = I_0 \left( \frac{\sin(ka\Delta/2l)}{ka\Delta/2l} \right)^2 \left( \frac{\sin(kbx''/2z)}{kbx''/2z} \right)^2. \quad (22)$$

Так как  $\Delta = f(y) = y \sin(\alpha)$ , то при изменении координаты множитель  $(\sin(ka\Delta/2l)/ka\Delta/2l)$  будет изменяться по периодическому закону, приводя к появлению дополнительных полос, перпендикулярных к дифракционным. Период вторичных полос можно вычислить, приравняв этот множитель к 0 и найдя разность координат, соответствующих соседним порядкам минимумов

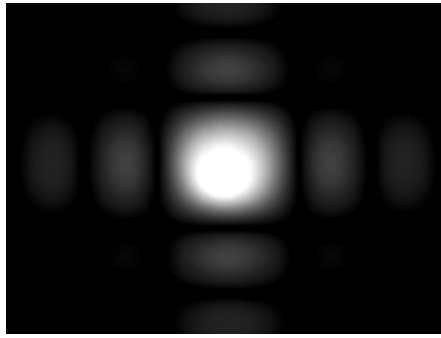
$$ka y \sin \alpha / 2z = \pi n,$$

$$y = n\lambda z / a \sin \alpha,$$

$$T = y_2 - y_1 = \frac{\lambda z}{a \sin \alpha} = \frac{t}{\sin \alpha},$$

где  $t$  – период полос дифракционной картины от первой щели. Полученное выражение полностью соответствует ожидаемым результатам. На рисунке 25 приведен результат численного моделирования вторичной дифракционной картины.





*Рисунок 25 Результат численного моделирования вторичной дифракционной картины для  $a=0,4$  мм,  $b=0,05$  мм,  $l=200$  мм,  $\alpha=5^\circ$ .*

## **2.3 Точностная оценка предложенных схем**

### **2.3.1 Методика расчета конструктивных параметров измерительных схем, использующих для измерения малых угловых перемещений точки инверсии фазы светового поля**

#### **2.3.1.1 Выбор конструктивных параметров интерференционной схемы**

При выборе начальных значений конструктивных параметров схемы измерителя угловых перемещений, использующей для получения точек инверсии фазы бипризму и изображенной на рисунке 20. будем исходить из того, что период полос интерференционной картины должен быть не меньше 50 пикселей приемника [33, 34]. Это позволяет с необходимой точностью измерить период интерференционных полос:

$$t \geq 50 \cdot p,$$

где  $p$  – размер пикселя.

Современные ПЗС имеют минимальный размер пикселя  $p = 2,2$  мкм и  $t \geq 110$  мкм. Зная и длину волны используемого источника излучения  $\lambda$ , можно определить угол между интерферирующими волновыми фронтами  $\theta =$

$\arcsin(\lambda/t_1)$  и преломляющий угол бипризмы  $\delta = \theta/2(n - 1)$ . Для стекла марки К8 ( $n = 1,5164$ ) и  $\lambda = 0,632$  мкм получим  $\delta \approx 18,4'$

Размер интерференционной картины за бипризмой (рисунок 26) равен  $S = 2l \operatorname{tg}(\theta/2)$ . При повороте отражателя интерференционная картина смещается относительно щели, поэтому предельное смещение интерференционной картины относительно щели не должно превышать  $\Delta = \pm S/2 = z \operatorname{tg}(\theta/2)$ . С другой стороны, это смещение равно  $\Delta = z \operatorname{tg}(2\varphi)$ , где  $\varphi$  - угол поворота отражателя. Приравнявая эти два выражения, получаем  $2\varphi = \frac{\theta}{2}$  или  $\varphi = \frac{\theta}{4}$ . Таким образом, при использовании бипризмы, диапазон угловых измерений предлагаемой измерительной схемы ограничен  $\varphi = \pm \frac{\theta}{4}$ . В рассматриваемом случае  $\varphi = \pm 4,75'$ .

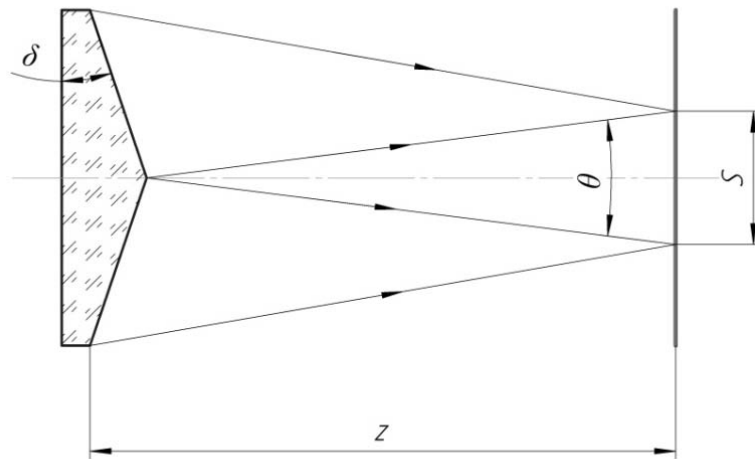


Рисунок 26 Определение размера интерференционной картины за бипризмой

Определим требуемый угол поворота щели  $\alpha$ . Из выражения  $\sin \alpha = \frac{t}{T} = \frac{\Delta t}{\Delta T}$ , где  $\Delta t$  и  $\Delta T$  – смещения интерференционной картины и вторичных полос, видно, что чем меньше  $\sin \alpha$ , тем выше чувствительность схемы. Но с другой стороны, если задать  $T = l$ , где  $l$  - длина ПЗС приемника, а  $T$  - шаг вторичных полос, то определить координаты экстремумов полосы из-за эффекта Гиббса становится проблематично. Поэтому число полос на приемнике  $M$  должно быть  $\geq 3$ . При

использовании ПЗС матрицы с диагональю 1/2 дюйма ее длина  $l = 6,9$  мм и  $T = \frac{l}{M} = 3,3$  мм. Тогда угол наклона щели не должен быть меньше

$$\alpha \geq \arcsin \frac{t}{T} = 2,1^\circ.$$

Для получения на приемнике трех вторичных полос, необходимо, чтобы щели при развороте пересекались как минимум три интерференционные полосы. Отсюда минимальный размер интерференционной картины должен быть равен  $S \geq 3t = 0,33$  мм и минимальное расстояние между бипризмой и щелью не должно быть меньше  $l \geq S/(2\operatorname{tg}(\theta/2)) = 58$  мм. Верхняя граница расстояния между бипризмой и щелью определяется исходя из требуемой чувствительности измерений и габаритов устройства.

Ширина щели  $b$  выбирается исходя из того, чтобы она была меньше так как в ином случае возможно попадание в щель для одной координаты у двух или более точек инверсии. Это приводит к дополнительным интерференционным эффектам, приводящим к невозможности получения контрастных вторичных полос. Моделирование показало, что контрастная вторичная картина наблюдается при  $b = t/2 = 55$  мкм.

Расстояние между щелью и приемником выбирается исходя из того, чтобы ширина вторичного главного дифракционного максимума не превышала ширину приемника  $S_2 = 2\lambda z/b = h$ . При  $h = 4,5$  мм  $z \leq hb/2\lambda = 178$  мм, с другой стороны, моделирование показало, что вторичные полосы имеют более высокий контраст, если выполняется условие дифракции Фраунгофера  $z > b^2/\lambda = 4.7$  мм.

Расчет конструктивных параметров системы измерителя с бипризмой показал, что недостатком данной схемы является малый диапазон измерения, ограниченный величиной преломляющего угла бипризмы. Увеличение этого угла приводит к уменьшению периода интерференционных полос, а следовательно, и к уменьшению ширины щели и падению освещенности изображения на приемнике.

Другим серьезным недостатком при использовании плоского отражателя является требование минимизации расстояния между бипризмой и отражателем, так как при повороте последнего происходит смещение падающего пучка на

бипризме, равное  $\Delta = c \operatorname{tg}(2\varphi)$ , где  $c$  – расстояние от бипризмы до отражателя. Полное исчезновение интерференционной картины произойдет, если  $\Delta > D/2$ , где  $D$  – диаметр светового пучка, падающего на бипризму. В случае, если световой диаметр бипризмы меньше диаметра падающего пучка, допустимое смещение пучка не приводящее к изменению размера будет равно  $\Delta = (D - D_{\text{св}})/2$ . При  $\varphi = 5'$ ,  $D_{\text{св}} = 30$  мм и  $D = 40$  мм расстояние  $c$  должно быть меньше 1600 мм.

Устранить указанные недостатки возможно, используя специальный рычажный отражатель (рисунок 27), использующий уголковые отражатели или призмы [10, 35].

Применение такого отражателя позволяет получить «бегущую» интерференционную картину, границы которой не смещаются относительно приемника. При наклоне основания двухгранных зеркал или призм на угол  $\varphi$  меняется разность хода между волновыми фронтами, отраженными от них в соответствии с выражением  $L = r \sin \varphi$ , где  $L$  – разность хода;  $r$  – база отражателя.

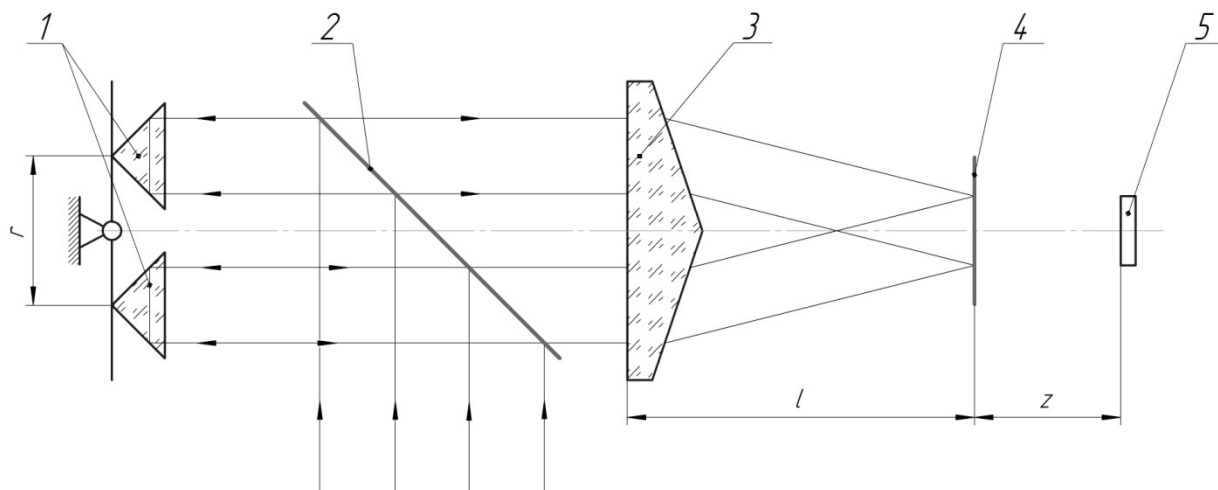


Рисунок 27 Схема измерителя угловых перемещений с рычажным отражателем (1-уголкового отражателя; 2 – светоделителя; 3 – бипризма Френеля; 4 – щелевая апертура; 5 – приемник излучения)

Поворот отражателя не приводит к угловому отклонению отраженных лучей, в результате границы интерференционной картины за бипризмой не смещаются, но смещаются полосы в пределах этих границ – формируется «бегущая» система

интерференционных полос. Шаг интерференционных полос зависит только от преломляющего угла бипризмы и показателя преломления ее материала  $t = \lambda/2\delta(n - 1)$ .

Смещение интерференционной полосы в плоскости щели равно  $\Delta_1 = Nt$ , где  $N = L/\lambda$  - количество интерференционных полос, прошедших через щель. Тогда угол наклона рычага  $\varphi = \arcsin(L/r) = \arcsin(N\lambda/r)$ . Так как  $N = \frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta T}{T}$ , то угол поворота отражателя можно выразить как

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\Delta T}{T} \frac{\lambda}{r}\right).$$

Анализ этого выражения показывает, что в этом случае не требуется точно выставлять расстояние  $l$  между бипризмой и щелью, так как величина смещения интерференционной полосы не зависит от  $l$ . Применение такого отражателя позволяет значительно расширить диапазон угловых измерений до 2-3°. Для дальнейшего увеличения диапазона измерений требуется учесть пространственное смещение отраженных волновых фронтов, приводящее к дополнительному сдвигу интерференционной картины и ошибке измерения угла.

Определим требуемую длину базы отражателя исходя из заданной чувствительности измерительной схемы. При использовании цифровой обработки интерференционной картины можно регистрировать ее сдвиг с чувствительностью  $\delta N < 10^{-3}$  полосы [36]. Если требуется измерять углы поворота отражателя с чувствительностью  $\delta\varphi$  не меньше чем 0,01", то

$$r \geq \frac{\delta N \lambda}{\delta\varphi} = 12,6 \text{ мм.}$$

Остальные параметры измерительной схемы с рычажным отражателем выбираются аналогично схеме с обычным плоским отражателем.

### 2.3.1.2 Выбор конструктивных параметров дифракционной схемы

При расчете измерительной схемы, использующей выделение точек инверсии фазы дифракционной картины (рисунок 22) необходимо выбрать начальные значения следующих конструктивных параметров: расстояния между щелями  $l$ , расстояния от второй щели до приемника  $z$ , ширины щелей  $a$  и  $b$ , угла разворота второй щели  $\alpha$ .

Расстояние между щелями  $l$  должно позволять сформировать дифракционную картину Фраунгофера  $l \geq a^2/\lambda$ , где  $a$  - ширина первой щели. Задавая ширину щели  $a = 0,2$  мм и длину волны излучения источника  $\lambda = 0,632$  мкм, получаем  $l \geq 63,3$  мм. Уточненное значение  $l$  выбирается исходя из требуемой чувствительности измерения и требований к габаритным размерам устройства. Так, если требуется обеспечить чувствительность угловых измерений  $\Delta\varphi = \arctg(\Delta t/2l) = 0.01''$ , где  $\Delta t = 0.01$  мкм – минимальное регистрируемое смещение точки инверсии,  $l$  надо задать равным 100 мм.

Для дифракционной схемы энергетический расчет показал целесообразность регистрации только главного максимума дифракционной картины, т.к. он содержит 86% энергии. В работе [37] была показана возможность применения для измерения положения главного максимума его точек перегиба, поэтому достаточно, чтобы вторая щель пересекала только минимумы первого порядка дифракционной картины. Период дифракционных полос в плоскости второй щели равен  $t = \lambda z/a = 0,316$  мм, а ширина главного максимума первичной дифракционной картины  $S_1 = 2t = 0,732$  мм. Ширина главного максимума вторичной дифракционной картины равна  $S_2 = S_1/\sin \alpha = l$ , где  $l$  – длина ПЗС приемника,  $\alpha$  - угол поворота второй щели. Для  $l = 6,9$  мм (ПЗС матрица с диагональю 1/2 дюйма) угол разворота щели не должен превышать  $\alpha = \arcsin S_1/l = 5,8^\circ$ .

Выбор ширины второй щели  $b$  и расстояния  $z$  между второй щелью и приемником выполняется аналогично предыдущим схемам.

Диапазон измерения дифракционной схемы в случае регистрации только главного максимума будет равен

$$\varphi = \pm \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\Delta T \sin \alpha / z) = \pm \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\Delta t / z)$$

В этом случае максимальное регистрируемое смещение максимума равно  $\Delta t_{\max} = \pm t = 0,316$  мм. Диапазон угловых измерений в этом случае будет равен  $\varphi = \pm 5'$ . Расширить диапазон измерений возможно, регистрируя дополнительные максимумы дифракционной картины. В следующих разделах работы будет проведен энергетический расчет, показывающий возможность этого.

### **2.3.2 Точностные расчеты функциональных схем, реализующих разработанные методы**

#### **2.3.2.1 Точностной расчет функциональной схемы измерительного устройства, использующей выделение точек инверсии фазы интерференционной картины**

Перед проведением точностного расчета выведем закон функционирования измерительной схемы с конструктивными параметрами  $\delta = 20'$ ,  $n = 1,5318$ ,  $\lambda = 0,532$  мкм,  $l = 200$  мм. Согласно проведенным ранее расчетам, диапазон измерения для схемы с такими параметрами будет равен

$$\varphi = \pm 2 \delta (n - 1) / 4 = 5,3'.$$

Смещение полос первичной интерференционной картины в плоскости щели будет равно  $\Delta t = l \operatorname{tg}(2\varphi)$ . Сдвиг первичной интерференционной картины, выраженный в полосах, будет равен  $M = \Delta t / t$ . Сдвиг вторичной дифракционной картины  $\Delta T = \Delta t / \sin \alpha$ . Подставляя полученные формулы и выражая  $\varphi$ , получаем закон функционирования

$$\varphi = \pm \frac{\operatorname{arctg}(Mt/l)}{2} = \pm \frac{\operatorname{arctg}(\Delta T t / T l)}{2} \approx \frac{\Delta T t}{2 T l}. \quad (23)$$

Пусть в качестве приемника будет использована ПЗС матрица с диагональю  $\frac{1}{2}$  дюйма и размером пиксела  $p = 2,2$  мкм, тогда  $T = 3,3$  мм.

На следующем этапе расчета определим количество первичных погрешностей, влияющих на точность измерения угла поворота отражателя, и зададим на них допуски.

1. Погрешность измерения периода первичной интерференционной картины, сформированной бипризмой

$$\delta t = \frac{(\delta x \sqrt{2})}{\sqrt{N}} = 10^{-4} \text{ мм},$$

где  $\delta x = \frac{p}{10} = 2,2 \times 10^{-4}$  мм – погрешность измерения координат минимум полос;  $N=10$  – количество полос, по которым проводится усреднение результата измерения.

2. Погрешность измерения периода полос вторичной картины

$$\delta T = \delta x \sqrt{2} = 3,111 \times 10^{-4} \text{ мм};$$

3. Погрешность измерения смещения вторичной полосы

$$\delta \Delta_2 = \delta x \sqrt{2} = 3,111 \times 10^{-4} \text{ мм};$$

4. Погрешность установки щели относительно бипризмы

$$\delta z = 10^{-2} \text{ мм};$$

5. Теоретическая погрешность, обусловленная изменением угла между интерферирующими волновыми фронтами при изменении угла падения на бипризму

$$\delta \theta = \theta \frac{(n+1) \operatorname{tg}(\varphi)^2}{2n}.$$

Эта погрешность приводит к изменению периода интерференционной полосы

$$\delta t = (-\lambda/\theta^2) \delta \theta;$$

6. Погрешность неустойчивости волны излучения лазера  $\delta \lambda = 10^{-8}$  мм. Она приводит к изменению периода интерференционной полосы  $\delta t = \delta \lambda / \theta$ .

Для расчета суммарной погрешности устройства необходимо рассчитать частичные погрешности, которые связаны с первичными погрешностями



зависимостью  $\delta y = A \delta x$ , где  $A$  – передаточная функция первичной погрешности [41]. Передаточные функции первых четырех погрешностей рассчитываются методом дифференцирования выражения (24) по соответствующему параметру. Погрешности 4 и 6 заданы в неявном виде, поэтому требуется рассчитать по приведенным выше формулам их влияние на погрешность периода интерференционной картины, а уже потом провести дифференцирование (23) по этому параметру. Передаточные функции первичных погрешностей приведены ниже:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\Delta T}{2 T l}, \\ A_2 &= -\frac{\Delta T t}{2 T^2 l}, \\ A_3 &= \frac{t}{2 T l}, \\ A_4 &= -\frac{\Delta T t}{2 T l^2}, \\ A_5 &= -\frac{\Delta T \lambda}{2 T l \theta^2}, \\ A_6 &= \frac{\Delta T}{2 T l \theta}. \end{aligned}$$

Результаты расчета передаточных функций первичных погрешностей приведены в таблице 1.

Далее частичные погрешности складываются в соответствии с правилами сложения случайных и систематических погрешностей [41]

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= |A_5 \delta \theta| + \sqrt{(A_1 \delta t)^2 + (A_2 \delta T)^2 + (A_3 \delta \Delta T)^2 + (A_4 \delta l)^2 + (A_6 \delta \lambda)^2}, \\ \Delta \varphi &= \pm 1,8 \times 10^{-6} = \pm 0,36''. \end{aligned} \quad (24)$$

Анализ таблицы 1 показывает, что наибольшее влияние на погрешность измерения углового смещения объекта оказывает погрешность измерения периода интерференционных полос, которая зависит от выбора способа измерения. Также следует учитывать изменение периода при изменении угла падения волнового фронта на бипризму.

Таблица 1. Результаты расчета передаточных функций первичных погрешностей интерференционного измерителя

Название погрешности ( $\delta q$ )	Обозначение	Тип погрешности	Значение передаточной функции
Погрешность измерения периода интерференционной картины	$\delta t$	случайная	0,018
Погрешность измерения периода дифракционной картины	$\delta T$	случайная	$-4,82 \times 10^{-4}$
Погрешность измерения смещения дифракционной картины	$\delta \Delta T$	случайная	$6,59 \times 10^{-5}$
Погрешность установки щели относительно бипризмы	$\delta l$	случайная	$7,95 \times 10^{-6}$
Погрешность шага интерференционных полос из-за отклонения угла между волновыми фронтами	$\delta \theta$	систематическая	0,26
Погрешность шага интерференционных полос из-за нестабильности лазера	$\delta \lambda$	случайная	2,99

Также представляет интерес вопрос о влиянии на точность измерения изменения температуры окружающей среды. Анализ таблицы 1 показывает, что наибольшее влияние на погрешность измерения оказывает изменение периода полос интерференционной картины. При изменении температуры у бипризмы будет изменяться показатель преломления [42], что приведет к изменению периода  $\delta t = \lambda \delta n_{\Delta t} / \delta(n - 1)^2$ , где  $\delta n_{\Delta t} = \beta \Delta t$  – изменение показателя преломления, вызванное изменением температуры окружающей среды  $\Delta t$ ,  $\beta$  – температурный коэффициент показателя преломления ( $2,8 \times 10^{-6} \text{C}^{-1}$  для стекла К8). При изменении температуры на  $1 \text{ C}^0$  изменение ширины интерференционной полосы составит  $9,2 \times 10^{-7} \text{ мм}$ , что приведет к погрешности измерения угла

$\Delta\varphi = 1.7 \times 10^{-8}$  рад или  $0.003''$ . Отсюда можно сделать вывод, что изменение температуры в пределах  $10\text{ C}^0$  не приведет к увеличению погрешности измерения.

Рассмотрим, как изменится предельное значение погрешности при замене плоского отражателя на рычажный (рисунке 27). Закон функционирования такого измерителя описывается выражением  $\varphi = \arcsin\left(\frac{\Delta T}{T} \frac{\lambda}{r}\right)$ . Примем длину рычага равной  $r = 30\text{ мм}$ , а показатель преломления материала отражающих призм  $n = 1,5$ .

Анализ схемы показал, что на точность измерения влияют следующие первичные погрешности:

1. Погрешность длины рычага отражателя. При использовании компенсатора он может быть выставлен с погрешностью порядка  $\delta r = \pm 0.005\text{ мм}$ ;
2. Погрешность измерения периода дифракционных полос вторичной картины  $\delta T = \delta x \sqrt{2} = 3,111 \times 10^{-4}\text{ мм}$ ;
3. Погрешность измерения перемещения вторичной полосы  $\delta \Delta T = \delta x \sqrt{2} = 3,111 \times 10^{-4}\text{ мм}$ ;
4. Нестабильность длины волны лазерного источника  $\delta \lambda = 10^{-8}\text{ мм}$ ;
5. Погрешность установки отражателя перед началом измерения, которая возникает, если отраженный призмами волновой фронт падает на бипризму не под прямым углом  $\delta\varphi_1 = \varphi - (\arcsin(\sin(\varphi_0) + \varphi) - \varphi_0)$ , где  $\varphi_0$  – погрешность установки;
6. Разность длины хода луча в призмах отражателя, вызванная несовпадением их геометрических размеров  $\delta\varphi_2 = \varphi - \left( \arcsin\left(\sin(\arctg(\delta h/rn))\right) + \varphi / \cos(\arctg(\delta h/rn)) \right) - -\arctg(\delta h/rn)$ , где  $\delta h$  – разность высот призмы,  $n$  – показатель преломления материала призм. В нашем случае высоты призм равны  $7,5\text{ мм}$  и при выполнении линейных размеров призм по 12 качеству их разность не превысит  $0,15\text{ мм}$ .

Отклонение прямых углов призм отражателя приводит к изменению угла, под которым сходятся интерферирующие волновые фронты, и изменению

периода вторичных полос. Но так как эта погрешность систематическая, то она компенсируется измерением периода вторичных полос перед началом работы. Результаты расчета передаточных функций первичных погрешностей приведены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты расчета передаточных функций измерителя при использовании рычажного отражателя

Название погрешности ( $\delta q$ )	Обозначение	Тип погрешности	Значение передаточной функции
Погрешность длины плеча рычага	$\delta r$	случайная	$5 \times 10^{-5}$
Погрешность измерения периода дифракционной картины	$\delta T$	случайная	$6.7 \times 10^{-4}$
Погрешность измерения смещения дифракционной картины	$\delta \Delta T$	случайная	$7.9 \times 10^{-6}$
Погрешность длины волны из-за нестабильности лазера	$\delta \lambda$	случайная	2.82
Погрешность установки отражателя	$\varphi_0$	систематическая	-
Разность геометрических размеров призм отражателя	$\delta h$	систематическая	-

Расчет предельной погрешности дал следующий результат

$$\Delta \varphi = |\delta \varphi 1| + |\delta \varphi 2| + \sqrt{(A_1 \delta r)^2 + (A_2 \delta T)^2 + (A_3 \delta \Delta T)^2 + (A_4 \delta \lambda)^2} =$$

$$= \pm 3,6 \times 10^{-7} \approx \pm 0,07'', \quad (25)$$

при условии, что погрешность установки отражателя перед проведением измерения не превышает  $20'$ .

Расчет по полученной формуле для диапазона измерения  $\varphi = \pm 1^\circ$  дал результат  $\Delta \varphi = \pm 1,4''$ .

Из расчетов следует, что применение рычажного отражателя позволяет значительно увеличить точность измерений, а также уменьшить габариты устройства, т.к. отпадает необходимость увеличивать расстояние  $l$  между щелью и бипризмой для увеличения чувствительности.

### **2.3.2.1 Точностной расчет функциональной схемы измерительного устройства, использующей выделение точек инверсии фазы дифракционной картины**

Аналогично проведем расчет суммарной погрешности измерительной схемы с двумя скрещенными щелями. Закон функционирования такой схемы описывается выражением, аналогичным выражению (23)

$$\varphi = \pm \frac{\arctg(\Delta T t / T l)}{2} = \pm \frac{\arctg(\Delta T \lambda / a T)}{2} \approx \frac{\Delta T \lambda}{2 a T}, \quad (26)$$

где  $t = 2 \lambda l / a$  – ширина главного максимума дифракционной картины от первой щели;  $T = t / \sin(\alpha)$  – ширина главного максимума дифракционной картины за второй щелью;  $\Delta T$  – смещение главного максимума вторичной дифракционной картины.

В качестве начальных значений конструктивных параметров примем  $a = 0,2$  мм,  $\alpha = 6$  угл. град.,  $l = 100$  мм,  $\varphi = \pm 5'$ .

На точность измерения угла поворота отражателя влияют следующие первичные погрешности измерителя:

1. Погрешность установки ширины первой щели  $\delta a_1 = 5 \times 10^{-4}$  мм;
2. Погрешность формы краев первой щели  $\delta a_2 = 2,5 \times 10^{-4}$  мм;
3. Погрешность измерения размера главного максимума вторичной дифракционной картины  $\delta t = \delta x \sqrt{2} = 3,111 \times 10^{-4}$  мм;
4. Погрешность измерения сдвига максимума вторичной дифракционной картины  $\delta \Delta T = \delta x \sqrt{2} = 3,111 \times 10^{-4}$  мм;
5. Нестабильность длины волны излучения лазера  $\delta \lambda = 10^{-8}$  мм;

6. Погрешность установки второй щели относительно первой  $\Delta l = 10^{-2}$  мм;
7. Косинусная ошибка (теоретическая) [43], вызванная наклонным падением волнового фронта на щель и приводящая к расширению щели (рисунок 28) в соответствии с выражением  $\delta a_3 = a - a/\cos \varphi = 2.3 \times 10^{-7}$  мм;
8. Теоретическая погрешность, обусловленная допущениями математической модели – интегральные выражения для дифракции Френеля и Фраунгофера выведены исходя из упрощения, согласно которому дифракционная картина рассчитывается на сфере радиуса  $l$ , а не на плоскости [44], как происходит на самом деле (рисунок 29). Такое допущение приводит к погрешности определения координат точек дифракционной картины и к погрешности измерения смещения этих точек (рисунок 30), равной в плоскости первичной дифракционной картины  $\delta \Delta t = z(\operatorname{tg}(\varphi) - \sin \varphi)$ . Приводя эту погрешность в плоскость вторичной дифракционной картины, получим

$$\delta \Delta T = z(\operatorname{tg}(\varphi) - \sin \varphi) / \sin(\alpha) = 1,6 \times 10^{-6} \text{ мм.}$$

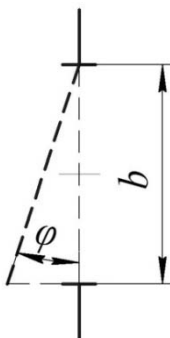


Рисунок 28 Уширение щели при наклонном падении светового пучка

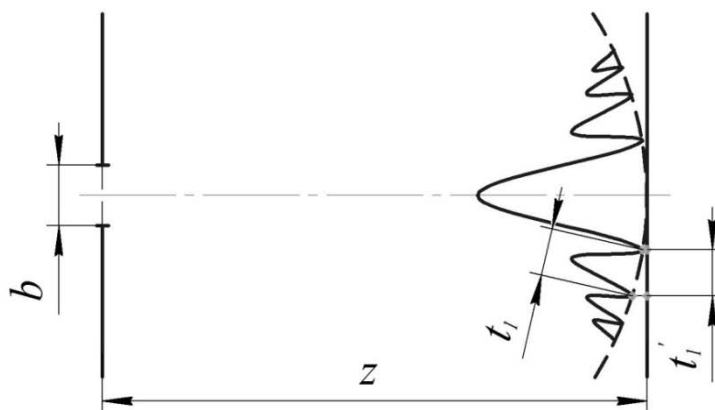
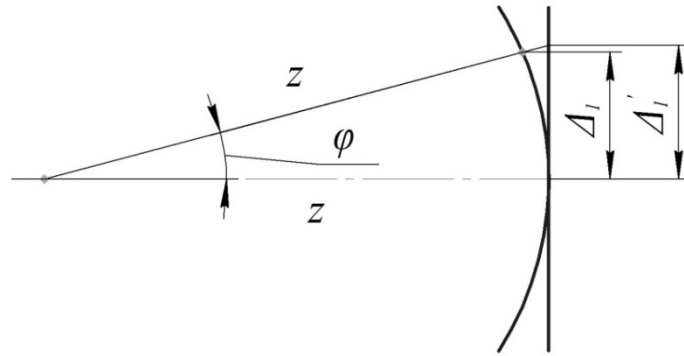


Рисунок 29 Формирование дифракционной картины на сфере при моделировании дифракционной картины



*Рисунок 30 Расчет теоретической погрешности, обусловленной упрощениями математической модели*

Передаточные функции всех перечисленных погрешностей могут быть рассчитаны методом дифференцирования, так как конструктивные параметры, на которые они оказывают влияние, присутствуют в выражении (25) в явном виде. Результаты расчета передаточных функции первичных погрешностей приведены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты расчета передаточных функций первичных погрешностей дифракционного измерителя угловых перемещений

Название погрешности ( $\delta q$ )	Обозначение	Тип погрешности	Значение передаточной функции
Погрешность ширины щели	$\delta a_1$	случайная	$7,5 \times 10^{-3}$
Погрешность края щели	$\delta a_2$	случайная	$7,5 \times 10^{-3}$
Погрешность измерения ширины максимума вторичной дифракционной картины	$\delta T$	случайная	$5,9 \times 10^{-4}$
Погрешность измерения сдвига максимума дифракционной картины	$\delta \Delta T$	случайная	$5,2 \times 10^{-4}$
Нестабильность длины волны лазера	$\delta \lambda$	случайная	2,82
Погрешность установки щелей	$\delta z$	случайная	$1,5 \times 10^{-5}$
Косинусная погрешность	$\delta a_3$	систематическая	$7,5 \times 10^{-3}$
Теоретическая погрешность, вызванная допущениями математической модели	$\delta \Delta T$	систематическая	$5,2 \times 10^{-4}$

Определим суммарную погрешность измерения угла поворота отражателя

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_1 &= |A_3\delta a_3| + |A_2\delta\Delta_{22}| + \\ &+ \sqrt{(A_1\delta t_2)^2 + (A_2\delta\Delta_2)^2 + (A_3\delta a_1)^2 + (A_3\delta a_2)^2 + (A_4\delta\lambda)^2 + (A_5\delta l)^2} = \\ &= 4,2 \times 10^{-6} = 0,9".\end{aligned}\quad (27)$$

Точностной расчет измерительной схемы с двумя щелями показал, что на точность измерения угла очень сильно влияют погрешности изготовления первой щели. Для достижения точности, сопоставимой с точностью интерференционной схемы, необходимо измерять щель с погрешностью менее 0,1 мкм. Теоретические погрешности при малых диапазонах измерения оказывают ничтожное влияние на отклонение результата измерения. Недостатком схемы является невозможность перейти от измерения ширины щели к непосредственному измерению ширины первичных дифракционных полос, так как трудно совместить плоскости установки второй щели и приемника.

При изменении температуры окружающей среды будет меняться ширина первой щели. Расчеты показывают, что ее изменение при условии, что ножи щели изготовлены из стали, а изменение температуры равно  $1\text{C}^0$  составит приблизительно 0,2 мкм. Это приведет к дополнительной погрешности измерения углового перемещения, равной 0,3", что существенно. Поэтому данная схема требует либо учета изменения температуры окружающей среды путем алгоритмической коррекции [41], либо установки в плоскости щели дополнительного приемника излучения, позволяющего оперативно измерять текущее значение ширины полосы первичной дифракционной картины.



### 2.3.2.3 Влияние расходимости лазерного излучения на погрешность измерения

Выполненный точностной расчет показал, что очень большое влияние на результат измерения оказывает погрешность измерения периода первичной интерференционной (дифракционной) картины. Во всех предыдущих расчетах было сделано допущение, что волновой фронт, формирующий первичное световое поле в плоскости щели, является плоским. Поэтому следует рассмотреть, как на период первичных полос влияет расходимость лазерного пучка.

В случае применения газового одномодового He-Не лазера, излучаемый пучок можно считать гауссовым и привязка волнового фронта на расстояние зот его перетяжки (минимальной ширины гауссова пучка) может быть рассчитана по формуле

$$R(z) = z \times \left( 1 + \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right),$$

где  $\omega_0$  - диаметр перетяжки [45].

Если для полученной интерференционной картины используется бипризма с углом отклонения  $\theta$ , то мы получим интерференцию от двух мнимых источников, разнесенных на расстояние

$$2a = \sin \theta L,$$

где  $L = R$  - положение мнимого источника относительно плоскости интерференционной картины (рисунок 31).

При интерференции сферических волн радиуса  $R$ , координаты максимумов могут быть рассчитаны по формуле:

$$y_m = \sqrt{\left( 1 + \frac{L^2}{a^2 - \left( \frac{m\lambda}{2} \right)^2} \right) \left( \frac{m\lambda}{2} \right)^2},$$

где  $m$  — порядок максимума.

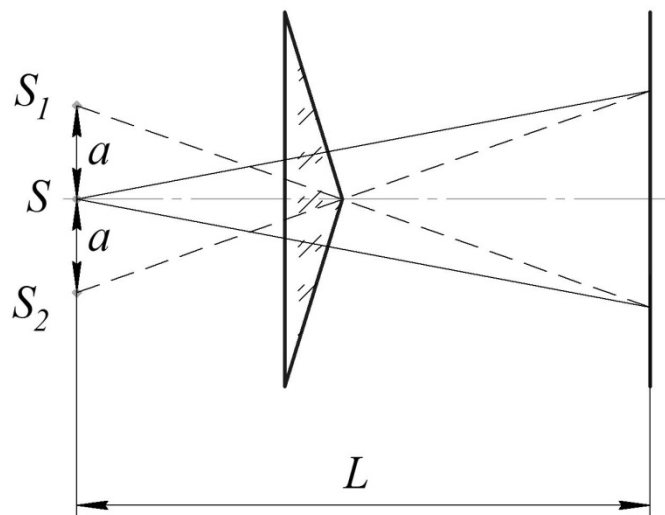


Рисунок 31 Положение мнимых источников ( $S_1$  и  $S_2$ ) относительно плоскости интерференционной картины

При использовании данной схемы для измерения угла в пределах  $\varphi = \pm 0,5^\circ$  и при расстоянии между бипризмой и щелью  $l = 300$  мм регистрация точек инверсии фазы будет проводиться в интерференционных порядках, имеющих максимальное значение

$$m = \pm \frac{tg 2\varphi \times l}{t} \approx \pm 50$$

Тогда период интерференционной полосы порядка  $m$  равен  $t = y_m - y_{m-1}$ , а отклонение периода интерференционной картины из-за сферичности интерферирующих волновых фронтов  $\Delta t = t - t'$ , где  $t'$  - период, рассчитанный для случая интерференции плоских волн. Расчет показывает, что методическая погрешность, обусловленная расходимостью пучка, не превышает  $\Delta t = 10^{-5}$  мм и ей можно пренебречь в расчетах.

В случае дифракционной схемы с двумя последовательно размещенными щелями освещение входной щели пучком, описываемым функцией Гаусса, приводит к тому, что на выходе щели, распределение амплитуды принимает вид

$$U_{\text{вх}}(x) = \frac{\omega_0}{R} e^{\frac{-x^2}{R^2}} e^{ik(\sqrt{R^2 - x^2})}$$

Расчет распределения интенсивности за щелью показал, что происходит уширение дифракционной картины в соответствии с выражением

$$\Delta x = \frac{2}{a} \times \frac{b_1 \beta \sin \beta}{\frac{b_0}{2} (\pi^2 + \beta^2) + b_1 (\pi^2 \cos \beta - \beta \sin \beta)},$$

где  $b_n = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{-\pi^2 n^2}{16}}$  – коэффициенты разложения функции  $U_{\text{вх}}(x)$  в ряд Фурье;  
 $\beta = \frac{\pi a}{4R}$ ;  $a$  – ширина щели;  $R$  – привязка волнового фронта, падающего на щель.

Расчет по указанной формуле показывает, что при  $R > 500$  мм, изменение периода дифракционной картины  $\Delta x$  не более  $10^{-7}$  мм, чем можно пренебречь в расчетах.

### 2.3.3 Энергетические расчеты измерительных схем

#### 2.3.3.1 Энергетический расчет измерительной схемы, использующей выделение точек инверсии фазы интерференционной картины

Рассмотрим, какой выигрыш в освещённости регистрируемого изображения дает выделение сразу нескольких точек инверсии фазы разных порядков. Для этого воспользуемся расчетами, проведенными в разделе 2.1.2. Выражение (4) позволяет определить освещенность в плоскости щели. Для определения светового потока, прошедшего через развернутую щель воспользуемся выражением

$$W_2 = \left( \int_{-h/2}^{h/2} \int_{y \sin(\alpha) - \frac{b}{2}}^{y \sin(\alpha) + \frac{b}{2}} E_{\text{max}I} \cos\left(\frac{\pi x}{t}\right)^2 dx dy \right) h b = 1,5 \times 10^{-8} \text{ Вт.}$$

Распределение освещенности на приемнике находится из следующих выражений

$$U(x_2, y) = \left( \frac{e^{ikz}}{\sqrt{ikz}} \right) \int_{\frac{b}{2} + y \sin(\alpha)}^{\frac{b}{2} + y \sin(\alpha)} \cos(\pi x/t) \cdot e^{\frac{-ik(x-x_2)^2}{2z}} dx,$$

$$I(x_2, y) = U(x_2, y) \overline{U(x_2, y)}.$$

Учитывая, что в главный максимум дифракционной картины попадает 86 % излучения, проходящего через щель, а их границы определяются из выражения  $x_m = \lambda z/b$  мм, определим максимальную освещенность в дифракционной картине

$$E_{maxD} = \frac{(0.86 W_2/h^2 x_m)}{\int_{-h/2}^{h/2} \int_{-x_m}^{x_m} I(x_2) dx_2 dy} = 9,5 \times 10^{11} \text{ Вт/м}^2.$$

Освещенность пикселей расположенных в окрестности максимумов вторичных полос будет равна

$$E_p = \int_{\rho-p/2}^{\rho+p/2} \int_{-p/2}^{+p/2} E_{maxD} I(x_2, y) dx_2 dy = 1,3 \times 10^{-8} \text{ Вт/м}^2,$$

где  $\rho$  - координата центра пиксела.

Полученное значение освещенности на порядок больше чем в случае выделения только одной линии инверсии фазы интерференционной картины. Но и в этом случае требуется или увеличивать размеры щели, пикселей приемника и мощности лазера для достижения необходимого значения освещенности. Так, при увеличении мощности лазера до 60 мВт и ширины щели до 70 мкм освещенность на пикселе размером  $3,2 \times 3,2$  мкм увеличится до  $5,93 \times 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$ , а разность освещенностей на этом пикселе при смещении интерференционной картины на 1 мкм составит  $1 \times 10^{-8} \text{ Вт/м}^2$ .

Использовать для регистрации сдвига интерференционной картины максимумы и минимумы интерференционной или дифракционной картины неудобно из-за их малой чувствительности к смещениям – в их окрестности  $dI(x)/dx \approx 0$ . Поэтому в существующих системах регистрации интерференционных картин кроме сдвига экстремумов измеряют и смещение точек перегиба, в которых  $dI(x)/dx = \max$ . Оценим, как меняется освещенность в этих точках при смещении точки инверсии.

Координаты точек инверсии можно определить, продифференцировав дважды выражение  $\cos(2k\delta(n-1)y \sin(\alpha))$  по  $y$ , приравняв его к 0 и решив полученное уравнение. Тогда координаты точек перегиба могут быть найдены как

$$y = \frac{(2m + 1)\lambda}{8\delta(n - 1)\sin(\alpha)},$$

где  $m$  – порядок полосы.

Принимая  $\rho = y$ , получаем освещенности на пикселе, равные соответственно  $3 \times 10^{-6}$  и  $2,8 \times 10^{-6}$  Вт/м<sup>2</sup> для исходного и смещенного положений интерференционной картины. Большую разность освещенностей можно получить при увеличении размера пикселя до 5 мкм – она составит  $5 \times 10^{-7}$  Вт/м<sup>2</sup>.

При увеличении времени экспозиции изображения со 100 мс до 600 мс пороговая чувствительность приемника уменьшится с  $2 \times 10^{-4}$  Вт/м<sup>2</sup> до  $2 \times 10^{-7}$  Вт/м<sup>2</sup> что позволит зарегистрировать сдвиг вторичных полос, но в этом случае необходимо ужесточать требования к условиям проведения измерения и жесткости конструкции измерительного устройства. Также при расчетах необходимо учитывать потери на отражение и пропускание в оптических деталях измерительной схемы.

### 2.3.3.2 Энергетический расчет измерительной схемы, регистрирующей точки инверсии фазы дифракционной картины

Аналогично рассчитаем освещенность на пикселе приемника, находящегося в области главного максимума вторичной дифракционной картины в случае использования измерительной схемы с двумя скрещенными щелями. Исходные данные для расчета пусть соответствуют данным приведенным в разделе 2.1.2. Ширина первой щели  $a = 0,2$  мм, расстояние между щелями  $l = 200$  мм. Величина потока, прошедшего через первую щель  $a$  равна

$$W_1 = \tau W_{\text{л}} \frac{S_a}{S_{\text{пуч}}} = 8,5 \times 10^{-6} \text{ Вт},$$

где  $W_{\text{л}}$  – величина энергетического потока, излучаемого лазером;  $\tau$  – потери на отражение и поглощение в оптических деталях (на первом этапе расчета не учитываем);  $S_{\text{пуч}}$  – площадь светового пучка лазера;  $S_a$  – площадь щели, через которую проходит излучение лазера.

Будем считать, что 86% прошедшей через первую щель энергии сосредоточено в главном максимуме первичной дифракционной картине. Тогда интегральная освещенность главного максимума равна:

$$E_{\Sigma 1} = 0,86W_1/S_{\text{глав}1},$$

$$S_{\text{глав}1} = \frac{2\lambda l}{a}d.$$

Нам известно, как распределена освещенность в главном максимуме, что позволяет выразить интегральную освещенность как

$$E_{\Sigma 1} = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \int_{-\frac{\lambda l}{a}}^{\frac{\lambda l}{a}} E_{\text{max}} \frac{\sin^2\left(\frac{kax}{2l}\right)}{\left(\frac{kax}{2l}\right)^2} dx dy.$$

Приравнявая полученные выражения и выражением из них максимальное значение освещенности  $E_{\text{max}}$

$$E_{\text{max}} = \frac{0.86W_1 S_{\text{глав}1}}{\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \int_{-\frac{\lambda l}{a}}^{\frac{\lambda l}{a}} \frac{\sin^2\left(\frac{kax}{2l}\right)}{\left(\frac{kax}{2l}\right)^2} dx dy} = 1,6 \times 10^4 \text{ Вт/м}^2.$$

Энергетический поток, прошедший через вторую щель, развернутую на угол  $\alpha$  относительно первой, может быть найден из выражения

$$W_2 = S_b \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \int_{y \sin(\alpha) - \frac{b}{2}}^{y \sin(\alpha) + \frac{b}{2}} E_{\text{max}} \frac{\sin^2\left(\frac{kax}{2l}\right)}{\left(\frac{kax}{2l}\right)^2} dx dy = 3,7 \times 10^{-9} \text{ Вт}$$

где  $S_b$  – площадь освещенного участка второй щели.

Будем считать, что 86% прошедшей через вторую щель энергии сосредоточено в главном максимуме вторичной дифракционной картине. Тогда интегральная освещенность главного максимума равна

$$E_{\Sigma 2} = 0,86W_2/S_{\text{глав}2}.$$

Полагая, что сечение вторичного максимума имеет форму близкую к эллипсу, его площадь находим из выражения

$$S_{\text{глав}2} = \frac{\pi \lambda l}{a \sin \alpha} \frac{\lambda z}{b},$$

где  $z$  – расстояние от второй щели до приемника.

Аналогично расчету освещенности в плоскости второй щели находим максимальное значение освещенности

$$E_{\max 2} = \frac{0,86W_2/S_{\text{элmax}2}}{\int_{\frac{-\lambda l}{a \sin \alpha}}^{\frac{\lambda l}{a \sin \alpha}} \int_{\frac{-\lambda z}{b}}^{\frac{\lambda z}{b}} \frac{\sin^2\left(\frac{kay}{2l \sin \alpha}\right)}{\left(\frac{kay}{2l \sin \alpha}\right)^2} dx dy} = 4,4 \times 10^4 \text{ Вт/м}^2.$$

При регистрации точки перегиба дифракционной картины координаты последней могут быть найдены из уравнения  $kay/l \sin \alpha = 2,606$ , откуда  $y = 2,606l \sin \alpha / ka$ .

Тогда освещенность на пикселе, координата которого совпадает с точкой перегиба равна

$$E_p = \int_{\frac{-2,606l \sin \alpha}{ka} - \frac{p}{2}}^{\frac{2,606l \sin \alpha}{ka} + \frac{p}{2}} \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} E_{\max 2} \frac{\sin^2\left(\frac{kay}{2l \sin \alpha}\right)}{\left(\frac{kay}{2l \sin \alpha}\right)^2} dx dy = 3 \times 10^{-7} \text{ Вт/м}^2.$$

На соседнем пикселе освещенность будет

$$E_{p+1} = \int_{\frac{-2,606z \sin \alpha}{ka} - \frac{3p}{2}}^{\frac{2,606z \sin \alpha}{ka} - \frac{p}{2}} \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} E_{\max 2} \frac{\sin^2\left(\frac{kay}{2z \sin \alpha}\right)}{\left(\frac{kay}{2z \sin \alpha}\right)^2} dx dy = 3,5 \times 10^{-7} \text{ Вт/м}^2.$$

При увеличении ширины второй щели до 70 мкм и увеличении мощности лазера до 20 мВт освещенности на соседних пикселах составляют  $5,5 \times 10^{-5}$  и  $6,5 \times 10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>, что позволяет, при правильном выборе экспозиции, разрешить эти два соседних пиксела.

Регистрация только главного максимума вторичной дифракционной картины позволяет получить необходимое значение освещенности на приемнике, но сильно ограничивает диапазон угловых измерений.

## 2.4 Выводы по главе 2

Во второй главе были проведены расчеты, показавшие перспективность использования точек (линий) инверсии светового поля для проведения угловых измерений. Использование для их регистрации второго преобразователя светового поля в виде щели позволяет по изменению дифракционной картины на его выходе оценивать сдвиг точек инверсии с чувствительностью до 0.1 мкм, что позволяет измерять угловые перемещения, величина которых порядка 0.01".

К сожалению, энергетический расчет показал, что при выделении одной линии инверсии фазы дифракционной или интерференционной картины величина светового потока, проходящего через щель, очень мала. Увеличение размера второй щели приводит к уменьшению чувствительности схемы, поэтому получить необходимое значение освещенности на приемнике, при котором возможно регистрировать смещение точки инверсии с указанной выше чувствительностью проблематично.

Для устранения указанных недостатков были предложены две измерительные схемы, реализующие одновременное выделение нескольких точек инверсии фазы светового поля на выходе первичного преобразователя. В первой из них первичное световое поле формировалось с помощью интерференционного элемента (бипризмы), во второй – с помощью дифракционного (щели). Выделение нескольких точек осуществлялось с помощью разворота второго преобразователя (щели).

Были получены математические модели, описывающие преобразование световых полей в данных измерителях. Анализ этих моделей показал, что вторым преобразователем формируется дифракционная картина, которая содержит дополнительную систему полос с шагом  $T = t/\sin(\alpha)$ . При смещении точек инверсии фазы происходит смещение вторичных полос на величину  $\Delta T = \Delta t/\sin(\alpha)$  намного превышающую смещение точек инверсии. Это позволяет регистрировать смещения точек инверсии порядка 0,1 мкм. Достоинством предложенных схем является увеличенный диапазон измерений по сравнению с



аналогом, практически линейная зависимость между изменением входного и выходного сигнала.

Также были проведены точностные и энергетические расчеты. Точностные расчеты показали, что предложенный способ измерения позволяет измерять угловые перемещения с погрешностью до  $0,4''$ . Энергетический расчет показал возможность осуществления измерений при применении достаточно мощного лазерного источника излучения и правильном выборе времени экспозиции приемника. Для схемы, использующей регистрацию точек инверсии интерференционной картины, для достижения расчетного значения точности необходимо значительно увеличить время экспозиции (до 600 мс), что ограничивает применение установки в режиме реального времени. Для схемы, использующей регистрацию точек инверсии дифракционной картины, благодаря выделению только главного максимума время экспозиции можно уменьшить до 200 мс, что повысит быстродействие, но ее серьезным недостатком является большая погрешность измерений из-за требований к точности изготовления щели и меньшая чувствительность из-за большого размера главного максимума дифракционной картины. Последнее ограничивает угол поворота щели, а значит и чувствительность.

## ГЛАВА 3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДМК, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ЛИНИИ ИНВЕРСИИ ФАЗЫ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

### 3.1 Программа экспериментальных исследований и описание установки для проверки основных положений и выводов теоретической части работы

#### 3.1.1 Описание экспериментальной установки для измерения угловых перемещений по точкам инверсии фазы интерференционной картины

Для проверки предлагаемых теоретических положений была собран макет экспериментальной установки, функциональная схема которого приведена на рисунке 32. Фотография экспериментальной установки приведена на рисунке 33.

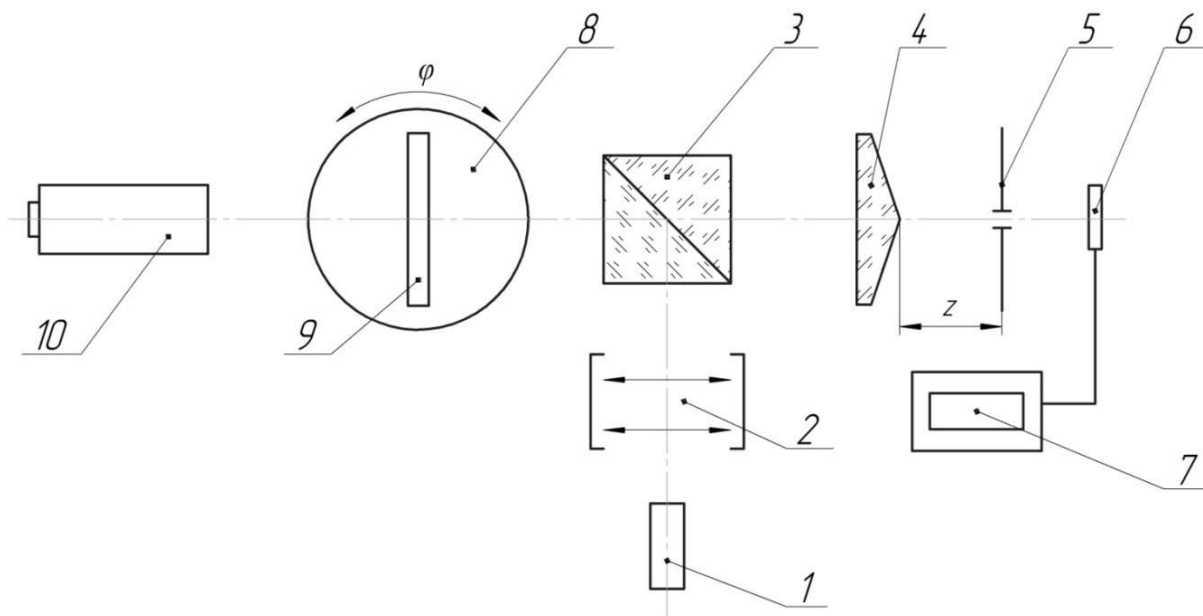


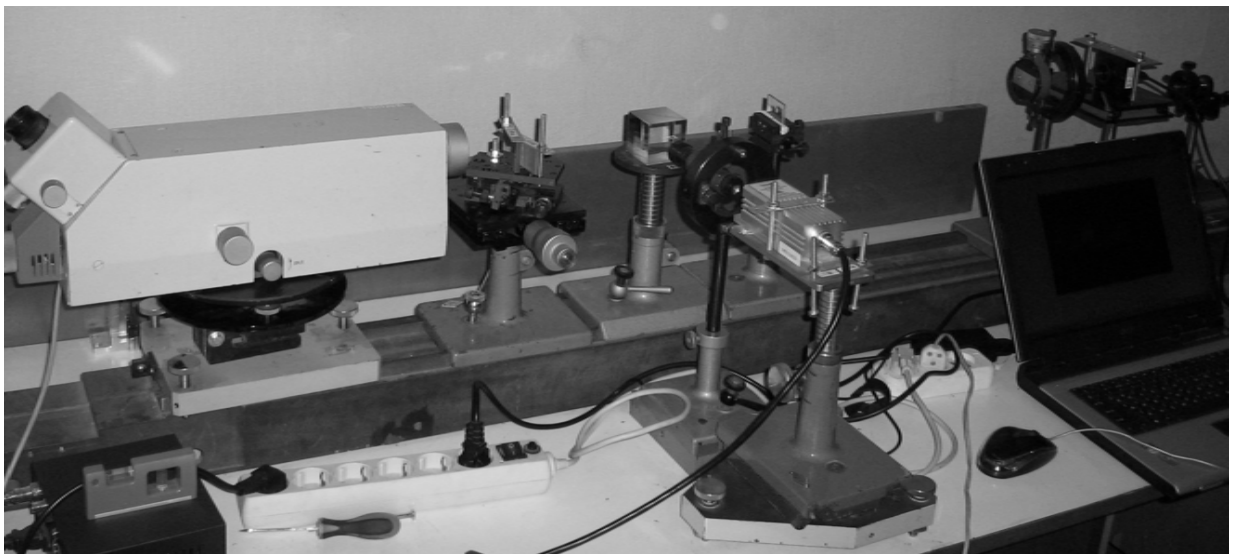
Рисунок 32 Схема экспериментальной установки для интерференционной схемы (1 – лазер; 2 – расширитель лазерного пучка; 3 – светоделитель; 4 – бипризма; 5 – щель для выделения линии инверсии фазы; 6 – ПЗС – камера; 7 – ПК; 8 – поворотный стол; 9 – двухстороннее зеркало; 10 – автоколлиматор)

В качестве источника излучения был использован твердотельный лазер с диодной накачкой KLM-532, имеющий следующие характеристики:

- длина волны  $\lambda = 0,532 \text{ мкм}$ ;
- расходимость излучения  $\theta = 1,2 \times 10^{-3} \text{ рад}$ ;
- диаметр пучка  $\varnothing = 1,2 \text{ мм}$ ;
- нестабильность длины волны  $10^{-10} \text{ м}$ ;
- мощность  $P = 1 \div 50 \text{ мВт}$ .

В качестве приемника излучения была использована ПЗС-камера TourCam-3.1, имеющая следующие характеристики:

- диагональ  $1/2''$ ;
- чувствительность  $1 \text{ В/Лк} \cdot \text{с}$ ;
- разрешение  $2048 \times 1536$  пиксела;
- динамический диапазон 61 Дб;
- размер пиксела  $3,2 \text{ мкм}$ ;
- время экспозиции от 10 мкс до 1 с.



*Рисунок 33 Фотография макета экспериментальной установки*

В качестве интерференционного элемента была использована бипризма имеющая преломляющий угол  $\delta = 20'$  и изготовленная из стекла К8. Расстояние бипризмы до щели было выбрано так, чтобы при повороте зеркала 9 на  $20''$  интерференционная картина в плоскости щели 5 сдвигалась на одну интерференционную полосу ( $t = 87 \text{ мкм}$ ) и составляет  $z = 435 \text{ мм}$ . Расстояние

выставлялось с помощью импульсного лазерного дальномера. Ширина щели 5 была выбрана так, чтобы  $b$  было меньше  $t$  ( $b = 50$  мкм).

Для поворота зеркала использовался поворотный столик с рычажно-винтовым приводом, у которого поворот винта на  $2\pi$  соответствует повороту зеркала  $5'$ . Для точной установки зеркала был использован автоколлиматор АКУ-0,5 с ценой деления  $0,5''$ .

Угол поворота щели 5 был выбран так, чтобы шаг вторичных полос за щелью был равен  $T = 1600$  мкм (500 пикс.). Оптический коэффициент преобразования перемещения второго преобразователя (щели) равен  $\Gamma = T/t = 1600/87 = 18,3^x$ . Такой небольшой коэффициент преобразования был выбран, чтобы минимизировать влияние вибрации, т.к. установка была собрана в помещении лишенном стабилизации.

### **3.1.2 Описание экспериментальной установки для измерения угловых перемещений по точкам инверсии фазы дифракционной картины**

Для исследования схемы, в которой используются две щели, был собран макет, аналогичный изображенному на рисунке 32, в котором бипризма была заменена щелью шириной  $a = 0,2$  мм. Расстояние между щелями было выбрано равным 170 мм для обеспечения выполнения условия дифракции Фраунгофера. Т.к. энергетический расчет показал, что смещение вторичной дифракционной картины можно регистрировать только по ее главному максимуму, ширина второй щели  $b = 0,2$  мм была выбрана исходя из условия

$$b < \frac{S_{\text{гл.мах}}}{2} = \frac{\lambda l}{a} = 0,45 \text{ мм},$$

где  $S_{\text{гл.мах}}$  - ширина главного максимума первичной дифракционной картины.

Вторая щель была развернута так, чтобы на ПЗС приемник попали точки перегиба главного максимума вторичной дифракционной картины, расстояние между которыми  $x = 3,274$  мм. Тогда ширина главного максимума вторичной

дифракционной картины равна  $S_2 = \frac{4\pi x}{5,212} = 7,898$  мм, что больше размера приемника.

Коэффициент оптического преобразования

$$\Gamma = \frac{S_2}{S_1} = 8,7 \times$$

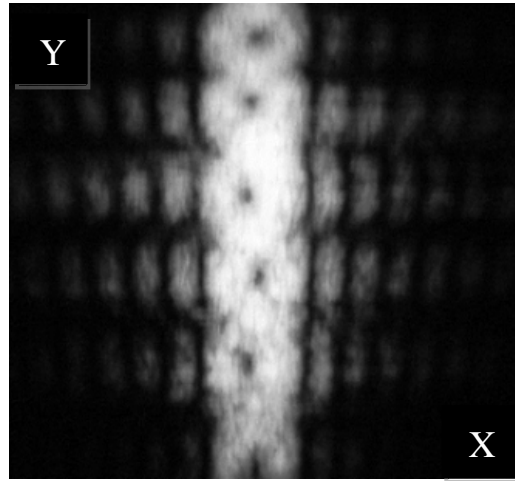
Небольшое значение коэффициента преобразования вызвано малым размером ПЗС приемника т.к. при большем размере вторичного главного максимума точки перегиба не попадут на приемник.

### **3.2 Методика проведения и результаты экспериментальных исследований**

#### **3.2.1 Исследование погрешности функционирования экспериментальной установки измерения угловых перемещений по сдвигу точек инверсии интерференционной картины**

На первом этапе производилась оценка погрешности функционирования экспериментальной установки. В плоскости приёмника излучения была получена дифракционная картина (рисунок 34) содержащая дополнительную систему полос и соответствующую результатам математического моделирования.

С помощью столика 8 зеркало 9 разворачивалось на угол  $20''$ , который контролировался с помощью автоколлиматора 10. В результате поворота зеркала происходил сдвиг первичной интерференционной картины на один ее период полосы равный 87 мкм. Так как смещение вторичных полос за щелью связано со смещением интерференционных полос линейной зависимостью, то и вторичные полосы смещались на один период.



*Рисунок 34 Экспериментально полученная дифракционная картина при выделении точек инверсии щелью шириной 50 мкм развернутой на угол 3.6 угл. град.*

После каждого поворота столика дифракционная картина регистрировалась, и выполнялось ее предварительная обработка, которая состояла из следующих этапов:

- Выполнялось сечение дифракционной картины в области главного максимума, так как значение освещенности там максимально;
- Из полученного сечения дифракционной картины устранялся высокочастотный шум с помощью метода частотной фильтрации [46, 47].

При использовании метода каждая точка исходного изображения представляется как сумма  $N/2$  синусоид

$$I(y) = \sum_{p=0}^{\frac{N}{2}-1} 2 \sqrt{Fr^2(p) + Fm^2(p)} \cos\left(\frac{2\pi p y}{N} + \arctg(Fm(p)/Fr(p))\right), \text{ где } N$$

– количество отсчетов,  $Fr$  и  $Fm$  – действительная и мнимая части преобразования Фурье. Далее в Фурье-спектре определяются пространственные частоты несущие полезную информацию. Так как регистрируемое распределение интенсивности описывается косинусной функцией, то его спектр будет содержать два характерных симметричных выброса на частотах  $w = \pm 2\pi/t$  [48]. На основе амплитуд этих гармоник определялся уровень шума, равный 10% полезного сигнала, и все

спектральные компоненты, имеющие амплитуду меньше этого значения, приравнялись к 0;

- Устранялся низкочастотный сигнал (фон). Для этого определялись координаты минимумов полученного изображения, и по ним строилась интерполяционная функция, представляющая собой отрезки полиномов 3-го порядка  $I_{min}(y)$ . Полученная функция вычиталась из периодического сигнала  $I'(y) = I(y) - I_{min}(y)$  [47];
- Аналогичным образом по точкам максимумов строилась интерполяционная функция  $I_{max}(y)$ , с помощью которой выравнивался контраст дифракционных полос  $I''(y) = I'(y)/I_{max}(y)$  [47].

После этого сигнал обрабатывался с помощью метода наименьших квадратов, что позволяло с высокой точностью определить координаты его экстремумов [49]. На рисунке 35 приведено обработанное сечение дифракционной картины. Для каждого положения зеркала оценивалось положение минимумов дифракционной картины и находилась их разность. Результаты измерений приведены в таблице 4. Зависимость погрешности положения экстремума дифракционной картины от угла поворота зеркала приведена на рисунке 36.

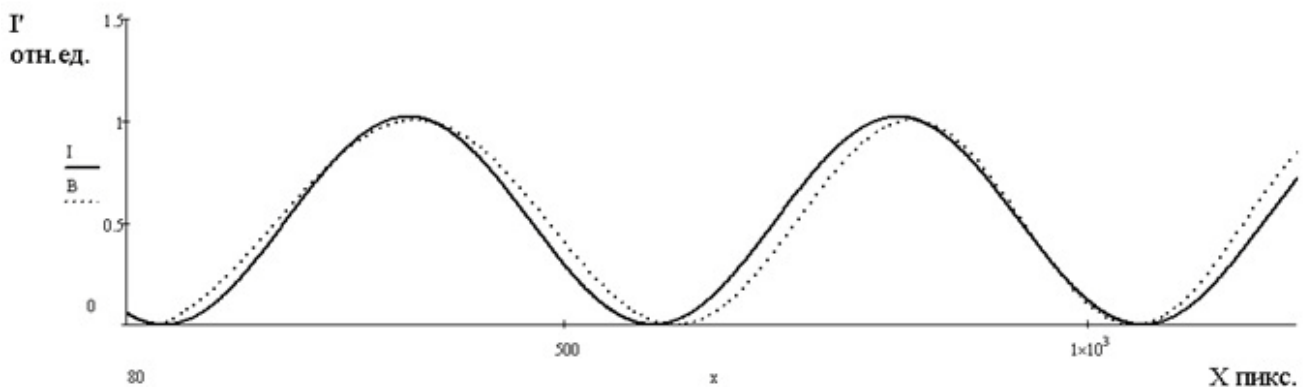


Рисунок 35 Сечение дифракционной картины в области главного максимума

В идеальном случае, при отсутствии погрешностей изготовления и установки элементов экспериментальной установки, несовпадение координат

экстремумов определяется только погрешностью установки зеркала и различными внешними воздействиями. При наличии погрешностей элементов установки, возникает накопленная составляющая, вызванная главным образом погрешностью измерения коэффициента  $\delta\Gamma$  и ошибкой установки расстояния  $\delta z$ .

Таблица 4. Результаты измерения отклонений положения экстремумов вторичных полос при повороте зеркала

№п/п	$\varphi(^{\circ})$	$\Delta T$ (пикс)	$\Delta T$ (мкм)
1	0	0	0
2	20	5,2	16,64
3	40	10,1	32,32
4	60	3,5	11,2
5	80	14	44,8
6	100	17,8	56,96
7	120	12	38,4
8	140	18,8	60,16
9	160	27,4	87,68
10	180	20,1	64,32
11	200	33,2	106,24
12	220	52,2	167,04
13	240	63,9	204,48

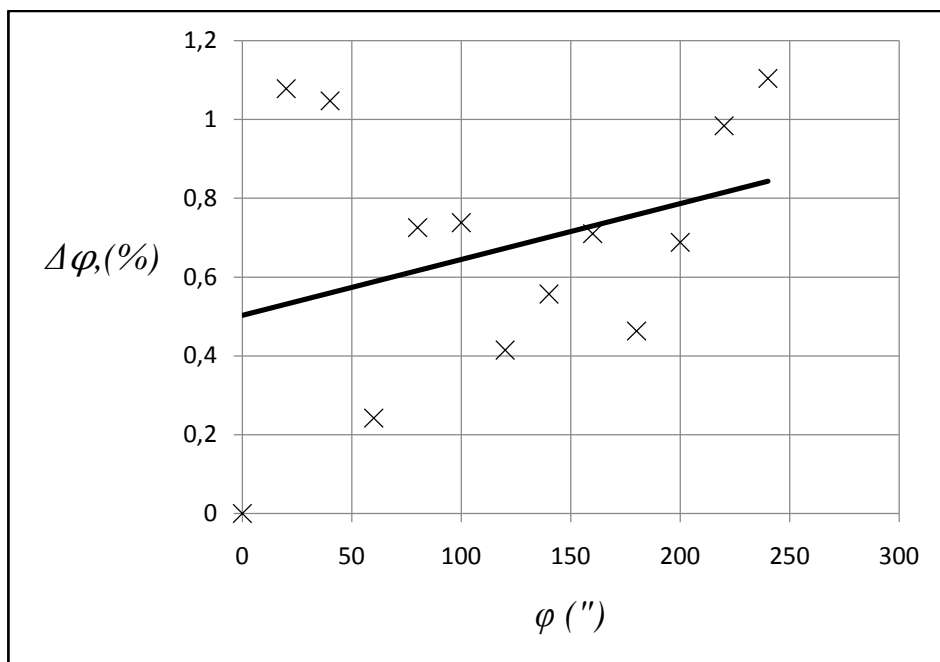
Погрешность измерения угла поворота зеркала  $\varphi = 4'$  выраженная в пикселях равна  $\Delta T = 63,9$  пикс или  $\Delta T = 63,9 \cdot 3,2 = 204,5$  мкм. Тогда погрешность измерения угла поворота зеркала

$$\Delta\varphi = \arctg\left(\frac{\Delta T}{2z\Gamma}\right) = 12 \times 10^{-6} \text{ рад} = 2,4''$$

Переходя к относительной погрешности

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi}{\varphi} 100\% = 1\%$$





*Рисунок 36 График зависимости погрешности измерения угла поворота отражателя от величины угла поворота*

Расчетное значение погрешности экспериментальной установки в соответствии с выражением (24) составило  $\pm 1,7''$ . Большая расчетная погрешность обусловлена тем, что допуски на первичные погрешности элементов макета превышают допуски, использованные при расчете теоретической предельной погрешности. Несовпадение результатов вызвано наличием погрешности установки отражателя ( $0,5''$  для угла поворота  $4'$ ) и воздействием вибрации.

### **3.2.2 Исследование погрешности воспроизводимости экспериментальной установки измерения угловых перемещений по сдвигу точек инверсии интерференционной картины**

На следующем этапе оценивалась погрешность воспроизводимости результата измерения. Для этого проводили повторные измерения положения экстремумов вторичной дифракционной картины в количестве 100 раз при фиксированном положении зеркала. Алгоритм обработки дифракционной картины аналогичен алгоритму, описанному в предыдущем разделе. Величина СКО разности положений экстремумов для полученных измерений

$$\sigma_{\Delta T} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = 8,1 \text{ мкм},$$

где  $\bar{x}$  - среднее арифметическое выборки;  $n$  - число элементов выборки.

Переходя к погрешности измерения углового перемещения отражателя

$$\sigma_{\Delta\varphi} = \arctg\left(\frac{\sigma_{\Delta T}}{2z\Gamma}\right) = 5 \times 10^{-7} = 0,1''.$$

Предельная погрешность однократного измерения, вызванная нестабильностью измерительной схемы, будет равна  $\Delta\varphi = 3\sigma_{\Delta\varphi} = 0,3''$ . Полигон распределения ошибки положения экстремума приведен на рисунке 37. Анализ полученных дифракционных картин показывает, что макет, собранный на базе оптической скамьи, имеет недостаточную жесткость. Вибрации основания макета приводит к взаимным смещениям бипризмы и щели, а также к дополнительным разворотам щели относительно дифракционной картины, приводящим к изменению периода вторичных полос.

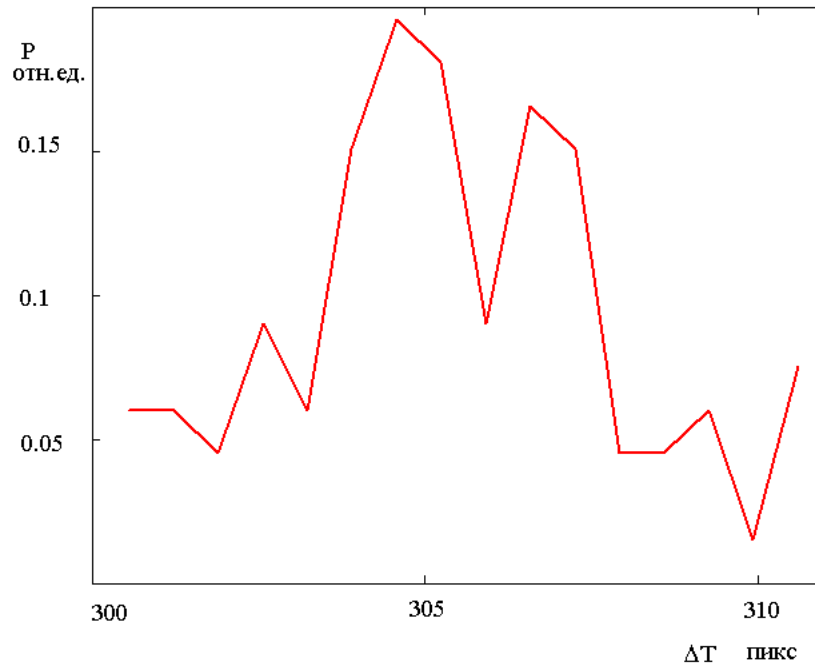
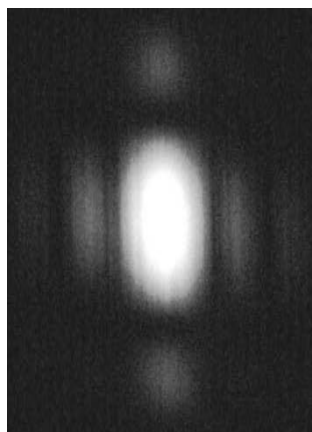


Рисунок 37 Полигон распределения положения экстремумов дифракционной картины

### 3.2.3 Исследование погрешности функционирования экспериментальной установки измерения угловых перемещений использующей точки инверсии дифракционной картины

Оценки погрешности функционирования экспериментальной установки, использующей выделение щелью нескольких точек инверсии фазы дифракционной картины выполнялась аналогично оценке погрешности функционирования установки, использующей выделение точек инверсии интерференционной картины. Изображение дифракционной картины в плоскости приемника приведено на рисунке 38, оно совпадает с результатами численного моделирования. Отличие заключалось только в другом алгоритме предварительной обработки дифракционной картины. Так как оценка ее смещения производилась по сдвигу точек перегиба дифракционной картины, то помимо этапов, описанных в разделе 3.2.1, главный максимум численно дифференцировался по интерполяционной формуле Ньютона для определения координат точек перегиба [37]. Результат численного дифференцирования главного максимума дифракционной картины приведен на рисунке 39. Координаты максимума и минимума полученной функции соответствуют координатам точек перегиба.



*Рисунок 38 Дифракционная картина за второй щелью шириной 200 мкм установленной под углом 20 угл. град.*

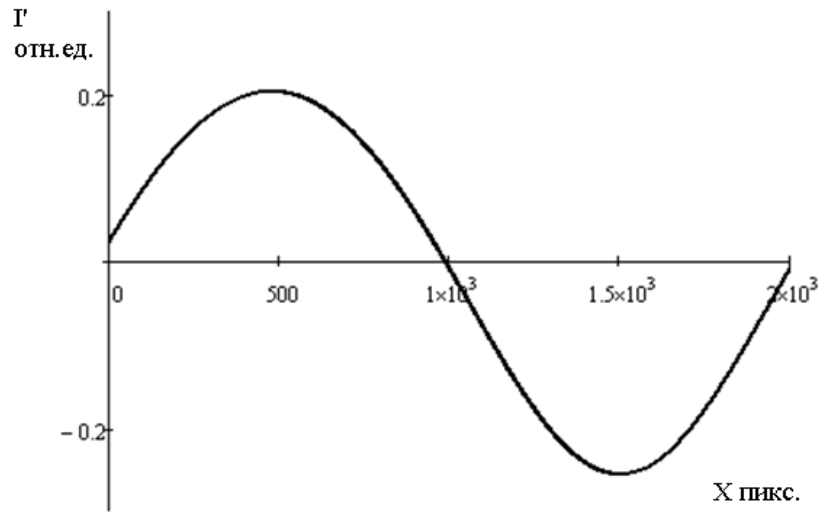


Рисунок 39 Результат численного дифференцирования главного максимума вторичной дифракционной картины

При оценке погрешности функционирования столик разворачивался на  $20''$ , а его положение контролировалось автоколлиматором. Измерения проводились в диапазоне  $3'$ . Уменьшение диапазона измерения по сравнению с расчетным ( $5'$ ) вызвано тем, что когда вершина главного максимума уходила с приемника, некорректно восстанавливалось изображение методом наименьших квадратов. Результаты измерений сдвига точки перегиба приведены в таблице 4.

Для угла  $\varphi = 3'$  смещение дифракционной картины равно  $\Delta T = 854,2$  пикс или  $\Delta T = 854,2 \cdot 3,2 = 2733,4$  мкм. Расчетный угол поворота отражателя для такого смещения равен

$$\varphi_p = \arctg\left(\frac{T}{2z\Gamma}\right) = 9,24 \times 10^{-4} \text{ рад} = 3'5''.$$

Относительная погрешность на границе измеряемого диапазона равна

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_p - \varphi}{\varphi} 100\% = 2,5\%.$$

График зависимости погрешности измерения угла поворота от величины измеряемого угла приведена на рисунке 40. Экспериментально полученная погрешность измерения при использовании точек инверсии дифракционной картины оказалась в 2,5 раза больше, чем при использовании точек инверсии интерференционной картины, что соответствует теоретическим расчетам. Причиной большого значения погрешности измерения угла поворота является

первичная погрешность установки ширины первой щели, которая устанавливалась по щупам соответствующей толщины с погрешностью  $\Delta a \approx 3 \text{ мкм}$ .

Таблица 5. Результаты измерения смещения точки перегиба при повороте отражателя

№п/п	$\varphi(^{\circ})$	$\Delta T$ (микс)	$\Delta T$ (мкм)
1	0	0	0
2	20	93,9	300,48
3	40	196	627,2
4	60	283,3	906,56
5	80	378,6	1211,5
6	100	471,5	1508,8
7	120	565,8	1810,6
8	140	661,9	2118,1
9	160	757,7	2424,6
10	180	854,2	2733,4

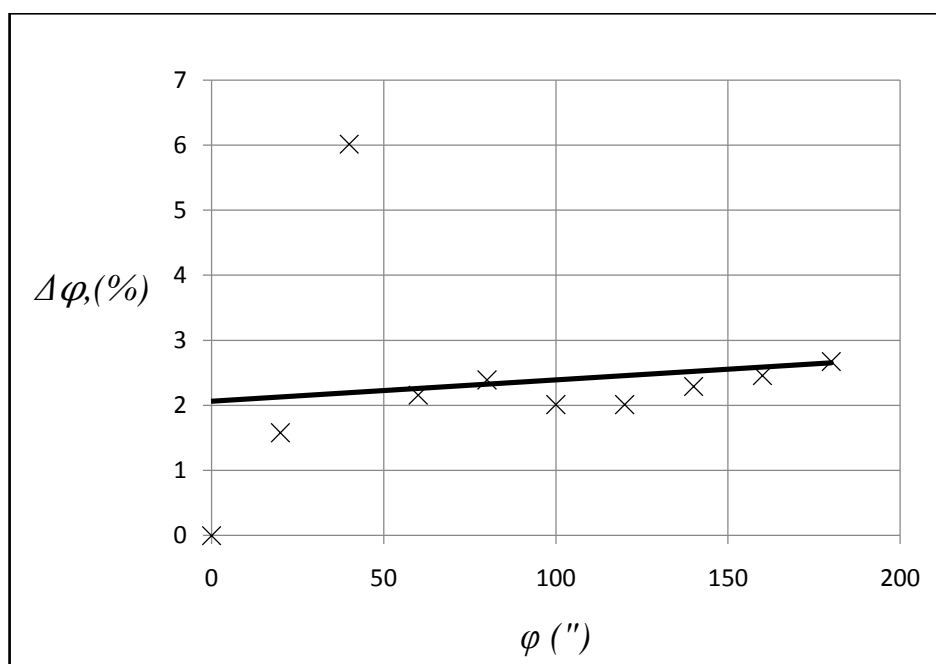


Рисунок 40 График зависимости погрешности измерения угла поворота отражателя от величины угла поворота

Расчетное значение погрешности для экспериментальной установки в соответствии с выражением (27) составило 4,2". Несовпадение результатов расчета и эксперимента обусловлено, как и в случае выделения точек инверсии интерференционной картины, погрешностью установки столика отражателя, влиянием вибрации стола, на котором была собрана установка, и колебаниями температуры в помещении, где производились измерения.

### 3.3 Выводы по главе 3

В главе 3 приведены результаты экспериментального исследования предложенных способов измерения угловых перемещений, использующих точки инверсии фазы интерференционной и дифракционной картин. На первом этапе эксперимента были получены вторичные дифракционные картины, имеющие хорошее качественное соответствие с результатами математического моделирования по выражениям, полученным в Главе 2.

На следующем этапе проводилось исследование погрешности функционирования экспериментальных установок, значение которой на границе измеряемого диапазона составило 1 и 2,5%. (2.4" и 5"), что больше расчетных значений погрешности установки, равных 1.7" и 4.2". Это обусловлено тем, что значительное влияние на погрешность измерения оказывает нестабильность результатов измерения, среднее квадратичное отклонение которой достигает значения  $\pm 0,1''$ . Она вызвана влиянием вибрации стола, на котором были собраны макеты установок. Вибрация приводит к взаимному поперечному смещению точек инверсии светового поля и выделяющей их щели, а также к дополнительному повороту щели, вызывающей изменение коэффициента оптического преобразования Г. Отсюда следует, что при практической реализации измерительной установки на базе предлагаемых способов следует уделить большое внимание жесткости конструкции и уменьшению влияния вибрации. Также на результат измерения влияет погрешность установки столика на заданный угол ( $\pm 0.5''$  для угла в 4'), которая обусловлена инструментальной погрешностью автоколлиматора и погрешностями наведения и снятия отсчета.

В итоге можно сделать вывод, что полученные экспериментальные результаты дают удовлетворительное соответствие с результатами математического моделирования и позволяют говорить о возможности практического применения предложенных способов для измерения угловых перемещений.

## **ГЛАВА 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ДМК, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ТОЧКИ ИНВЕРСИИ ФАЗЫ СВЕТОВОГО ПОЛЯ**

### **4.1 Возможные области применения измерительных схем, использующих выделение точек инверсии светового поля**

#### **4.1.1 Измерение показателя преломления прозрачной пластины по смещению вторичной дифракционной картины**

В настоящее время одним из наиболее распространенных способов измерения показателя преломления материала оптической детали является гониометрический способ [50]. Одним из вариантов гониометрического способа измерения является способ смещения луча [51, 52], в основе которого лежит измерение поперечного смещения светового луча при повороте плоскопараллельной пластины, через которую этот луч проходит

$$n = \frac{\sin(\theta)}{\sin(\arctg(\tg(\theta) - \Delta X/d))},$$

где  $\theta$  - угол поворота пластины,  $\Delta X$  – смещение измерительной марки.

Данный способ прост в реализации и позволяет измерять показатели преломления не только в видимой области, но и в ИК области. Основным недостатком схемы является невысокая точность измерения показателя преломления, связанная с погрешностью измерения смещения световой марки на приемнике.

В работе [53] было проведено исследование, показавшее, что при прохождении дифрагированного светового пучка через развернутую стеклянную плоскопараллельную пластину астигматизм и кома не приводят к нарушению симметрии дифракционной картины. Волновая aberrация, вносимая пластиной, может быть рассчитана из выражения:



$$\Delta L = \frac{d(n^2-1)(\cos(\theta)-\cos(\varphi))^2(\cos(\theta)+\cos(\varphi))}{A(A+B)(A\cos(\varphi)+B\cos(\theta))}, \quad (28)$$

где  $\varphi$  – угол падения луча на пластину из-за расходимости светового пучка,

$$A = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}, \quad B = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}.$$

Анализ выражения (25) показал, что аберрации пластины не приводят к нарушению симметрии дифракционной картины и смещению центра ее главного максимума, что было подтверждено моделированием в программе Zemax. Поэтому было предложено вместо изображения марки использовать главный максимум дифракционной картины от щели, ширина которого равна  $S = 2\lambda z/a$ , где  $\lambda$  – длина волны,  $z$  – расстояние от щели до приемника,  $a$  – ширина щели.

Моделирование показало, что на результат измерения наибольшее влияние оказывает погрешность измерения смещения дифракционной картины  $\delta\Delta X$ . Так, если требуется измерять показатель преломления с погрешностью, не превышающей  $10^{-4}$ , погрешность измерения смещения дифракционной картины не должно превышать 0.05 мкм. При применении современных методов цифровой обработки можно гарантировать погрешность измерения только порядка 1/10 пиксела, что при размере пиксела в 3.2 мкм даст погрешность в несколько раз большую.

Поэтому было предложено оценивать смещение дифракционной картины по смещению ее точек инверсии, используя для этого вторую развернутую щель [29]. Так как смещение главного максимума вторичной картины связано со смещением максимума первичной картины выражением  $\Delta X' = \Delta X / \sin(\alpha)$ , то наличие в передаточной функции погрешности синуса приведет к тому, что значение последней уменьшится в несколько раз. В результате будет ослаблено влияние погрешности измерения сдвига дифракционной картины на результат измерения показателя преломления.

Для проверки возможности проведения измерений указанным способом был собран макет установки, изображенный на рисунке 41. В качестве источника излучения был использован полупроводниковый лазер KLM-532 (1) мощностью 1

мвт. Дифракционная картина формировалась с помощью щели (3) шириной 0.2 мм, развернутой на угол  $\alpha = 5^\circ$ . Вторая щель шириной 50 мкм была установлена перед камерой 6. Поворот образца (9) выполнялся на углы  $\theta_1 = 30^\circ$  и  $\theta_2 = 35^\circ$  с помощью поворотного столика (4), заранее откалиброванного с помощью гониометра. Погрешность установки угла поворота столика равна  $\pm 5''$ . Регистрация изображения производилось с помощью видеокамеры TourCam-3.1(6) с размером пиксела 3,2 мкм. Вторая камера (7) использовалась для установки образца в исходное положение по отраженному сигналу, путем поворота основания столика. В качестве образца (4) была использована плоскопараллельная пластина из стекла К8 толщиной 20,2 мм с показателем преломления  $n = 1,5190$  на длине волны  $\lambda = 0,532$  мкм, имеющая отклонение показателя преломления в пределах 1-й категории ( $\pm 2 \times 10^{-4}$ ).

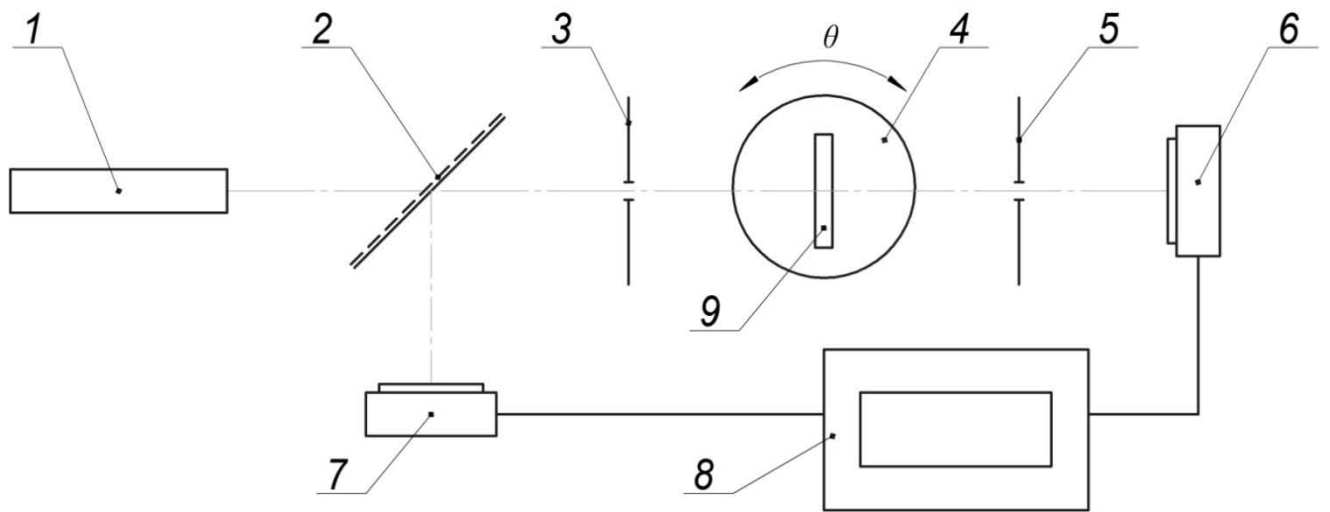


Рисунок 41 Схема установки для измерения показателя преломления: 1 – полупроводниковый лазер; 2 – светоделитель; 3 –развернутая щелевая диафрагма; 4 – поворотный столик; 5; щелевая диафрагма; 6 и 7 – ПЗС камеры; 8 – компьютер; 9 –исследуемый образец

Показатель преломления определялся путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} X_1 = d \sin(\theta_1) \left( 1 - \frac{\cos(\theta_1)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\theta_1)}} \right) \\ X_2 = d \sin(\theta_2) \left( 1 - \frac{\cos(\theta_2)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\theta_2)}} \right) \end{cases}$$

где  $X = \sin(\alpha)X'$  – измеренные координаты точек перегиба главного максимума для двух положений пластины.

Такой прием упростил процедуру измерений, так как не потребовалось измерять толщину образца и устанавливать перед каждым измерением образец в нулевое положение ( $\theta = 0$ ). Угол разворота щели определялся из соотношения размеров главных максимумов первичной и вторичной дифракционных картин  $\sin(\alpha) = S/S'$ . В результате было получено значение показателя преломления  $n = 1,5192$ , которое соответствует указанному отклонению показателя преломления. Проведенные расчеты показали, что при использовании прецизионного поворотного стола с погрешностью угла поворота порядка  $\pm 1''$  или калибровки последнего с помощью высокоточного гониометра возможно измерение показателя преломления с погрешностью не более  $10^{-5}$ . Это говорит о возможности практического применения предложенного способа, так как его точностные возможности позволяют оценить категорию оптического сигнала в видимой области, а в случае измерений в ИК области требования к погрешности измерений в несколько раз ниже [51].

#### **4.1.2 Интерференционный измеритель плоскостности и прямолинейности**

Измерение отклонений от прямолинейности, плоскостности и соосности является важным инструментом технологии крупного и среднего машиностроения, авиастроения, судостроения и широко используется для контроля плит, направляющих станков, рам крупногабаритных двигателей, прокатных станов, прессов, турбин, а также для проверки прямолинейности движения частей станков и других механизмов в процессе их перемещения [54].

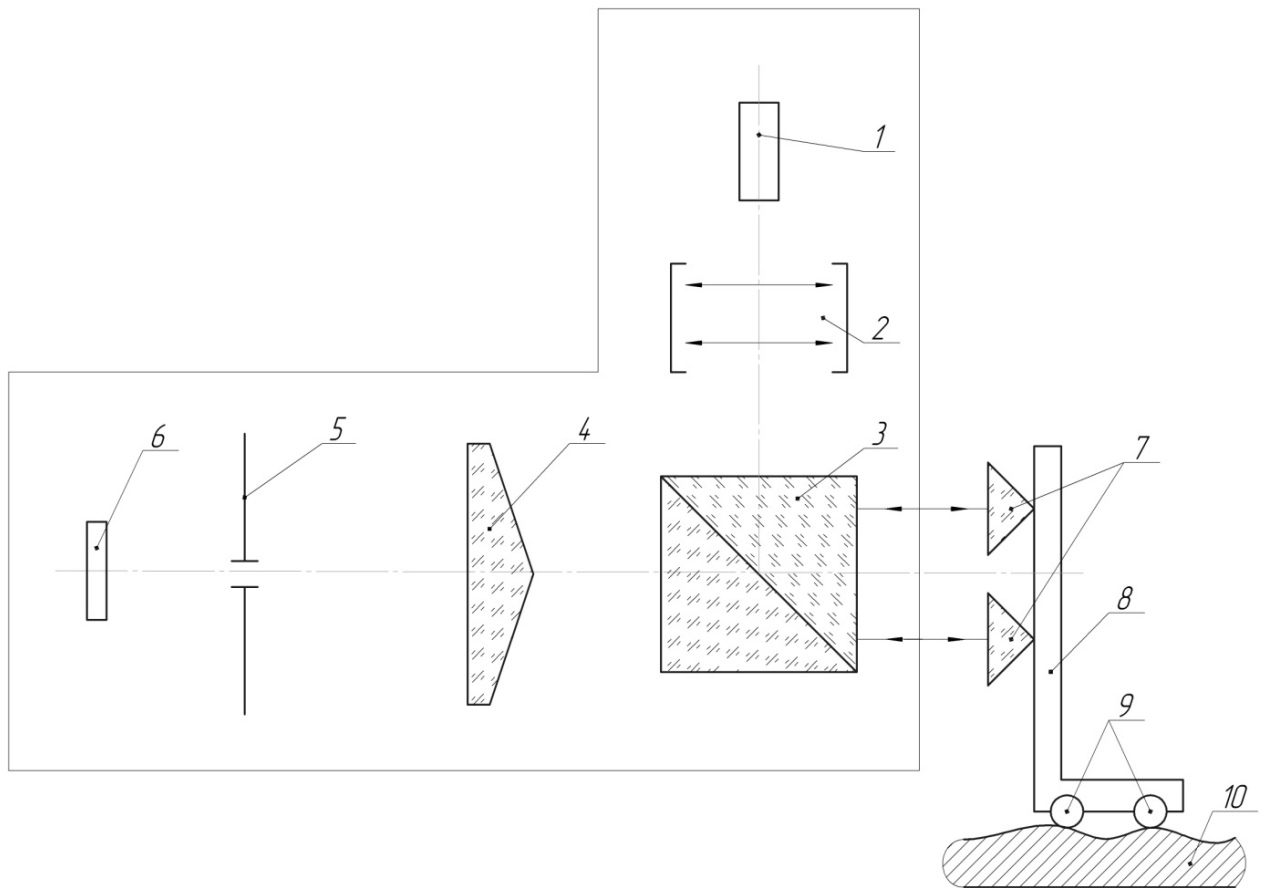
По ГОСТ 24642 – 81 под отклонением от прямолинейности понимают наибольшее расстояние от точек реального профиля поверхности до прилегающей

прямой, выраженное в единицах длины. На рисунке 42 изображена предлагаемая схема интерференционного измерителя прямолинейности, определяющего наклоны зеркального отражателя, состоящего из двух угловых зеркал. Использование в такой схеме плоского зеркала затруднено, так как при увеличении расстояния между отражателем и бипризмой отраженный пучок не будет попадать одновременно на обе грани бипризмы, что ограничивает размеры контролируемого объекта. Зеркальный отражатель установлен на основании с двумя опорами, расстояние между которыми  $s$  определяет шаг измерения. При перемещении основания вследствие непрямолинейности поверхности происходит наклон зеркального блока.

Зарегистрированная кривая  $F(z)$  является производной функции  $G(z)$  отклонения от прямолинейности [55]  $G(x) = k m \sum_{i=1}^n F_i(z)$ , где  $k$  – нормирующий множитель, зависящий от расстояния между призмами блока  $r$  и расстояния между опорами  $s$ ,  $m$  – шаг квантования положения отражателя,  $n$  – число измерений. Так как требуется перемещать отражатель непрерывно и плавно, то  $m = v \Delta t$ , где  $v$  – скорость перемещения отражателя,  $\Delta t$  – шаг квантования по времени (определяется временем экспозиции).

Оценим чувствительность такого измерителя. Примем  $r = s = 30$  мм, размер пиксела приемника 3,2 мкм, период интерференционных полос в плоскости щели  $t = 85$  мкм, коэффициент преобразования движения  $\Gamma = 30$ . Применение простейших алгоритмов цифровой обработки изображения позволяет регистрировать смещение вторичных полос на расстояние в один пиксел (при правильном выборе времени экспозиции и мощности источника излучения). В плоскости щели это регистрируемое смещение равно 0,1 мкм. Такому смещению при использовании источника с  $\lambda = 0,632$  мкм соответствует изменение разности хода  $L = \lambda \Delta t / t = 7,4 \times 10^{-4}$  мкм вызванное разворотом отражателя на угол  $\varphi = L / r = 2,4 \times 10^{-8} \approx 0,005''$ . Так как  $r = s$ , то минимальное отклонение  $\Delta h$  прилегающей поверхности, которое может быть зарегистрировано посредством предложенной измерительной схемы составит  $\Delta h = L = 7,4 \times 10^{-4}$  мкм. Отсюда следует, что выделение линий инверсии первичного сигнала с помощью щели

позволяет резко увеличить чувствительность измерений, которая в приведенном примере является несколько избыточной.



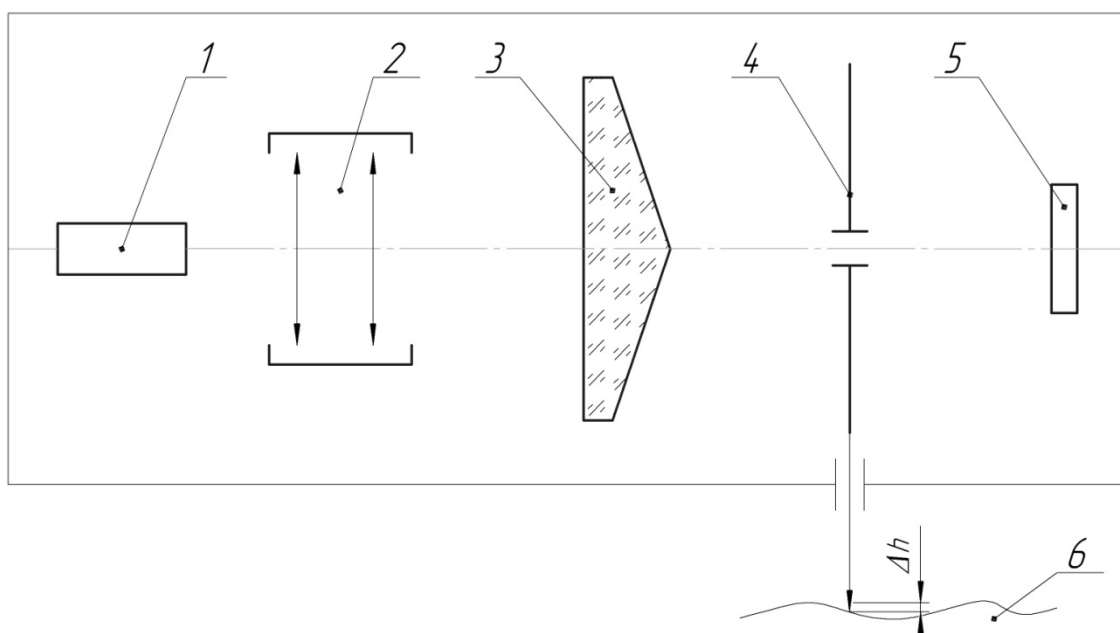
*Рисунок 42 Измеритель непрямолинейности и неплоскостности, использующий точки инверсии фазы интерференционной картины: 1 – лазерный источник; 2 – расширитель лазерного пучка; 3 – светоделитель; 4 – бипризма; 5 – развернутая щель; 6 – ПЗС приемник; 7 – отражатели; 8 – каретка; 9 – основание каретки.*

#### **4.1.3 Интерференционный измеритель шероховатости и волнистости поверхности**

Проведенные расчеты и эксперименты позволяют говорить о том, что для измерения профиля поверхности объекта необязательно использовать зеркальный отражатель. Он сложен в изготовлении, вносит дополнительные методические погрешности, вызванные пространственным смещением интерферирующих пучков [56]. Кроме этого, при проведении измерений его необходимо плавно

перемещать, так как необходимо непрерывно регистрировать смещение дифракционной картины. Наличие базы отражателя с приводит к существенной дискретности измерения профиля поверхности.

На рисунке 43 представлена более простая схема контроля формы поверхности, в которой измерительный штوك жестко связан с щелью, перемещение которой приводит к смещению вторичных полос. Относительно контролируемого образца здесь перемещается либо все устройство, либо только щель с приемником. Во втором случае устройство получается более компактным, но при этом уменьшается базовая длина, на которой возможно проведения измерения. При контакте с элементом поверхности  $\Delta h$  штук сместится и сдвинет щель относительно интерференционных полос на расстояния  $\Delta t = \Delta h$ . Тогда вторичная дифракционная картина сместится на расстояние  $\Delta T = \Gamma \Delta t$ .



*Рисунок 43 Схема устройства для измерения шероховатости поверхности:  
1 – лазерный источник; 2 – расширитель лазерного пучка; 3 – интерференционный элемент (бипризма); 4 – развернутая щель механически связанная с измерительным штком; 5 – ПЗС линейка; 6 – контролируемая поверхность*

Оценим, какое минимальное отклонение профиля поверхности может быть зарегистрировано с его помощью. Если система регистрации изображения позволяет регистрировать смещения вторичной картины на один пиксел

приемника, то при  $\Gamma = 30$  и  $p = 3.2 \text{ мкм}$  разрешаемое смещение измерительного штока составит не более чем  $0.1 \text{ мкм}$ . Для увеличения разрешения необходимо увеличить коэффициент преобразования  $\Gamma$  (до  $60 - 70$ ), уменьшить размер пиксела приемника или использовать алгоритм цифровой обработки изображения, позволяющий регистрировать смещение вторичных полос на доли пиксела. Последнее возможно при увеличении времени экспозиции и уменьшении скорости измерения. В результате, есть возможность увеличить разрешение до  $0.05 \text{ мкм}$ . Таким образом, предложенный способ измерения позволяет проводить оценку параметра  $R_z$  оптических поверхностей, применяемых для видимой области спектра.

## **Выводы по главе 4**

Анализ возможностей применения предложенного способа измерения, основанного на выделении из интерференционной или дифракционной картины нескольких точек инверсии фазы, показывает, что он позволяет значительно увеличить чувствительность и, при обеспечении требуемой освещенности на приемнике, точность измерений. Помимо измерения угловых положений объектов, разработанные способы измерений и измерительные схемы могут послужить основой для создания приборов и устройств измерения формы поверхностей объектов различного назначения (направляющих, опор, валов и т.д.), их взаимного положения (например, углов и расстояния между гранями детали), микрогеометрии(шероховатости) поверхностей (в том числе и оптических), датчиков линейного положения объектов.

Также данный способ может быть использован в любых устройствах где с высокой точностью и чувствительностью требуется регистрировать смещение дифракционной или интерференционной картины, как, например, при измерении показателя преломления гониометрическим способом.



## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

В диссертации получены следующие научные и практические результаты:

1. Показана перспективность использования точек (линий) инверсии фазы оптического сигнала при проведении угловых и линейных измерений.
2. Разработаны методы измерения угловых перемещений объектов, основанные на регистрации точек инверсии фазы оптического сигнала развернутой щелевой апертурой и обеспечивающие высокие точность и чувствительность угловых измерений.
3. Получены аналитические выражения, связывающие распределение интенсивности во вторичной дифракционной картине с амплитудно-фазовым распределением оптического сигнала на входе щелевой апертуры.
4. Разработаны функциональные схемы измерительных устройств, реализующих предложенные методы, проведен их точностной и энергетический расчет.
5. Предложена методика выбора конструктивных параметров функциональных схем.
6. Проведено численное моделирование работы измерительных устройств, показавшее возможность проведения измерений с погрешностью порядка 0,07".
7. Для апробации разработанных методов были собраны макеты измерительных устройств, на которых были проведены экспериментальные исследования. Получено хорошее соответствие между результатами эксперимента и численного моделирования, что подтвердило справедливость основных теоретических положений диссертации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В.А., Жилкин А.М., Усов В.С. Автоколлимационные приборы. М.: Недра, 1982 – 144 с.
2. Высокоточные угловые измерения. Под редакцией Ю.Г. Якушенкова. М.: Машиностроение, 1987. – 480 с.
3. Королев А.Н., Гарцуев А.И., Полищук Г.С., Трегуб В.П. Цифровой автоколлиматор // Оптический журнал, 2009, т.76, №10, с. 42 – 47.
4. Боровицкий В.Н., Фесенко А.В. Визуальные и оптико-электронные автоколлиматоры // Технология и конструирование в электронной аппаратуре, 2012, №6, с. 49 – 52.
5. Тургалиева Т.В. Исследование и разработка оптико-электронных автоколлиматоров с увеличенной чувствительностью измерения угла скручивания: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук (05.11.07) / Тургалиева Татьяна Валериевна, СПб НИУ ИТМО. – СПб, 2014. – 158 с..
6. Коронкевич В.П., Ханов В.А. Современные лазерные интерферометры. Новосибирск: Наука, 1985. – 182 с.
7. Fang Cheng, Kuang Chao-Fan High-resolution Angle Measurement based on Michelson Interferometry // Physics Procedia, 2011, vol. 19, p. 3 – 8.
8. Ji-hua Zhang, Chia-Hsiang Menq A linear/angular interferometer capable of measuring large angular motion // Meas. Sci. Tech., 1999, vol. 10, pp. 1247 – 1253.
9. Jae Wan Kim, Chu-Shik Kang, Jong-Axn Kim, Taebong Eom, Mijung Cho, Hong Jin Kong. A compact system for simultaneous measurement of linear and angular displacements of nano-stages // Optics Exspress, 2007, Vol. 15, № 24, pp. 15759 – 15766.
10. Shijie Zhao, Haoyun Wei, Yan Li. Dual-frequency laser displacement and angle interferometer // Proc. of SPIE, 2014, Vol. 9276, pp. 92761 – 92764.

11. Chapman M.A.V., Fergusson-Kelly R., Holloway A., Lee W. Interferometric angle measurement and the hardware options available from Renishaw. [www.renishaw.com](http://www.renishaw.com).
12. Лысенко О. Промышленные энкодеры компании SICK // Электронные компоненты. 2005, № 4, с. 1 – 6.
13. Муханин Л.Г. Схемотехника измерительных устройств: Учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 288 с.
14. Roberto Torrobo, Tagliaferri A.A. Precision small angle measurements with a digital moiré technique // Optics Communications, 1998, Vol. 149, pp. 213–216.
15. Иванов А.Н., Киреевков В.Е., Носова М.Д. Двухволновой интерференционный способ измерения угловых перемещений объектов // В мире научных открытий, 2015, т. 64, № 4, с. 382 – 398.
16. Комоцкий В.А., Корольков В.И., Соколов Ю.М. Исследование датчика линейных перемещений на основе двух фазовых дифракционных решеток // Автометрия, 2006, т.42, № 6, с. 105 – 112.
17. Комоцкий В.А., Корольков В.И., Соколов Ю.М. Оптоэлектронные дифракционные датчики малых угловых перемещений // Фотоника, 2011, №1, с. 16 – 19.
18. Соколов Ю.М. Исследование оптоэлектронных дифракционных измерителей перемещений и колебаний: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (01.04.03)/Соклов Юрий Михайлович. – Российский университет дружбы народов, 2007. – 18 с.
19. Полещук А.Г., Коронкевич В.П., Корольков В.П., Седухин А.Г. Применение дифракционной оптики в измерительной технике // Компьютерная оптика, 2002, № 22, с. 86 – 95.
20. Хомутов В.Н. Интерферометрический метод контроля угловых шкал // Интерэкспо-Гео-Сибирь, 2013, т. 5, № 3, с. 43 – 48.
21. Линьков А.Е., Назаров В.Н. Дифракционные методы контроля геометрических параметров и пространственного положения объектов // Оптический журнал, 2002, т. 69, № 2, с. 76 – 81.

22. Иванов А.Н., Киреенков В.Е., Носова М.Д. Дифракционные методы контроля пространственного положения объектов // Изв. Вузов. Приборостроение, 2013, т. 56, № 11, с. 78 – 82.
23. Сокольский М.Н. Допуски и качество оптического изображения. Л.: Машиностроение, 1989. – 221 с.
24. Гришанов А.В., Гришанов В.Н., Изжеуров Е.А., Моисеев С.Ю. Измерение пространственно-энергетических характеристик лазерного излучения с применением матричных фотоприемников // Известия Самарского научного центра Российской академии наук, 2002, т. 4, № 1, с. 73 – 80.
25. Вахромеева О.С., Манцветов А.А., Шиманская К.А. "Характеристики чувствительности телевизионных камер на матричных приборах с зарядовой связью" // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2004, т. 4, с. 25–35.
26. Носова М.Д., Иванов А.Н. Интерференционные способы контроля положения объектов с использованием точек инверсии фазы оптического сигнала // Глобальный научный потенциал. 2014, т. 42, №9, с. 39 – 43.
27. Назаров В.Н., Иванов А.Н. Формирование муар-интерференционной картины при дифракции на щели между краем с конечной толщиной и зеркальной поверхностью // Изв. Вузов. Приборостроение. 2011, т. 54, № 11, с. 69 – 72.
28. Локшин Г.Р. Основы радиооптики. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2009. – 344 с.
29. Иванов А.Н., Нижегородова К.В., Носова М.Д. Способ измерения показателя преломления прозрачной пластины по смещению дифракционной картины // Наука и бизнес: Пути развития. 2015, т. 47, № 5, с. 28 – 33.
30. Литвиненко О.Н. Основы радиооптики. Киев: Техника, 1974 – 208 с.
31. Cui J.W., Tan J.B., Ao L., Kang W.J. Optimized Algorithm of Laser Spot Center Location in Strong Noise // Journal of Physics: Conference Series. 2005, Vol. 13, pp. 312–315.
32. Замятин В.В. Алгоритмы контроля координат источника излучения на фоточувствительной поверхности матрицы // Ползуновский вестник. 2008, №3, с. 350 – 355.

33. Королев А.Н., Гарцуев А.И., Полищук Г.С., Трегуб В.П. Метрологические исследования и выбор формы оптической марки в цифровых измерительных системах // Оптический журнал. 2010, т. 77, № 6, с. 26 – 27.
34. Сачков Д.Ю., Смирнов С.А. Влияние дискретной структуры фотоприемника на погрешность интерференционного измерения // Научно-технический вестник ИТМО. 2008, т. 8, № 4, с. 67 – 74.
35. Ikram M., Hussain G. Michelson interferometer for precision angle measurement // Appl. Opt. 1999. Vol. 38. Is. 1, pp. 113-120.
36. Богомолов А.В. Построение компьютеризованных измерительных информационных систем на базе контактных интерферометров для контроля линейных размеров прецизионных размеров: автореферат на соискание ученой степени кандидата технических наук (05.11.06) / Богомолов Алексей Валентинович, ГОУ Московский государственный университет «Станкин». – Москва, 2005. – 24 с.
37. Иванов А.Н. Контроль геометрических параметров объекта по положению точек перегиба дифракционной картины Фраунгофера // Изв. Вузов. Приборостроение. 2011, т. 54, № 11, с. 49 – 53.
38. Гришанов А.В. Оценка погрешностей измерений энергетического центра и расходимости на компьютерной модели лазерного оптико-электронного прибора с матричным фотоприемником // Компьютерная оптика. 2001, № 21, с. 138 – 143.
39. Ляликов А.М. Уменьшение погрешности измерений клиновидности пластин в сдвиговой интерферометрии // Письма в ЖТФ. 2010, т. 36, № 20, с. 87 – 94.
40. Shaklan S., Sharman S.M. Pravdo S.H. High precision measurement of pixel position in a charge coupled device // Applied Optics. 1995, vol. 34, № 29, pp. 6672 – 6681.
41. Латыев С.М. Конструирование точных (оптических) приборов: учебное пособие. СПб.: Политехника, 2007. – 579 с.

42. Yoichi Sato, Takunori Taira Highly accurate interferometric evaluation of thermal expansion and  $dn/dT$  of optical materials // OPTICAL MATERIALS EXPRESS. 2014, vol. 4, № 5, pp. 876 – 888.
43. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971. – 496 с.
44. Передача и обработка информации голографическими методами. Под редакцией Гуревича С.Б. М.: Сов. Радио, 1978. – 304 с.
45. Климков Ю.М. Прикладная лазерная оптика. М.: Машиностроение, 1985. – 128 с.
46. Васильев В.Н. Гуров И.П. Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим системам. СПб.: БХВ-Петербург, 1998. – 240 с.
47. Грейсух Г.И., Ежов Е.Г., Земцов А.Ю., Степанов С.А. Разработка методов и программных средств подавления шумов в интерферограммах на этапе их предварительной обработки // Компьютерная оптика. 2005, № 28, с. 140 – 144.
48. Гужов В.И., Ильиных С.П. Компьютерная интерферометрия. Новосибирск: Издательство НГТУ, 2004 – 252 с.
49. Jong Hoon Yi, Soo Hyun Kim, Yoon Keun Kwak A nanometric displacement measurement method using the detection of fringe peak movement // Meas. Sci. Technol. 2000, vol. 11, pp. 1352–1358.
50. Оптические измерения. Андреев А.Н., Гаврилов Е.В., Ишанин Г.Г. и др. Учебное пособие. М.: Логос, 2008 г. – 416 с.
51. Осипов В.В., Орлов А.Н., Каширин В.Е., Лисенков В.В. Установка для измерения показателя преломления оптической керамики методом смещения луча плоскопараллельной пластиной // Приборы и техника эксперимента. 2013. №1, с. 90–93.
52. Andrzej L. Bajor Refraction in plane-parallel plate—Reconsideration of method of measurement of refractive indices // Optic. 2013, vol. 124, pp. 5332 – 5339.
53. Епатко И.В., Малютин А.А., Серов Р.В., Соловьев Д.А. Учет aberrаций плоскопараллельной наклонной пластины при дифракционных расчетах

- распространения изображения // Квантовая электроника. 1998, т. 25, №8, с. 723–726.
54. Королев А.Н., Лукин А.Я., Полищук Г.С., Трегуб В.П. Оптический цифровой автоматизированный преобразователь отклонений от прямолинейности // Оптический журнал. 2013, т. 80, № 9, с. 45 – 50.
55. Леонов В.В. Анализ методов измерений отклонений от прямолинейности и плоскостности поверхностей. М.: Издательство стандартов, 1982. – 282 с.
56. Pan Shi, Erik Stijns New optical method for measuring small-angle rotations // Applied Optics. 1988, vol. 27, № 8, pp. 4342 – 4346.