

多功能摆的设计与研究

本实验预习时请参考大学物理实验教材第一册：实验 2.1 单摆的设计与不确定度分析和实验 6.1 多功能摆的设计与研究。

摆动是最基本的物理现象，**摆**是一种实验装置，可用来展现种种力学现象。伽利略很早就发现了摆的等时性原理，指出摆的周期与摆长的平方根成正比，而与摆的质量和材料无关，为后来摆钟的设计与制造奠定了基础。1673 年，荷兰科学家惠更斯制造的惠更斯摆钟就运用了摆的等时性原理。西方工艺家们把摆的等时性原理用于时钟上，作为稳定的“定时器”，使机械钟能够指示出“秒”，从而将计时精度提高了近 100 倍。在日常生活、工业生产、现代测量技术和科学研究各个领域，人们已研制出形态千差万别、功能各不相同的摆，例如：单摆、双线摆、三线摆、振动摆、扭摆、弹簧摆、冲击摆、复摆、倒立摆、圆锥摆、电磁摆、混沌摆等等。根据摆的基本原理设计出来的各种精密仪器和装备，为科学的发展和社会的进步做出了显著的贡献，例如，葛氏扭摆内耗仪、凯特摆测重力加速度、傅科摆证实了地球自转等。单摆、扭摆作为最经典的实验，是众多形形色色、用途各异的精密摆的基础，它不仅在学生进行科学实验训练方面有很大作用，而且在科学研究和精密仪器设计等各个方面均有重要价值。

一、实验目的

1. 根据误差均分原理，对单摆法测量重力加速度 g 进行实验设计和仪器选配；
2. 研究单摆运动规律，用单摆法测量当地重力加速度 g ；
3. 研究扭摆运动规律，用扭摆法测量钢丝的切变模量；
4. 学会用不确定度方法分析和评定实验结果。

二、实验原理

1. 单摆：

理想的单摆应该是一根没有质量，没有弹性的线，系住一个没有体积的质点，在真空中纯粹由于重力的作用，在与地面垂直的平面内作摆角趋于零的自由振动。由于作简谐振动，其摆动周期公式为：

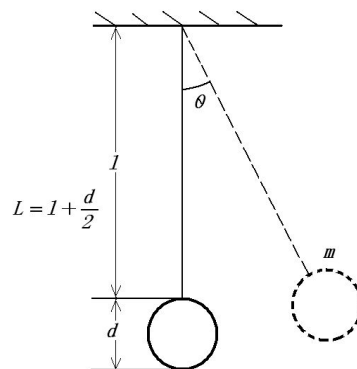


图 1

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

单摆法测量重力加速度的公式为：

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 (l + d/2)}{T^2}$$

式中 l 为摆线长度， T 为摆动周期， d 为小球的直径， L 为有效摆长，如图 1 所示。

误差均分原理：

1. 对于 $U_r(y) = \frac{U_y}{\bar{y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_i} \right)^2 U_{x_i}^2}$ ，若要求 $U_r(y) < k\%$ ，

$$\text{并假定 } \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_1} \right)^2 U_{x_1}^2 = \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_2} \right)^2 U_{x_2}^2 = \dots = \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_n} \right)^2 U_{x_n}^2 = \frac{U_r^2(y)}{n},$$

$$\text{则有： } U_{x_i} < \frac{k\%}{\sqrt{n}} \times \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_i} \right)^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n。$$

具体到本次实验：

$$\text{对于 } U_r(g) = \frac{U_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{U_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{2U_T}{T} \right)^2}$$

若要求 $U_r(g) < 1\%$ ，

$$\text{并假定 } \left(\frac{U_L}{L} \right)^2 = \left(\frac{2U_T}{T} \right)^2 = \frac{U_r^2(g)}{2},$$

$$\text{则有： } U_L < \frac{L}{\sqrt{2}} \times 1\%, \quad U_T < \frac{T}{2\sqrt{2}} \times 1\%$$

2. 扭摆：

如图 2 所示，两钢球对称放置在摆杆上时扭摆的摆动周期为（其推导可参考教材第一册实验 6.1）

$$T = \sqrt{\frac{128\pi L (I_0 + 2I_c + M d^2)}{G D^4}}$$

扭摆法测量钢丝切变模量的公式为：

$$G = \frac{128 \pi L M (d_2^2 - d_1^2)}{D^4 (T_2^2 - T_1^2)}$$

式中 L 为钢丝长度， I_0 为不放钢球时扭摆系统本身的转动惯量， I_c 为钢球绕其质心轴的转动惯量， M 为两钢球的总质量， D 为钢丝的直径， T_1 表示两钢球位于摆杆第 1 对孔处其扭转半径为 d_1 时的摆动周期， T_2 表示两钢球位于摆杆第 2 对孔处其扭转半径为 d_2 时的摆动周期。

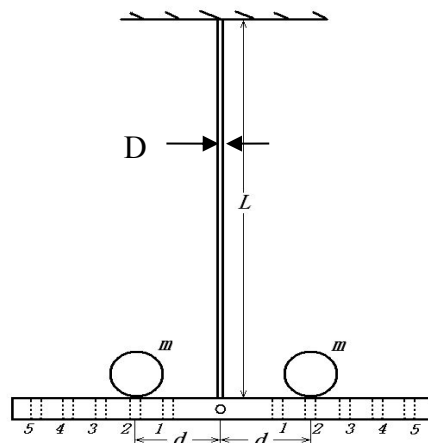


图 2

三、实验仪器

米尺、游标卡尺、螺旋测微计、秒表、细线、钢球、多功能摆底座和支架、数字天平、光电智能计时器、钢丝、金属杆等, (部分仪器图及介绍看附录)。

四、实验内容

1. 根据单摆公式、误差均分原理和所给参数，进行实验设计和仪器选配。

已知单摆参数：摆长 $l \approx 45cm$ ，摆球直径 $d \approx 2cm$ ，摆动周期 $T \approx 1.3s$ ，要求重力加速度 g 的测量精度 $U_r = U_g / g < 1\%$ 。

2. 利用所给部件组装单摆，用单摆法测量本地的重力加速度 g 。

根据上一步的设计，选择合适的仪器和测量方法对摆长 l 、摆球直径 d 和摆动周期 T 均进行多次重复测量并把相应的数据记录下来，计算本地的重力加速度 g

3. 利用所给部件组装扭摆，用扭摆法测量钢丝的切变模量。

选择合适的仪器，测量两钢球分别置于摆杆 1、2、3 对孔时的摆动周期 T 和转动半径 d ，并测出钢丝长度、直径及钢球质量，把相应的数据记录下来，计算钢丝的切变模量 G 。

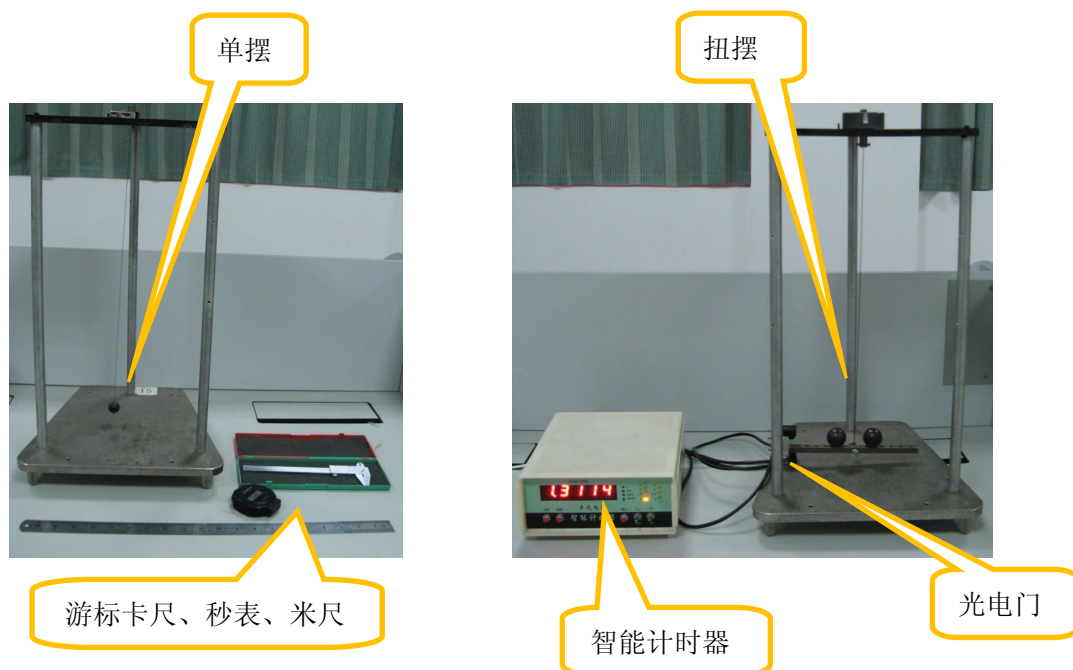
五、注意事项

1. 一定要使小球在竖直平面内摆动；
2. 搭建扭摆和测量时，切记不要把钢丝弄弯；
3. 一定要使扭摆摆杆在水平面内绕定轴摆动；
4. 在扭摆的摆杆上放置钢球时要小心，尽量不要使钢球滚落；

2. 数据处理:

用两钢球位于摆杆第 1 和第 2 对孔、第 1 和第 3 对孔、第 2 和第 3 对孔(可参看图 2)的测量数据分别计算 G_{12} 、 G_{13} 、 G_{23} 及其平均值, 与实验室所给参考值比较, 分析误差原因, 对如何减小误差可提出自己的看法。

附录:



光电智能计时器及使用介绍:



为了测周期, 可反复按功能按钮选择“T”

扭摆摆动后, 按“清零”扭清零, 当计时次数显示为“6”的时候按“停止”扭停止计数, 此时计时器会依次显示前5次摆动的周期值, 以及5次周期的总时间。注意确认每次摆动的时间相差不要太大。读取5次摆动的总时间。



两个光电探头都要接上并且发光才能正常工作。