A 00324

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

10

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO BANCARIAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I A

P R E S E N T A

JAZMIN DEL CARMEN CARBALLO HUERTA

Acompañado de un D.C.

DIRECTOR DE TESIS
MAT. MARGARITA ELVIRA CHAVEZ CANO

MEXICO, D.F., MARZO 2003

PAGINACION DISCONTINUA

B

VNIVERSDAD NACIONAL
AVFNMA DE
MEXICO

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito: "Análisis de Series de Tiempo Bancarias"

realizado por Jazmin del Carmen Carballo Huerta

con número de cuenta 9650355-7, quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Mat. Margarita Elvira Chávez Cano	
Propietario	M. en C. Inocencio Rafael Madrid Ríos	
Propietario	Act. Noé Moacyr Vallejo González	
Suplente	Mat. Hugo Villaseñor Hernández	
Suplente	Act. José Antonio Climent Hernández	

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en C. JOSE ANTONIO FLORES DIAZ

CONSEJO DEPARTAMENTAL DE MATEMATICAS

ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO BANCARIAS

Jazmin del Carmen Carballo Huerta

c

1

A mi padre Dios, por todas sus bendiciones
y sobretodo por su amor infinito.

A mi ángel Daniel, que en vida me dio su corazón y sabiduría,
y ahora desde el cielo me brinda amor y protección.

A mi madre, que sin su amor, esfuerzo, coraje, dedicación
y amistad, nada de esto sería posible.

A mi hermana Lucy, por ser mi mejor amiga, cómplice y guía,
y por darme las mejores palabras de aliento.

A mi tío Pepe, por todo su cariño, consejo y apoyo, y por
ser el mejor ejemplo que alguien me pueda dar.

A mis amigos, cada uno de ustedes me ha regalado
un pedazo de sí, para formar la persona que soy.
¡Han llenado mi vida de alegría!

A mis profesores por su conocimiento
y paciencia.

INDICE GENERAL

PREFACIO

En las últimas cuatro décadas se han desarrollado gran cantidad de herramientas para el pronóstico de datos. Estos avances son el resultado de la competitividad y la creciente demanda de todo tipo de organizaciones que buscan hacer pronósticos del futuro, obteniendo mejoras económicas, estratégicas e informativas. Este fenómeno tiene su origen en 1970, cuando George Box y Gwilym Jenkins describen la metodología de los modelos ARIMA, mejor conocida como Método Box-Jenkins, para el análisis y pronóstico de series de tiempo. Actualmente esta técnica es reconocida como una de las más eficientes y por lo tanto es ampliamente utilizada en áreas como economía, producción, oceanografía, etc. Se han escrito gran cantidad de libros y artículos en los cuales se describen las distintas aplicaciones y alcances que tiene esta metodología. Una de las características más atractivas de este método es que existe una gran variedad de modelos ARIMA, por lo que es factible encontrar al modelo que brinde una adecuada descripción de los datos. La aportación más grande de los años recientes es la introducción de la computadora en el cálculo de pronósticos, gracias a toda esta tecnología es posible que mucha gente obtenga beneficios sin conocer a fondo la Teoría Estadística.

El propósito de este trabajo es brindar una introducción a la teoría de series de tiempo, así como su aplicación en la información bancaria, vinculando así la teoría, la práctica y el uso de herramientas computacionales actuales. También es importante resaltar que se busca abordar a la teoría de forma sencilla, con notación simple y con definiciones accesibles para personas que no estén involucradas con el estudio formal de la Estadística. El material que aquí se muestra es aplicable a diferentes áreas, siempre y cuando se cuente con información en forma de series de tiempo univariadas.

Se encuentra anexo a este trabajo un disco compacto con el software y los ejemplos utilizados en el Capítulo 6, así como algunas referencias de internet relacionadas con el tema. Esto se hace con la finalidad de que el usuario conozca la herramienta de trabajo Forecast Expert® y pueda observar de forma más clara los resultados que ésta arroja.

Este trabajo es posible gracias a los profesores de la Facultad de Ciencias de la UNAM y sobretodo a la Mat. Margarita E. Chávez Cano que además de excelente maestra, ha sido ejemplo y guía en mi vida profesional, ya que gracias a ella descubrí mi vocación por la Estadística. También gracias a Banco de México, que es mi segunda casa, a todos mis compañeros que me ayudan a crecer día con día con su experiencia, paciencia y cariño, por la gran oportunidad que me han brindado y su invaluable apoyo.

Jazmin del C. Carballo Huerta.
Octubre, 2002.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROYECTO

Conforme a lo establecido en el artículo 62 de la Ley del Banco de México, que confiere a dicha Institución el derecho de elaborar, compilar y publicar estadísticas económicas y financieras, así como operar sistemas de información basados en ellas y recabar los datos necesarios para estos efectos, genera y publica la información de la Estadística de Recursos y Obligaciones (RyO) de forma mensual desde 1980. Ésta información es un resumen consolidado de los Estados Analíticos de todos los bancos que operan dentro de México, tanto de propiedad nacional como filiales de bancos extranjeros, dando como resultado una estructura de información que permite observar el comportamiento de los intermediarios financieros.

Para un mejor manejo de la información, la banca se divide en dos principales grupos, Banca Comercial y Banca de Desarrollo. La Banca Comercial o Múltiple comprende a todas las instituciones bancarias que otorgan créditos con fines de lucro, no importando si son de propiedad nacional o se traten de filiales de bancos extranjeros en México; en la sección A.5 del Apéndice se muestra la lista de instituciones que forman a la Banca Comercial. La Banca de Desarrollo está constituida por las instituciones financieras cuyos objetivos están encaminados a proporcionar apoyo financiero y de asistencia técnica a ramas específicas de la economía nacional para su crecimiento y desarrollo, de tal manera que permitan mejorar el nivel económico, social y político. En la sección A.6 se muestran las instituciones de la Banca de Desarrollo.

1.1 Fuente

La información proviene de los bancos, éstos reportan mensualmente al Banco de México sus Estados Analíticos, los cuales son documentos que detallan los saldos de cuentas, subcuentas, subsubcuentas, etc., del banco. Estas cuentas se clasifican y organizan de acuerdo a criterios contables para así generar y construir la Estadística de Recursos y Obligaciones (RyO). Obviamente estos criterios contables se han ido modificando a través del tiempo de forma sustancial en cuanto a la identificación y sectorización de conceptos relevantes, dando como resultado distintas metodologías, esto impide comparar las cifras de una metodología con otra, ya que la agrupación de cuentas que daban origen a un dato para alguna metodología podría ser distinta a una posterior o anterior.

La evolución del sistema financiero ha hecho necesario adecuar los procesos de recopilación y presentación de los datos estadísticos para que éstos sean de utilidad analítica; dichos procesos se han podido estructurar con un alto grado de homogeneidad debido a que los mecanismos que utilizan los intermediarios financieros bancarios para declaración de datos al Banco Central se basan en un código contable estandarizado.

Debido a la dinámica inherente al mercado financiero, los catálogos de cuentas han sido la columna vertebral de la información bancaria; su actualización y mantenimiento han permitido incorporar de manera oportuna las nuevas operaciones que se realizan en dicho mercado, además de facilitarle a las instituciones la identificación de las mismas en sus

estados contables. Los diferentes sistemas contables deben adaptarse no solo a los procesos de trabajo, sino también requieren homologarse a criterios internacionales, para hacerlos compatibles con el resto de la información a nivel mundial.
Por lo tanto, las instituciones de crédito en México tienen que adecuarse a los requerimientos de información de los socios comerciales para analizar, evaluar e intercambiar información confiable y analítica. Debido a esto, con fecha 24 de enero de 1997 la Comisión Nacional Bancaria y de Valores emitió la circular 1346 y posteriormente la 1350, con el propósito de que la contabilidad de las Instituciones de Crédito se adecuara, en lo necesario, para cumplir con la normatividad de los nuevos criterios contables para el registro, valuación, presentación y revelación de las operaciones activas y pasivas, que entraron en vigor a partir de enero de 1997 sustentándose en criterios utilizados internacionalmente. A partir de la información de 1997 se ha mantenido una misma metodología, por lo que es posible modelar los datos desde Enero de 1997 a la fecha.

1.2 Estructura y Proceso

Ante la necesidad de conocer los flujos de recursos entre los sectores superavitarios y deficitarios de la economía, en 1980 el Banco de México, en coordinación con la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, determinó que se agregara al esquema contable la identificación del sector institucional al que pertenecen las entidades con las que el sistema bancario realiza sus operaciones activas y pasivas.

La mencionada sectorización agrupa a las entidades de la manera siguiente:
a) intermediarios financieros b) sector público c) sector privado no financiero y d) sector externo. A su vez, dichos grupos se detallan en un siguiente nivel, el cual se indica a continuación:
Los intermediarios financieros están integrados en dos subgrupos: bancarios y no bancarios. Los primeros incluyen al Banco de México, a la banca comercial y a la banca de desarrollo; los segundos, a los intermediarios financieros no bancarios del sector privado, como son arrendadoras, factorajes, sociedades de inversión, uniones de crédito y aseguradoras, y a los del sector público como son los fondos de fomento.
El sector público comprende al Gobierno Federal, al Gobierno del Distrito Federal, a los Gobiernos Estatales y Municipales y a los Organismos Descentralizados y Empresas de Participación Estatal.
El sector privado contempla a las personas morales y a las personas físicas, con y sin actividad empresarial, residentes en el país.
El sector externo identifica a las entidades financieras y no financieras residentes en el extranjero.
Una aportación relevante de la clasificación sectorial es la posibilidad de distinguir las operaciones que se realizan con residentes y no residentes.

Una vez constituida la estructura contable y sectorial, plasmada en un catálogo de cuentas, se solicita a las instituciones bancarias reportar sus operaciones en un formulario especial, denominado, hasta noviembre de 2000, Estado Analítico de Cuentas, y a partir de diciembre del mismo año, Informe Contable y de Sectorización. Los datos declarados por los intermediarios se someten a un proceso de crítica y validación, y una vez que cumplen

con la calidad requerida se integran en una base de datos denominada Sistema Básico de Información Bancaria (SBIB.)
A partir del SBIB y de un módulo especial sustentado por un programa de cómputo, se procede a definir los cuadros estadísticos denominados Recursos y Obligaciones(RYO), los que de manera resumida y analítica revelan las principales operaciones y transferencias de flujos monetarios entre los diferentes agentes económicos que participan en el sistema bancario.
Utilizando la clasificación codificada de los conceptos contables se diseña la presentación para la estadística de RYO; después de seleccionar las cuentas y agruparlas en conceptos se procede a sistematizar por medio de programas de cómputo los archivos necesarios para extraer los datos del SBIB. Cada vez que surge una operación nueva en la banca, ésta se incorpora al esquema contable - sectorial y a la estadística de RYO al mismo tiempo, de tal manera que siempre se mantiene una estructura actualizada.

1.3 Importancia

La Estadística de RyO muestra las transacciones realizadas por la banca a lo largo del mes que representa. Esto es, de ella se pueden obtener datos como el total de la Captación del Público, la cual se refiere al dinero que el público ha depositado en los bancos, es decir al ahorro; el total de la Cartera de Crédito tanto vigente como vencida, esto es el crédito otorgado por los bancos a los distintos sectores del país hasta el día del corte; y la Cartera de Valores, la cual denota la compra-venta de Títulos Gubernamentales ya sean transacciones interbancarias o con el sector privado. Gracias a que la información se muestra en un esquema de Activo y Pasivo (Recursos y Obligaciones), es posible identificar el origen y destino de los flujos financieros entre la banca y el resto de los sectores internos y externos, lo cual permite el aprovechamiento integral de la información en beneficio del usuario y contribuye a reducir de manera significativa los rubros residuales.

Debido a la riqueza de esta estadística, RyO es fuente muy importante para la generación de indicadores económicos del país, así como de información derivada, como son los Agregados Monetarios y las Estadísticas Monetarias del FMI. Mensualmente es publicada en Internet por el Banco de México, *http://www.banxico.org.mx*, para que el público en general, organismos nacionales e internacionales tengan acceso a esta magnífica fuente.
La información de RYO se encuentra disponible en una base de datos llamada Sistema de Información Económica del Banco de México (SIE-BANXICO), cuya característica principal es el almacenamiento de datos en series de tiempo, lo que permite ofrecer al usuario de la información bancaria períodos significativos de datos encadenados para la realización de estudios y análisis sobre el comportamiento de las principales variables financieras. No obstante que el SIE-BANXICO es una herramienta de uso exclusivo para el personal del Banco de México, en especial para la Dirección General de Investigación Económica, constituye la plataforma a partir de la cual se alimentan distintos sistemas de divulgación de datos que permiten el acceso tanto a usuarios internos como a externos, a través de la página de Internet, en donde es posible consultar un cuadro sólo para las últimas tres fechas, aunque la consulta por serie se puede realizar también para toda la historia disponible.

1.4 Planteamiento

Como resultado del gran volumen de información que se maneja, de la precisión y calidad que ésta debe tener debido a la trascendencia que tiene, se determina indispensable el uso de herramientas estadísticas en la validación y control de dicha información. Ya que en muchas ocasionas pasan por desapercibidos los errores en los datos.

Debido a que la información de RyO se puede obtener de Internet en forma de lo que más adelante se definirá como series de tiempo y que además se cuenta con más de 60 observaciones para cada concepto de RyO, se sugiere el uso del Análisis de Series de Tiempo con modelos ARIMA.
Estos modelos permitirán detectar errores en la información ocasionados, entre otras cosas, por errores en la captura o inconsistencia conceptual de los bancos con respecto a las cuentas. También permitirán hacer pronósticos de la información, lo cual es de gran utilidad, sobre todo cuando la información requiere de oportunidad, como en este caso, debido a que RyO es una fuente de indicadores económicos los cuales se utilizan en la toma de decisiones y para vigilar el comportamiento financiero del país.

En resumen, se espera cumplir con los siguientes objetivos:

- ✓ Generar pronósticos, sobre información bancaria para un horizonte de 6 meses como máximo, aunque el interés primordial es el pronóstico a un mes.

- ✓ Establecer un mecanismo que permita detectar oportunamente errores en la captura y proceso de la información o determinar la necesidad de modificar los modelos de pronósticos cuando los datos observados se desvían en forma sistemática de los valores pronosticados.

CAPÍTULO II : INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO UNIVARIADAS

Una serie de tiempo es una colección de observaciones hechas de forma secuencial en el tiempo, es un registro metódico de la medición u observación numérica, efectuada a intervalos de tiempo fijos. Los ejemplos ocurren en gran variedad de campos, como economía, física, mercadotecnia, demografía, en procesos de control, procesos binarios y procesos puntuales.

Como las series de tiempo están formadas por datos numéricos, es natural hacer uso de herramientas estadísticas para describirlas y analizarlas, así como ocurre con cualquier otro conjunto de información numérica. Los métodos de análisis de series de tiempo constituyen un área muy importante de la Estadística, se ha creado una rama independiente a la Regresión Lineal debido a que, al efectuar la regresión de una variable de serie de tiempo sobre otra variable de serie de tiempo, con frecuencia se obtiene un R^2 (Coeficiente de Determinación Múltiple) muy elevado aunque no haya una relación significativa entre las dos. Este problema surge porque si las dos series de tiempo involucradas presentan tendencias fuertes (movimientos sostenidos hacia arriba o hacia abajo), el alto R^2 observado se debe a la presencia de tendencia y no a la verdadera relación entre ellas. Además la teoría de series de tiempo considera solo a observaciones hechas en intervalos iguales de tiempo, mientras que la Regresión Lineal no tiene esta restricción.

En términos generales, la Estadística tiene dos enfoques básicos, el enfoque descriptivo y el enfoque inferencial. El enfoque descriptivo principalmente se ocupa de resumir y describir a la información disponible, de forma concisa a través de gráficas y medidas descriptivas. Por otro lado, el enfoque inferencial, es aquel que se utiliza para responder preguntas acerca de toda una población o universo, con base en un conjunto de datos muestrales.

2.1 Terminología

Se dice que una serie de tiempo es continua cuando las observaciones se realizan continuamente en el tiempo, éste término se usa para las series de este tipo aún cuando la variable de medición sólo pueda tomar valores de un conjunto discreto. Y se dirá que es discreta cuando las observaciones sean tomadas solamente en momentos específicos, aún cuando sean en intervalos de tiempo iguales. El término discreto se usa para series de tiempo de este tipo aunque la variable de medición sea continua.

Una serie de tiempo discreta se puede originar en la práctica de dos formas básicas. Dada una serie continua, se pueden tomar observaciones a intervalos iguales de tiempo para obtener una serie de tiempo discreta llamada por muestreo, por ejemplo, se tiene la tasa mensual de inflación, la cuál se obtiene al final de cada mes como una muestra del proceso que evoluciona en forma continua a lo largo del mes. O bien, otro tipo de serie discreta ocurre cuando se acumulan o agregan observaciones instantáneas en intervalos iguales, por ejemplo, el Financiamiento otorgado por la Banca Comercial al sector privado, que es una acumulación o saldo del financiamiento otorgado al final de cada mes.

La característica especial del análisis de series de tiempo es el hecho de que las observaciones sucesivas usualmente no son independientes y que el análisis toma en cuenta el orden de las observaciones. Cuando son dependientes, los valores futuros pueden predecirse a través de observaciones anteriores. Si la serie puede predecirse de forma exacta, se dice que es determinística. Pero la mayoría son estocásticas, en dónde los valores futuros son solamente en parte determinados por valores anteriores. Para las series estocásticas, las predicciones exactas son imposibles y se debe considerar que los valores futuros tienen una distribución de probabilidad que está condicionada, solo en parte, por el conocimiento de valores pasados.

2.2 Objetivos

a) Descripción → el primer paso a seguir en el análisis es graficar los datos y obtener medidas descriptivas de las principales propiedades de las series. Para algunas series, la variación está dominada por características "obvias", y en un modelo simple, en dónde sólo se pretende describir tendencias y variación estacional será suficiente el graficar. También nos es útil graficar en el caso en que se quieran detectar puntos que "saltan" o *outliers*, o sea aquellos que no son consistentes con el resto de los datos. En el manejo de estos *outliers* es más útil el sentido común que la teoría de la estadística. El *outlier* puede ser una observación válida, en ese caso debe tomarse en cuenta. Alternativamente, puede ser un fenómeno generado, como por ejemplo cuando falla un proceso de grabación o un fuerte golpe afecta severamente las ventas; en estos casos el *outlier* debe de ser ajustado al valor esperado en condiciones normales antes de realizar el análisis. Otra característica que debe observarse en la gráfica es la posible presencia de puntos influyentes, estos son aquellos puntos en donde si la tendencia era creciente se vuelve decreciente o viceversa. Cuando existe un punto influyente se pueden usar dos modelos ajustados para cada una de las dos partes de la serie.

b) Explicación → cuando las observaciones tienen dos o más variables, es posible explicar el cambio de una variable, por medio de lo sucedido en la otra.

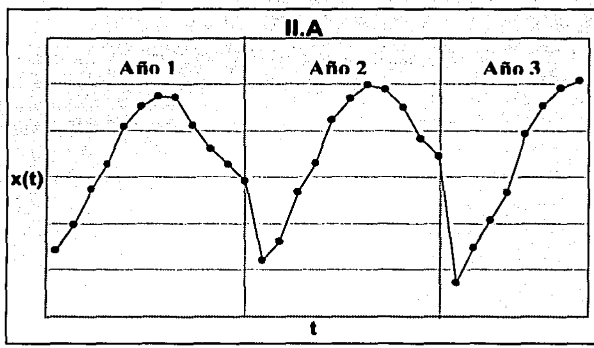
c) Predicción → dada una serie de tiempo, lo deseado es poder predecir valores futuros. Esto es una importante cuestión en el pronóstico de ventas y en el análisis de series de tiempo económicas e industriales. La predicción está fuertemente relacionada con el control de problemas en muchos casos.

d) Control → existe gran variedad de procesos de control. Por ejemplo en el control estadístico, las observaciones se grafican en cuadros de control y el encargado actúa con base en el estudio de estos cuadros. Una estrategia de control más elaborada es aquella en donde es ajustado un modelo estocástico a la serie, se predicen los valores futuros y luego las variables se ajustan para mantener al proceso.

2.3 Tipos de Variación

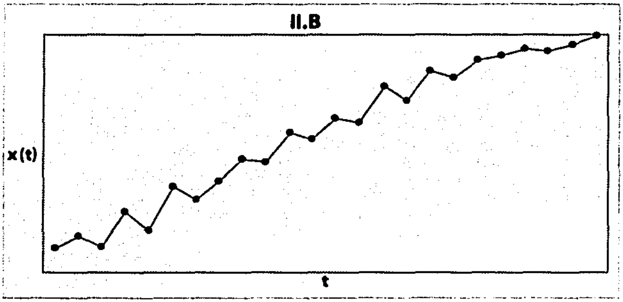
El análisis de una serie de tiempo dada, puede ser realizado de maneras distintas. Un método clásico es el de descomposición de series, éste considera que la serie está formada por una componente de tendencia, la cual es el movimiento de la serie a largo plazo, otra componente de estacionalidad, la cual representa a los efectos producidos por fenómenos que se repiten cada año con cierta constancia, y una componente más de irregularidad que sirve para caracterizar los movimientos imprevisibles y considerados como aleatorios.
Para mayor precisión a continuación se describen los tipos de variación utilizados en los métodos tradicionales de análisis de series de tiempo, estos son:

a) Efecto Estacional → se define como fluctuaciones periódicas a una longitud constante, la longitud del periodo puede ser de un año, de un mes o una semana. El factor estacional puede ser medido y removido de los datos para así obtener datos sin este efecto. A continuación se muestra la gráfica de una serie de tiempo con efecto estacional anual



b) Cambios cíclicos → aparte del efecto estacional, algunas series de tiempo muestran variación en un periodo determinado debido a otra causa física, o porque su naturaleza les obliga a cumplir con un ciclo. Por ejemplo los datos bancarios pueden ser afectados por ciclos económicos con periodos entre 5 y 7 años. La diferencia entre efecto estacional y cambios cíclicos es, que la estacionalidad se repite en intervalos fijos de un año, un mes o una semana, mientras que los cambios cíclicos tiene una duración más larga que varía de ciclo a ciclo.

c) Tendencia → se define como el comportamiento de los datos a largo plazo, este comportamiento puede ser creciente ó decreciente. También se puede ver como un cambio en la media en un periodo largo. Por lo cual, cuando hablamos de tendencia, es importante tomar en cuenta el número de observaciones disponibles y con base en ellas definir lo que se entiende por periodo largo. Ahora bien en términos generales, la tendencia puede ser determinística o estocástica, la tendencia será determinística si es perfectamente predecible y no es variable, o estocástica si no existe forma alguna de predecir su comportamiento.
En la figura II.B se muestra la gráfica de una serie con tendencia determinística creciente.



d) Otras fluctuaciones irregulares → después de despojar a los datos de tendencia, los cambios cíclicos y estacionales, nos quedan series de residuales, que pueden ser o no aleatorios. Por lo que se estudiarán diversas técnicas de análisis para ver si tienen variaciones irregulares que se puedan explicar en términos de modelos de probabilidad, como son promedios móviles o modelos autorregresivos.

Con esta metodología de descomposición de series, se pretende identificar y estimar cada uno de los componentes por separado, además dentro de este contexto podría pensarse que las componentes de tendencia y estacionalidad son la parte determinística o semideterminística de la serie, mientras que el componente irregular es su parte no-determinística o estocástica. En otras palabras la descomposición asume que el dato está integrado de la siguiente forma:

$$\text{Dato} = \text{patrón} + \text{error} = f(\text{tendencia}, \text{cambios cíclicos}, \text{estacionalidad}) + \text{error}$$

Esto implica, que la población sobre la cual desea inferirse, es el conjunto de series de tiempo formadas por una parte determinística o semideterminística, combinada con todas las posibles realizaciones de la parte estocástica.

2.4 Conceptos Básicos

El primer paso en el análisis de un conjunto de datos es el de graficar las observaciones a lo largo del tiempo. Esto normalmente mostrará las propiedades más importantes de las series. Características como tendencia, estacionalidad (temporalidad) y discontinuidad, usualmente serán visibles en las gráficas.

Series de Tiempo estacionarias

El trabajo empírico basado en series de tiempo supone que la serie de tiempo en cuestión es estacionaria. Se dice que una serie de tiempo es estacionaria si no tiene un cambio sistemático en la media (no tendencia), si no tiene un cambio sistemático en la varianza y si se removieron las variaciones estrictamente periódicas.
La mayor parte de la teoría de probabilidad está enfocada a las series de tiempo estacionarias, por lo que el análisis de series de tiempo requiere convertir las series no estacionarias en estacionarias, para así poder aplicar esta teoría.
Si al graficar, se observa que las series son aproximadamente estacionarias, será útil el calcular la media y la desviación estándar de las observaciones.
Más adelante se estudiará este concepto con mayor detalle.

Transformaciones

Al graficar los datos, estos posiblemente indicarán si es deseable transformar los valores de la variable observada. Las dos principales razones para hacer una transformación son:

1) Para estabilizar la varianza $\rightarrow$ si existe una tendencia en la serie y la varianza se incrementa junto con la media entonces es recomendable hacer una transformación a los datos. En particular, si la desviación estándar es directamente proporcional a la media, es apropiado aplicar una transformación logarítmica.
2) Para hacer el efecto estacional aditivo $\rightarrow$ si existe tendencia en la serie y el tamaño del efecto estacional se incrementa con la media, entonces se recomienda hacer una transformación para lograr que el efecto estacional sea constante. En particular, si el tamaño del efecto estacional es directamente proporcional a la media, se dice que el efecto estacionario es multiplicativo y para lograr un efecto aditivo se recomienda hacer una transformación logarítmica. A veces esta transformación sólo estabilizará a la varianza cuando el error sea multiplicativo, punto que luego pasa por desapercibido.

Comúnmente se utilizan 3 modelos estacionales:

A) $x_t = \mu_t + s_t + \varepsilon_t$
B) $x_t = \mu_t s_t + \varepsilon_t$
C) $x_t = \mu_t s_t \varepsilon_t$

donde
x_t = observación al tiempo t
μ_t = media general
s_t = efecto estacional
ε_t = error aleatorio

El modelo A es completamente aditivo, por lo que no requiere ninguna transformación. El modelo C es completamente multiplicativo, por lo que es apropiado aplicar una transformación logarítmica. El modelo B tiene estacionalidad multiplicativa y error aditivo, el tamaño relativo de estos efectos determinarán la transformación que es adecuada aplicar.

Operadores de Retraso y Diferencia

Estos operadores serán indispensables para definir lo que más adelante se conocerá como modelos ARIMA.
El <u>operador de retraso</u> de denota por la letra B (del inglés Backward). Este operador se define mediante la relación:

$$Bx_t = x_{t-1} \qquad \text{para toda } t$$

aplicando sucesivamente el operador B, se obtiene

$$B^2x_t = B(Bx_t) = x_{t-2}$$
$$B^3x_t = B(B^2x_t) = x_{t-3}$$
$$\ldots\ldots$$
$$B^kx_t = B(B^{k-1}x_t) = x_{t-k}$$

así que, en general, la expresión a la que se llega es

$$B^kx_t = x_{t-k} \qquad \text{para } k=0,1,2,\ldots \text{ y toda } t$$

Es decir, la serie que originalmente contaba con N observaciones, se reducirá a una serie de solamente N-k observaciones, por el solo hecho de aplicar B^k.

El <u>operador diferencia</u> está denotado por ∇ y está íntimamente relacionado con B. Este operador se utiliza para expresar relaciones del tipo $y_t = x_t - x_{t-1}$, donde, si x_t es una variable de saldo, entonces y_t será la correspondiente variable de flujo; es decir ∇ se define como

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1} \qquad \text{para toda t.}$$

La relación que liga a ∇ con B es la siguiente

$$\nabla = 1 - B \qquad \text{o sea} \qquad \nabla x_t = (1-B)x_t$$

de esta manera, así como se obtuvo una expresión general para B^k mediante la aplicación sucesiva del operador B, así también se obtiene la siguiente forma general para ∇^k.

$$\nabla^k x_t = (1-B)^k x_t$$

En el análisis de series de tiempo se utilizan operadores de retraso en forma de polinomios. El uso de polinomios de retraso es de particular importancia, porque permiten expresar, de una manera simple, algunos de los modelos de mayor utilidad en la práctica, como son promedios móviles, autorregresivos, autorregresivos de promedios móviles y autorregresivos integrados y de promedios móviles; los cuales se estudiarán en el siguiente Capítulo.

Análisis de Series con Tendencia

El análisis de una serie de tiempo que muestra un cambio en la media por un periodo largo, depende de lo que se quiera hacer:

(a) medir la tendencia y/o (b) remover la tendencia para así poder analizar fluctuaciones locales.

Con datos estacionales, es buena idea empezar por calcular promedios anuales sucesivos que mostrarán una descripción de la tendencia. Una aproximación de este tipo en algunas situaciones es perfectamente adecuada, en especial cuando la tendencia es pequeña, pero algunas otras veces es necesaria una aproximación más sofisticada y se deben considerar las siguientes técnicas.

i) **Ajuste de una curva.** Un método tradicional para tratar con los datos no-estacionales que contienen una tendencia, particularmente cuando son anuales, es ajustarlos a una función simple como una curva polinomial (lineal, cuadrática, cúbica, etc).
La curva de Gompertz está dada por:

$$\log x_t = a - b\, r^t$$

Para todas las curvas de este tipo, la función ajustada mide la tendencia, y los residuales nos dan una estimación de fluctuaciones locales, donde los residuales son las diferencias entre las observaciones y sus valores correspondientes en la curva ajustada.

ii) **Filtros.** Un segundo método para tratar a la tendencia, es usar un filtro lineal que transforma a una serie de tiempo, $\{x_t\}$, en otra, $\{y_t\}$, a través de una operación lineal

$$y_t = \sum_{r=-q}^{+s} a_r x_{t+r} = S_m(x_t)$$

donde $\{a_r\}$ es el conjunto de pesos y $\Sigma a_r = 1$. Esta operación es conocida como promedios móviles. Los promedios móviles normalmente son simétricos con $s=q$ y $a_r = a_{-r}$.

Los promedios móviles simples no son generalmente recomendados para medir la tendencia, aunque pueden ser útiles para remover la variación estacional.

iii) **Diferenciación.** Un tipo especial de filtro, que es particularmente útil para remover la tendencia, es un simple operador diferencia, aplicado a la serie de tiempo, para convertirla en una serie estacionaria. Para datos no-estacionales, basta aplicar una sola vez el operador diferencia para convertirlos en estacionarios, por lo que la nueva serie $\{y_1,\ldots,y_{N-1}\}$ está formada por la serie original $\{x_1,\ldots,x_N\}$, esto es:

$$y_t = x_{t+1} - x_t = \nabla x_{t+1}$$

El operador diferencia de primer orden actualmente es usado en algunas series económicas, siempre y cuando, estas series no sean de niveles, ya que al tomar la primera diferencia se puede perder la valiosa relación de largo plazo que tienen estas variables en niveles. La mayor parte de la teoría económica se postula con base en relaciones de largo plazo entre las variables en niveles. Ocasionalmente el operador de segundo orden será ocupado, y está dado por:

$$\nabla^2 x_{t+2} = \nabla x_{t+2} - \nabla x_{t+1} = x_{t+2} - 2\, x_{t+1} + x_t$$

Fluctuaciones Estacionales

El análisis de series de tiempo con fluctuaciones estacionales depende de lo que se desea hacer:

(a) medir la estacionalidad y/o (b) eliminarla

Para series que muestran una tendencia pequeña, es adecuado un simple cálculo de promedio para cada mes y compararlo con el resto de los promedios. Para series mensuales que tienen una tendencia sustanciosa, la manera más común de eliminar el efecto estacional es calculando:

$$Sm(x_t) = \frac{{}^1{}_2 x_{t-6} + x_{t-5} + x_{t-4} + \ldots + x_{t+5} + {}^1{}_2 x_{t+6}}{12}$$

Nótese que la suma de los coeficientes es 1. Para datos trimestrales, el efecto estacional puede ser eliminado, calculando:

$$Sm(x_t) = \frac{{}^1{}_2 x_{t-2} + x_{t-1} + x_t + x_{t+1} + {}^1{}_2 x_{t+2}}{4}$$

El efecto estacional puede ser calculado como $x_t - Sm(x_t)$ ó $x_t / Sm(x_t)$ dependiendo si el efecto estacional es aditivo o multiplicativo. Si la variación estacional se mantiene aproximadamente en el mismo nivel sin tomar en cuenta el nivel de la media, entonces se dice que es aditiva, pero si se incrementa de forma directamente proporcional al nivel de la media, se dirá que es multiplicativa. La gráfica indicará que descripción es mejor.

Como ya se había comentado, un efecto estacional puede ser eliminado a través de un operador diferencia, por ejemplo para datos mensuales se utiliza el operador ∇_{12} donde:

$$\nabla_{12}\, x_t = x_t - x_{t-12}$$

2.5 Autocorrelación

El término autocorrelación se puede definir como la correlación entre miembros de series de observaciones ordenadas en el tiempo. La pregunta natural es: ¿Por qué ocurre la autocorrelación? Hay diversas razones, algunas de las cuales son las siguientes:

a) Inercia. Una característica relevante de la mayoría de las series de tiempo económicas es la inercia o lentitud. Como bien se sabe, las series de tiempo tales como el Producto Nacional Bruto, los índices de precios, la producción, el empleo y el desempleo, presentan ciclos económicos. Empezando en el fondo de la recesión, cuando se inicia la recuperación económica, la mayoría de estas series empieza a moverse hacia arriba. En este movimiento hacia arriba, el valor de una serie en un punto del tiempo es mayor que su valor anterior, así, hay un "momentum" construido en ellas y éste continuará hasta que algo suceda (por ejemplo, un aumento en la tasa de interés o en los impuestos ó ambos) para reducirlo.

b) Fenómeno de la telaraña. La oferta de muchos productos agrícolas refleja el llamado fenómeno de la telaraña en donde la oferta reacciona al precio con un rezago de un periodo de tiempo debido a que la implementación de las decisiones de oferta toman tiempo (periodo de gestación). Por lo tanto, en la siembra de cosechas al principio de este año, los agricultores están influenciados por el precio del año anterior. Supóngase que al final del periodo t, el precio P_t resulta ser inferior a P_{t-1}. Por consiguiente, es muy probable que los agricultores decidan producir en el periodo $t+1$ menos de lo que produjeron en el periodo t. Si los agricultores producen excedentes en el año t, es probable que reduzcan su producción en $t+1$ y así sucesivamente, conduciendo a un patrón de telaraña.

c) Manipulación de datos. En el análisis empírico, los datos simples son frecuentemente "manipulados". Por ejemplo, las series de tiempo que contienen información trimestral, que por lo general se obtiene de información mensual, agregando simplemente las observaciones de tres meses y dividiendo entre 3. Este procedimiento de promediar las cifras introduce cierto suavizamiento en los datos al eliminar las fluctuaciones en la información mensual. Por consiguiente, la gráfica referente a la información trimestral aparece mucho más suave que la que contiene información mensual y este suavizamiento puede, en sí mismo, inducir a un patrón sistemático en la parte considerada como aleatoria, introduciendo con esto autocorrelación. Otra fuente de manipulación es la interpolación o extrapolación de la información.. Todas estas técnicas de "manejo" pueden imponer sobre la información un patrón sistemático que pudiera no estar presente en la información original.

Como en las series de tiempo, la información está ordenada en orden cronológico, es probable que haya intercorrelaciones entre las observaciones sucesivas, especialmente si el intervalo de tiempo entre éstas es corto, como por ejemplo un día o una semana en lugar de un mes o un año.

Debe mencionarse que la autocorrelación puede ser positiva o negativa, aunque la mayoría de las series de tiempo económicas presentan autocorrelación positiva porque se mueven hacia arriba o hacia abajo durante periodos prolongados.

Una importante guía acerca de las propiedades de una serie de tiempo está dada por la serie de coeficientes de autocorrelación, que miden la correlación entre las observaciones a diferentes distancias. Estos coeficientes nos dan idea del modelo de probabilidad que genera los datos.

El coeficiente de correlación entre 2 variables está dado por:

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}$$

Una idea similar se aplica en las series de tiempo, para ver la correlación entre observaciones sucesivas.

Dadas N observaciones $x_1,\dots,x_N$, de una serie de tiempo discreta se pueden hacer (N-1) pares de observaciones, dadas como: (x_1,x_2), (x_2,x_3), ..., (x_{N-1},x_N). Tomando a la primera observación en cada par como una variable y a la segunda como una segunda variable, el coeficiente de correlación entre x_t y x_{t+1} está dado por:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} (x_t - \bar{x}_{(1)})(x_{t+1} - \bar{x}_{(2)})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{N-1} (x_t - \bar{x}_{(1)})^2 \sum_{t=1}^{N-1} (x_{t+1} - \bar{x}_{(2)})^2}} \qquad \text{(II.1)}$$

donde

$$x_{(1)} = \sum_{t=1}^{N-1} \frac{x_t}{N-1}$$ es la media de las primeras (N-1) observaciones y

$$x_{(2)} = \sum_{t=2}^{N} \frac{x_t}{N-1}$$ es la media de las últimas (N-1) observaciones.

Como el coeficiente dado por la ecuación (II.1) mide la correlación entre observaciones sucesivas, es llamado coeficiente de autocorrelación o coeficiente de correlación serial. Aunque algunos autores afirman que el coeficiente de autocorrelación y el de correlación serial son cosas distintas, se considerarán como lo mismo. Por ejemplo, Tintner define autocorrelación como correlación rezagada de una serie dada consigo misma, rezagada por un número de unidades de tiempo, mientras que reserva el término de correlación serial para correlación rezagada entre dos series diferentes. Así, la correlación entre dos series de tiempo como $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ y $x_2, x_3, \dots, x_{11}$, donde la primera es igual a la última rezagada un periodo de tiempo, es autocorrelación; mientras que la correlación entre dos series de tiempo tales como $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ y $y_1, y_2, \dots, y_{11}$, donde x y y son dos series de tiempo diferentes, se denomina correlación serial.

Para N grande, r_1 está dada aproximadamente por:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1}(x_t - \bar{x})(x_{t+1} - \bar{x})/(N-1)}{\sum_{t=1}^{N}(x_t - \bar{x})^2 / N}$$

Donde

$$\bar{x} = \sum_{t=1}^{N}\frac{x_t}{N} = \text{media general}$$

Algunos autores eliminan al factor $\frac{N}{N-1}$, ya que para N muy grandes sucede que:

$$\frac{N}{N-1} \approx 1$$

con lo que se obtiene

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1}(x_t - \bar{x})(x_{t+1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{N}(x_t - \bar{x})^2}$$

De forma análoga se puede calcular la correlación entre observaciones a distancias de tamaño k:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{N}(x_t - \bar{x})^2}$$ *Coeficiente de autocorrelación a distancia k (lag k)*

En la práctica el coeficiente de autocorrelación se calcula a través de las series de coeficientes de autocovarianza $\{C_k\}$, que se definen análogamente con la fórmula de covarianza como:

$$c_k = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N-k}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})$$

Luego se calcula:

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \qquad \text{para } k = 1,2,\ldots,m \text{ donde } m \leq N$$

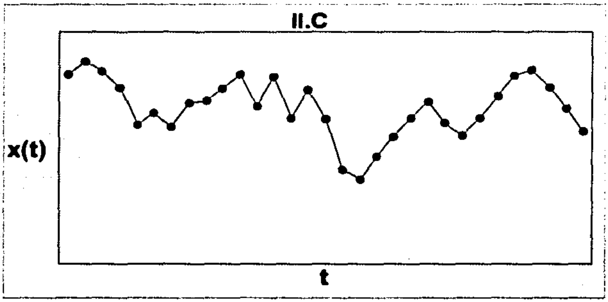
El correlograma

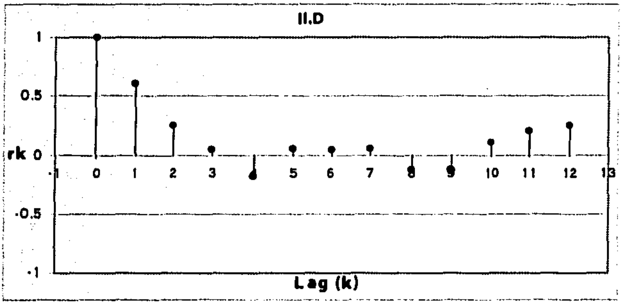
Una herramienta útil para interpretar a un conjunto de coeficientes de autocorrelación es la gráfica llamada correlograma poblacional en donde r_k es graficado contra *lag* k. Puesto que, en la práctica, sólo se tiene una realización de un proceso estocástico (es decir, la muestral), solamente se puede calcular el coeficiente de correlación muestral, $\hat{r}_k$. La gráfica de $\hat{r}_k$ frente a k se conoce como correlograma muestral. Pero esta distinción entre r_k y $\hat{r}_k$ ya no se hará más adelante por cuestiones prácticas.

Interpretación del correlograma

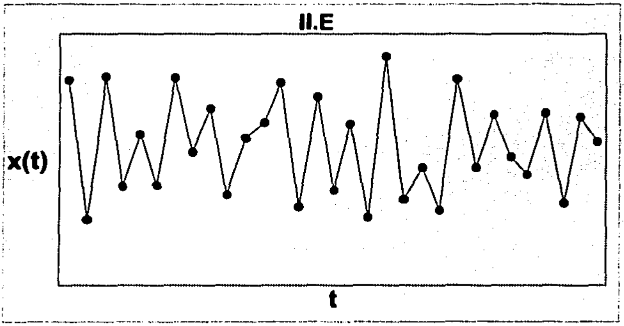
(a) Series aleatorias: si una serie de tiempo es puramente aleatoria, entonces para N grande $r_k \approx 0$ para todos los valores de k distintos de cero. De hecho r_k en series de tiempo aleatorias se aproxima a $\mathcal{N}(0,1/N)$, por lo que si una serie de tiempo es aleatoria, 19 de cada 20 valores de r_k pueden variar entre $\pm 2/\sqrt{N}$. Con un alto número de coeficientes es probable que se obtengan uno (o más) resultados "inusuales", aún cuando están presentes efectos no reales.

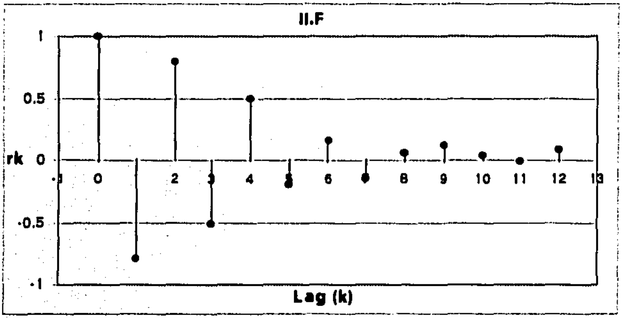
(b) Correlación en periodos pequeños: las series estacionarias generalmente muestran correlación en periodos pequeños, que se caracterizan por un valor alto de r_1 seguido de 2 o 3 coeficientes que son un poco más grandes que cero, con la tendencia de irse haciendo paulatinamente más pequeños. Valores de r_k para *lags* largos suelen ser aproximadamente cero. Un ejemplo de serie de tiempo con este tipo de correlograma es aquella en la cual una observación por arriba de la media tiende a ser seguida por otra (u otras) que está por encima de la media, esto ocurre de forma similar para las observaciones que están por debajo de la media. Para las series de este tipo es conveniente usar un modelo autorregresivo. A continuación, en II.C, se muestra la gráfica de una serie de tiempo con correlación en periodos pequeños, y en II.D el correlograma correspondiente.



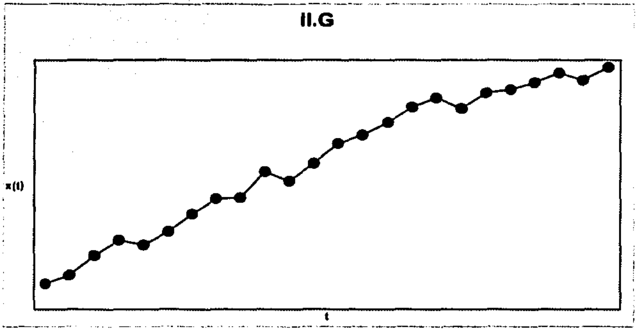


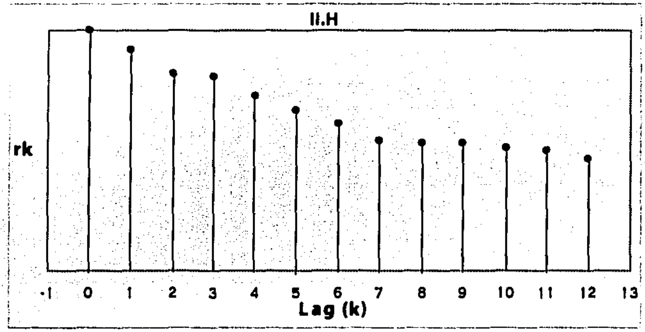
(c) Series alternantes: si los valores de una serie de tiempo alternan de un lado de la media al otro, el correlograma también tiende a alternar. El valor de r_1 será negativo. Quizás el valor de r_2 será positivo, siempre y cuando las observaciones a *lag 2* estén del mismo lado de la media. En II.E se muestra a una serie de tiempo alternante, mientras que en II.D, su respectivo correlograma.





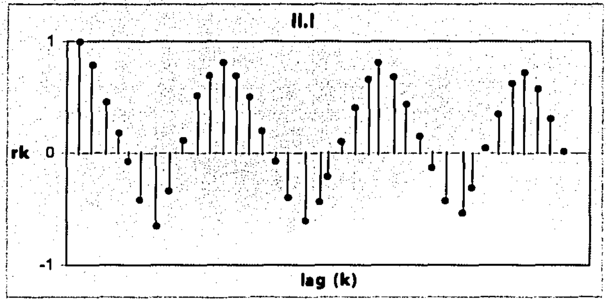
(d) Series no-estacionarias: si una serie de tiempo tiene tendencia, entonces los valores de r_k no serán menores que cero, excepto para valores muy grandes de *lag*. Esto ocurre debido a que una observación que se encuentra a un lado de la media tiende a ser seguida por observaciones en el mismo lado de la media, esto ocurre gracias a la tendencia. Un caso típico de serie de tiempo no-estacionaria se muestra a continuación en la gráfica II.G:



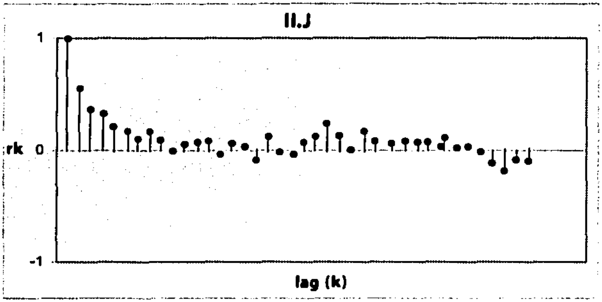


El correlograma II.H muestra que la característica dominante es la tendencia. De hecho, la serie formada por la función de autocorrelación $\{r_k\}$ sólo debe ser calculada para series de tiempo estacionarias, por lo que cualquier tendencia debe ser removida antes de calcular $\{r_k\}$.

(e) Fluctuaciones estacionales: si una serie de tiempo tiene fluctuaciones estacionales, su correlograma también mostrará oscilaciones en las mismas frecuencias (II.I). Por ejemplo en observaciones mensuales, r_6 será grande y negativo, mientras que r_{12} será grande y positivo.



Si la variación estacional es removida de los datos, el correlograma podrá brindar información útil (II.J). La variación estacional fue removida de los datos con un simple procedimiento de calcular 12 promedios mensuales y quitándole el correspondiente a cada observación. El correlograma de las series resultantes muestra que los 3 primeros coeficientes son grandes y van disminuyendo, lo que indica correlación en un periodo corto.



(f) *Outliers*: si una serie de tiempo contiene uno o más *outliers*, el correlograma se verá seriamente afectado, por lo que se recomienda ajustarlos antes de hacer el correlograma, debido a que los *outliers* ocasionan que los coeficientes de correlación tomen el valor cero.

CAPÍTULO III : PROCESOS ESTOCÁSTICOS PARA MODELAR SERIES DE TIEMPO

La mayoría de los procesos físicos en el mundo real contienen un elemento aleatorio o estocástico en su estructura, un proceso estocástico puede ser descrito como "un fenómeno estadístico que se desarrolla a través del tiempo de acuerdo a reglas de probabilidad". La palabra "estocástico" es de origen griego y significa "perteneciente al azar". Matemáticamente, un proceso estocástico se define como una colección de variables aleatorias $\{X(t), t \in T\}$, dónde T es un conjunto de puntos en el tiempo en los cuales el proceso está definido. Por lo que un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias que están ordenadas en el tiempo.

Cualquier serie de tiempo puede ser generada por un proceso estocástico o aleatorio y un conjunto concreto de información, que puede ser considerado como una realización (particular) del proceso estocástico subyacente. La distinción entre un proceso estocástico y su realización es semejante a la distinción entre la información poblacional y muestral. De la misma manera como se utiliza información muestral para inferir sobre una población, en las series de tiempo se utiliza la realización para inferir sobre el proceso estocástico subyacente.

En el análisis de series de tiempo se supondrá que no se tiene más de una observación al tiempo t, por lo que se tiene una observación de la variable aleatoria al tiempo t. Sin embargo se debe considerar a una serie de tiempo sólo como un ejemplo del conjunto infinito de series de tiempo que pueden ser observadas, cada elemento de este conjunto infinito es una posible realización del proceso estocástico.
Cada observación puede ser vista como una realización particular, la cual se denota como $x(t)$ para $(0 \leq t \leq T)$ si las observaciones son continuas, y como x_t para $t=1,\ldots,N$ si son discretas.

Como hay solamente una población en mente, el análisis de series de tiempo está esencialmente relacionado con la evaluación de la descripción de las propiedades del modelo de probabilidad que genera la serie de tiempo observada.

Una forma de describir a un proceso estocástico es especificando la función de probabilidad conjunta de $X_{t1},\ldots,X_{tn}$ para cualquier conjunto de tiempos $t_1,\ldots t_n$ y para cualquier valor de n. Lo cual es complicado y no se usa en la práctica. Otra forma más fácil y útil para describir a un proceso estocástico es obtener los momentos del proceso, especialmente el primero y segundo momentos, es decir, las funciones de la media, la varianza y la autocovarianza. Definidas para tiempo discreto:

Media: La función media, $\mu(t)$, está definida como: $\mu(t) = E(X_t)$

Varianza: La función varianza, $\sigma^2(t)$ está definida como: $\sigma^2(t)=Var(X_t)$

Autocovarianza[1]: La función de autocovarianza, $\gamma(t_1,t_2)$ está definida como:

$$\gamma(t_1,t_2) = Cov(X_{t1}, X_{t2}) = E\{[X_{t1} - \mu(t_1)][X_{t2} - \mu(t_2)]\}$$

La función varianza es un caso especial de $\gamma(t_1,t_2)$ cuando $t_1=t_2$.
Por cuestiones prácticas, la función de autocovarianza será abreviada como f.acv.

3.1 Proceso Estacionario

El Análisis de Series de Tiempo supone implícitamente que la serie de tiempo en la cual se basa es estacionaria. En la práctica, la mayoría de las series de tiempo económicas son no estacionarias.

Proceso Estrictamente Estacionario

Se dice que una serie de tiempo es estrictamente estacionaria si la distribución conjunta de $X(t_1),\ldots, X(t_n)$ es la misma que la distribución conjunta de $X(t_1+\tau),\ldots, X(t_n+\tau)$ para toda $t_1,\ldots,t_n, \tau$. En otras palabras, el trasladar el origen τ unidades no tendrá efecto en las distribuciones conjuntas que dependen solamente de los intervalos entre $t_1, t_2,\ldots t_n$. La definición anterior es válida para cualquier valor de n. En particular, si n=1, esto implica que la distribución de X(t) debe ser la misma para todo t, por lo que $\mu(t)=\mu$ y $\sigma^2(t)=\sigma^2$ son constantes, y no dependen del valor de t.

Más aún si n=2, la distribución conjunta de $X(t_1)$ y $X(t_2)$ depende solamente de $(t_2 - t_1)$ que es llamado *lag* o retraso. De esta manera la función de autocovarianza, $\gamma(t_1,t_2)$, también depende sólo de $(t_2 - t_1)$ y puede ser expresada como $\gamma(t_2 - t_1)$, donde:

$$\gamma(t_2 - t_1) = E\{[X(t_1) - \mu][X(t_2) - \mu]\}$$

que es el coeficiente de autocovarianza en el retraso $(t_2 - t_1)$.

De forma general, la **función de autocovarianza** (f.acv) en el retraso τ, es la covarianza entre los valores de X_t y $X_{t+\tau}$, es decir, entre dos valores X que están separados τ periodos, y es de la forma

$$\gamma(\tau) = E\{[X_t - \mu][X_{t+\tau} - \mu]\}$$

Si $\tau=0$, se obtiene $\gamma(0)$, que es simplemente la varianza de X, o sea σ^2_X; si $\tau=1$, $\gamma(1)$ es la covarianza entre dos valores adyacentes de X.

El tamaño de los coeficientes de autocovarianza depende de las unidades en las cuales está medido X(t), por lo que para fines de interpretación conviene estandarizar a la f.acv., dividiendo entre la varianza, originando con esto a la **función de autocorrelación** (f.ac) que está dada por $\rho(\tau)=\gamma(\tau)/\gamma(0)$ el cual mide la autocorrelación entre X(t) y X(t+τ).

---

[1] Se sabe que si *x* y *y* son dos variables aleatorias entonces la covarianza de *x* y *y* está definida por:

$$Cov(x,y) = E[(x - E(x)(y - E(y)]$$

Si *x* y *y* son variables aleatorias del mismo proceso estocástico en diferentes tiempos, entonces el coeficiente de covarianza es llamado un coeficiente de autocovarianza y el coeficiente de correlación es llamado un coeficiente de autocorrelación.

Es importante observar que tanto $\gamma(\tau)$ como $\rho(\tau)$, por ser funciones de $X(t)$, son discretas si la serie de tiempo es discreta y continuas si la serie es continua.

Proceso Estacionario de Segundo Orden

Un proceso será estacionario de segundo orden, si su media es constante y su f.acv depende solamente del retraso τ, es decir

$$E[X(t)]=\mu \qquad \text{y} \qquad Cov[X(t), X(t+\tau)]=\gamma(\tau)$$

Lo anterior implica que la varianza, al igual que la media, es constante y finita. No se hacen suposiciones acerca de momentos superiores a los de segundo orden.

En otras palabras se dice que un proceso estocástico es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende solamente de la distancia o retraso entre estos dos periodos de tiempo y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza. Si una serie de tiempo no es estacionaria en este sentido, se denomina una serie de tiempo no-estacionaria.

Una clase importante de procesos donde esto es particularmente cierto es la clase de procesos normales, esto sucede debido a que su distribución conjunta es una normal multivariada, la cual está completamente caracterizada por su primer y segundo momentos, y por lo tanto por $\mu(t)$ y $\gamma(t_1,t_2)$, y como el proceso es estacionario, $\mu(t)$ es constante y $\gamma(t_1,t_2)$ es una función exclusiva de τ. En el caso en que el proceso sea muy no-normal; μ y $\gamma(t)$ pueden no ser adecuadas para describir el proceso.

Pruebas de Estacionariedad

Existen diferentes formas de determinar si un proceso estocástico es estacionario o no-estacionario, a continuación se muestran dos de las formas más comunes y sencillas para poder determinar o rechazar la estacionariedad de un proceso.

a) Función de Autocorrelación

Así como los coeficientes de autocorrelación son un útil conjunto de estadísticas para describir a una serie de tiempo, de forma similar la función de autocorrelación (f.ac.) de un proceso estocástico estacionario es una importante herramienta para evaluar sus propiedades.

La función de autocorrelación describe la evolución de un proceso a través del tiempo. La inferencia realizada con esta función se llama Análisis en el Dominio del Tiempo.

<u>Propiedades</u>

Sea $X(t)$ el proceso estocástico estacionario con media μ, varianza σ^2, f.acv $\gamma(\tau)$ y f.ac. $\rho(\tau)$, luego entonces

$$\rho(\tau)= \gamma(\tau) / \gamma(0) = \gamma(\tau)/\sigma^2, \quad \text{nótese que } \rho(0)=1$$

i. Propiedad 1: La f.ac. es una función simétrica con respecto al retraso, es decir:

$$\rho(\tau) = \rho(-\tau)$$

Demostración:
Como $\rho(\tau) = \gamma(\tau)/\sigma^2$ y $X(t)$ es estacionaria, entonces

$$\gamma(\tau) = Cov\,[X(t),X(t+\tau)] = Cov\,[X(t-\tau),X(t)] = \gamma(-\tau)$$

$$\Rightarrow \quad \rho(\tau) = \rho(-\tau) \qquad \blacklozenge$$

ii. Propiedad 2: $|\rho(\tau)| \leq 1$

Demostración:
Esto puede ser demostrado observando que

$$Var\,[\lambda_1 X(t) + \lambda_2 X(t+\tau)] \geq 0$$

para cualesquiera constantes λ_1, λ_2. Esta varianza es igual a

$$\lambda_1^2\ Var[X(t)] + \lambda_2^2\ Var[X(t+\tau)] + 2\,\lambda_1\,\lambda_2\,Cov\,[X(t),\ X(t+\tau)]$$
$$= (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)\,\sigma^2 + 2\,\lambda_1\,\lambda_2\,\gamma(\tau)$$

por lo que, cuando $\lambda_1=\lambda_2=1$, se tiene que $\gamma(\tau) \geq -\sigma^2 \Rightarrow \rho(\tau) \geq -1$

y cuando $\lambda_1=1$, $\lambda_2 = -1$, se tiene que $\sigma^2 \geq \gamma(\tau) \Rightarrow +1 \geq \rho(\tau)$

$$\therefore \quad -1 \leq \rho(\tau) \leq 1$$

$\blacklozenge$

iii. Propiedad 3: No-unicidad. A una f.acv. particular le corresponde solamente un posible proceso estacionario normal, como ya se mencionó un proceso estacionario normal está completamente determinado por su media, varianza y f.ac. Pero es posible encontrar algunos procesos no normales con las mismas funciones de autocorrelación, esto ocasiona dificultades al interpretar a una muestra de funciones de autocorrelación. Jenkins y Watts (1968) dieron el ejemplo de 2 procesos estocásticos distintos que tenían la misma f.a.c.

Determinar si una serie de tiempo es estacionaria o no, utilizando la función de autocorrelación es muy sencillo. Si en el correlograma se observa que el coeficiente comienza con un valor muy alto (alrededor de 0.97 en el retraso 1) y se va desvaneciendo lentamente, manteniéndose positivo, este comportamiento es evidencia de que la serie de tiempo es no-estacionaria. En cambio si los coeficientes toman el valor de cero (o casi cero) rápidamente, es decir al segundo o tercer valor, la serie será estacionaria.

b) Estadísticas Box-Pierce (Q) y Ljung-Box (LB)
Para hacer una prueba más formal, la significancia estadística de cualquier $\rho(\tau)$ puede ser valuada por su desviación estándar. Bartlett demostró que si una serie de tiempo es puramente aleatoria, los coeficientes de autocorrelación están distribuidos en forma

aproximadamente normal con media cero y varianza 1/N, donde N es el tamaño de la muestra. Entonces siguiendo las propiedades de la distribución normal estándar, el intervalo de confianza al 95% para cualquier $\rho(\tau)$ será $\pm 1.96(1/\sqrt{N})$ a cualquier lado del cero. Así, si un $\rho(\tau)$ estimado se encuentra dentro de este intervalo, no se rechaza la hipótesis de que el verdadero $\rho(\tau)$ es cero. Pero si se encuentra por fuera de este intervalo de confianza, entonces se puede rechazar la hipótesis de que el verdadero $\rho(\tau)$ sea cero.

Para probar la hipótesis conjunta de que todos los coeficientes de autocorrelación $\rho(\tau)$ son simultáneamente iguales a cero, se puede utilizar la estadística Q desarrollada por Box y Pierce en 1970, que está definida como

$$Q = N\sum_{\tau=1}^{m}\rho(\tau)^2$$

donde N = tamaño de la muestra
m = longitud máxima del retraso

La estadística Q se distribuye aproximadamente como la ji-cuadrada con *m* grados de libertad. Si la Q calculada excede el valor Q crítico de la tabla ji-cuadrada (ver Apéndice, Tabla A.1) al nivel de significancia seleccionado, se puede rechazar la hipótesis nula de que todos los son $\rho(\tau)$ iguales a cero; por lo menos algunos de ellos deben ser diferentes de cero.

Una variante de la estadística Q de Box-Pierce es la estadística Ljung-Box (LB) que está definida como

$$LB = N(N+2)\sum_{\tau=1}^{m}\left(\frac{\rho(\tau)^2}{N-\tau}\right) \sim \chi^2_m$$

Aunque en muestras grandes tanto la estadística Q como LB siguen la distribución ji-cuadrada con *m* grados de libertad, se ha encontrado que la estadística LB posee mejores propiedades que la estadística Q.

3.2 Proceso aleatorio puro

Un proceso discreto $\{Z_T\}$ se denomina proceso aleatorio puro si las variables de la sucesión $\{Z_T\}$ son variables aleatorias mutuamente independientes e idénticamente distribuidas. De la definición se sigue que el proceso tiene media y varianza constantes y que

$$\gamma(k) = \mathrm{Cov}\,(Z_t, Z_{t+k}) = 0 \quad \text{para} \quad k = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Como la media y la f.acv no dependen del tiempo, el proceso es estacionario. De hecho es claro que el proceso es estrictamente estacionario, ya que la f.ac. está dada por

$$\rho(k)=\begin{cases}1 & k=0\\ 0 & k=\pm1,\pm2,\ldots\end{cases}$$

Un proceso aleatorio puro, en términos de ingeniería, también se conoce como ruido blanco. Los procesos de este tipo son muy útiles, sobretodo como componentes de procesos tales como procesos de promedios móviles.

Existe controversia de si es posible tener un proceso aleatorio puro en tiempo continuo. Tal proceso tendría un a f.ac. dada por:

$$\rho(k)=\begin{cases}1 & k=0\\ 0 & k\neq 0\end{cases}$$

la cual es una función discontinua. Puede demostrarse que tal proceso tendría varianza infinita, y es un fenómeno físicamente irrealizable. De hecho, es una idealización matemática usada para propósitos teóricos, y es una aproximación para ciertos procesos que ocurren en la práctica, tales como las fluctuaciones del voltaje en un conductor ocasionadas por ruido termal, y los impulsos que actúan sobre una partícula suspendida en un fluido que producen movimiento Browniano.
Cox y Miller en 1968, señalaron que se puede encontrar una aproximación al ruido blanco considerando cualquiera de los siguientes puntos:

a) A un proceso continuo con f.ac. $\rho(t)=e^{-\lambda\tau}$ y haciendo $\lambda\to\infty$, con lo que la f.ac. disminuirá rápidamente.
b) A un proceso aleatorio puro discreto en intervalos Δt y haciendo $\Delta t\to 0$.

De forma general, se debe considerar como ruido blanco continuo a cualquier seña ocasionada por la superposición de un gran número de efectos independientes con duración breve, los cuáles parecen comportarse como ruido blanco continuo cuando se realiza muestreo en intervalos discretos.

3.3 Caminata aleatoria

Sea $\{Z_T\}$ un proceso discreto aleatorio puro, con media μ y varianza σ^2_Z. El proceso $\{X_T\}$ se dirá que es una caminata aleatoria sí

$$X_t = X_{t-1} + Z_t$$

En el modelo de caminata aleatoria, el valor de X en el tiempo t es igual a su valor en el tiempo (t-1) más un choque aleatorio. Sea $X_0=0$ en el tiempo $t=0$, de tal manera que

$$X_1 = Z_1$$
$$X_2 = X_1 + Z_2 = Z_1 + Z_2$$
$$X_3 = X_2 + Z_3 = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

y en general,

$$X_t = \sum_{i=1}^{t} Z_i$$

De esto último se sigue que

$$E(X_t) = E(\sum_{i=1}^{t} Z_i) = t \cdot \mu \quad \text{y} \quad Var(X_t) = t \cdot \sigma_Z^2$$

Y como tanto la media como la varianza dependen de t, el proceso es no-estacionario.

Sin embargo,

$$X_t - X_{t-1} = Z_t$$

es un proceso puramente aleatorio. Es decir, las primeras diferencias de una serie de tiempo de caminata aleatoria son estacionarias. Ahora bien, si una serie de tiempo ha sido diferenciada una vez y la serie diferenciada resulta ser estacionaria, se dice que la serie original es integrada de orden 1. En forma similar, si la serie original debe ser diferenciada dos veces para hacerla estacionaria, se dice que la serie original es integrada de orden 2, y así sucesivamente.

Los precios de los Valores emitidos por el Gobierno Federal son no-estacionarios, debido a que son un ejemplo de caminata aleatoria, ya que

Precio en el día t = Precio en el día t-1 + error aleatorio.

Prueba de raíz unitaria

Una prueba alternativa sobre estacionariedad es la prueba de raíz unitaria. La forma más sencilla de introducir esta prueba es considerar el siguiente modelo

$$X_t = \delta X_{t-1} + Z_t$$

donde Z_t es el término de error estocástico con media cero, varianza constante σ^2 y no está correlacionado, es decir es un término de error ruido blanco. Ahora bien, si el coeficiente de X_{t-1} es en realidad igual a 1, surge lo que se conoce como el problema de raíz unitaria, es decir, se trata de una caminata aleatoria, y por lo tanto es un proceso no-estacionario.

Si se encuentra que una serie de tiempo dada, posee una raíz unitaria, se puede concluir que dicha serie de tiempo presenta una tendencia estocástica. Si ésta no tiene una raíz unitaria, la serie de tiempo presenta una tendencia determinística.

3.4 Proceso de Promedios Móviles (MA)

Los modelos de promedios móviles fueron propuestos por Yule (1926) y Slutzky (1927). El punto clave de este proceso es, que representa a un proceso estocástico $\{Z_T\}$ como una suma finita ponderada de choques aleatorios independientes.
Sea $\{Z_T\}$ un proceso aleatorio puro, con media cero y varianza σ^2_Z. El proceso $\{X_T\}$ se dirá que es un proceso de promedios móviles de orden *m*, MA(*m*), sí

$$X_t = \beta_0 Z_t + \beta_1 Z_{t-1} + \ldots + \beta_m Z_{t-m} \qquad \text{(III.1)}$$

donde $\{\beta_i\}$ son constantes, y representan las ponderaciones (parámetros de promedios móviles) asociadas con los choques aleatorios en los periodos t-1, t-2,..., t-m, respectivamente, por lo regular $\beta_0 = 1$.

El término de promedios móviles parece sugerir que el modelo se obtiene como un promedio de los choques aleatorios que intervienen, pero esto no sucede puesto que los parámetros no tienen necesariamente que ser positivos, ni su suma debe ser la unidad, como requeriría un promedio.

Se obtiene fácilmente que:

$$E(X_t) = 0 \quad \text{y} \quad Var(X_t) = \sigma_Z^2 \sum_{i=0}^{m} \beta_i^2 \quad \text{ya que las Z's son independientes.}$$

También

$$\begin{aligned}\gamma(k) &= Cov(X_t, X_{t+k}) \\ &= Cov(\beta_0 Z_t + \ldots + \beta_m Z_{t-m}, \beta_0 Z_{t+k} + \ldots + \beta_m Z_{t+k-m}) \\ &= \begin{cases} 0 & k > m \\ \sigma_Z^2 \sum_{i=0}^{m-k} \beta_i \beta_{i+k} & k = 0,1,\ldots, m \\ \gamma(-k) & k < 0 \end{cases}\end{aligned}$$

ya que

$$Cov(Z_s, Z_t) = \begin{cases} \sigma_Z^2 & s = t \\ 0 & s \neq t \end{cases}$$

Como $\gamma(k)$ no depende de t y la media es constante, el proceso es estacionario de segundo orden para todos los valores de $\{\beta_i\}$. Aún más, si las Z's se distribuyen de forma normal, se obtiene un proceso normal completamente determinado por su media y su f.acv, por lo que el proceso será estrictamente estacionario.

La función de autocorrelación del proceso de promedios móviles está dada por:

$$\rho(k)=\begin{cases} 1 & k=0 \\ \sum_{l=0}^{m-k}\beta_l\beta_{l+k} \Big/ \sum_{l=0}^{m}\beta_l^2 & k=1,\dots,m \\ 0 & k>m \\ \rho(-k) & k<0 \end{cases}$$

En particular, para el proceso de promedio móviles de 1er orden, se tiene que

$$X_t = Z_t + \beta Z_{t-1}$$

De donde se obtiene,

$$\rho(k)=\begin{cases} 1 & k=0 \\ \beta/(1+\beta^2) & k=\pm 1 \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

El hecho de que las autocorrelaciones para retrasos mayores que un periodo sean cero, indica que el proceso MA(1) no recuerda más allá de lo ocurrido en el periodo anterior, es decir tiene una memoria limitada a un solo periodo.

Aunque no se requieren restricciones de $\{\beta_i\}$ para que un proceso MA sea estacionario, Box y Jenkins (1970) propusieron restricciones de $\{\beta_i\}$ para que el proceso sea invertible. Un proceso invertible, es aquel en que aunque se tomen como nuevos coeficientes los recíprocos de sus coeficientes $\{\beta_i\}$, este nuevo proceso tendrá la misma f.a.c. que el primero, como por ejemplo:

A) $X_t = Z_t + \theta Z_{t-1}$

B) $X_t = Z_t + \frac{1}{\theta} Z_{t-1}$

Tanto A como B tienen exactamente la misma f.a.c., por lo que es imposible identificar a un proceso MA únicamente por su f.a.c. Por lo tanto, las condiciones de invertilidad permitirán asociar un proceso MA a solo una f.ac.

Las condiciones de invertibilidad del proceso (III.1) según el Teorema de Schur, para que el proceso MA(m) sea invertible, se requiere que los *m* determinantes

$$D_1 = \begin{vmatrix} -1 & \beta_m \\ \beta_m & -1 \end{vmatrix}, \qquad D_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & \beta_m & \beta_{m-1} \\ \beta_1 & -1 & 0 & \beta_m \\ \beta_m & 0 & -1 & \beta_1 \\ \beta_{m-1} & \beta_m & 0 & -1 \end{vmatrix}, \qquad \ldots ,$$

$$D_m = \begin{vmatrix} -1 & 0 & \ldots & 0 & \beta_m & \beta_{m-1} & \ldots & \beta_1 \\ \beta_1 & -1 & \ldots & 0 & 0 & \beta_m & \ldots & \beta_2 \\ & & \ldots & & & & \ldots & \\ \beta_{m-1} & \beta_{m-2} & \ldots & -1 & 0 & 0 & \ldots & \beta_m \\ \beta_m & 0 & \ldots & 0 & -1 & \beta_1 & \ldots & \beta_{m-1} \\ \beta_{m-1} & \beta_m & \ldots & 0 & 0 & -1 & \ldots & \beta_{m-2} \\ & & \ldots & & & & \ldots & \\ \beta_1 & \beta_2 & \ldots & \beta_m & 0 & 0 & \ldots & -1 \end{vmatrix}$$

sean todos positivos, bastará que uno de ellos no sea positivo para concluir que el proceso no es invertible.

También existen restricciones sobre los valores posibles de las autocorrelaciones, los cuales fueron generalizadas por Davies, Pate y Frost (1974) para procesos MA(m) y se pueden expresar como

$$|\rho_k| \leq \begin{cases} \cos[\pi/(M+1)] & si \quad k \ es \ dividor \ de \ m+1 \\ \cos[\pi/(M+2)] & si \quad k \ no \ es \ dividor \ de \ m+1 \end{cases}$$

en donde M es el mayor entero menor o igual a $(m+1)/k$.

El proceso de MA se usa en muchas áreas, especialmente en econometría. Por ejemplo los indicadores económicos son afectados por eventos aleatorios como decisiones gubernamentales, devaluaciones, conflictos, escasez de productos básicos, etc. Estos eventos, no tienen solamente un efecto inmediato, sino que afectan periodos subsecuentes, por lo que es apropiado utilizar MA.

En resumen, un proceso de promedios móviles es sencillamente una combinación lineal de choques aleatorios, tales choques no necesariamente se asimilan de manera instantánea, sino que pueden seguir causando efectos aún después de transcurrido un cierto número de periodos, y además la intensidad del choque se refleja en el valor de su ponderación β_i. Así mismo, todo proceso MA es estacionario.

3.5 Proceso Autorregresivo (AR)

Sea $\{Z_T\}$ un proceso aleatorio puro, con media cero y varianza σ^2_Z. El proceso $\{X_T\}$ se dirá que es un proceso autorregresivo de orden m, sí

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \ldots + \alpha_m X_{t-m} + Z_t \qquad \text{(III.2)}$$

Esto es muy parecido a un modelo de regresión múltiple, ya que el valor de la variable dependiente X_t depende, no de los valores de un cierto conjunto de variables independientes, sino de sus propios valores observados en periodos anteriores a t y ponderados de acuerdo con los coeficientes autorregresivos $\alpha_1,\ldots,\alpha_m$. De aquí se deriva el nombre de Proceso Autorregresivo.

Un proceso AR podrá ser estacionario o no-estacionario, dependiendo de los valores que tomen las raíces de la ecuación característica $\alpha(x)=0$, la cual dicta el comportamiento del proceso autorregresivo. El caso general de la ecuación en diferencia puede escribirse como

$$\alpha(B) = (1-g_1B)(1-g_2B)\ldots(1-g_pB)$$

de tal manera que el proceso AR definido por $\alpha(B)$ será estacionario siempre y cuando $|g_i|<1$ para i=1,2,...,p, o dicho de otra manera, sí y solo sí las raíces de $\alpha(x)=0$, que son $g_1^{-1}, g_2^{-1},\ldots,g_p^{-1}$, se encuentran fuera del círculo unitario.

a) Proceso de 1er orden: cuando m=1,

$$X_t = \alpha X_{t-1} + Z_t \qquad \text{(III.3)}$$

Esto proceso también es conocido como Proceso de Markov. Este proceso dice que el valor del pronóstico de X en el periodo t es simplemente una proporción (α) de su valor en el periodo $t-1$ más un "shock" o perturbación en el tiempo t.

Sustituyendo de forma sucesiva (III.3), se obtiene:

$$\begin{aligned} X_t &= \alpha\,[\alpha\; X_{t-2} + Z_{t-1}] + Z_t \\ &= \alpha^2\,[\alpha\; X_{t-3} + Z_{t-2}] + \alpha\, Z_{t-1} + Z_t \end{aligned}$$

con lo cual se encuentra que X_t puede ser expresado como un proceso de MA de orden infinito, es decir

$$X_t = Z_t + \alpha\, Z_{t-1} + \alpha^2\, Z_{t-2} + \ldots \qquad \text{si } -1<\alpha<1$$

Esta relación entre los procesos MA y AR es útil para varios propósitos, por lo cual se retomará este punto más adelante.

Otra forma de encontrar esta relación es, en vez de sustituir de forma simultánea, se usa un operador de retraso B, se puede escribir (III.3) de la siguiente forma

$$(1 - \alpha B)\, X_t = Z_t$$

con lo cual

$$\begin{aligned} X_t &= Z_t / (1 - \alpha B) \\ &= (1 + \alpha B + \alpha^2 B^2 + \ldots)\, Z_t \\ &= Z_t + \alpha\, Z_{t-1} + \alpha^2\, Z_{t-2} + \ldots \end{aligned}$$

de esto último

$$E(X_t) = 0 \quad \text{y} \quad Var(X_t) = \sigma^2{}_Z\,(1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \ldots)$$

Por lo que la varianza será finita con $|\alpha|<1$, en ese caso

$$Var(X_t) = \sigma^2{}_Z /(1 - \alpha^2) = \sigma^2{}_X$$

La f.acv está dada por

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= E\{X_t X_{t+k}\} \\ &= E\left\{\left[\sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i Z_{t-i}\right]\left[\sum_{j=i+k}^{\infty} \alpha^j Z_{t+k-j}\right]\right\} \\ &= \sigma^2{}_Z \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \alpha^{k+i} \qquad \text{para} \quad k \geq 0 \end{aligned}$$

la cual converge cuando $|\alpha|<1$ a

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= \alpha^k \sigma^2{}_Z \,/\, (1-\alpha^2) \\ &= \alpha^k \sigma^2{}_X \end{aligned}$$

para k<0 se tiene que $\gamma(k) = \gamma(-k)$. Debido a que $\gamma(k)$ no depende de t, un proceso de AR de orden 1, es estacionario siempre y cuando $|\alpha|<1$. La f.ac está dada por

$$\rho(k) = \alpha^k \qquad (k = 0,1,2, \ldots)$$

o bien,

$$\rho(k) = \alpha^{|k|} \qquad (k = 0,\pm1,\pm2, \ldots)$$

De esto último resulta que, conforme $k>0$ crece, la f.ac. tiende a cero, cayendo de forma exponencial cuando $0<\alpha<1$ y con signos alternados cuando $-1<\alpha<0$.

Existe una forma más sencilla de obtener la f.ac, suponiendo *a priori* que el proceso es estacionario, por lo que $E(X_t)=0$. Multiplicando (III.3) por X_{t-k} y tomando esperanzas a ambos lados, se obtiene que para k>0:

$$\gamma(-k) = \alpha\gamma(-k+1)$$

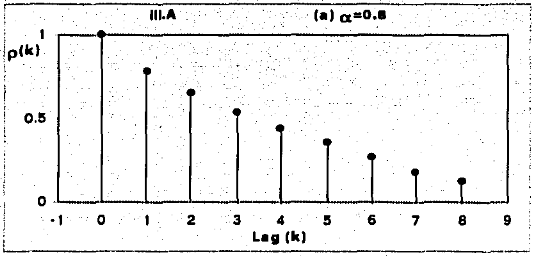
debido que $E(Z_t X_{t-k}) = 0$ para $k>0$. Y como $\gamma(k)$ es simétrica con respecto al retraso, se tiene

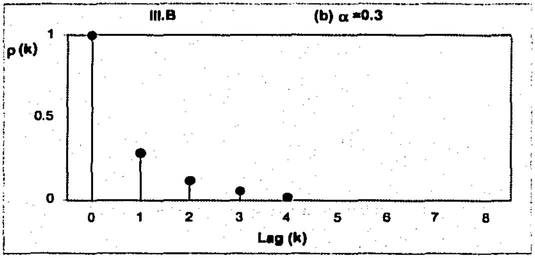
$$\gamma(k) = \alpha\gamma(k-1) \quad \text{para } k>0$$

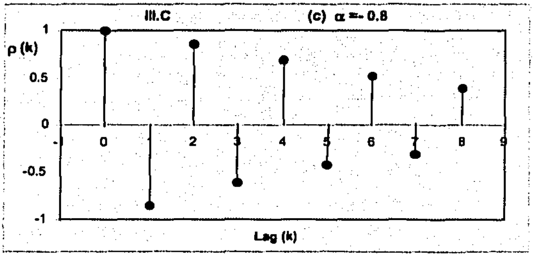
Ahora si $\gamma(0) = \sigma^2_X$, y $\gamma(k) = \alpha^k\sigma^2_X$ para $k\geq0$, esto implica que $\rho(k)= \alpha^k$ para $k\geq0$. Y como $|\rho(k)|\leq1$, se tiene que $|\alpha|\leq1$. Pero si $|\alpha|=1$, entonces $|\rho(k)|=1$ para toda k, lo cual es un caso degenerado. Por lo que $|\alpha|<1$ es la adecuada para un proceso estacionario.

El método anterior para obtener la f.ac. es usado normalmente, aún cuando involucra el supuesto inicial de estacionariedad.

A continuación se muestran tres ejemplos de f.ac. de procesos AR de primer orden para $\alpha=0.8,0.3,-0.8$. Nótese como la f.ac cae más rápidamente cuando $\alpha=0.3$ que con $\alpha=0.8$, y como alterna la f.ac cuando α es negativa.







b) Caso de orden general: así como en el caso de primer orden, en el que se puede expresar a un proceso AR de orden finito como un proceso MA de orden infinito, con sustituciones sucesivas o usando el operador de retraso, la ecuación(III.2) se puede escribir como:

$$(1 - \alpha_1 B - \ldots - \alpha_m B^m) X_t = Z_t$$

o bien

$$X_t = Z_t / (1 - \alpha_1 B - \ldots - \alpha_m B^m) = f(B) Z_t$$

donde

$$\begin{aligned} f(B) &= (1 - \alpha_1 B - \ldots - \alpha_m B^m)^{-1} \\ &= (1 + \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \ldots) \end{aligned}$$

Una vez expresada X_t como un proceso de MA, se sigue que $E(X_t) = 0$. La varianza es finita, dado que $\Sigma\beta_i^2$ converge y es necesaria la condición de estacionariedad. La f.acv. está dada por

$$\gamma(k) = \sigma_Z^2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \beta_{i+k}$$

Una condición suficiente para que $\gamma(k)$ converja es que $|\Sigma\beta_i|$ converja, de aquí que el proceso será estacionario.

En principio se puede calcular la f.ac, usando el siguiente procedimiento: suponiendo que el proceso es estacionario, se multiplica a (III.2) por X_{t-k}, luego calcular esperanzas, dividir entre σ_X^2 suponiendo que la varianza de X_t es finita. Después, usando la propiedad de que $\rho(k) = \rho(-k)$ para toda k, se llega a que:

$$\rho(k) = \alpha_1 \rho(k-1) + \ldots + \alpha_m \rho(k-m) \qquad \forall \ k>0$$

El proceso de AR debe ser aplicado en los casos en que se puede suponer que el valor presente de la serie de tiempo depende del valor inmediato anterior junto con un error aleatorio. Por simplicidad solamente se consideró el proceso con media cero, pero en el caso en que la media es diferente de cero se puede rescribir la ecuación(III.2) como:

$$X_t - \mu = \alpha_1 (X_{t-1} - \mu) + \ldots + \alpha_m (X_{t-m} - \mu) + Z_t \text{ , lo cual no afectará a la f.ac.}$$

En la práctica, el Teorema de Schur se utiliza para saber si un proceso AR es estacionario en términos de los parámetros $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$. Se dirá que un proceso AR es estacionario si, sin excepción alguna, los m determinantes que se muestran a continuación son positivos:

$$D_1 = \begin{vmatrix} -1 & \alpha_m \\ \alpha_m & -1 \end{vmatrix}, \qquad D_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & \alpha_m & \alpha_{m-1} \\ \alpha_1 & -1 & 0 & \alpha_m \\ \alpha_m & 0 & -1 & \alpha_1 \\ \alpha_{m-1} & \alpha_m & 0 & -1 \end{vmatrix}, \ldots,$$

$$D_m = \begin{vmatrix} -1 & 0 & \ldots & 0 & \alpha_m & \alpha_{m-1} & \ldots & \alpha_1 \\ \alpha_1 & -1 & \ldots & 0 & 0 & \alpha_m & \ldots & \alpha_2 \\ & & \ldots & & & \ldots & & \\ \alpha_{m-1} & \alpha_{m-2} & \ldots & -1 & 0 & 0 & \ldots & \alpha_m \\ \alpha_m & 0 & \ldots & 0 & -1 & \alpha_1 & \ldots & \alpha_{m-1} \\ \alpha_{m-1} & \alpha_m & \ldots & 0 & 0 & -1 & \ldots & \alpha_{m-2} \\ & & \ldots & & & \ldots & & \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \ldots & \alpha_m & 0 & 0 & \ldots & -1 \end{vmatrix}$$

Si el proceso AR(m) resulta ser estacionario, es posible representarlo como una suma ponderada infinita de choques aleatorios, es decir como un MA(∞):

$$X_t = Z_t + \alpha Z_{t-1} + \alpha^2 Z_{t-2} + \ldots \qquad \text{con} \quad \sum_{i=1}^{\infty} |\alpha_i| = c < \infty$$

Proceso Lineal General

El proceso MA de orden infinito con media distinta de cero está dado por

$$X_t - \mu = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i Z_{t-i}$$

Es llamado proceso lineal general, debido a que los procesos de este tipo pueden ser obtenidos convirtiendo un proceso aleatorio puro en un sistema lineal. Tanto los procesos MA como AR son casos especiales del proceso lineal general y la dualidad entre estos dos procesos es fácil demostrarla usando el operador diferencia. Un proceso MA de orden finito puede ser expresado como un proceso AR de orden infinito, así como un proceso AR de orden finito puede escribirse como un proceso MA de orden infinito.

3.6 Modelos ARMA y ARIMA

Modelos Mixtos (ARMA)

Una generalización de los procesos AR y MA previamente descritos, consiste en combinarlos para obtener lo que se conoce como modelos autorregresivos y de promedios móviles, los cuales fueron estudiados por Wold (1938) y Bartlett (1946). Esta generalización surge del hecho de que las series de tiempo que se observan en la práctica, muchas veces presentan características tanto de procesos AR como de procesos MA.

Un modelo autorregresivo-promedios móviles (abreviado como ARMA) que contiene *p* términos AR y *q* términos MA, se dice que es de orden (p,q) y está dado por:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \ldots + \alpha_p X_{t-p} + Z_t + \beta_1 Z_{t-1} + \ldots + \beta_q Z_{t-q} \qquad \text{(III.4)}$$

Usando el operador de retraso B, la ecuación (III.4) se puede escribir como

$$\phi(B)\, X_t = \theta(B)\, Z_t$$

donde $\phi(B)$, $\theta(B)$ son polinomios de orden p y q respectivamente, tales que

$$\phi(B) = 1 - \alpha_1 B - \ldots - \alpha_p B^p \qquad \text{y} \qquad \theta(B) = 1 + \beta_1 B + \ldots + \beta_q B^q$$

Los valores de $\{\alpha_i\}$que hacen al proceso estacionario, son las raíces de $\phi(B) = 0$ que están fuera del círculo unitario. Los valores de $\{\beta_i\}$ que hacen al proceso invertible son las raíces de $\theta(B) = 0$ que están fuera del círculo unitario.

La importancia de los procesos ARMA radica en el hecho en que una serie de tiempo estacionaria puede ser generalmente expresada como un modelo ARMA involucrando menos parámetros que con los procesos MA o AR.

Granger y Morris en 1976 presentan algunos casos especiales de procesos ARMA que surgen al considerar: (i) series obtenidas por agregación de componentes (por ejemplo los intereses devengados de la cartera de crédito) y (ii) series en donde los datos contienen errores de observación. Así pues, si X_t satisface la relación

$$X_t = Y_{1t} + Y_{2t}$$

donde Y_{1t} y Y_{2t} son dos procesos estacionarios, independientes y con media cero; entonces el proceso X_t estará determinado como se indica a continuación:

Procesos individuales		Proceso combinado
Y_{1t}	Y_{2t}	X_t
AR(p)	Ruido blanco	ARMA(p,p)
AR(p_1)	AR(p_2)	ARMA(p_1+p_2, *max* (p_1,p_2))
AR(p)	MA(q)	ARMA(p,p+q)
MA(q)	Ruido blanco	ARMA(0,q)
MA(q_1)	MA(q_2)	ARMA(0, *max* (q_1,q_2))
ARMA(p,q)	Ruido blanco	ARMA(p, *max* (p,q))

Hasta ahora se ha centrado la exposición en modelos que son estacionarios, pero en la práctica lo más común es que las series sean no-estacionarias, ya sea porque exhiben algún tipo de tendencia, porque su varianza no sea constante o porque están influenciadas por algún factor de tipo semideterminístico como puede ser la estacionalidad. Si el problema que se aprecia es por tendencia (cambio en la media), ésta puede eliminarse mediante la aplicación del operador diferencia, dando origen a los modelos ARIMA. Por otro lado, si la no-estacionariedad se debe también a que la varianza no es constante, quizá la causa sea que en cada punto de observación t, la variable X_t tiene varianza σ^2_t la cual es función de su media μ_t; si esto ocurre, Bartlett recomienda hacer una transformación del tipo

$$T(X_t) = \begin{cases} X_t^{\lambda} & si\, \lambda \neq 0 \\ \log(X_t) & si\, \lambda = 0 \end{cases}$$

Esta transformación puede ser útil para estabilizar la varianza de la serie, antes de eliminar el cambio en la media.

Modelos Integrados (ARIMA)

En la práctica la mayoría de las series de tiempo son no-estacionarias. Con el propósito de ajustar un modelo estacionario, es necesario remover las variaciones no-estacionarias. Según Yaglom(1955), si la serie de tiempo observada es no-estacionaria en la media, se puede aplicar el operador diferencia, esta aproximación es ampliamente utilizada en econometría. Si X_t se reemplaza por $\nabla^d X_t$ en la ecuación (III.4), se obtiene un modelo capaz de describir a ciertos tipos de series de tiempo no-estacionarias. Por lo que el modelo se llama integrado debido a que el modelo estacionario que es ajustado a datos obtenidos por el operador diferencia, es decir el operador diferencia debe ser integrado para datos no-estacionarios.

Escribiendo $W_t = \nabla^d X_t$, el proceso autorregresivo-promedios móviles integrado (abreviado ARIMA) general es de la forma

$$W_t = \alpha_1 W_{t-1} + \ldots + \alpha_p W_{t-p} + Z_t + \ldots + \beta_q Z_{t-q}$$

En resumen, si se debe diferenciar una serie de tiempo d veces para hacerla estacionaria y luego aplicarle a ésta el modelo ARMA(p,q) , entonces se hablará de un modelo ARIMA(p,d,q), donde p denota el número de términos autorregresivos, d el número de veces que la serie debe ser diferenciada para hacerse estacionaria y q el número de términos de promedios móviles.

Es interesante notar que la caminata aleatoria es un ejemplo particular de un proceso ARIMA, donde $\nabla X_t = Z_t$.

CAPÍTULO IV : MÉTODO DE BOX-JENKINS

En este capítulo se discutirá el problema de ajustar el modelo adecuado a una serie de tiempo observada, enfocándose al caso discreto. La principal herramienta utilizada en este capítulo será la función de autocorrelación de la muestra. La inferencia basada en esta función, se denomina Análisis en el Dominio del Tiempo.

Después de haber estudiado los modelos para series de tiempo, la pregunta del millón de dólares es obviamente: Observando una serie de tiempo , ¿cómo se sabe si ésta sigue un proceso AR puro (de ser así, cuál es el valor de p) o un proceso MA puro (cuál será el valor de q) o un proceso ARIMA (de ser así, cuáles son los valores de p, d y q)? La metodología creada por George Box y Gwilym Jenkins en 1976 para el análisis de series de tiempo univariadas, conocida como Método Box-Jenkins resulta útil para responder la pregunta anterior. Éste puede resumirse en 4 pasos fundamentales:

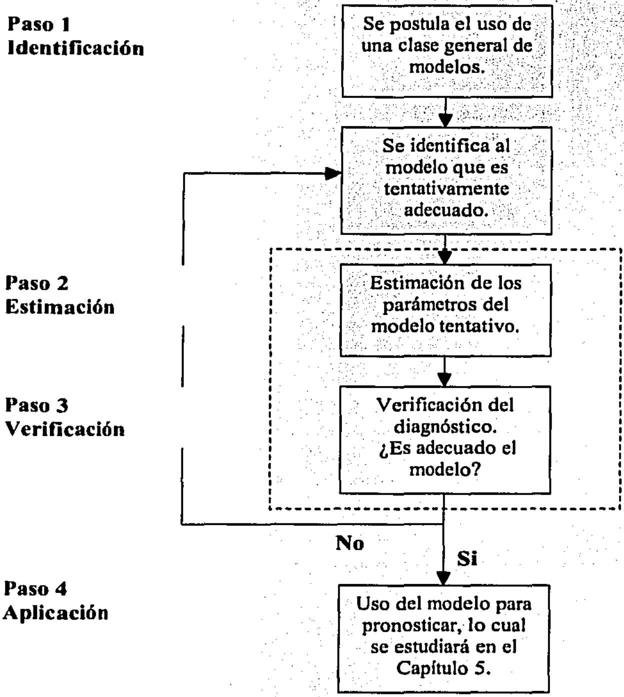
Paso 1: Identificación. Se refiere a encontrar un posible modelo dentro de la clase de modelos ARIMA; es decir, determinar los valores apropiados de p, d y q que especifiquen el modelo ARIMA apropiado para la serie de tiempo en estudio. Esto se obtiene de forma práctica con el correlograma.

Paso 2: Estimación. Una vez identificados los valores adecuados para p y q, la siguiente etapa es estimar los parámetros de los términos autorregresivos y de promedios móviles incluidos en el modelo. Algunas veces, este cálculo puede hacerse mediante mínimos cuadrados, pero otras se tendrá que recurrir a métodos de estimación no-lineal.

Paso 3: Verificación del diagnóstico. Después de seleccionar un modelo ARIMA particular y de estimar sus parámetros, el siguiente paso es averiguar si el modelo seleccionado proporciona un ajuste adecuado y de que los supuestos básicos, implícitos en el modelo, se satisfacen; de no cumplirse los supuestos, se determinan las modificaciones necesarias y de hecho, se repiten las etapas anteriores hasta que la verificación indique resultados aceptables. Por esto, el diseño de modelos ARIMA de Box-Jenkins es un arte más que una ciencia; se requiere de gran habilidad para seleccionar el modelo ARIMA adecuado. Una simple prueba del modelo seleccionado es ver si los residuales estimados a partir de este modelo son aleatorios; si lo son, se puede aceptar el ajuste; si no lo son, se debe empezar nuevamente. Por lo tanto, la metodología Box-Jenkins es un proceso iterativo.

Paso 4: Uso del Modelo. Una vez que se determina el modelo que mejor se ajusta a la serie de tiempo en estudio, será posible realizar con éste pronósticos, control, simulación o explicación del fenómeno en estudio. Los pronósticos se estudiarán en el siguiente Capítulo.

La construcción de modelos de acuerdo al Método Box-Jenkins, es un proceso iterativo que se puede representar gráficamente mediante el siguiente esquema:



Un punto muy importante por resaltar es que para utilizar la metodología Box-Jenkins, se debe tener una serie de tiempo estacionaria o una serie de tiempo que sea estacionaria después de una o más diferenciaciones. La razón para suponer estacionariedad puede explicarse de la siguiente manera:

> El objetivo de Box-Jenkins es identificar y estimar un modelo estadístico que pueda ser interpretado como generador de la información muestral. Entonces, si este modelo estimado va a ser utilizado para predicción, se debe suponer que sus características son constantes a través del tiempo y, particularmente, en periodos de tiempo futuro. Así, la simple razón para requerir información estacionaria es que cualquier modelo que sea inferido a partir de esta información pueda ser interpretado como estacionario o estable, proporcionando, por consiguiente, una base válida para predicción.

4.1 Identificación

Esta etapa tiene como objetivo principal determinar los órdenes de los polinomios autorregresivo y de promedios móviles, así como el número de veces que deberá aplicarse el operador diferencia para cancelar la no-estacionariedad. De manera más general, la etapa de identificación consiste en determinar, primero, una serie estacionaria en función de la serie original, para la cual se pueda tener una representación ARMA(p,q) y, posteriormente, en fijar los valores de p y q.

4.1.1 Estabilización de la media y la varianza

Para estabilizar la varianza basta con aplicar una transformación logarítmica a los datos originales. Como ya se mencionó, para estabilizar la media de la serie se usará el Operador Diferencia un número apropiado de veces. La principal herramienta para determinar el grado de diferenciación apropiado es la f.ac. muestral, ya que, como se vio en los capítulos anteriores, un decaimiento rápido de las autocorrelaciones a cero, es un indicador de que la serie es estacionaria, en cuanto a la media se refiere. Por lo que en la práctica, se grafica la f.ac. muestral correspondiente a cada una de las series $\{X_t\}, \{\nabla X_t\} y \{\nabla^2 X_t\}$, ya que la experiencia ha demostrado que sólo en raras ocasiones se requieren diferencias de grado más alto, y hay que recordar que debe evitarse la sobre-diferenciación de la serie, porque esto podría causar problemas al tratar de identificar un posible proceso generador de la serie observada. Además, por lo general, es suficiente con graficar las primeras 24 autocorrelaciones, porque éstas proporcionan una muy buena idea de todo el comportamiento de la f.ac.

Otra herramienta de ayuda para determinar el valor de d, surge del argumento que sustenta al método de diferencia de la variable: la mayoría de las series que se observan son no-estacionarias, al tomar diferencias sucesivas de la serie para volverla estacionaria, su varianza se altera de tal manera que decrece hasta que la serie es estacionaria y comienza a crecer con la sobre-diferenciación. Por lo anterior, Anderson (1976) sugirió el grado de diferenciación adecuado para volver estacionaria la serie, calculando la desviación estándar muestral de las series $\{X_t\}, \{\nabla X_t\}, \{\nabla^2 X_t\} y \{\nabla^3 X_t\}$, que se denotará por S(0),..., S(3), con

$$S^2(j) = \frac{1}{N-j-1}\sum_{t=j+1}^{N}\left[\nabla^j X_t - \sum_{t=j+1}^{N}\frac{\nabla^j X_t}{N-j}\right]^2 \quad para\ j = 0,1,2,3 \qquad \text{(IV.1)}$$

Es de esperar entonces que, si d es el grado de diferenciación requerido, se tenga

$$S(d) = \min\{S(j), j = 0,1,2,3\}$$

lo cual debería ocurrir para N suficientemente grande, si la serie no está influida por factores cíclicos o estacionales. Sin embargo, este método para determinar d no tiene por qué funcionar siempre y debería verse como una herramienta complementaria a la f.ac. muestral. Es más, en algunos casos se podría encontrar que S(j) = S(j-1) para alguna j, lo cual indicaría la necesidad de considerar ambas diferencias (j y j-1) como posibles valores de d.

4.1.2 Empleo de la Función de Autocorrelación

El siguiente paso en la etapa de identificación consiste en asociar la f.ac. muestral con un posible proceso generador del tipo ARIMA.

El Método de Quenouille de reducción de tendencia, también conocido como la Estimación Jacknife, consiste en dividir la serie de tiempo en dos mitades, posteriormente se estima la función de autocovarianza de la muestra para cada mitad y la total. Si estas estimaciones de $\gamma(k)$ se escriben respectivamente como c_{k1}, c_{k2} y c_k, entonces el estimador jacknife de $\gamma(k)$ está dado por:

$$\overline{c_k} = 2c_k - \tfrac{1}{2}(c_{k1} + c_{k2})$$

Este estimador reduce la tendencia de orden 1/N a orden $1/N^2$. Además tiene otra ventaja, el que se puede observar si las dos mitades tienen propiedades similares y de aquí, determinar si se trata de una serie de tiempo estacionaria. Una desventaja es que requiere de muchos cálculos, además este método es muy sensible a la no-estacionariedad en la media y c_{k1}, c_{k2} deben ser comparadas con c_k, así como entre ellas.

Una vez estimada la f.acv., se calcula el estimador de $\rho(k)$:

$$r_k = c_k / c_0$$

Las propiedades de r_k son más difíciles de encontrar que las de c_k, debido a que es una razón entre dos variables aleatorias.

El estimador jacknife de $\rho(k)$ está dado por:

$$\overline{r_k} = 2r_k - \tfrac{1}{2}(r_{k1} + r_{k2})$$

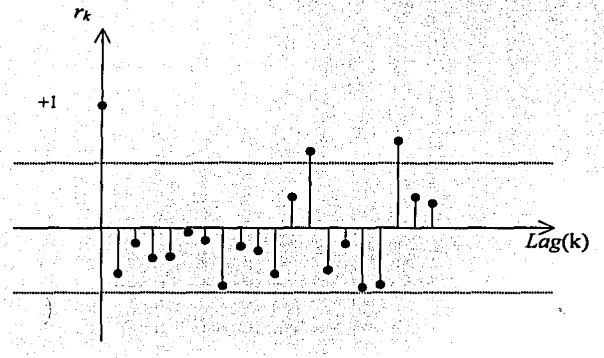
Kendall y Stuart en 1966, desarrollaron una fórmula general para la varianza de r_k, la cual depende de todos los coeficientes de autocorrelación del proceso. Solamente se considerarán las propiedades de r_k cuando todos los coeficientes de autocorrelación teóricamente sean cero en una muestra de un proceso puramente aleatorio, excepto en el retraso cero. Estos resultados son muy útiles ya que nos ayudan a decidir si los valores observados de r_k son significativamente diferentes de cero.

Supóngase que $x_1,\dots,x_N$ son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, con media arbitraria. Se puede demostrar (Kendall y Stuart, 1966) que

$$E(r_k) \cong -1/N \qquad \text{y} \qquad Var(r_k) \cong 1/N$$

además que r_k tiene distribución normal asintótica.
Por lo que al graficar el correlograma, se encuentra que los límites de confianza del 95%, son aproximadamente $\pm 2/\sqrt{N}$. Los valores de r_k que caen fuera de estos límites son diferentes de cero al nivel de significancia del 5%.

Cuando se está interpretando un correlograma, hay que recordar que la probabilidad de obtener un coeficiente fuera de estos límites crece con el número de coeficientes graficados. Por ejemplo, si graficamos los primeros 20 valores de r_k, se espera un valor "significativo", aún cuando los datos sean aleatorios. Por lo que, si uno o dos coeficientes son "significativos", el tamaño y el retraso de estos coeficientes, deben de ser tomados en cuenta para determinar si un conjunto de datos es aleatorio. Valores muy por fuera de los límites de confianza, indican no-aleatoriedad. Por lo que habrá coeficientes significativos en el retraso 1 o en los retrasos correspondientes a una variación estacional, los cuales tienen una interpretación física.



En la gráfica anterior se muestra un correlograma de 100 observaciones, las cuales se suponen variables aleatorias normales independientes. Los límites de confianza son aproximadamente $\pm 2/\sqrt{100} = \pm 0.2$. Se observa que 2 de los primeros 20 valores de r_k caen fuera de los límites de confianza, esto ocurre aparentemente en retrasos arbitrarios, por lo que se concluye que no existe evidencia para rechazar la hipótesis que las observaciones se distribuyen de forma independiente.

Interpretación del correlograma
Para series estacionarias, el correlograma se puede usar para indicar si es apropiado ajustar un modelo MA, AR o mixto, además para saber el orden del proceso. Por ejemplo, sea r_1 significativamente diferente de cero, pero los valores subsecuentes de r_k son todos cercanos a cero, entonces un proceso MA(1) es apropiado, ya que su f.ac. teórica es la misma que la de la muestra. Alternativamente, si r_1, r_2 y r_3 decrecen de forma geométrica, entonces un proceso AR(1) será el adecuado. Si r_1 y r_2 son grandes, pero los demás valores de r_k son pequeños, entonces un modelo MA(2) será el indicado.

Más general, se debe calcular la f.ac. teórica de diferentes modelos ARMA, compararlas con la f.ac. observada y escoger el modelo que parezca el más apropiado. En la mayoría de los casos resultan adecuados los modelos ARMA de orden bajo. Box y Jenkins (1970) calcularon las funciones de autocorrelación teóricas de la mayoría de los ARMA de orden bajo, por lo que el modelo que más se acerque a la f.ac. de la muestra será el elegido.

La interpretación del correlograma es uno de los aspectos más difíciles en el análisis de series de tiempo y se necesita de experiencia para su realización.

4.1.3 Determinación del orden de un Proceso AR

A través de la función de autocorrelación de la muestra se puede tener idea del orden del proceso, si esto no sucede, un procedimiento simple para determinar el orden de un proceso AR, es ajustar los datos a procesos de orden mayor progresivamente, calculando la suma de cuadrados de residuales para cada proceso y finalmente graficar las sumas contra el orden. Para el orden cero, la suma de cuadrados de residuales es el total de la suma de cuadrados

$$\sum (x_t - x)^2 .$$

La suma de cuadrados de residuales siempre decrece conforme el número de parámetros aumenta, pero cuando se observa que la curva se endereza, el ajuste mejorará al añadir parámetros extra. Jenkins y Watts (1968) sugirieron graficar la varianza de los residuales para procesos de diferentes ordenes.

Otro método para determinar el orden de un proceso AR es usar la función de autocorrelación parcial, esto es, cuando se ajusta un modelo de orden m, el último coeficiente, α_m, mide el exceso de correlación al retraso m, lo cual no es tomado en cuenta por un modelo de orden (m-1), este coeficiente es conocido como el m-ésimo coeficiente de autocorrelación parcial, si se grafica contra m, se obtendrá un gráfica de la función de autocorrelación parcial de la muestra. Los valores que estén fuera del rango $\pm 2/\sqrt{N}$, o sea que son significativamente diferentes de cero, indicarán el orden del proceso, debido a que la f.ac. parcial de un proceso AR de orden m es cero para retrasos mayores que m (de hecho cabe notar que la f.ac. de un proceso MA de orden uno decrece exponencialmente).

4.1.4 Determinación del orden de un Proceso MA

Si es considerado un proceso MA como apropiado, el orden del proceso es evidente de la f.ac. de la muestra, dada la forma simple de la f.ac. teórica de un proceso MA. Primero se calcularía la suma de cuadrados de residuales o la varianza de los residuales para procesos MA de distintos ordenes, y se observaría en donde se estabiliza la gráfica (Jenkins y Watts, 1968), pero esto requiere de muchos cálculos usualmente innecesarios.

Otra forma es, si el proceso es MA(q), de forma tal que las autocorrelaciones para retrasos mayores que q son cero, la varianza de r_k es

$$Var(r_k) = \frac{1}{N-d}\left(1 + 2\sum_{j=1}^{q} \rho_j^2\right) \quad para\ k > q \qquad \text{(IV.2)}$$

esta expresión, como puede observarse, decrece conforme el tamaño de muestra, N, crece. Ahora bien, para decidir si las autocorrelaciones son cero a partir de un cierto retraso, q, deben compararse los valores de r_k con sus correspondientes desviaciones estándar. En la práctica, de una manera más burda, se dice que una autocorrelación r_k es significativamente distinta de cero si

$$|r_k| > 2\sqrt{\frac{1}{N-d}\left(1 + 2\sum_{j=1}^{q} r_j^2\right)} \quad para\ k > q \qquad \text{(IV.3)}$$

Por ejemplo, si ninguna autocorrelación muestral con retraso $k \geq 2$ satisface la relación (IV.3) para $q=1$, resulta razonable suponer que la única autocorrelación distinta de cero es la primera, lo cual conduce a postular como un posible modelo para la serie a un modelo ARIMA(0,2,1).

4.2 Estimación

La etapa de estimación presupone que ya se ha identificado a un modelo y que, de ser éste adecuado, lo único que resta es encontrar los mejores valores de los parámetros para que dicho modelo represente apropiadamente a la serie bajo consideración. Es decir, una vez conocidos los órdenes de los polinomios autorregresivos y de promedios móviles p y q, así como el grado de diferenciación d, se requiere entonces asignar valores a $\alpha_1,\ldots,\alpha_p$, $\beta_1,\ldots,\beta_p$, lo cual podría hacerse de manera arbitraria, pero evidentemente es preferible utilizar un método objetivo y estadísticamente apropiado.

4.2.1 Estimadores de un Proceso AR

Supóngase que un proceso AR de orden m, con media μ, está dado por

$$X_t - \mu = \alpha_1(X_{t-1} - \mu) + \ldots + \alpha_m(X_{t-m} - \mu) + Z_t$$

Dadas N observaciones $x_1,\ldots,x_N$, los parámetros μ, $\alpha_1,\ldots,\alpha_m$ pueden ser estimados por mínimos cuadrados, minimizando

$$S = \sum_{t=m+1}^{N} [x_t - \mu - \alpha_1(x_{t-1} - \mu) - \ldots - \alpha_m(x_{t-m} - \mu)]^2 \qquad \text{(IV.4)}$$

con respecto a μ, $\alpha_1,\ldots,\alpha_m$. Si Z_t es un proceso normal, entonces los estimadores obtenidos por mínimos cuadrados serán también estimadores de máxima verosimilitud de los primeros m valores de la serie de tiempo.

- En el caso de orden 1, con m=1, se obtiene que

$$\hat{\mu} = \frac{\bar{x}_{(2)} - \hat{\alpha}_1 \bar{x}_{(1)}}{1 - \hat{\alpha}_1} \qquad \text{(IV.5)}$$

y

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1}(x_t - \hat{\mu})(x_{t+1} - \hat{\mu})}{\sum_{t=1}^{N-1}(x_t - \hat{\mu})^2} \qquad \text{(IV.6)}$$

donde $\bar{x}_{(1)}, \bar{x}_{(2)}$ son las medias de las primeras y últimas (N-1) observaciones. Por lo que $\bar{x}_{(1)} \approx \bar{x}_{(2)} \approx \bar{x}$, y aproximadamente

$$\hat{\mu} \approx \bar{x} \qquad \text{(IV.7)}$$

Este estimador aproximado, que es de carácter intuitivo, es más usado que el (IV.5). Sustituyendo este valor en (IV.6) se obtiene

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1}(x_t - \bar{x})(x_{t+1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{N-1}(x_t - \bar{x})^2} \tag{IV.8}$$

Es interesante notar, que es exactamente el mismo estimador que se hubiera encontrado partiendo de la ecuación autorregresiva

$$X_t - \bar{x} = \alpha_1(x_{t-1} - \bar{x}) + Z_t$$

haciendo una regresión ordinaria, con $(x_{t-1} - \bar{x})$ como la variable independiente.

Una aproximación adicional, es la que se obtiene observando que el denominador de (IV.8) es aproximadamente $\sum_{t=1}^{N}(x_t - x)^2$, por lo que $\hat{\alpha}_1 \approx c_1 / c_0 = r_1$.

Este estimador aproximado para $\hat{\alpha}_1$ es también de carácter intuitivo, debido a que r_l es un estimador para $\rho(1)$ y por lo tanto $\rho(1)=\alpha_1$ para el proceso AR de primer orden.

- Para un proceso AR de segundo orden, con m=2, existen aproximaciones similares

$$\hat{\mu} \approx \bar{x}$$

$$\hat{\alpha}_1 \approx \frac{r_1(1-r_2)}{(1-r_1^2)} \tag{IV.9}$$

$$\hat{\alpha}_2 \approx \frac{(r_2 - r_1^2)}{(1-r_1^2)} \tag{IV.10}$$

Estos resultados son congruentes con los obtenidos para el modelo de primer orden, ya que si se ajusta un modelo de segundo orden a uno de primer orden, esto es, tomando $\alpha_2 = 0$, se obtiene $\rho(2)=\rho(1)^2=\alpha_1^2$ y por lo tanto $r_2 \approx r_1^2$. Con esto las ecuaciones (IV.9) y (IV.10) equivalen a $\hat{\alpha}_1 \approx r_1$ y $\hat{\alpha}_2 \approx 0$. Jenkins y Watts (1968) describieron a $\hat{\alpha}_2$ como el coeficiente de autocorrelación parcial (de la muestra) de orden 2, el cual mide el exceso de correlación entre $\{X_t\}$ y $\{X_{t+2}\}$ no tomado en cuenta por $\hat{\alpha}_1$.

Los procesos AR de orden mayor se ajustan por mínimos cuadrados de forma análoga. Comúnmente son usados dos métodos alternativos de aproximación. Ambos métodos utilizan el argumento

$$\hat{\mu} = x$$

El primer método ajusta los datos al modelo: $X_t - x = \alpha_1(x_{t-1} - \bar{x}) + \ldots + \alpha_m(x_{t-m} - \bar{x}) + Z_t$ como si fuera un modelo de regresión ordinario.

El segundo método consiste en sustituir los coeficientes de autocorrelación de la muestra en los primeros m valores de las ecuaciones Yule-Walker, resolviéndolas para $(\hat{\alpha}_1,...,\hat{\alpha}_m)$. La forma matricial de las ecuaciones es

$$R\hat{\alpha} = r$$

donde

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{m-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{m-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{m-3} \\ \hline r_{m-1} & r_{m-2} & r_{m-3} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$ es una matriz (mxm)

$$\hat{\alpha}^T = (\hat{\alpha}_1,...,\hat{\alpha}_m)$$

y

$$r^T = (r_1,...,r_m)$$

Para N razonablemente grande, ambos métodos darán estimadores muy parecidos al estimador obtenido por mínimos cuadrados, para el cual $\hat{\mu}$ es muy cercano pero no necesariamente igual a $\bar{x}$.

4.2.2 Estimadores de un Proceso MA

La estimación para un proceso MA es más complicada que para un proceso AR, porque no es posible encontrar estimadores eficientes[1]. Por lo que se muestra una forma de iteración numérica.

Primero se considerará a un proceso de MA de orden uno

$$X_t = \mu + Z_t + \beta_1 Z_{t-1} \qquad \text{(IV.11)}$$

donde μ, β_1 son constantes y Z_t representa un proceso aleatorio puro. Lo ideal sería poder tener la suma de residuales al cuadrado, o sea a $\sum Z_t^2$, solamente en términos de las x's observadas y de los parámetros μ y β_1, para que al derivar con respecto a μ y β_1, se encuentre el estimador por mínimos cuadrados, como se hizo en el caso del proceso AR. Desafortunadamente, la suma de cuadrados de residuales no es una función cuadrática de los parámetros y por lo tanto, no es posible encontrar un estimador por mínimos cuadrados. Ni tampoco al igualar el coeficiente teórico con el de la muestra (ambos de primer orden)

$$r_1 = \beta_1/(1+\beta_1^2) \qquad \text{(IV.12)}$$

[1] Se dice que un estimador insesgado $\Theta = g(X_1,...,X_n)$ para un parámetro θ es eficiente si tiene varianza finita $E\left([\Theta - \theta]^2\right)$ y si además no existe otro estimador $\Theta^* = g^*(X_1,...,X_n)$ para θ cuya varianza sea menor que la de Θ. Si la varianza de Θ es pequeña, entonces Θ toma valores que se encuentran cercanos a $E(\Theta) = \theta$ y, por lo tanto, es un buen estimador. El concepto de eficiencia lo expuso Fisher en 1922.

eligiendo de aquí la solución de β_1 tal que $|\beta_1|<1$, debido a que esto daría origen a un estimador ineficiente.

La aproximación sugerida por Box y Jenkins (1970) es la siguiente. Seleccionar valores iniciales para μ y β_1, como $\mu=\bar{x}$ y β_1 obtenida como la solución de (IV.12). Luego calcular la suma de cuadrados de residuales utilizando (IV.11) recursivamente, de la forma

$$Z_t = X_t - \mu - \beta_1 Z_{t-1}$$

Con $z_0 = 0$, se tiene $z_1 = x_1 - \mu$, $z_2 = x_2 - \mu - \beta_1 z_1$, ..., $z_N = x_N - \mu - \beta_1 z_{N-1}$. Por lo que $\sum_{t=1}^{N} z_t^2$ puede ser calculada.

Este procedimiento puede ser repetido para distintos valores de μ y β_1, y la suma de cuadrados $\sum z_t^2$ calculada para una cuadrícula de puntos en el plano (μ , β_1).

Posteriormente se calculan por inspección los estimadores mínimos cuadrados de μ y β_1 que minimizan $\sum z_t^2$.

Estos estimadores por mínimos cuadrados normalmente también son estimadores de máxima verosimilitud condicionales en un valor dado z_0, obteniéndose que Z_t tiene una distribución normal. Este procedimiento puede ser más refinado si se pronostica hacia atrás el valor de z_0 (Box y Jenkins, 1970), pero esto es innecesario, excepto cuando β_1 es muy cercano a más ó menos uno.

Un proceso de estimación alternativo, es el de J. Durbin, y consiste en ajustar los datos a un proceso AR de orden mayor y usar la dualidad entre los procesos AR y MA. La ventaja de este procedimiento radica en que requieren de menos cálculos. Pero debido a la alta capacidad y velocidad de las computadoras, es obsoleto.

Para los procesos de orden grande, existen procedimientos similares de tipo iterativo. Por ejemplo con un proceso MA de orden dos, teniendo valores iniciales para μ, β_1 y β_2, se calculan los residuales de forma recursiva utilizando:

$$z_t = x_t - \mu - \beta_1 z_{t-1} - \beta_2 z_{t-2}$$

con esto, es posible calcular $\sum z_t^2$. Por lo tanto los valores de μ, β_1 y β_2 serán probados sobre una cuadrícula de puntos hasta obtener aquéllos que minimicen a $\sum z_t^2$.

Para un conjunto de datos nuevos, es conveniente usar el método gráfico, basado en evaluar la suma de cuadrados de residuales en una cuadrícula de puntos. El examinar de forma visual la superficie de la suma de cuadrados, brindará información útil. En particular es interesante observar que tan plana es la superficie; si la superficie es aproximadamente cuadrática; y si los parámetros son aproximadamente no-correlacionados.

Además, suponiendo que Z_t tiene una distribución normal, se puede obtener una región o intervalo de confianza para los parámetros MA. Suponga que el modelo tiene p parámetros desconocidos θ. Sea $\hat{\theta}$ el estimador máxima verosimilitud de θ, y sean $S(\hat{\theta})$, $S(\theta)$ las sumas de cuadrados de residuales de $\hat{\theta}$ y θ. Si la $Var(Z_t)=\sigma_z^2$, entonces $S(\hat{\theta})/\sigma_z^2$ tiene distribución χ^2 con (N-p) grados de libertad, por lo tanto $\left[S(\theta)-S(\hat{\theta})\right]/\sigma_z^2$ tiene distribución χ^2 con p grados de libertad. Por lo que, si el modelo es correcto

$$\frac{\left[S(\theta)-S(\hat{\theta})\right]/p}{S(\hat{\theta})/(N-p)}$$

tiene distribución F con p y (N-p) grados de libertad. Por lo tanto la región de confianza del 100(1-α)% para θ, contiene a todos estos puntos θ en el espacio p, tal que

$$S(\theta)\le S(\hat{\theta})\left(1+\frac{p}{N-p}F_{p,N-p,\alpha}\right)$$

Si la suma de cuadrados de residuales fue determinada en una cuadrícula de puntos θ en el p-espacio, entonces será fácil obtener esta región de confianza.

4.2.3 Proceso ARMA

Suponga que ahora un modelo autorregresivo-promedio móviles (ARMA) es considerado como adecuado para una serie de tiempo. Los problemas de estimación de un modelo ARMA, son similares para los del modelo MA, en el cual fue usado un procedimiento iterativo. La suma de cuadrados de residuales puede calcularse para todo punto de la cuadrícula de valores de los parámetros, por lo que son calculados los valores en los cuales se da el mínimo de la suma de cuadrados. Alternativamente, puede utilizarse un procedimiento numérico como "escalando la montaña" para llegar al mínimo de la suma de cuadrados de forma más eficiente. Y posteriormente encontrar una región de confianza, como se vio anteriormente.

Como ejemplo, se considera un proceso ARMA de orden (1,1), dado por

$$X_t-\mu=\alpha_1(X_{t-1}-\mu)+Z_t+\beta_1 Z_{t-1}$$

Dadas N observaciones $x_1,\ldots,x_N$, se calculan valores para μ, α_1, β_1, se fijan $z_0=0$ y $x_0=\mu$, posteriormente se calculan los residuales de forma recursiva con

$$z_1=x_1-\mu$$
$$z_2=x_2-\mu-\alpha_1(x_1-\mu)-\beta_1 z_1$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$z_N=(x_N-\mu)-\alpha_1(x_{N-1}-\mu)-\beta_1 z_{N-1}$$

Con lo anterior es posible calcular la suma de cuadrados de residuales $\sum_{t=1}^{N} z_t^2$.

Después, serán probados otros valores de μ, α_1, β_1 hasta encontrar el mínimo de la suma de cuadrados.

4.2.4 Otros aspectos relacionados con la estimación

En particular, para los siguientes modelos, se obtienen las aproximaciones a las varianzas y covarianzas que se indican a continuación:

$$\text{AR(1):}\quad \hat{Var}(\alpha) = (1-\alpha^2)/(N-d)$$

$$\text{AR(2):}\quad \hat{Var}(\alpha_1) = \hat{Var}(\alpha_2) = (1-\alpha_2{}^2)/(N-d)$$
$$\hat{Cov}(\alpha_1,\alpha_2) = -\alpha_1(1+\alpha_2)/(N-d)$$

$$\text{MA(1):}\quad \hat{Var}(\beta) = (1-\beta^2)/(N-d)$$

$$\text{MA(2):}\quad \hat{Var}(\beta_1) = \hat{Var}(\beta_2) = (1-\beta_2{}^2)/(N-d)$$
$$\hat{Cov}(\beta_1,\beta_2) = -\beta_1(1+\beta_2)/(N-d)$$

$$\text{ARMA(1,1):}\quad \hat{Var}(\alpha) = (1-\alpha^2)(1-\beta\alpha)^2/[(\alpha-\beta)^2(N-d)]$$
$$\hat{Var}(\beta) = (1-\beta^2)(1-\beta\alpha)^2/[(\alpha-\beta)^2(N-d)]$$
$$\hat{Cov}(\alpha,\beta) = (1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\beta\alpha)\ /[(\alpha-\beta)^2(N-d)]$$

Cabe mencionar una circunstancia que puede ser causa de problemas durante la estimación de los parámetros, ésta es la llamada redundancia de parámetros, que consiste en la existencia de factores aproximadamente comunes en los polinomios autorregresivo y de promedios móviles, ya que cualquier cambio en la parte autorregresiva se podría compensar con un cambio en la parte de promedios móviles y esto provocaría inestabilidad en los parámetros estimados.

4.3 Verificación del Diagnóstico

La etapa de verificación de la metodología Box-Jenkins tiene su origen en la idea de que todo modelo es erróneo, puesto que los modelos son meras representaciones simplificadas de la realidad. Lógicamente si hay que elegir entre varios modelos, habrá que elegir aquél que presente menos fallas, o bien, fallas menos importantes; por este motivo habrá que poner a todos los posibles modelos en tela de juicio para detectar sus fallas (que se miden como violaciones a los supuestos que fundamentan el modelo).

Después de haber estimado los parámetros del modelo ARIMA tentativamente identificado, es necesario verificar dicho diagnóstico para cerciorarse de que el modelo es el adecuado. Básicamente, en la práctica siempre se usa el Análisis de Residuales.

4.3.1 Análisis de Residuales

Una de las formas más clara y simple para detectar violaciones a los supuestos de los modelos es a través del análisis de residuales, en donde, como residual se considera aquella parte de las observaciones que no es explicada por el modelo. Los residuales se definen mediante

$$\hat{z}_t = x_t - \hat{x}_t$$

es decir, los residuales miden la discrepancia entre los valores observados y los valores estimados por el modelo. Además cuando el tamaño de la muestra es grande, los errores aleatorios y los residuales (que también son variables aleatorias) son esencialmente iguales; por esta razón, al analizar los residuales observados $\{\hat{z}_t\}$ se analiza básicamente lo que debería ser una realización de ruido blanco $\{z_t\}$. Por lo anterior, los supuestos acerca del proceso $\{z_t\}$ pueden verificarse y posiblemente corregirse de la siguiente manera:

A) $\{z_t\}$ tiene media cero

Verificación: Calcule la media aritmética y la desviación estándar muestral de los residuales

$$m(\hat{z}) = \sum_{t=t'}^{N} \hat{z}_t / (N-d-p)$$

$$\sigma_{\hat{z}} = \sqrt{\sum_{t=t'}^{N} [\hat{z}_t - m(\hat{z})]^2 / (N-d-p-q)}$$

con t'=d+p+1, para construir el cociente $\sqrt{(N-d-pm(\hat{z}))\,\sigma_{\hat{z}}^2}$. Si el valor absoluto de dicho cociente es menor que dos, entonces no hay evidencia de que la media del proceso sea distinta de cero; por el contrario, si $\left|\sqrt{(N-d-pm(\hat{z}))\,\sigma_{\hat{z}}^2}\right| \geq 2$, entonces la media de los residuales es significativamente distinta de cero, lo cual implica que el supuesto se ha violado.

Corrección: El que la media de los residuales sea significativamente distinta de cero, implica que existe una parte determinística o semideterminística en $\{\hat{z}_t\}$ que no ha sido considerada por el modelo, por lo tanto, se requiere incluir la tendencia θ_0 en el modelo, que sea estimada conjuntamente con el resto de los parámetros. El valor inicial para θ_0 será dado por $m(\hat{z})$ que es la parte determinística no tomada en cuenta por el modelo.

B) $\{z_t\}$ tiene varianza constante

Verificación: Grafique los residuales contra el tiempo para observar si la varianza parece o no ser constante. Esta verificación visual podría pensarse que es muy burda, pero la idea es que solamente las violaciones muy notorias a este supuesto son las que realmente llegan a causar problemas.

Corrección: Sólo en caso de que la varianza parezca seguir algún patrón de crecimiento o de decrecimiento, es recomendable aplicar una transformación potencia para estabilizar la varianza, como la que se muestra a continuación:

$$T(X_t)=\begin{cases}X_t^{\lambda} & si\,\lambda\neq 0\\ \log(X_t) & si\,\lambda=0\end{cases}\quad \text{donde } \lambda \text{ es tal que } \frac{\sigma_t}{\mu_t^{1-\lambda}}=cte \quad \text{para } t=1,2,\ldots,N$$

C) $\{z_t\}$es un conjunto de variables aleatorias independientes

Verificación: A continuación se proponen 3 métodos para comprobar si los residuales son aleatorios.

i) Debido a que independencia implica no-autocorrelación, se requiere que $\rho_k(z)=0$ para toda $k\neq 0$. Por lo tanto, se recomienda calcular las Estadísticas Box-Pierce o Ljung-Box como se indica en la sección 3.1, del Capítulo III.

ii) Prueba de Corridas o Rachas (Wald-Wolfowitz)

Es una prueba no paramétrica[2], la cual es muy útil para determinar si los residuales del modelo son aleatorios o subsiste en ellos alguna correlación serial [3]. Para utilizar esta prueba, se anotan simplemente los signos (+ ó -) de los residuales. Luego se define a una racha como una secuencia ininterrumpida de un símbolo o atributo, tal como + ó -. Se expresa además la longitud de una racha como el número de elementos en ésta. Al examinar el comportamiento de las rachas en una secuencia de observaciones estrictamente aleatoria, es posible derivar una prueba de aleatoriedad de las rachas. Se hace la siguiente pregunta: ¿Las rachas observadas son muchas o pocas en comparación con el número de rachas esperadas en una secuencia de N observaciones estrictamente aleatoria? Si hay muchas rachas, significa que los residuales cambian de signo frecuentemente y se indica con esto una correlación serial negativa. En forma similar, si hay muy pocas rachas, éstas pueden sugerir correlación serial positiva. Ahora, sean

N = número total de residuales = $N_1 + N_2$

N_1 = número de residuales positivos

N_2 = número de residuales negativos

R = número de rachas

La prueba de hipótesis a realizar es la siguiente:

H_0: Los residuales son aleatorios

Regla de Decisión: Rechazar H_0 al nivel de significancia α si:

$$R < W_{\alpha_2} \quad ó \quad R > W_{1-\alpha_2} \qquad \text{donde } W_{\alpha_2} \text{ y } W_{1-\alpha_2} \text{ son los cuantiles}$$

correspondientes de la distribución de R (Tabla A.3 del Apéndice)

iii) Prueba Durbin-Watson

Verificación: La prueba más conocida para detectar correlación serial es la desarrollada por los estadísticos J. Durbin y G.S. Watson, encontrada al aplicar modelos de regresión múltiple a los datos de algunas series de tiempo. Es comúnmente conocida como la estadística *d* de Durbin-Watson, definida como

---

[2] En las pruebas no paramétricas no se hacen supuestos sobre la distribución de donde se obtuvieron las observaciones.

[3] La correlación serial indica que existe una dependencia de los residuales con respecto al tiempo.

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{N} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{N} \hat{u}_t^2} \qquad \text{(IV.13)}$$

que es simplemente la razón de la suma de los cuadrados de las diferencias de residuales sucesivos sobre la suma de cuadrados de los residuales. Obsérvese que en el numerador de la estadística d, el número de observaciones es $n-1$ porque una observación se pierde al obtener las diferencias consecutivas.

La distribución de probabilidad de la estadística d dada en (IV.13) es difícil de derivar porque, como lo han demostrado Durbin y Watson, depende de forma compleja de los valores presentes de X en una muestra dada. Esta dificultad puede ser entendida porque d es calculada a partir de $\hat{u}_t$, los cuales dependen de las x's dadas. Por consiguiente, a diferencia de las pruebas t, F o χ^2, no hay un valor crítico único que lleve al rechazo o a la aceptación de la hipótesis nula de que no hay correlación serial. Sin embargo, Durbin y Watson tuvieron éxito al encontrar un límite inferior d_L y un límite superior d_U (ver Tabla A.4 del Apéndice) tales que si el valor d calculado de (IV.13) cae fuera de estos valores críticos, puede tomarse una decisión con respecto a la presencia de correlación serial positiva o negativa.

Es útil notar que d está relacionado con el primer coeficiente de autocorrelación de los residuales. De (IV.13) se obtiene que

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{N} \hat{u}_t^{\,2} + \sum_{t=2}^{N} \hat{u}_{t-1}^{\,2} - 2\sum_{t=2}^{N} \hat{u}_t^{\,2} \hat{u}_{t-1}^{\,2}}{\sum_{t=1}^{N} \hat{u}_t^2}$$

y puesto que $\sum_{t=2}^{N} \hat{u}_t^{\,2}$ y $\sum_{t=2}^{N} \hat{u}_{t-1}^{\,2}$ difieren sólo en una observación, éstos son aproximadamente iguales. Por lo tanto, haciendo $\sum_{t=2}^{N} \hat{u}_{t-1}^{\,2} = \sum_{t=2}^{N} \hat{u}_t^{\,2}$, la expresión puede escribirse como

$$d \approx 2\left(1 - \frac{\sum_{t=2}^{N} \hat{u}_t^{\,2} \hat{u}_{t-1}^{\,2}}{\sum_{t=1}^{N} \hat{u}_t^2}\right)$$

entonces

$$d \approx 2(1 - r_1) \qquad \text{(IV.14)}$$

donde $r_1 = \sum \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1} / \sum \hat{\varepsilon}_t^2$ es el primer coeficiente de autocorrelación de los residuales (de aquí que la media residual es cero). Una prueba de d es entonces asintóticamente equivalente a probar r_1. Y como $-1 \le r_1 \le 1$, esto implica que $0 \le d \le 4$.

Las reglas de decisión para la prueba Durbin-Watson son:

Hipótesis nula	**Decisión**	**Si**
No autocorrelación positiva	Rechazar	$0<d<d_L$
No autocorrelación positiva	No tomar decisión	$d_L \le d \le d_U$
No correlación negativa	Rechazar	$4-d_L<d<4$
No correlación negativa	No tomar decisión	$4-d_U \le d \le 4-d_L$
No autocorrelación, + ó -	No rechazar	$d_U<d<4-d_U$

De la ecuación (IV.14) es deducible que si $r_1=0$, $d=2$; es decir, si no hay correlación serial, se espera que d esté alrededor de 2. Por consiguiente, como regla práctica, si en una aplicación se encuentra que d es igual a 2, se puede suponer que no hay correlación. Si $r_1=+1$, indica una correlación positiva perfecta en los residuales, $d=0$. Por consiguiente, entre más cercano esté d a 0, mayor será la evidencia de correlación positiva. Esta relación es evidente de (IV.13), porque si hay autocorrelación positiva, las $\hat{\varepsilon}_t$ aparecerán agrupadas y sus diferencias tenderán a ser pequeñas. Como resultado, la suma de cuadrados del numerador será menor en comparación con la suma de cuadrados del denominador, el cual es un valor que permanece fijo.
Si $r_1=-1$ es decir, hay una correlación negativa perfecta entre los valores consecutivos de los residuales, $d=4$. Por lo tanto, entre más se acerque d a 4, mayor será la evidencia de correlación serial negativa. Nuevamente, al analizar (IV.13) esto es evidente, porque si hay autocorrelación negativa, un $\hat{\varepsilon}_t$ positivo tenderá a estar seguido por un $\hat{\varepsilon}_t$ negativo y viceversa, de tal forma que $|\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1}|$ será usualmente mayor que $|\hat{\varepsilon}_t|$. Por consiguiente, el numerador de d será significativamente mayor que el denominador.

A pesar de ser muy popular, la prueba d tiene una gran desventaja: cuando cae en la zona de indecisión o región de ignorancia, no se pude concluir si la autocorrelación existe o no. En el caso de que el valor de d estimado se encuentre en la zona de indecisión, se pude utilizar la prueba d modificada. Dado el nivel de significancia α,

1. H_0: $\rho=0$ *vs.* H_0: $\rho>0$. Si el valor estimado $d< d_U$, rechácese H_0 al nivel α, es decir, hay autocorrelación positiva.
2. H_0: $\rho=0$ *vs.* H_0: $\rho<0$. Si el valor estimado $(4-d)< d_U$, rechácese H_0 al nivel α, hay evidencia de autocorrelación negativa.

Corrección: Si la verificación indica que las autocorrelaciones no son las correspondientes a un proceso ruido blanco, es de suponer entonces que corresponden a un cierto proceso ARMA; por lo que se recomienda graficar algunos valores de la f.ac. muestral de los residuales, que en el supuesto de que su media sea cero, está dada por

$$r_k(\hat{z}) = \frac{\sum_{t=t'}^{N-k} \hat{z}_t \hat{z}_{t+k}}{\sum_{t=t'}^{N} \hat{z}_t^2}, \quad k=1,2,\ldots \quad ,$$

y tratar de identificar algún proceso ARMA para los residuales, lo cual sugeriría modificaciones al modelo originalmente identificado para $\{X_t\}$.

D) z_t tiene una distribución normal, para toda t

Verificación: Se sabe que para una distribución normal, aproximadamente del 95% de las observaciones deben localizarse dentro de un intervalo que se extienda dos desviaciones estándar por abajo y por arriba de la media; entonces, si se cumple que la media de los residuales es igual a cero, se esperaría que a lo más un total de (N-d-p)/20 observaciones se localizaran fuera del intervalo $(-2\sigma_z, 2\sigma_z)$. Para verificar esto se sugiere utilizar la misma gráfica de los residuales contra el tiempo del supuesto B.

Corrección: Es importante advertir que el supuesto de normalidad se debe cumplir para errores aleatorios $\{z_t\}$, pero no tiene por qué ser satisfecho exactamente por los residuales $\{\hat{z}_t\}$; por esta razón, cabe esperar pequeñas violaciones a este supuesto que no causan problemas en absoluto.

E) No existen observaciones aberrantes

Verificación: al observar la gráfica del supuesto B, se puede visualizar si existe este tipo de observaciones anómalas. Por ejemplo, un residual que se encuentra fuera de $(-3\sigma_z, 3\sigma_z)$ implicará que, o bien sucedió un evento cuya probabilidad de ocurrencia es aproximadamente 0.2% (lo cual será muy extraño) o el residual en cuestión corresponde a una observación que no fue generada por el mismo proceso generador del resto de la serie. De esta manera, como regla empírica de trabajo, podrían considerarse como "sospechosas" a las observaciones cuyos residuales estén fuera del intervalo $(-3\sigma_z, 3\sigma_z)$.

Corrección: Conviene recordar que toda observación puede contener información valiosa para los fines del estudio que se esté realizando, es por esto que no hay que descartar la posibilidad de que realmente haya ocurrido un evento altamente improbable y que al desechar la observación se perjudique al análisis. Por ello, se recomienda antes de actuar, investigar el origen de dicha observación, ya que puede tratarse de un cambio en el comportamiento debido a un factor exógeno, o bien deberse a un error en la captura de datos.

4.3.2 Otras formas de verificación

Existen otros supuestos relacionados con el modelo en sí que no se verifican mediante un análisis de residuales, estos son:

F) El modelo considerado es parsimonioso

Verificación: La parsimonia implica que no se pude reducir el número de parámetros involucrados, ya que todos son necesarios para explicar el comportamiento del fenómeno y no pueden ser considerados como iguales a cero. Lo que se hace en este caso es construir intervalos de aproximadamente 95% de confianza del tipo

$$\left(\hat{\theta} - 2\sqrt{V\hat{a}r(\hat{\theta})}, \hat{\theta} + 2\sqrt{V\hat{a}r(\hat{\theta})}\right)$$

Para cada uno de los parámetros y observar si el valor cero se encuentra dentro del intervalo.

Corrección: Si el cero resulta estar incluido en el intervalo, entonces el parámetro debería cancelarse y volver a estimar el modelo sin él. Sin embargo, pueden existir situaciones en las que el conocimiento del fenómeno indique que dicho parámetro debe aparecer, aún cuando la verificación no rechace la hipótesis de que su valor sea cero.

G) El modelo es estable en los parámetros

Verificación: La principal causa de la inestabilidad es la redundancia de parámetros, de tal forma que un cambio en un parámetro puede compensarse mediante un cambio en otro, sin que la suma de cuadrados se altere. Esto implica en particular que se debe de estar alerta en la búsqueda de correlaciones altas (positivas y negativas) entre parámetros estimados, ya que éstas son indicadores de posibles causas de inestabilidad; para esto se requiere pues, calcular las correlaciones entre parejas de parámetros estimados de la siguiente manera:

$$r(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = \frac{C\hat{o}v(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{\sqrt{V\hat{a}r(\hat{\theta}_1)V\hat{a}r(\hat{\theta}_2)}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1-\hat{\theta}_1^{\,2})(1-\hat{\theta}_2^2)}}{(1-\hat{\theta}_1\hat{\theta}_2)}$$

Corrección: Una forma de corregir este problema es mediante la cancelación de alguno de los parámetros cuya correlación con otro es alta; otra posibilidad es la eliminación de factores aproximadamente comunes en los polinomios autorregresivo y de promedios móviles. Adviértase que si la inclusión de los dos parámetros (cuya correlación es alta) es necesaria para obtener una representación adecuada de la serie y no se encuentran factores aproximadamente comunes, entonces no queda más remedio que aceptar el hecho de que existan correlaciones altas.

Por último, debe mencionarse otra herramienta sugerida por Box y Jenkins para verificar la bondad del modelo, a la cual se le conoce con el nombre de sobreparametrización, ésta consiste en introducir parámetros extra en el modelo, previendo la posible necesidad de incluirlos, pero en caso de no ser necesarios se verían rechazados por la verificación del supuesto de parsimonia.

4.4 Modelos ARIMA para Series Estacionales

Conviene extender la aplicabilidad de los modelos ARIMA para cubrir la necesidad de análisis de las series de tiempo estacionales, las cuales aparecen con gran frecuencia en la práctica. Por una serie estacional se entenderá una serie de tiempo que, aparte de contener una tendencia de larga duración, muestre fluctuaciones que se repiten anualmente, quizá con cambios graduales a través de los años. Muchas series de tiempo tienen un componente estacional periódico, que se repite cada s observaciones, o sea cada intervalo de tiempo determinado. Por comodidad, se consideran observaciones mensuales donde s=12. Si se tiene información mensual y al calcular el coeficiente de autocorrelación al retraso 12 se obtiene un valor cercano o igual a 1, esto indicará estacionalidad; o bien, si el coeficiente no resultara ser significativamente distinto de cero, esto indicaría que los meses no están relacionados con su respectivo mes del año anterior, por lo que dichos datos serían no-estacionales. Para series estacionarias, la estacionalidad puede detectarse identificando a los coeficientes de autocorrelación de retrasos mayores a 3, que sean significativamente mayores que cero, fijándose en los coeficientes más grandes. Por lo tanto, se establece como regla primero hacer la serie estacionaria y luego determinar si existe o no estacionalidad, porque si no la serie no-estacionaria podría aparentar una estacionalidad no existente, ó bien ocultar a una presente. Cuando la tendencia en comparación con la estacionalidad, es mucho más fuerte, entonces los coeficientes de autocorrelación de la serie original al ser graficados disminuyen de forma lineal. Muchas series de tiempo presentan un comportamiento estacional, como pueden ser las ventas por almacenes de departamento realizadas durante días festivos, el consumo estacional del helado, los viajes durante días festivos, etc. Si, por ejemplo, se dispone de la información trimestral de ventas de los almacenes de departamento, estas cifras mostrarán picos en el cuarto trimestre, en este caso es posible eliminar la influencia estacional considerando las diferencias de orden cuatro de las cifras de ventas y luego decidiendo qué clase de modelo ARIMA ajustar.

Box y Jenkins (1970) generalizaron el modelo ARIMA para tratar la estacionalidad y definir un modelo estacional multiplicativo de la forma (utilizando su notación)

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^{12})w_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^{12})a_t \qquad \text{(IV.15)}$$

donde B es el operador de retraso, $\phi_p, \Phi_P, \theta_q, \Theta_Q$ son polinomios de orden p, P, q, Q, respectivamente, y $\{a_t\}$son variables aleatorias independientes con media cero y varianza σ_a^2. Se seleccionan valores razonables para p, P, q, Q examinando el correlograma de series diferenciadas $\{w_t\}$. Los valores de p, q se seleccionan examinando algunos de los primeros valores de r_k, mientras que los de P, Q cuando k=12,24,... (esto cuando el periodo estacional es 12). Por ejemplo, si r_{12} es grande y r_{24} pequeño, se sugiere un término estacional de promedios móviles, por lo que se toma P=0 y Q=1.

El operador B^{12} es tal que

$$B^{12}w_t = w_{t-12}.$$

Por ejemplo, si p = Q = 1, y P = q = 0, entonces (IV.15) se convierte en

$$(1-\alpha B)w_t = (1+\beta B^{12})a_t$$

de aquí que

$$w_t = \alpha w_{t-1} + a_t + \beta a_{t-12}$$

La ecuación (IV.15) define un modelo estacionario, dado que sus raíces

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^{12}) = 0$$

caen fuera del círculo unitario.

El proceso de construcción de modelos para series de tiempo estacionales es el mismo que para series no-estacionales, pero ahora la etapa de identificación es un tanto más complicada debido a que el número de modelos que podrían postularse para representar a una serie de tiempo dada, aumenta considerablemente.
Como una ayuda en la etapa de identificación de modelos, es conveniente visualizar los comportamientos de las funciones de autocovarianza de algunos modelos estacionales, en especial de aquellos que se utilizan con mayor frecuencia en la práctica.
Con la idea de ajustar el modelo a series no-estacionarias, Box y Jenkins (1970) sugieren diferenciar a la serie original para remover tanto la tendencia como la estacionalidad con

$$w_t = \nabla^d \nabla_{12}^D x_t$$

donde $\nabla_{12}x_t = x_t - x_{t-12}$ y $\nabla\nabla_{12}x_t = \nabla_{12}x_t - \nabla_{12}x_{t-1} = x_t - x_{t-1} - \ldots - x_{t-12} + x_{t-13}$.

Para datos estacionales con periodo 12, es usado el operador $\nabla\nabla_{12}$ si el efecto estacional es aditivo, mientras que cuando es multiplicativo, se utiliza el operador ∇^2_{12}. Algunas veces será suficiente usar solamente ∇_{12}. Se debe evitar el diferenciar de más. En los casos de datos trimestrales, se deberá usar el operador ∇_4, y así sucesivamente.
Las series diferenciadas se denotan como $\{w_t; t = 1,\ldots, N-c\}$, donde c términos han sido perdidos al diferenciar. Por ejemplo, si es utilizado el operador $\nabla\nabla_{12}$ entonces c=13.

Los valores de los enteros d y D usualmente no exceden al valor de uno. Estos valores deben determinarse de tal manera que la serie resultante $\{W_t\}$, sea aproximadamente estacionaria; para esto podrían graficarse las f.ac. muestrales de $\{X_t\}$,$\{\nabla X_t\}$, $\{\nabla^2 X_t\}$, $\{\nabla_{12}X_t\}$, $\{\nabla\nabla_{12}X_t\}$, $\{\nabla^2\nabla_{12}X_t\}$, la inspección visual de estas gráficas permitirá decidir el grado de diferenciación requerido para estacionarizar la serie.

La construcción de modelos para series estacionales se realiza también de manera eficiente de acuerdo con la estrategia sugerida por Box y Jenkins, esto es, se siguen exactamente las mismas etapas que para el caso de series no-estacionales. No obstante, importa notar que en la etapa de verificación existen algunos pequeños cambios originados por la aparición de parámetros estacionales.

4.5 Puntos importantes en la construcción de un modelo

¿Cómo saber cuándo ya se ha elegido el modelo adecuado para una serie de tiempo? La respuesta depende de distintos factores, incluyendo las propiedades de la serie obtenidas de las gráficas de los datos, el número de observaciones disponibles, y el modo en que el modelo será usado.

Los procesos ARMA y ARIMA son los más utilizados, ya que proporcionan un buen ajuste a la mayoría de las series de tiempo, y su uso puede ser generalizado cuando se tiene más de 50 observaciones disponibles. Sin embargo, algunas veces es más útil ocupar otro tipo de modelos, por ejemplo en oceanografía, donde los modelos estacionales y de tendencia son más apropiados.
En muchas áreas, como economía y mercadotecnia, ocurren con frecuencia series no-estacionarias y además pueden ser cortas. Si se tienen más de 50 observaciones, Box y Jenkins (1970) recomiendan ajustar modelos ARIMA, diferenciando la serie de tiempo hasta volverla estacionaria y luego ajustando un modelo ARMA a la serie diferenciada. Para series estacionales, el modelo estacional ARIMA puede ser utilizado. Algunas veces es claro reconocer cuando la estacionalidad y/o tendencia de la serie de tiempo es dominante, la efectividad de un modelo ARIMA está principalmente determinada por las primeras operaciones de diferenciación y no por el ajuste subsecuente a un modelo ARMA, aun cuando esta última operación es la que lleva más tiempo en su realización. Por lo que los modelos simples vistos en el Capítulo II pueden ser adecuados para algunas series de tiempo con una tendencia y/o efecto estacionario largo muy marcados. Por ejemplo, se puede representar a una serie de tiempo con una tendencia lineal junto con un término estacional y un error, de la forma

$$x_t = a + bt + s_t + \varepsilon_t$$

donde a, b son constantes. Los modelos de este tipo tienen la ventaja de ser simples, son fáciles de interpretar y son robustos. Además pueden ser utilizados en series de tiempo cortas, donde es imposible ajustar un modelo ARIMA. Pero tienen restricciones en considerar la tendencia y normalmente asumen que los errores son independientes cuando en algunas veces este no es el caso.

CAPÍTULO V : PRONÓSTICOS

El pronóstico de valores futuros de una serie de tiempo observada es un problema en muchas áreas, incluyendo economía, planeación de la producción, ventas y control del almacén.

Suponga que se tiene una serie de tiempo $x_1, x_2, \ldots, x_N$. El problema es estimar x_{N+1}, o de forma general x_{N+q}. La predicción del valor de x_{N+q} hecha al tiempo N, a q pasos hacia delante, será denotada por $\hat{x}(N,q)$. El entero q es llamado el *tiempo futuro.* Claramente no existe un procedimiento de pronóstico universalmente aplicable. Por lo que se debe de buscar el procedimiento que sea más apropiado para cada conjunto de condiciones.

Los diferentes tipos de pronóstico pueden ser clasificados en 3 categorías generales:

(a) <u>Subjetiva</u> → los pronósticos pueden hacerse en una base subjetiva, usando la intuición, el juicio, conocimiento comercial y cualquier información relevante.

(b) <u>Univariado</u> → los pronósticos pueden hacerse solo con base en las observaciones anteriores de una serie de tiempo, ajustando un modelo a los datos y extrapolando. Por ejemplo, los pronósticos de futuras ventas de un producto pueden basarse por completo en ventas pasadas. A los métodos de este tipo se les conoce como métodos de proyección.

(c) <u>Multivariado</u> → los pronósticos pueden hacerse tomando observaciones de otras variables. Por ejemplo, las ventas pueden depender de las existencias en el almacén. Los modelos econométricos son de este tipo de modelos de regresión. A los modelos multivariados normalmente se les conoce como modelos de predicción o causales.

En la práctica, un procedimiento de pronóstico involucra a los tres anteriores. Por ejemplo, se calculan pronósticos univariados y luego son ajustados subjetivamente. Davis (1974) hace un pronóstico de mercado mezclando proyecciones y predicciones desarrolladas estadísticamente de datos anteriores y con el conocimiento de gente muy involucrada con el mercado. Otro tipo de combinación, es la sugerida por Bates y Granger (1969), donde se calculan dos o más pronósticos objetivos y luego se calcula el promedio ponderado.
Antes de elegir el procedimiento de pronóstico, es esencial considerar el uso que se le dará al pronóstico, que precisión es requerida, cuanto dinero está disponible, cuantos artículos serán pronosticados, cuantos datos están disponibles y que tan lejano está el punto a pronosticar.

Algunos procedimientos dan simplemente pronósticos puntuales, pero lo ideal es obtener un intervalo, cuyos límites pueden estar determinados por elementos subjetivos.

5.1 Procedimientos Univariados

En esta sección se muestran algunos métodos de proyección. En todos los procedimientos el primer paso debe de ser graficar los datos, ya que se puede obtener mucha información al observar las gráficas, al grado de sugerir un procedimiento de pronóstico adecuado.

5.1.1 Extrapolación de curvas de tendencia

En los casos de pronósticos muy lejanos, es conveniente ajustar una curva de tendencia a los datos de años sucesivos y luego extrapolar. Se puede utilizar una variedad de curvas, incluyendo polinomiales, exponenciales y curvas de Gompertz. Como mínimo se deben considerar de siete a diez años de datos históricos, además Harrison y Pearce (1972) sugieren que no se deben de hacer pronósticos por más de la mitad de años históricos disponibles.

Para datos estacionales, la tendencia y la variación estacional pueden estimarse con los métodos vistos en el Capítulo II, en ambos casos usando promedios móviles o ajustando una curva. La curva ajustada puede ser extrapolada al futuro. Este método es simple, pero no por eso deja de ser robusto.

Una desventaja de usar curvas de tendencia, es que no hay bases lógicas para elegir entre las diferentes curvas. Desafortunadamente es frecuente el caso en que se puedan encontrar curvas que se ajustan casi de la misma forma a los datos, pero a la hora de hacer las proyecciones dan pronósticos muy distintos entre sí.

5.1.2 Suavizador exponencial

Este procedimiento fue sugerido por Holt, originalmente, fue usado en su forma básica para series no-estacionales y sin tendencia. Obviamente en la práctica, muchas series tienen un patrón de tendencia y estacionalidad, pero estos efectos pueden ser medidos y removidos para obtener series estacionarias. Con lo que resulta que las adaptaciones del suavizador exponencial pueden ser usadas en muchos tipos de series de tiempo.

Dada una serie de tiempo estacionaria y no-estacional, $x_1,x_2,\dots,x_N$, es válido tomar como una estimación de x_{N+1} a la suma ponderada de observaciones

$$\hat{x}(N,1) = c_0 x_N + c_1 x_{N-1} + c_2 x_{N-2} + \dots \qquad \text{(V.1)}$$

donde $\{c_i\}$ son pesos. Es razonable dar mayor peso a las observaciones recientes y menos peso a las más antiguas. Un conjunto de pesos que es atractivo, es el de pesos geométricos, los cuales decrecen a razón constante. En el orden de que los pesos sumen uno, se toma

$$c_i = \alpha(1-\alpha)^i \qquad (i = 0,1,\dots)$$

donde α es una constante tal que $0<\alpha<1$. Por lo que (V.1) queda de la forma

$$\begin{aligned}\hat{x}(N,1) &= \alpha x_N + \alpha(1-\alpha)x_{N-1} + \alpha(1-\alpha)^2 x_{N-2} + \ldots \\ &= \alpha x_N + (1-\alpha)[\alpha x_{N-1} + \alpha(1-\alpha)x_{N-2} + \ldots] \\ &= \alpha x_N + (1-\alpha)\hat{x}(N-1,1) \qquad \text{(V.2)}\end{aligned}$$

Si se fija $\hat{x}(1,1) = x_1$, la ecuación (V.2) puede usarse recursivamente para calcular el pronóstico. Esta ecuación también reduce la cantidad de cálculos involucrados al actualizar un pronóstico, debido a que solo bastará tener la última observación y el pronóstico previo.

El pronóstico definido por (V.2) es llamado suavizador exponencial y ha resultado ser muy útil. El adjetivo "exponencial" radica en el hecho de que los pesos geométricos se aproximan a una curva exponencial, aunque el procedimiento bien podría llamarse suavizador geométrico.

La ecuación (V.2) puede reescribirse como

$$\begin{aligned}\hat{x}(N,1) &= \alpha[x_N - \hat{x}(N-1,1)] + \hat{x}(N-1,1) \\ &= \alpha\varepsilon_N + \hat{x}(N-1,1)\end{aligned}$$

donde $\varepsilon_N = x_N - \hat{x}(N-1,1) =$ error de predicción al tiempo N.

Box y Jenkins demostraron que resulta óptimo utilizar el suavizador exponencial si el modelo fundamental de la serie de tiempo está dado por

$$X_t = \mu + \alpha \sum_{j<t} Z_j + Z_t$$

Este proceso infinito de promedios móviles es no-estacionario, pero las primeras diferencias $(X_{t+1}-X_t)$ forman un proceso de promedios móviles de primer orden.

El valor de la constante α del suavizador exponencial, depende de las propiedades de la serie de tiempo dada. Los valores comúnmente utilizados son los que están entre 0.1 y 0.3, creando un pronóstico que depende de un gran número de observaciones pasadas. Los valores cercanos a uno son normalmente menos usados y dan pronósticos que dependen más bien de observaciones recientes. Cuando α=1, el pronóstico es igual a la mayoría de las últimas observaciones.

El valor de α, puede ser estimado a partir de los datos pasados con un procedimiento similar al utilizado para estimar los parámetros de un proceso de promedios móviles. La suma de cuadrados de los errores es calculada para diferentes valores de α, eligiendo el valor que minimice la suma de cuadrados. Con un valor dado de α, se calculan

$$\hat{x}(1,1) = x_1$$
$$e_2 = x_2 - \hat{x}(1,1)$$
$$\hat{x}(2,1) = \alpha e_2 + \hat{x}(1,1)$$
$$e_3 = x_3 - \hat{x}(2,1)$$
.....
$$e_N = x_N - \hat{x}(N-1,1)$$ = error de predicción al tiempo N.

con esto se obtiene $\sum_{i=2}^{N} e_i^2$.

Repitiendo este procedimiento para otros valores de α entre 0 y 1, de preferencia en incrementos de 0.1, se podrá elegir el valor de α que minimiza a $\sum e_i^2$, o bien, se pueden omitir algunas de los primeras *e's* y minimizar $\sum_{i=c}^{N} e_i^2$.

Normalmente la superficie de la suma de cuadrados es algo plana cerca del mínimo, por lo que no es difícil determinar el valor buscado de α.

5.1.3 Procedimiento de Holt-Winters

El resultado de generalizar el suavizador exponencial para series de tiempo con tendencia y variación estacional, es conocido como procedimiento Holt-Winters.

Suponga que se tienen observaciones mensuales. Sea m_t la media general estimada en el mes t, r_t es la tendencia estimada en el mes t (i.e el incremento o decremento mensual esperado en la media general), y s_t es el factor estacional estimado para el mes t. Entonces, cada vez que aparece un dato nuevo, los tres números anteriores se deben de actualizar.

- Si la variación estacional es multiplicativa, las ecuaciones de actualización son:

$$m_t = \alpha x_t / s_{t-12} + (1-\alpha)(m_{t-1} + r_{t-1})$$
$$s_t = \beta x_t / m_t + (1-\beta)s_{t-12}$$
$$r_t = \gamma(m_t - m_{t-1}) + (1-\gamma)r_{t-1}$$

donde x_t es la última observación, y α, β, γ son constantes tales que $0 < \alpha,\beta,\gamma < 1$. Los pronósticos a partir del tiempo t son entonces

$$\hat{x}(t,h) = (m_t + hr_t)s_{t-12+h} \qquad (h = 1,2,...,12)$$

- Si la variación estacional es aditiva, las ecuaciones de actualización son:

$$m_t = \alpha(x_t - s_{t-12}) + (1-\alpha)(m_{t-1} + r_{t-1})$$
$$s_t = \beta(x_t - m_t) + (1-\beta)s_{t-12}$$
$$r_t = \gamma(m_t - m_{t-1}) + (1-\gamma)r_{t-1}$$

Al observar la gráfica de los datos se determinará si el efecto estacional adecuado es aditivo o multiplicativo.

Si el periodo estacional no es de 12 observaciones, las ecuaciones deberán ser adaptadas al periodo respectivo.

Los valores iniciales para m_t, r_t y s_t pueden estimarse de forma bruta, de los datos de los primeros 2 años, tomando

$$m_1 = \sum_{t=1}^{12} x_t / 12 ,\quad r_1\text{=(media del 2° año-media del 1er año)/12}$$

y $s_1,\ldots,s_{12}$,los promedios de los efectos estacionales en los primeros dos años, al compararse los distintos meses son comparados con las medias anuales. Las tres constantes suavizadoras α, β, y γ son elegidas como en la sección 5.1.2, excepto que ahora la cantidad a minimizar es $\sum_{t=25}^{N} e_t^2$.

Si la constante β es casi cero, las ecuaciones de actualización para s_t tienen que modificarse. Para que la técnica de actualización del suavizador exponencial sea efectiva, es necesario contar con una cantidad infinita de datos pasados. Pero si se cuenta, digamos, con la información mensual de seis años, cada factor mensual deberá ser corregido cinco veces y sus valores iniciales deberán ser excesivamente grandes.

Por ejemplo si β=0.1 y el valor inicial para el mes 1 es s_1, entonces

$$s_{13} = 0.1 x_{13} \;\; m_{13} + 0.9 s_1$$

y eventualmente se encuentra

$$s_{61} = 0.1 x_{61} / m_{61} + 0.09 x_{49} \;\; m_{49} + \ldots + 0.9^5 s_1$$

Este efecto indeseable puede evitarse utilizando valores grandes para β en algunos de los primeros años. Una estrategia es tomar $\beta=1/n$ en el año n hasta un máximo de aproximadamente n=8. No tomando en cuenta la decisión entre estacionalidad aditiva y multiplicativa, el procedimiento Holt-Winters puede ser automatizado en el sentido, de que se escribe un solo programa de computadora para realizar pronósticos para una serie de tiempo, sin necesidad de intervención humana, esta técnica es muy utilizada en la industria.

5.1.4 Procedimiento de Pronóstico Box-Jenkins

La mayor aportación de Box y Jenkins, fue la de dar una "estrategia" general para el pronóstico de series de tiempo, la cual permite ajustar modelos a series no-estacionarias. También proporcionan estimaciones y procedimientos de diagnóstico generales.
En el Capítulo 4 se presentaron las etapas que Box y Jenkins sugieren seguir como estrategia de construcción de modelos. Las primeras tres etapas ya fueron detalladas e ilustradas, la cuarta y última etapa de la estrategia de construcción de modelos es la del uso del modelo.

En contraste con el procedimiento Holt-Winters, el cual supone una familia simple de modelos, en el Box-Jenkins el modelo es elegido de una gran familia de modelos ARIMA de acuerdo a las propiedades particulares de la serie de tiempo que se esté analizando, esto requiere tener experiencia para poder identificar el modelo ARIMA apropiado. La gran desventaja de este procedimiento es que para tener un buen resultado se necesitan por lo menos 50 observaciones, de preferencia 100.

La teoría de pronósticos, en esta sección, se presenta exclusivamente para el caso de series no-estacionales. Sin embargo, los resultados obtenidos para series no-estacionales, son aplicables de manera prácticamente directa al caso de series estacionales cuyo modelo ARIMA sea del tipo multiplicativo.

Pronóstico de series estacionarias

Supóngase que $\{W_t\}$ es una serie de tiempo estacionaria con media cero, obtenida a partir de una serie original $\{X_t\}$ (con N observaciones) como $W_t = \nabla^d T(X_t)$, para algún valor de d y para cierta transformación T. Supóngase además que W_t admite la representación $W_t = \phi(B)z_t$, para la cual existe un modelo ARMA equivalente, el cual se desea utilizar en la obtención de pronósticos de la serie. En particular si, a partir del origen t, se desea pronosticar a la observación W_{t+h}, un pronóstico cualquiera de esta observación, obtenido como la combinación lineal de los valores de la serie $\{W_t\}$, y en consecuencia de los errores $\{z_t\}$, será denotado por $\tilde{W}_t(h)$, mientras que el pronóstico óptimo se escribirá como $\hat{W}_t(h)$. El criterio que se usará para determinar que tan bueno es un pronóstico será el del error cuadrático medio mínimo, es decir, $\hat{W}_t(h)$ deberá satisfacer la siguiente condición

$$\underset{t}{E}[W_{t+h} - \hat{W}_t(h)]^2 = \min_{\tilde{W}_t(h)} \underset{t}{E}[W_{t+h} - \tilde{W}_t(h)]^2$$

donde $\underset{t}{E}$ denota la esperanza condicional, dada toda la información hasta el momento t, o sea

$$\underset{t}{E}[W_{t+h} - \tilde{W}_t(h)]^2 = E\{[W_{t+h} - \tilde{W}_t(h)]^2 | X_t, X_{t-1}, \ldots\}$$

$\underset{t}{E}(W_{t+h})$ proporciona el pronóstico con error cuadrático medio mínimo, o sea

$$\hat{W}_t(h) = \underset{t}{E}(W_{t+h})$$

al emplear los pronósticos óptimos, mientras más alejado se desee el pronóstico (mayor sea h) mayor será la varianza (menor la precisión) del mismo.

Para ilustrar este procedimiento, supóngase que el comportamiento de W_t está dictado por el proceso

$$(1-0.6B)W_t = (1+0.2B)z_t$$

entonces

$$W_t = 0.6W_{t-1} + z_t + 0.2z_{t-1}$$

de tal forma que los pronósticos $\hat{W}_t(h)$ se obtienen como

$$\hat{W}_t(1) = \underset{t}{E}(W_{t+1}) = 0.6\,\underset{t}{E}(W_t) + \underset{t}{E}(z_{t+1}) + 0.2\,\underset{t}{E}(z_t) = 0.6W_t + 0.2\left[W_t - \hat{W}_{t-1}(1)\right]$$

$$\hat{W}_t(2) = 0.6\,\underset{t}{E}(W_{t+1}) + \underset{t}{E}(z_{t+2}) + 0.2\,\underset{t}{E}(z_{t+1}) = 0.6\hat{W}_t(1)$$

y en general

$$\hat{W}_t(h) = 0.6\hat{W}_t(h-1) \quad \text{para } h \geq 2$$

es decir, la generación de pronósticos es un proceso recursivo. $\hat{W}_t(1)$ involucra al pronóstico $\hat{W}_{t-1}(1)$, el cual a su vez involucra a $\hat{W}_{t-2}(1)$ ya que

$$\hat{W}_{t-1}(1) = 0.6W_{t-1} + 0.2\left[W_{t-1} - \hat{W}_{t-2}(1)\right]$$

esto sucede así sucesivamente, hasta llegar a

$$\hat{W}_1(1) = 0.6W_1 + 0.2\left[W_1 - \hat{W}_0(1)\right]$$

en donde, ya no existe información para calcular $\hat{W}_0(1)$, se supone $\hat{W}_0(1) = W_1$; así pues, para obtener los pronósticos $\hat{W}_t(h)$ con $h \geq 2$, hay necesidad de calcular los valores

$$\hat{W}_1(1) = 0.6W_1$$

$$\hat{W}_2(1) = 0.8W_2 - 0.2\hat{W}_1(1)$$

$$\ldots$$

$$W_t(1) = 0.8W_t - 0.2\hat{W}_{t-1}(1)$$

Es evidente que el uso del procedimiento anterior para obtener pronósticos es poco práctico para aplicarlos manualmente, pero fácil de programar en una computadora.

5.1.5 Autoregresión paso a paso

Descrito por Newbold y Granger en 1974, se puede considerar como un caso especial del procedimiento Box-Jenkins, y tiene la ventajas de ser totalmente automatizable, además es suficiente contar solamente con un paquete de regresión múltiple para ejecutar los cálculos en la computadora.

Primero se debe aplicar el factor diferencia en la serie de tiempo, para evitar que la media sea no-estacionaria. Luego se elige el retraso máximo posible (p). Posteriormente se encuentra al mejor modelo autorregresivo con un solo coeficiente:

$$w_t = \mu + \alpha_s^{(1)} w_{t-s} + e_t^{(1)} \qquad 1 \le s \le p$$

donde $w_t = x_t - x_{t-1}$, y $\alpha_s^{(1)}$ es el coeficiente de autoregresión. Con esto se encuentra al mejor modelo de 2 coeficientes, 3 coeficientes, etc. Este procedimiento terminará cuando la reducción en la suma de cuadrados de residuales, en el j-ésimo paso sea menor que alguna cantidad pre-asignada. Es decir, se ajusta un modelo integrado autorregresivo, el cual es un caso especial de la clase ARIMA de Box-Jenkins.

Newbold y Granger sugieren tomar p=13 para datos trimestrales y p=25 para los mensuales.

5.1.6 Otros métodos

Brown en 1963 propuso una técnica llamada suavizador exponencial general, la cual consiste en ajustar funciones polinomiales o exponenciales a los datos y encontrar una fórmula de actualización apropiada. Un caso especial de esto, es el suavizador exponencial doble, que es aplicable en series que contienen tendencia lineal. Es importante notar que Brown descarta el ajuste por mínimos cuadrados, donde se le dan mayores pesos a las observaciones recientes. Este método no es recomendable para series estacionales.

P.J. Harrison le hizo dos modificaciones al suavizador exponencial estacional. El primero en 1965, consiste esencialmente en llevar a cabo un análisis de Fourier de los factores estacionales y remplazarlos por factores suavizados. El segundo en 1971, es una aproximación que utiliza diferentes constantes de suavizador dependiendo si la serie muestra un comportamiento normal, o si se da un cambio considerable del nivel de la media de un paso a otro, o en la tendencia. Cuando se detecta un cambio, las constantes de suavizador se eligen cercanas a uno, lo cual permite a la tendencia y a la media adaptarse rápidamente.

5.2 Procedimientos Multivariados

En esta sección se dará una breve introducción a los procedimientos de pronóstico multivariados.

5.2.1 Regresión múltiple

Se usa la regresión lineal múltiple cuando la variable de interés (sea y) está linealmente relacionada con valores presentes y pasados de otras variables (sean $x_1,\ldots,x_p$) y también posiblemente con valores pasados de y (estos son términos autorregresivos)

Los modelos de regresión múltiple normalmente funcionan muy bien, particularmente en el contexto de la mercadotecnia. Pero existen varios riesgos que deben considerarse al aplicar este método. En primer lugar, la variedad y accesibilidad de paquetes de computadora ocasionan la tendencia de poner más y más variables explicativas en el modelo, obteniendo resultados dudosos. Incluyendo, digamos, 20 variables explicativas, se puede conseguir un coeficiente de correlación múltiple, R^2, tan alto como 0.995, pero este buen ajuste puede ser

falso y no necesariamente significa que el modelo dará buenos pronósticos. Un mejor número de variables explicativas es como máximo 6 o 7 , y es recomendable ajustar el modelo a una parte de los datos y luego verificar el modelo pronosticando el resto de los datos.
No es necesario que las variables explicativas sean totalmente independientes, pero deben de eliminarse las correlaciones significativas. Es recomendable ver la matriz de correlación de las variables "independientes" antes de llevar a cabo una regresión múltiple, con esto si es necesario, se podrán excluir algunas variables.
Otra dificultad que se presenta en la regresión múltiple es que algunas variables explicativas pueden ser tomadas como constantes en el pasado, por lo que será imposibles ver sus efectos e incluirlas en el modelo de forma cuantitativa. Por ejemplo, una compañía que quiere incrementar su gasto en publicidad y desea construir un modelo que prediga los efectos en las ventas, pero si la publicidad se ha estado tomando en el pasado relativamente como una constante, entonces será imposible estimar el efecto de la publicidad, y el modelo que no considera cambios en el gasto en publicidad será inútil.
Una vez ajustado el modelo de regresión múltiple, se debe de verificar la autocorrelación de los residuales. Si los residuales están autocorrelacionados, se debe tratar de ajustar un modelo de regresión múltiple con errores autocorrelacionados, a través de un método dado por Kendall en 1973. Alternativamente se puede probar una aproximación Box-Jenkins.

Es muy riesgoso aplicar este tipo de modelos, excepto en los casos en que se tiene la certeza de que una serie está relacionada con otra.

5.2.2 Modelos Econométricos

Los modelos econométricos suponen que un sistema económico puede describirse, no por una ecuación, sino por un conjunto de ecuaciones simultáneas. Por ejemplo, los salarios no solamente dependen de los precios, pero algunos precios dependen de la estimación de los salarios. Los economistas distinguen dos tipos de variables, las exógenas que son las que afectan al sistema pero ellas mismas no son afectadas, y las endógenas que interactúan con cada una.

Las ecuaciones simultáneas se pueden escribir de la forma

$$Ax_t + By_t + \sum_j B_j y_{t-j} = u_t$$

donde

x_t = un vector mx1 de variables exógenas
y_t = un vector nx1 de variables endógenas
u_t = un vector nx1 de errores aleatorios
A, B, $\{B_j\}$ = matrices de parámetros que tiene que ser estimados por métodos econométricos. Cada matriz tiene n filas, por lo que el número de ecuaciones es igual al número de variables endógenas.

5.2.3 Método Box-Jenkins

Box y Jenkins en 1968 consideran pronósticos multivariados como pronósticos univariados. Propusieron una clase de modelos llamados modelos de transferencia, que obviamente es una extensión de la clase ARIMA. Se concentraron en describir la relación entre una variable de salida (ventas) y la variable de entrada (gasto en publicidad), aunque el método puede ser generalizado para abarcar muchas variables de salida. Muestran como identificar el modelo apropiado para hacer las predicciones.

5.3 Comparación entre los procedimientos

Se deben considerar muchos factores al elegir el procedimiento de pronóstico más apropiado para un conjunto de condiciones dadas. Estos factores incluyen el propósito del pronóstico, el grado de precisión requerido, y la cantidad de dinero disponible. No se han establecido reglas, pero los siguientes puntos pueden utilizarse como una guía general.

La consideración más importante es la de como se va a utilizar el pronóstico. Muchos son utilizados para planear metas, producción o controlar las existencias.
Alternativamente, un pronóstico puede actuar como una norma o un patrón. Los pronósticos univariados están proyectados para actuar como una norma, debido a que no toman en cuenta otras variables.
Si se requiere al pronóstico para tomar una decisión o hacer una planeación, lo ideal será usar un modelo multivariado. Los modelos multivariados son relativamente caros y difíciles de construir, particularmente los econométricos.

El método Box-Jenkins brinda pronósticos más precisos que los otros métodos. Aunque por lo regular es más caro, tanto en términos económicos, como en inversión de tiempo.
Los métodos Holt-Winters y de autoregresión paso a paso tienen aproximadamente la misma precisión y son mejores que el Brown. Granger en 1974 descubrió que una combinación de Holt-Winters con autoregresión paso a paso (los dos son automatizables) da resultados tan precisos como la aproximación Box-Jenkins.

La elección de un procedimiento de pronóstico también dependerá del número de productos que se van a predecir. Si están involucrados muchos productos, un ciento, como en planeación de producción o control de almacenes, será útil crear rutinas en la computadora, con esto se descarta el uso del procedimiento Box-Jenkins y se opta por usar procedimientos automatizados como Holt-Winters o Autoregresión paso a paso.

Normalmente, el procedimiento Box-Jenkins involucra a un elemento subjetivo que permite elegir de una gran variedad de modelos, esta versatilidad es la grandeza y debilidad de esta aproximación, grandeza por la amplia gama de modelos disponibles, y debilidad debido a que para elegir el modelo se requiere de mucha experiencia en la interpretación de funciones de autocorrelación de la muestra y cuando se carece de ella se cometen muchos errores. Box-Jenkins se recomienda en series de tiempo de carácter macroeconómico, pero definitivamente no en las de ventas.

5.4 Capacidad de pronóstico del modelo

Una vez que se ha construido uno o más modelos para representar a una serie de tiempo dada y se está en condiciones de obtener pronósticos a partir de él o ellos, resulta conveniente analizar y comparar la capacidad de pronóstico de cada uno de los modelos en consideración.

Una forma de estudiar dicha capacidad de pronóstico radica en contrastar los pronósticos de valores ya observados de la serie, con sus valores reales. Si la serie $\{T(X_t)\}$ para la cual existe un modelo ARIMA que la representa, consta de N observaciones, podrían pronosticarse $H \geq 1$ valores a partir del origen $\tau \leq N-H$ o un solo valor a partir de los orígenes $\tau, \tau+1, \ldots, \tau+H-1$; en el primer caso se hablará de que se realiza una simulación dinámica, mientras que el segundo caso corresponderá a una simulación estática. La diferencia entre los pronósticos y las observaciones (errores del pronóstico) permitirá distinguir la existencia de sub o sobreestimación en los pronósticos, para ello puede calcularse la media de los errores de pronóstico como

$$M_1 = \sum_{h=1}^{H} \frac{e_\tau(h)}{H} \quad \text{ó} \quad M_2 = \sum_{h=1}^{H} \frac{e_{\tau+h-1}(1)}{H} \tag{V.3}$$

donde $\quad e_\tau(h) = T(X_{\tau+h}) - \hat{T}(X_\tau)(h)$.

Otra medida de la bondad de los pronósticos se obtiene al calcular su error cuadrático medio a través de

$$ECM_1 = \sum_{h=1}^{H} \frac{e_\tau^2(h)}{H} \quad \text{ó} \quad ECM_2 = \sum_{h=1}^{H} \frac{e_{\tau+h-1}^2(1)}{H} \tag{V.4}$$

Desde luego, la inspección de los errores individuales puede ser útil para detectar, entre otras cosas, observaciones con efectos causados por eventos exógenos al comportamiento histórico de la serie, por ello en ocasiones es conveniente registrar los errores cuya magnitud sea "sospechosa". Además, debe ser claro que mientras más cercanas a cero sean las medidas M_1, M_2, ECM_1 y ECM_2, mejores serán los pronósticos, o dicho de otra manera, mayor será la capacidad de pronóstico del modelo.

Por otro lado, es importante advertir que las medidas (V.3) y (V.4) no son del todo válidas si los pronósticos empleados fueron calculados a partir de un modelo que contenía ya la información provista por todas las observaciones (N en total); esto es, si en la estimación del modelo se utilizaron las observaciones $T(X_{\tau+h})$, h=1,...,H, los pronósticos de tales valores tendrán un cierto sesgo a proporcionar errores pequeños, esto se debe a que con el proceso de estimación se intentó disminuir las discrepancias entre los pronósticos un periodo hacia delante y los correspondientes valores reales. A consecuencia de lo anterior es aconsejable "cortar" la serie en el instante $\tau < N$, construir un modelo con las observaciones $T(X_1), \ldots, T(X_\tau)$ y pronosticar los valores $T(X_{\tau+1}), \ldots, T(X_N)$ que, aunque ya eran conocidos, no fueron utilizados en la construcción del modelo. Las medidas de la bondad de los pronósticos serían, ahora sí, completamente válidas para reflejar la calidad de los pronósticos obtenidos.

CAPÍTULO VI : APLICACIÓN A SERIES DE TIEMPO BANCARIAS

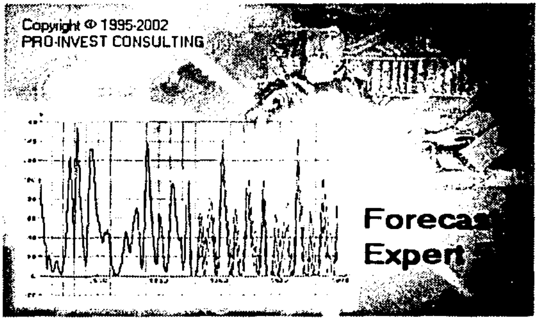
En este capítulo se trabajará con series de tiempo correspondientes a algunos de los conceptos más importantes de RyO, esto es, se aplicará la teoría antes expuesta de modelación ARIMA a dichas series. Como ya se mencionó en el primer capítulo, esta información es reportada por los bancos y muestra las transacciones que éstos tuvieron con otros bancos, intermediarios financieros no-bancarios, sector público, empresas y particulares .
Las series fueron elegidas por su importancia, trascendencia y significado financiero, así como por sus características que ejemplifican la teoría mostrada a lo largo de este trabajo.

Los resultados expuestos a lo largo de este capítulo se obtuvieron con el uso del programa Forecast Expert® 5.3, por lo que resulta importante exponer sus principales funciones antes de comenzar con el análisis de la información bancaria

.

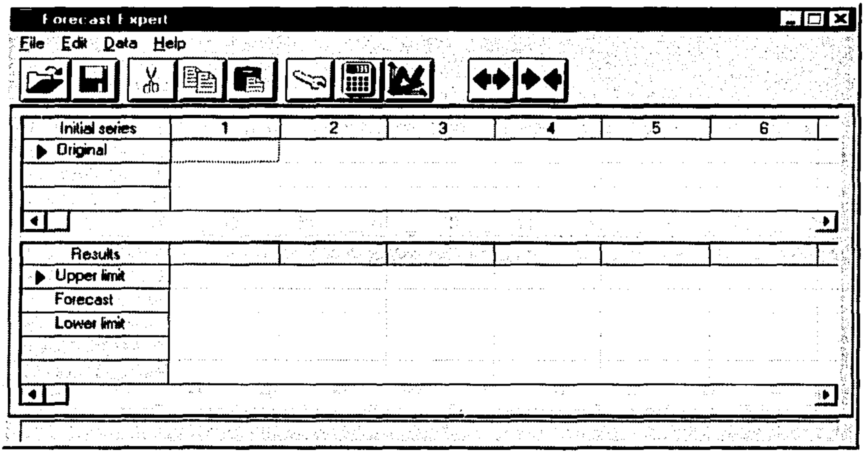
6.1 Forecast Expert ® 5.3 para Windows

Este *software* fue elegido para este trabajo debido a que utiliza exclusivamente modelos ARIMA para realizar los pronósticos, además de que trabaja tanto con modelos estacionales como con no-estacionales.

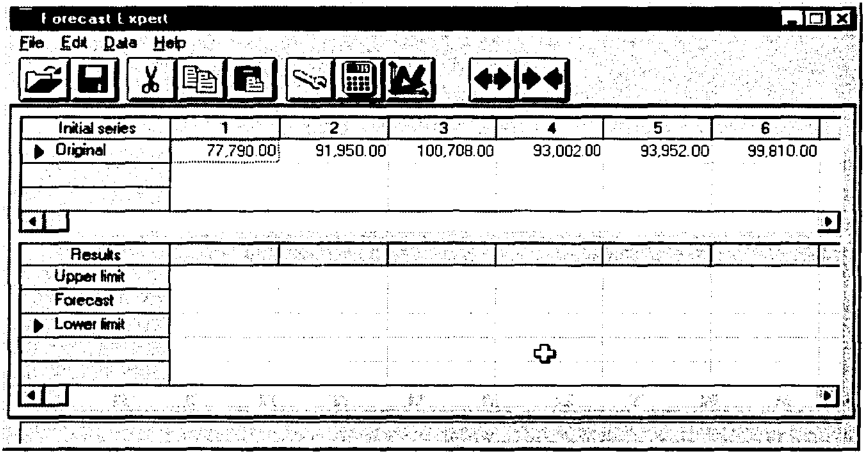


Forecast Expert® analiza los datos disponibles y brinda un pronóstico con su respectivo intervalo de confianza, para un periodo dado, siempre y cuando éste no exceda la longitud de la serie original. Los resultados del programa son guardados en archivos con formato "*.bfe", y también pueden ser exportados en archivos de texto ("*.txt", "*.prn" y "*.csv") o en formato dBASE ("*.dbf").

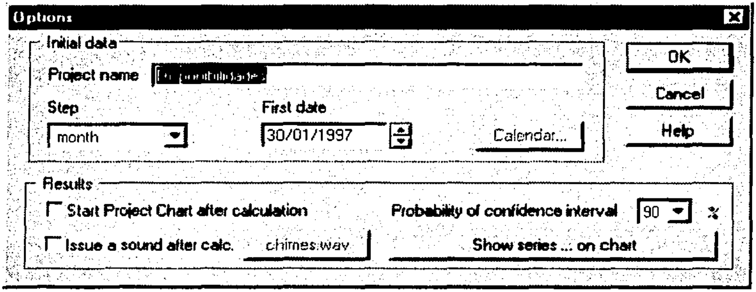
La pantalla inicial de Forecast Expert® es la siguiente



En ella se debe vaciar la información disponible de la serie de datos a analizar en el renglón "Original", ya sea capturando o importando un archivo de texto, con esto se obtiene

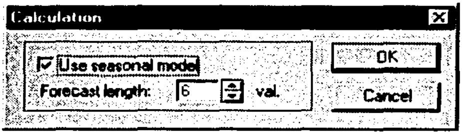


El siguiente paso es determinar las características de la información, como la periodicidad, la fecha inicial y el nombre. Basta con presionar para ir al menú de Opciones de los Datos.



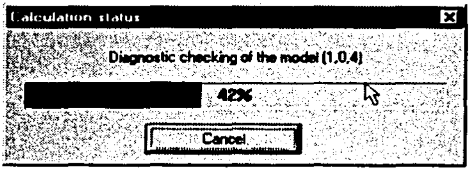
Antes de hacer el pronóstico es importante salvar el archivo con la extensión *.bfc, esto se hace de forma automática presionando , y escribiendo el nombre asignado al archivo.

Para que Forecast Expert® haga el pronóstico basta con presionar , con lo que aparecerá la siguiente pantalla

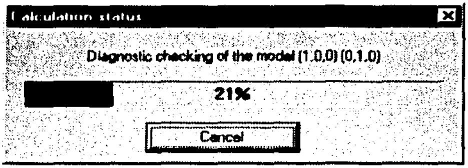


En esta ventana, el usuario tiene la oportunidad de elegir a un modelo estacional o no-estacional, así como el número de observaciones a pronosticar. Al momento de dar OK, Forecast Expert® selecciona, según sea el caso, de entre 45 modelos no-estacionales o entre 90 modelos estacionales, al modelo que brinde los residuales con la mínima autocorrelación.

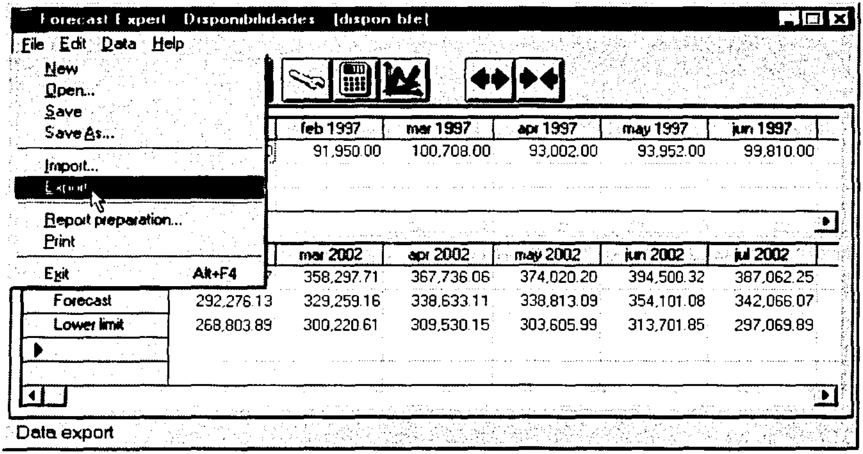
Si se eligió el uso de modelos no-estacionales, aparecerá la ventana de Estado del Cálculo dónde se puede ver el número de parámetros de los modelos ARIMA(p,d,q) que se están calculando

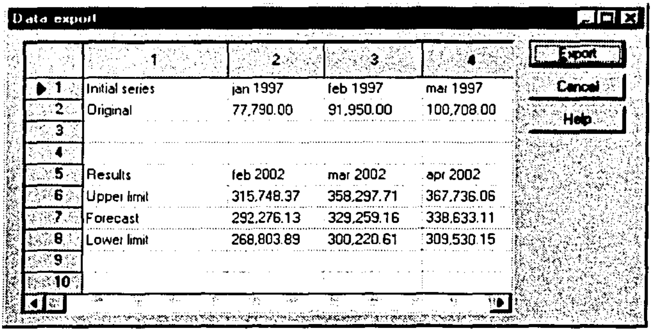


De igual forma, si se elige el uso de modelos estacionales dicha ventana muestra el número de parámetros de los modelos ARIMA$(p,d,q)(P,D,Q)_E$

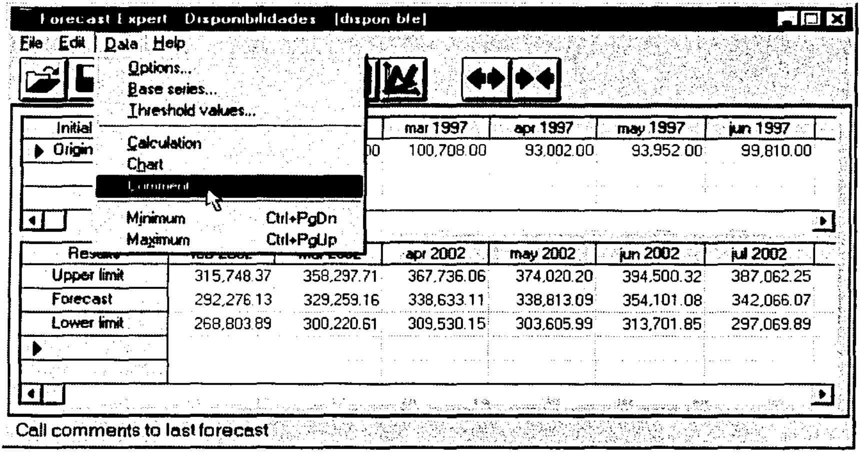


Una vez terminado el cálculo, los pronósticos de la serie de tiempo aparecerán en la parte inferior de la pantalla, con sus respectivos intervalos de confianza. Estos datos pueden ser exportados a Excel con formato *.dbf.

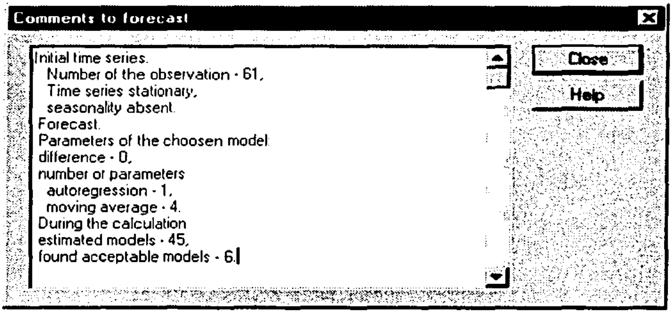




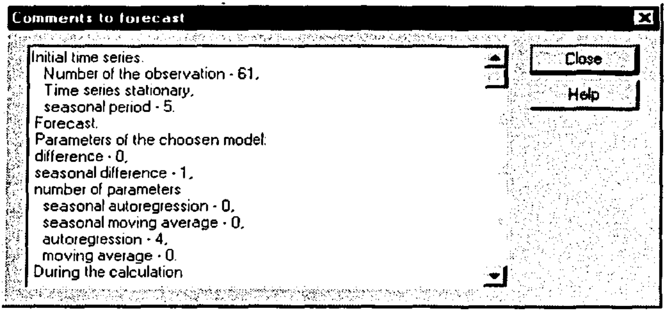
Es importante consultar los comentarios para ver cuál de los modelos calculados resultó ser el mejor y es al que pertenecen los resultados obtenidos.

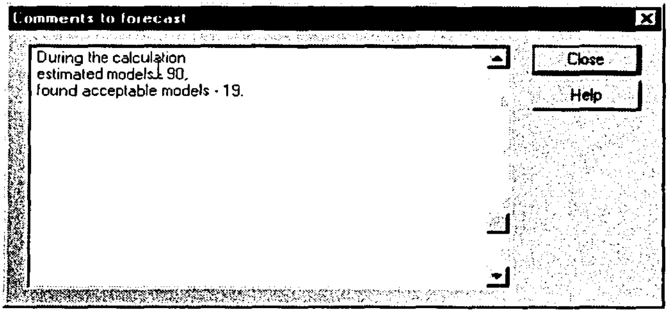


En los comentarios de un modelo estacional se muestran: el número de observaciones de la serie original, si la serie resultó ser estacionaria o no-estacionaria, el número de veces que la serie debe ser diferenciada para volverse estacionaria (d), el número de parámetros tanto autorregresivos como de promedios móviles (p,q), el número de modelos estimados y el número de modelos que resultaron aceptables.

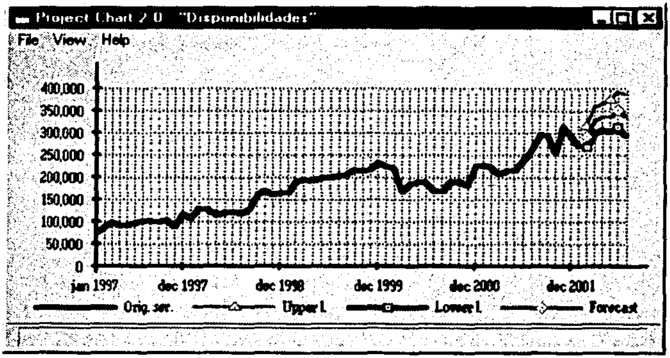


En el caso que sean modelos estacionales, los comentarios contienen: el número de observaciones de la serie original, si la serie resultó ser estacionaria o no-estacionaria, periodo estacional, el número de veces que la serie debe ser diferenciada para volverse estacionaria (*d*), diferencias estacionales (D), el número de parámetros tanto autorregresivos como de promedios móviles (*p,q*), así como sus respectivos estacionales (P,Q), el número de modelos estimados y el número de modelos que resultaron aceptables.





Forecast Expert® también proporciona gráficas en las que aparecen: la serie original, el pronóstico y los límites de los intervalos de confianza.



6.2 Conceptos seleccionados de Recursos y Obligaciones

RyO está integrado de forma general por dos grupos: Recursos y Obligaciones. Los Recursos son todas las partidas activas que reportaron los bancos, entendiendo por Activo al total de bienes materiales, créditos y derechos del banco reportante. Las Obligaciones se refieren a todas las partidas pasivas, entendiendo como pasivo a todas las deudas que tiene el banco reportante con otros bancos, intermediarios financieros no-bancarios, sector público, sector privado y particulares. Obviamente los Recursos tienen su contrapartida en las Obligaciones, y viceversa, pero esta relación en la mayoría de los casos no es tan clara debido a los problemas de sectorización que existen en el reporte de información. Toda la información de RyO es mensual, se presenta en millones de pesos y en tres tipos de moneda: moneda nacional, moneda extranjera y total de monedas; pero para efectos de este trabajo, sólo será tomada en cuenta el total de monedas.

Las series de datos correspondientes a los saldos de los grupos de RyO, que se ocupan a lo largo de este capítulo, de la Banca Comercial y Banca de Desarrollo se muestran en las secciones A.7 y A.8 del Apéndice, respectivamente.
Los conceptos que se definen a continuación son válidos tanto para Banca Comercial como para Banca de Desarrollo.

6.2.1 Recursos (Activo)

Se seleccionaron 7 rubros o grupos de Recursos para ser analizados, los cuales a su vez están divididos en subgrupos, a estos últimos solo se hará referencia siempre y cuando sean de vital importancia para la definición del concepto que forman.
Solamente el concepto de Instrumentos financieros sintéticos, es válido tanto para Recursos como para Obligaciones.

I. Disponibilidades

El rubro de Disponibilidades está integrado por los saldos al cierre del mes de los diferentes conceptos de disponibilidades, estos son: billetes y monedas que tiene disponibles el banco; depósitos con rendimiento y sin rendimiento que mantiene la institución en Banco de México y otros bancos; intereses devengados en el mes; disponibilidades restringidas, que son aquellas disponibilidades que el banco tiene comprometidas principalmente por compra de divisas pendientes de liquidación a 24-48 horas; y otras disponibilidades, que se componen de documentos de cobro inmediato, existencias en metales y otras no especificadas.

II. Cartera de títulos y valores

La Cartera de títulos y valores está compuesta principalmente por la Tenencia de valores, Títulos vendidos en reporto, Títulos a recibir por operaciones de préstamo, Intereses Devengados y Actualización a mercado.
La Tenencia de valores incluye la tenencia propia de títulos de deuda, la cual se entiende como la totalidad de aquellos títulos que la institución tenga registrados en tenencia a la fecha del reporte; y las operaciones de venta fecha valor, que son las ya concertadas, pero pendientes de liquidar a 24, 48, 72 y 96 horas.

Los Títulos vendidos en reporto muestran los saldos a cierre de mes de las operaciones de reporto. En virtud del reporto, el reportador adquiere por una suma de dinero la propiedad de títulos de crédito, y se obliga a transferir al reportado la propiedad de otros tantos títulos de la misma especie en el plazo convenido y contra reembolso del mismo precio, mas un premio. El premio queda en beneficio del reportador.
Los Títulos a recibir por operaciones de préstamo muestran los resultados del mes generados por intereses, valuación, y premios devengados de las operaciones de préstamos de valores. El préstamo de valores es la transferencia de propiedad de valores, del prestamista al prestatario, quien a su vez, se obliga al vencimiento del plazo establecido, a restituir al primero otros tantos valores de la misma especie o su equivalente en efectivo, al pago de la contraprestación o premio convenido y, a reembolsar el producto de los derechos patrimoniales que hubieren generado los valores durante la vigencia del contrato.

III. Cartera de crédito
Este rubro muestra los saldos al cierre del mes de créditos comerciales, créditos al consumo, créditos a la vivienda, créditos a entidades financieras, créditos a entidades gubernamentales e intereses.

Los créditos comerciales son los otorgados a:

- Empresas dedicadas a los sectores agropecuario, silvícola, pesquero, industrial, comercial y de servicios no financieros, que no tengan participación mayoritaria paraestatal ni que pertenezcan al sistema financiero.
- Personas físicas con actividad empresarial
- Grupos de trabajo, que son grupos de personas físicas como ejidatarios o pescadores.
- El sector industrial incluye a la industria de la construcción, a excepción de créditos destinados a la construcción de viviendas.

Los créditos al consumo son aquellos otorgados a personas físicas, con excepción de los créditos que representen un beneficio especial para los empleados y funcionarios del banco, los cuales incluyen:

- Tarjetas de crédito
- Créditos ABCD (Adquisición de bienes de consumo duradero)
- Préstamos personales

Los créditos a la vivienda son créditos otorgados a participantes del sistema financiero, tanto interbancarios como a entidades financieras no bancarias.
Incluyen:

- Créditos para promotores de la vivienda
- Créditos a la vivienda individualizados

No incluyen:

- Créditos para construcción de edificios para oficinas, plantas industriales o alguna instalación relacionada con la actividad de alguna de las personas mencionadas en la cartera comercial.
- Créditos para la vivienda que incluyan beneficios especiales para empleados.

Los créditos a entidades gubernamentales incluyen créditos otorgados a:

- Gobierno Federal o con su Garantía. Se refiere a todos los créditos otorgados directamente al Gobierno Federal y los otorgados a otras entidades gubernamentales, estados y municipios y empresas no financieras de participación mayoritaria del gobierno que cuenten con la garantía explícita del Gobierno Federal.
- Entidades Estatales (inclusive el Gobierno del Distrito Federal), Entidades Municipales o con su Garantía. Se refiere a todos los créditos otorgados directamente a los estados y municipios y/o que cuenten con su garantía explícita, siempre y cuando estos créditos no cuenten con garantía explícita del Gobierno Federal.
- Organismos Descentralizados (inclusive empresas gubernamentales con participación mayoritaria del gobierno, sin considerar bancos de desarrollo ni fondos de fomento). Se refiere a todos los créditos otorgados a organismos descentralizados o desconcentrados, siempre y cuando estos créditos no cuenten con garantía explícita del Gobierno Federal o de estados y municipios.

Los intereses son aquellos que forman parte del margen financiero y que han sido devengados en el mes incluyendo los no cobrados. Se dividen en:

- Intereses Ordinarios, que son aquellos derivados del manejo natural de la cartera de crédito vigente.
- Intereses por reconocimiento de adeudo, son los generados por el adeudo en cartera vencida reconocidos por el cliente a una fecha específica. Por ejemplo, si un crédito vencido se reestructura para trasladarse a cartera vigente, el acreditado puede reconocer un adeudo por concepto de intereses generados durante el periodo que la cartera estuvo como cartera vencida.
- Intereses cobrados por cartera vencida, son los provenientes de la cartera vencida, que se dejaron de devengar para efectos contables pero que fueron cobrados o recuperados. Estos intereses pueden ser ordinarios o moratorios.

IV. Préstamos por operaciones de reporto

En este rubro se muestra el saldo a fin de mes de la cuenta Deudores por Reporto, la cual está reflejando la cantidad de dinero en títulos vendidos en reporto, que serán devueltos al fin del plazo convenido. Es decir, es una cuenta por cobrar derivada de operaciones de reporto pendientes de liquidación con base en el criterio de registro de las operaciones a la fecha de concertación.

V. Instrumentos financieros sintéticos

Este grupo muestra las operaciones con instrumentos financieros derivados, esto es, representa el incremento o decremento por valuación a valor razonable y, en su caso, la amortización del mes del cargo o crédito diferido de las posiciones largas y cortas en contratos de futuros y contratos adelantados, tanto para las operaciones con fines de negociación como para las operaciones de cobertura. También, muestra el incremento o decremento por valuación a valor razonable de la prima derivada de las posiciones largas y cortas en contratos de opciones, tanto para las opciones de compra como para las opciones de venta. Y por último, el incremento o decremento por valuación a valor razonable del mes de las posiciones largas y cortas en operaciones de intercambio de flujos (Swaps), tanto para los swaps de cobertura como para swaps con fines de negociación.

Las siguientes definiciones son útiles para entender lo dicho anteriormente:

- Instrumentos derivados con fines de negociación: contratos en los que las instituciones asumen posiciones activas o pasivas con un fin distinto al de la cobertura de otras posiciones ya existentes. Esto significa que el objetivo de un instrumento financiero derivado con fines de negociación es obtener utilidades que resulten de movimientos en el valor razonable del bien subyacente, o bien, de las operaciones especulativas de compraventa.
- Instrumentos derivados con fines de cobertura: Contratos que las instituciones llevan a cabo con objeto de cubrir sus posiciones de riesgo activas o pasivas, ya sea de manera individual (contrato por contrato), o de manera global (posición neta de algún portafolio de la institución).
- Contrato de Futuros: acuerdo legal en el que se establece una obligación para comprar o vender un bien subyacente. Los términos del contrato están perfectamente estandarizados en lo que se refiere a la fecha futura de compra o venta, la cantidad del bien subyacente, calidad, lugar de entrega y forma de liquidación, misma que puede hacerse tanto en especie como en efectivo. Otras características importantes de este tipo de contratos son: el precio es el único componente negociable del contrato; tienen mercado secundario; y la contraparte en el contrato siempre es una Cámara de Compensación, por lo que no existe riesgo de crédito para los participantes.
- Contratos Adelantados: contratos en los que se establece la obligación de comprar o vender un bien subyacente en una fecha futura, en una cantidad, calidad y precios preestablecidos en el contrato. A diferencia de los contratos de futuros, los contratos adelantados son negociables en lo que se refiere al precio, plazo, cantidad, calidad, lugar de entrega y forma de liquidación, misma que puede hacerse tanto en efectivo como en especie.
- Contratos de Opciones: contratos mediante los cuales se establece para el adquiriente el derecho, mas no la obligación, de comprar o vender un bien subyacente a un precio determinado denominado precio de ejercicio, en una fecha o período preestablecidos. La parte que compra la opción es quien paga una prima por la adquisición de ésta, mientras que la parte que emite o vende la opción es quien recibe la prima y a su vez adquiere una obligación mas no un derecho. La liquidación de la opción, en caso de que ésta sea ejercida, podrá hacerse en especie o en efectivo, de acuerdo a las condiciones pactadas en el contrato.
- Contratos de Swaps: contrato entre dos partes, mediante el cual se establece la obligación bilateral de intercambiar una serie de flujos por un período de tiempo determinado y en fechas preestablecidas. La liquidación de este tipo de contrato podrá hacerse en especie o en efectivo, de conformidad con las condiciones del mismo.

VI. Gastos y cargos diferidos

En este rubro se muestra el saldo de las partidas a favor, a la fecha de corte, de la suma de conceptos como los siguientes:

- Impuestos diferidos por pérdidas de valuación a valor razonable: impuestos diferidos a favor que se originan por la pérdida derivada de la valuación de las inversiones en valores, de operaciones de reporto, de préstamos de valores y con instrumentos financieros derivados.

- Impuestos diferidos provenientes de la cartera de crédito: son los que se generan cuando las provisiones contables creadas durante el ejercicio rebasan el límite fiscal deducible del 2.5% sobre la Cartera Total Promedio.
- Impuestos diferidos provenientes de deudores diversos: son aquellos que se generan cuando parte del rubro de deudores diversos es estimado por exceder los límites del período de cobro estipulados en los criterios contables. Sin embargo, fiscalmente no se han reunido todos los requisitos de deducibilidad, por lo que se crea un impuesto diferido a favor.
- Impuestos diferidos por provisiones no deducibles: se refiere a los que se generan por la creación de provisiones distintas a las provisiones para riesgos crediticios. Dichas provisiones representan un gasto en el estado de resultados, pero fiscalmente no pueden deducirse sino hasta que se utilicen, por lo que surge un impuesto diferido a favor que representa el beneficio fiscal futuro de deducir esas provisiones en los siguientes ejercicios.
- Impuestos diferidos por pérdidas fiscales: se compone de los impuestos diferidos por pérdidas fiscales de ejercicios anteriores y de los impuestos diferidos por pérdidas fiscales en venta de acciones, así como de sus correspondientes actualizaciones.
- Impuestos diferidos provenientes de bienes adjudicados: son aquellos que se generan cuando el valor de un bien adjudicado resulta ser inferior al valor en libros del crédito por el cual se recibió dicho bien, o cuando se presenta una baja de valor en el bien adjudicado respecto del valor al que estaba registrado. Cuando esto ocurre existe una pérdida no realizada que generará ahorros fiscales futuros, por lo que debe registrarse un impuesto diferido que refleje dicho beneficio.

VII. Inversiones permanentes en acciones

Se entiende por inversiones permanentes en acciones, aquéllas efectuadas en títulos representativos del capital social de otras empresas con la intención de mantenerlas por un plazo indefinido. Estas inversiones se realizan para ejercer control o tener injerencia sobre otras empresas.

6.2.2 Obligaciones (Pasivo)

Se seleccionaron 7 rubros de la Obligaciones, estos son:

I. Captación.

Este rubro muestra los saldos de captación a fin de mes. La captación está integrada por:

- Depósitos de exigibilidad inmediata: la captación de exigibilidad inmediata engloba todos los depósitos en los cuales el depositante pueda exigir y disponer de sus recursos en cualquier momento. Dentro de este concepto se incluyen las cuentas de cheques, cuentas de ahorro, depósitos en cuenta corriente y cualquier otro producto que cumpla con las características descritas. La captación de exigibilidad inmediata se divide en:
  (1) Con intereses: depósitos de exigibilidad inmediata que devenguen intereses a cargo para la institución.
  (2) Sin intereses: depósitos de exigibilidad inmediata que no generen intereses a cargo para la institución.

(3) Proveniente de recaudación de contribuciones: son todos los depósitos de exigibilidad inmediata provenientes de esta actividad, sin importar si son con o sin intereses.

- Depósitos a Plazo: la captación a plazo es aquella que se conforma de depósitos que deben permanecer en el banco por un periodo de tiempo igual o mayor a un día, antes de estar disponibles para su retiro. Dentro de estos depósitos se incluyen los certificados de depósito retirables en días preestablecidos, aceptaciones bancarias[1], pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento y cualquier otro instrumento a plazo que cumpla con estas características. La captación a plazo se divide en:
  (1) Público en general: se refiere a toda la captación a plazo que se capta por medio de sucursales, servicios de mensajería, etc. Es decir los depósitos a plazo que no son captados a través del mercado de dinero con otros intermediarios financieros, tesorerías de empresas y de entidades gubernamentales .
  (2) Mercado de dinero: Se refiere a todos los depósitos a plazo que fueron a través de operaciones realizadas en el mercado de dinero, realizadas con otros intermediarios financieros, así como con tesorerías de empresas y de entidades gubernamentales.
- Call Money: son todos los préstamos interbancarios pactados con un plazo menor o igual a tres días hábiles.

II. Depósitos, préstamos de bancos y operaciones de reporto.

- Préstamos de Banco de México: dentro de este concepto se incluyen todos los préstamos que Banco de México haya realizado a las instituciones de Banca Comercial o Banca de Desarrollo .
- Préstamos de Bancos Comerciales.
- Financiamiento de la Banca de Desarrollo.
- Financiamiento de Fondos de Fomento.
- Financiamiento del IPAB.
- Acreedores por Reporto: es la contraparte de la cuenta de Deudores por Reporto, es decir es la que se origina por compra de títulos en reporto.
- Títulos a entregar por operaciones de préstamo.

III. Obligaciones por redescuento.

Es el saldo a fin de mes originado por operaciones de redescuento. El redescuento es el acto de descontar un documento de crédito ya descontado o financiado por una entidad bancaria o financiera que generalmente se utiliza para compartir un riesgo del crédito u obtener la disponibilidad necesaria. Los redescuentos se hacen mediante el endoso del documento.

IV. Instrumentos financieros sintéticos.

Véase grupo V de los Recursos.

---

[1] Aceptaciones Bancarias: letras de cambio a través de las cuales una empresa puede obtener financiamiento en el mercado de dinero no bancario, mediante el endoso o aval de una institución bancaria, misma que garantiza el pago del documento a su fecha de vencimiento.

V. Reservas preventivas por riesgos crediticios y otras.
Este rubro se refiera a las reservas que hace el banco con base en la calificación de créditos comerciales y otra reservas como son Reservas para Pensiones, Jubilaciones y demás Prestaciones al Personal.

VI. Ingresos por Diferir.
En este rubro se muestra el saldo de las partidas a cargo, a la fecha de corte, de la suma de conceptos como:

- Impuestos Diferidos por utilidad en valuación: se refiere a los impuestos diferidos a cargo que se originan por la utilidad no realizada derivada de la valuación de las inversiones en valores, operaciones de reporto, de préstamo de valores y con instrumentos financieros derivados.
- Impuestos Diferidos provenientes de la cartera de crédito: agrupa la totalidad de los impuestos diferidos a cargo, derivados de diferencias temporales en la Cartera de Crédito entre los criterios contables y fiscales. Estos impuestos son:
  (1) Por acumulación de intereses: Se refiere a los impuestos diferidos que se crean cuando el momento del reconocimiento de los intereses para efectos contables es distinto al momento de acumulación para efectos fiscales. Por ejemplo, si un banco vendió cartera de crédito al FOBAPROA, mensualmente devenga los intereses del bono en el estado de resultados, pero fiscalmente no puede reconocer un ingreso sino hasta que dichos intereses sean cobrados, por lo que se genera una "diferencia temporal" en el reconocimiento de ingresos, y por consiguiente, un impuesto diferido.
  (2) Otros: Se refiere a aquellos impuestos que se generan por operaciones de crédito distintas a la creación de provisiones.
- Impuestos Diferidos provenientes de bienes adjudicados: son aquellos que se generaron cuando los bancos optaron por la deducción anticipada de los bienes recibidos con anterioridad a 1996. Al deducir anticipadamente los bienes recibidos, la base fiscal futura para el cálculo de impuestos se vuelve mayor a la base contable, por lo que se genera un impuesto diferido para reflejar la obligación futura del pago de impuestos.

Las tasas para el cálculo de los impuestos diferidos son las vigentes al momento de reportar la información.

VII. Capital Contable.
El rubro de capital Contable se integra de conceptos tales como:

- Capital Social: títulos que han sido emitidos a favor de los accionistas o socios como evidencia de su participación en la entidad.
- Capital Social no exhibido: títulos que han sido emitidos a favor de los accionistas o socios como evidencia de su participación en la entidad, que a la fecha de presentación del reporte no han sido pagados a la entidad.
- Reservas de Capital: se refiere a la reserva legal, reserva de reinversión, reserva de previsión y otras reservas.
- Resultados de Ejercicios Anteriores: utilidades o pérdidas acumuladas de ejercicios anteriores.
- Resultado del Ejercicio Actual: utilidad o pérdida del ejercicio.

- Exceso o insuficiencia en actualización del capital contable: variación en el patrimonio de los accionistas derivado de la diferencia en la actualización de los activos no monetarios con los pasivos no monetarios y el capital contable.

6.3 Resultados del Análisis

En todos los casos, los modelos fueron elaborados con los datos del periodo Ene de 1997 a Ene de 2002, aún cuando la información está disponible hasta Mayo de 2002, esto, con la finalidad de poder comparar los pronósticos obtenidos con información real, en el periodo de Febrero a Mayo de 2002, y así poder corroborar que tan efectivo resultó el modelo para dicho periodo.

La metodología para la obtención de resultados fue:

- Introducir cada una de las series de tiempo seleccionadas de Banca Comercial y Banca de Desarrollo en Forecast Expert®.
- Obtener los pronósticos para cada serie de tiempo, tanto para modelos estacionales, como para los no-estacionales. Tomando en cuenta que Forecast Expert® selecciona de entre una familia de modelos (estacionales o no-estacionales, según sea el caso) al que proporcione los mejores residuales.
- Una vez obtenidos los pronósticos para modelos estacionales y no-estacionales, se comparan, y se elige al que mejor se aproxime a la información real del periodo de Febrero a Mayo de 2002.
- Los modelos que mostraron ser más eficientes, con respecto a la información real, aparecen en la tablas a continuación:

	BANCA COMERCIAL	BANCA DE DESARROLLO
RECURSOS		
Disponibilidades	ARIMA (2,1,0)	ARIMA (1,0,4) Serie Estacionaria
Cartera de títulos y valores	ARIMA (4,1,1)	ARIMA (3,1,1)(1,1,0)$_E$ Periodo estacional: 5
Cartera de crédito	ARIMA (4,1,0)	ARIMA (8,1,4)
Préstamos por operaciones de reporto	ARIMA (0,1,4)	ARIMA (0,0,4) Serie Estacionaria
Instrumentos financieros sintéticos	ARIMA (4,1,2)(1,1,0)$_E$ Periodo estacional: 12	ARIMA (0,1,2)
Gastos y cargos diferidos	ARIMA (6,1,0)	ARIMA (0,1,4)
Inversiones permanentes en acciones	ARIMA (2,1,0)	ARIMA (0,1,3)

Tabla VI.1 Modelos ARIMA seleccionados para los rubros activos.

	BANCA COMERCIAL	BANCA DE DESARROLLO
OBLIGACIONES		
Captación	ARIMA (3,1,2)(0,1,0)$_E$ Periodo estacional: 3	ARIMA (4,1,0)(0,1,0)$_E$ Periodo estacional: 2
Depósitos, préstamos de bancos y operaciones de reporto	ARIMA (0,1,3)	ARIMA (6,1,0)
Obligaciones por redescuento	ARIMA (0,1,0)	ARIMA (0,0,3) Serie Estacionaria
Instrumentos financieros sintéticos	ARIMA (0,1,0)	ARIMA (0,1,2)
Reservas preventivas por riesgos crediticios y otras	ARIMA (4,1,0)	ARIMA (4,0,1)(0,1,0)$_E$ Periodo estacional: 3 Serie Estacionaria
Ingresos por Diferir	ARIMA (1,0,1)(2,1,0)$_E$ Periodo estacional: 18 Serie Estacionaria	ARIMA (3,0,1)(1,1,0)$_E$ Periodo estacional: 10 Serie Estacionaria
Capital Contable	ARIMA (2,1,0)	ARIMA (2,1,0)

Tabla VI.2 Modelos ARIMA seleccionados para los rubros pasivos.

- Los pronósticos de los modelos seleccionados para los siguientes 6 meses, en cifras redondeadas y en millones de pesos son:

BANCA COMERCIAL	Feb-02	Mar-02	Abr-02	May-02	Jun-02	Jul-02
RECURSOS						
Disponibilidades	285,439	290,460	291,476	294,934	298,493	301,610
Cartera de títulos y valores	1,406,539	1,430,209	1,438,459	1,444,940	1,464,408	1,472,701
Cartera de crédito	731,699	730,664	731,802	727,535	728,539	730,923
Préstamos por operaciones de reporto	254,439	226,172	229,196	232,772	235,202	237,632
Instrumentos financieros sintéticos	1,039,752	1,095,763	1,206,525	1,278,064	1,365,939	1,494,008
Gastos y cargos diferidos	62,772	63,095	63,518	64,091	64,427	64,963
Inversiones permanentes en acciones	29,876	29,964	29,966	29,970	29,958	29,943
OBLIGACIONES						
Captación	1,216,676	1,240,922	1,201,238	1,205,386	1,217,779	1,229,683
Depósitos,préstamos de bancos y operaciones de reporto	1,394,054	1,364,359	1,387,040	1,401,660	1,416,280	1,430,899
Obligaciones por redescuento	36,341	36,024	35,707	35,390	35,072	34,755
Instrumentos financieros sintéticos	1,057,889	1,072,905	1,087,922	1,102,938	1,117,955	1,132,972
Reservas preventivas por riesgos crediticios y otras	306,370	305,715	306,646	306,251	308,440	309,887
Ingresos por Diferir	10,591	10,282	6,591	5,411	5,882	2,810
Capital Contable	-29,919	-29,235	-29,552	-30,996	-32,217	-33,061

Tabla VI.3 Cifras pronosticadas para los rubros de la Banca Comercial.

BANCA DE DESARROLLO						
	Feb-02	Mar-02	Abr-02	May-02	Jun-02	Jul-02
RECURSOS						
Disponibilidades	26,146	28,058	25,362	25,689	24,395	24,930
Cartera de títulos y valores	191,069	201,383	191,287	197,645	153,905	194,307
Cartera de crédito	380,658	379,639	381,523	383,237	382,531	383,493
Préstamos por operaciones de reporto	40,285	37,654	34,399	31,674	27,204	27,204
Instrumentos financieros sintéticos	38,656	35,384	35,429	35,474	35,519	35,564
Gastos y cargos diferidos	3,175	3,174	3,161	3,124	3,108	3,093
Inversiones permanentes en acciones	6,245	6,213	6,229	6,258	6,286	6,314
OBLIGACIONES						
Captación	224,936	222,938	236,425	233,864	224,505	238,650
Depósitos,préstamos de bancos y operaciones de reporto	384,579	384,994	393,352	390,452	393,766	393,866
Obligaciones por redescuento	7,555	7,336	7,429	7,654	7,654	7,654
Instrumentos financieros sintéticos	37,647	34,157	34,192	34,226	34,261	34,296
Reservas preventivas por riesgos crediticios y otras	53,123	53,346	53,467	52,198	52,043	57,007
Ingresos por Diferir	581	452	690	782	300	-161
Capital Contable	13,032	13,106	13,026	12,986	12,914	12,848

Tabla VI.4 Cifras pronosticadas para los rubros de la Banca de Desarrollo.

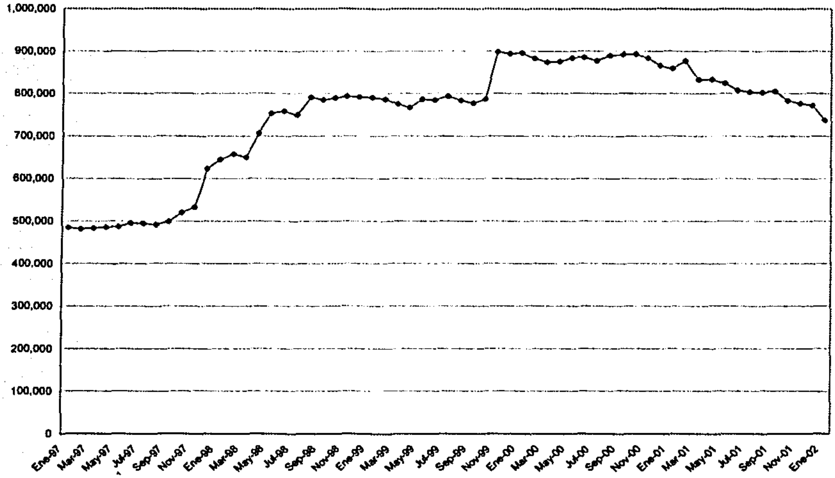
Para ilustrar la metodología utilizada, a continuación se muestran a detalle las series de la Cartera de Crédito y la Captación de la Banca Comercial, por ser los conceptos más relevantes de la información bancaria. Dentro de los renglones sustantivos que se presentan en el balance bancario y se divulgan a través de la estadística de Recursos y Obligaciones tiene particular relevancia los relativos al crédito y a la captación de recursos del público, por representar la esencia de la intermediación financiera, ésta actividad la puede ejercer la Banca Comercial y la Banca de Desarrollo, por ser entidades concesionarias del servicio de la banca y crédito, las cuales dentro de la ley que rige su funcionamiento en el artículo 2 se establece que pueden captar recursos del público en el mercado nacional para su colocación en el público, mediante actos causantes de pasivo directo o contingente, quedando el intermediario obligado a cubrir el principal y, en su caso, los accesorios financieros de los recursos captados. Precisamente es gracias a este proceso, que los bancos son capaces de generar dinero, esto es, cada vez que captan dinero y lo ceden mediante un crédito, el dinero entra en una dinámica capaz de multiplicarlo. Gracias a esto se dice que los bancos, aún no siendo el banco central, son capaces de crear dinero. Además, los bancos al otorgar créditos hacen posible que este dinero sea invertido, para generar más recursos y desarrollo, retornando al punto inicial de esta creación de dinero.

CARTERA DE CRÉDITO DE LA BANCA COMERCIAL

El primer paso fue elaborar la gráfica de la serie de tiempo publicada hasta Enero 2002:

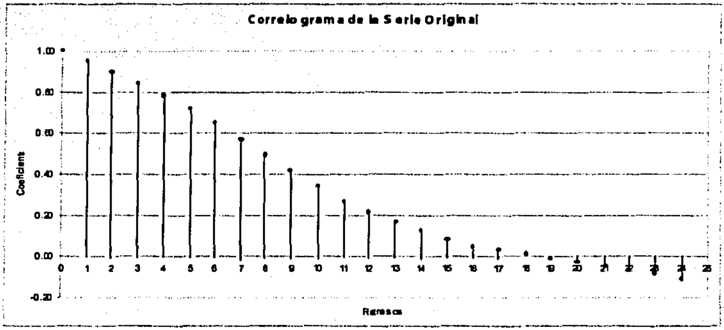
	ENERO JULIO	FEBRERO AGOSTO	MARZO SEPTIEMBRE	ABRIL OCTUBRE	MAYO NOVIEMBRE	JUNIO DICIEMBRE
1997	484,842	481,322	483,219	485,773	486,675	495,009
	494,736	491,726	498,208	519,734	532,920	622,566
1998	644,492	657,500	650,061	706,445	753,639	758,923
	749,931	791,446	785,053	789,187	792,898	792,058
1999	790,958	787,025	775,634	766,732	786,388	785,310
	793,775	783,971	777,570	787,407	898,364	893,893
2000	896,349	882,997	874,447	875,440	884,718	885,513
	877,382	889,614	892,800	893,042	884,041	866,083
2001	859,294	877,656	833,098	833,858	824,468	808,033
	803,887	803,319	805,717	783,664	776,730	772,524
2002	737,721					

IV. Cartera de crédito

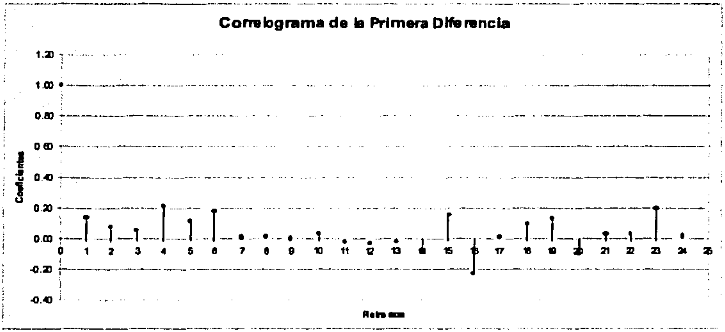


De la gráfica se observa que en general la Cartera de Crédito ha mostrado una tendencia de crecimiento hasta febrero de 2001, en donde comienza una tendencia a disminuir, que aún no cesa. Además de un crecimiento dramático en Noviembre de 1999.

El segundo paso fue hacer el correlograma de la serie original:



Es fácil deducir a partir del correlograma que la Cartera de Crédito es no-estacionaria, debido a que los coeficientes muestran una clara correlación entre ellos, por lo que se obtuvieron las primeras diferencias y se hizo el correlograma con esta nueva información:

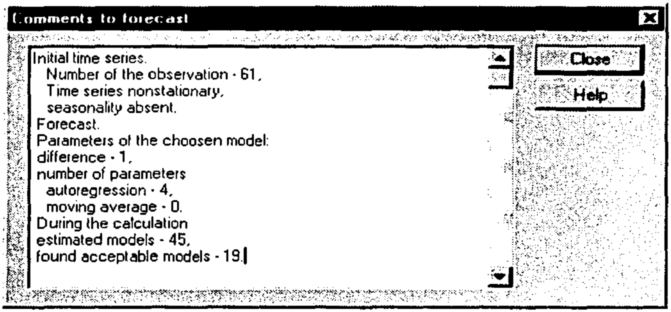


En este correlograma se observa como caen los coeficientes de correlación a partir del retraso 1, y se mantienen muy cerca del eje x, con esto determinamos que la serie de la primera diferencia es estacionaria.

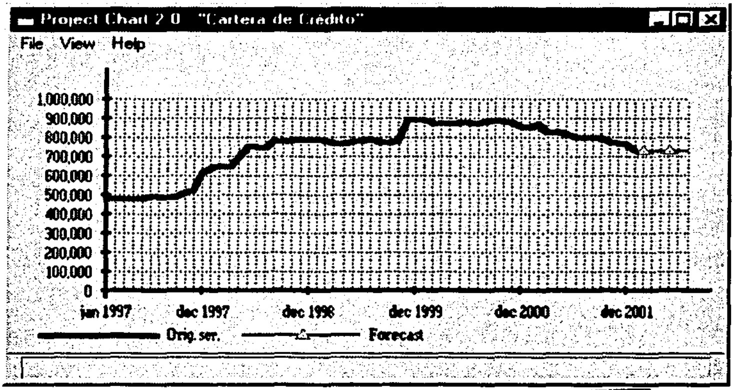
El tercer paso es obtener los pronósticos con Forecast Expert® tanto para modelos estacionales como para no-estacionales, elaborando la siguiente tabla comparativa de los resultados:

Fecha	Dato Real	Pronósticos Estacionales A	Pronósticos No-estacionales B	Residuos A	Residuos B	Modelo más cercano al dato real
feb 2002	735,285	743,714.09	731,698.65	-8,429.1	3,586.3	B
mar 2002	732,230	732,746.07	730,664.40	-516.1	1,565.6	A
apr 2002	740,307	728,850.10	731,801.80	11,456.9	8,505.2	B
may 2002	745,853	708,216.15	727,534.72	37,636.9	18,318.3	B

Se determina que el modelo apropiado para este periodo es un modelo no-estacional, Forecast Expert® indica que de los 45 modelos no-estacionales evaluados, 19 son aceptables y el que tiene los mejores residuales es ARIMA(4,1,0).



La gráfica con los pronósticos luce de la siguiente forma:

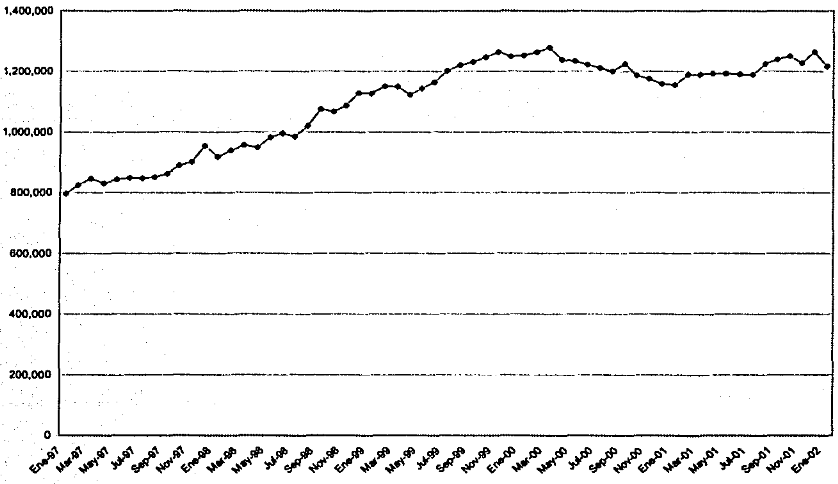


CAPTACIÓN DE LA BANCA COMERCIAL

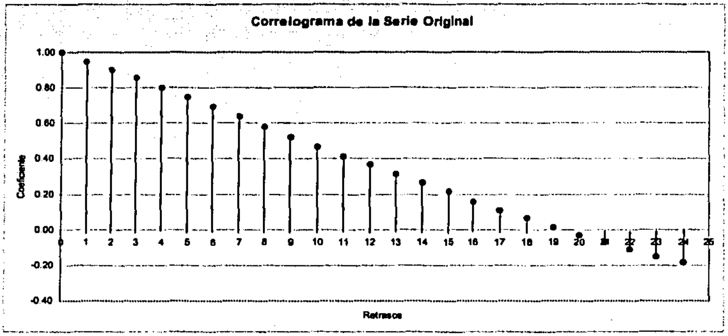
La gráfica de los datos de la Captación publicados hasta Enero 2002 luce de la siguiente manera:

	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1997	796,173	825,402	846,243	831,687	843,418	848,935
	847,287	851,670	862,583	889,066	901,484	955,247
1998	918,292	938,868	956,406	948,678	982,816	995,341
	985,892	1,019,939	1,075,723	1,067,233	1,086,881	1,129,096
1999	1,127,622	1,150,764	1,149,556	1,122,925	1,144,155	1,164,276
	1,201,536	1,220,676	1,231,443	1,246,996	1,264,410	1,248,648
2000	1,252,689	1,263,515	1,279,192	1,238,931	1,234,054	1,222,749
	1,211,615	1,200,706	1,225,719	1,186,570	1,175,676	1,159,472
2001	1,155,263	1,190,802	1,189,182	1,191,981	1,192,527	1,190,825
	1,189,665	1,225,782	1,239,744	1,251,786	1,227,934	1,265,230
2002	1,217,211					

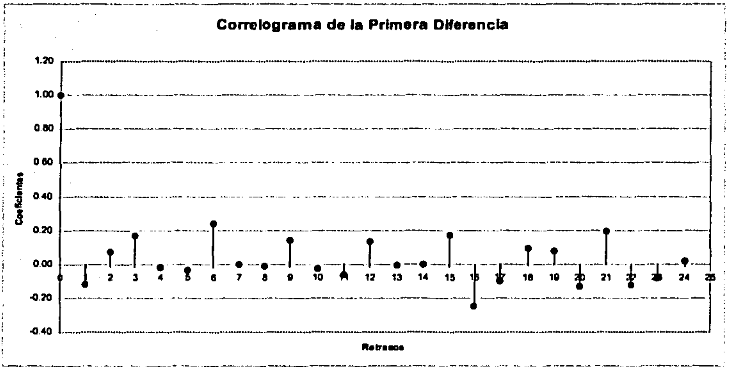
I.Captación total bruta



El segundo paso fue hacer el correlograma de la serie original:



Observando el correlograma de la Captación, es claro que es no-estacionaria, por lo que se sacaron las primeras diferencias y se hizo el correlograma con esta nueva información:

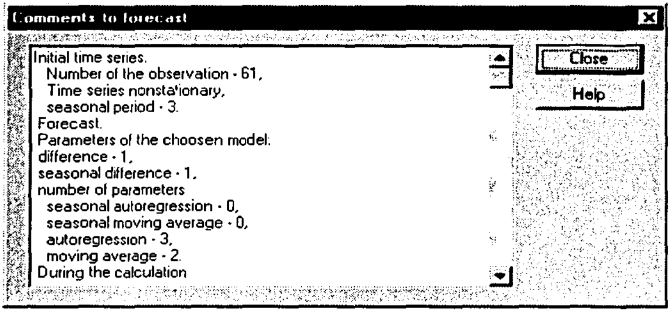


El correlograma muestra que la primera diferencia resulta estacionaria, gracias a que los coeficientes de correlación caen desde el retraso 1 y se mantiene todos cercanos al valor de cero, además de no mostrar una aparente independencia entre ellos.

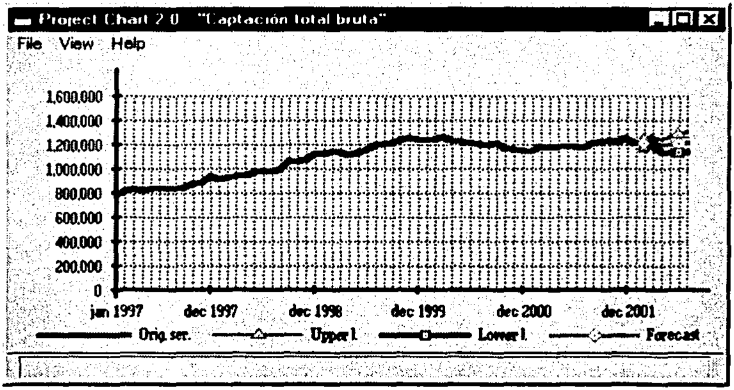
Forecast Expert® reportó los siguientes resultados, los cuales al compararse con los datos reales, se obtuvo la tabla comparativa:

Fecha	Dato Real	Pronósticos Estacionales A	Pronósticos No-estacionales B	Residuos A	Residuos B	Modelo más cercano al dato real
feb 2002	1,174,823	1,216,676.46	1,235,676.96	-41,853.5	-60,854.0	A
mar 2002	1,185,109	1,240,922.13	1,244,295.06	-55,813.1	-59,186.1	A
apr 2002	1,132,973	1,201,237.73	1,246,397.90	-68,264.7	-113,424.9	A
may 2002	1,144,418	1,205,385.76	1,248,973.60	-60,967.8	-104,555.6	A

Se determina que el modelo apropiado para este periodo es un modelo estacional, Forecast Expert® indica que de los 90 modelos estacionales evaluados, 12 son aceptables y el que tiene los mejores residuales es ARIMA(3,1,2) $(0,1,0)_E$. Además que el periodo estacional es trimestral.



Forecast Expert® dio como resultado la gráfica:



Tanto en el caso de la Cartera de Crédito como en el de la Captación, los pronósticos resultaron muy cercanos al dato real, en el caso del Crédito tuvo sólo un 1% de error promedio y en la Captación se obtuvo el 5% de error promedio.

Al observar los datos de las dos series, es claro encontrar una relación entre el crédito y la captación, es fácil entender que en la medida en que los bancos capten recursos en esa mima medida otorgaran préstamos, con esto se confirma la teoría económica, de que el ahorro fomenta el desarrollo y la inversión. Estadísticamente esto se refleja en las tendencias, si la captación en cierto periodo refleja un tendencia a crecer, es inmediato notar una tendencia en la cartera de crédito de crecimiento, esto mismo sucede con una tendencia decreciente. En la siguiente tabla se muestra la proporción del dinero captado que es otorgado en crédito por la Banca Comercial:

	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1997	60.90%	58.31%	57.10%	58.41%	57.70%	58.31%
	58.39%	57.74%	57.76%	58.46%	59.12%	65.17%
1998	70.18%	70.03%	67.97%	74.47%	76.68%	76.25%
	76.07%	77.60%	72.98%	73.95%	72.95%	70.15%
1999	70.14%	68.39%	67.47%	68.28%	68.73%	67.45%
	66.06%	64.22%	63.14%	63.14%	71.05%	71.59%
2000	71.55%	69.88%	68.36%	70.66%	71.69%	72.42%
	72.41%	74.09%	72.84%	75.26%	75.19%	74.70%
2001	74.38%	73.70%	70.06%	69.96%	69.14%	67.85%
	67.57%	65.54%	64.99%	62.60%	63.26%	61.06%
2002	60.61%	62.59%	61.79%	65.34%	65.17%	

Es decir, que en promedio, por cada 100 pesos captados por la banca, 68 pesos serán otorgados en crédito.

6.4 Conclusiones

- Las Disponibilidades tanto de la Banca Comercial como las de Banca de Desarrollo obtuvieron modelos no-estacionales. Lo que indica que la cantidad de billetes y monedas con las que cuentan los bancos en caja y sus reservas en metales, no tienen un comportamiento estacional.

- La Cartera de títulos y valores tiene un comportamiento estacional de 5 meses en la Banca de Desarrollo, esto implica que la Banca de Desarrollo tiene un ciclo de compra y venta de títulos gubernamentales. Además los modelos lograron ser muy acertados, ya que tienen un promedio de error del 4% en la Banca Comercial y 6% en la Banca de Desarrollo.

- La Cartera de crédito en ninguno de los dos casos presento un carácter estacional, mostrando que aunque el consumo en general tiene un comportamiento estacional muy marcado, éste se ve compensado por el crédito a la vivienda o el comercial. Dando en conjunto una serie con comportamiento no-estacional.

- Los Préstamos por operaciones de reporto, no tiene ningún comportamiento estacional, y en el caso de la Banca de Desarrollo resultó ser estacionaria. Además en ambos casos los modelos carecen de parámetros autorregresivos, tomando solo en cuenta los de promedios móviles. Esto quiere decir, que los Préstamos por operaciones de reporto, no dependen de valores anteriores, sino solo es una combinación de choques aleatorios. En otras palabras, la cantidad de títulos vendidos en reporto en un mes, no está determinada por la venta del mes anterior.

- Los Instrumentos financieros sintéticos, tanto del lado activo como del pasivo, resultaron tener pronósticos muy alejados a los datos reales. Esto es ocasionado por la especulación que tiene todos los productos derivados. Por lo que, no se recomienda utilizar modelos ARIMA en el pronóstico de Derivados.

- Los Gastos y cargos diferidos e Inversiones permanentes en acciones tienen comportamientos no-estacionales, tanto en la Banca Comercial como en la de Desarrollo. Los resultados para las inversiones permanentes en acciones son muy acertados, obteniendo 2% de error promedio en la Banca Comercial y sólo el 1% en la Banca de Desarrollo.

- La captación tiene un comportamiento estacional, trimestral en la Banca Comercial y bimestral en la Banca de Desarrollo. Los modelos ARIMA proporcionan pronósticos muy cercanos a la información real.

- Los Depósitos, préstamos de bancos y operaciones de reporto son no-estacionales, en el caso de la Banca comercial no tiene parámetros autorregresivos, sólo de promedios móviles. Mientras que en la Banca de Desarrollo sucede exactamente lo contrario, tiene únicamente parámetros autorregresivos, es decir, en esta banca los depósitos y préstamos sí están sujetos a los de meses anteriores. En cambio en la Banca Comercial son resultado de choques aleatorios.

- El Capital contable tiene modelos ARIMA (2,1,0) tanto en la Banca Comercial como en la de Desarrollo, indicando que las cuentas de resultados tiene el mismo comportamiento en ambas bancas.

CONCLUSIONES GENERALES

A lo largo de este trabajo se ha mostrado la teoría necesaria para modelar series de tiempo bancarias con modelos ARIMA, así como el uso de un software capaz de brindar los modelos ARIMA que mejor se ajustan a cada uno de los rubros de RyO. Esto con la finalidad de resaltar la utilidad de herramientas como Forecast Expert®, que al acortar tiempos de proceso nos da la oportunidad de poder abarcar mayor cantidad de información y tener un mejor control de ella. Además de que la Subgerencia de Información Financiera estará en posibilidad de brindar con mayor anticipación cifras oportunas de calidad para los principales rubros de RyO para periodos de 6 meses, cumpliéndose así con el primer objetivo planteado en el Capítulo 1, con esto los usuarios tendrán la oportunidad de hacer pronósticos para los indicadores que se generan a partir de RyO. Es decir, al pronosticar la fuente de información, se puede pronosticar el producto, con esto se obtiene un doble y hasta triple beneficio.

Así como hay beneficios, también hay limitaciones. Aún cuando los modelos ARIMA se ajustan muy bien a la mayoría series de tiempo aquí presentadas, existe información como la de los Instrumentos Financieros Sintéticos, a la cual no es posible modelar con esta herramienta, debido a que es información muy variable y depende de la especulación que tengan dichos valores en el mercado bursátil, esto es, este tipo de datos requieren de modelos más complejos y especializados. Por lo que se sugiere ofrecer a los usuarios de la información de RyO pronósticos sólo de los conceptos a los cuales se ha ajustado un modelo ARIMA de forma satisfactoria, es decir, no dar cifras oportunas para rubros como Instrumentos Financieros Sintéticos, Ingresos por Diferir y Capital Contable, ya que solamente causarían confusión en vez de lograr el objetivo primordial que es el de informar.

El proyecto arrojó resultados satisfactorios. El análisis de las series de tiempo indica que es posible elaborar pronósticos relativamente confiables para la mayoría de las series estudiadas. En el caso de la información ajustable a modelos ARIMA se sugiere seguir la siguiente rutina de trabajo de forma mensual. En cuanto esté disponible la base datos con la información para el último mes, se deberán actualizar las series de datos, obtener los pronósticos para los siguientes seis meses y publicarlos junto con el último mes definitivo, obviamente haciendo la aclaración a los usuarios de que se trata de información pronosticada. Con el objetivo de mantener la calidad de los pronósticos, se sugiere realizar una revisión de los modelos cada tres meses, esto se puede hacer tomando en cuenta los pronósticos que se realizaron hace tres meses y compararlos con los datos reportados. Con esto se cumplirá con el objetivo de actualización y revisión de los modelos ARIMA propuesto en el Capítulo 1.

APÉNDICE

A.1 Tabla de la Distribución Ji-Cuadrada

\area	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.75	0.5	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.10153	0.45494	1.3233	2.70554	3.84146	5.02389	6.6349	7.87944
2	0.01003	0.0201	0.05064	0.10259	0.21072	0.57536	1.38629	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663
3	0.07172	0.11483	0.2158	0.35185	0.58437	1.21253	2.36597	4.10834	6.25139	7.81473	9.3484	11.34487	12.83816
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	1.92256	3.35669	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.2767	14.86026
5	0.41174	0.5543	0.83121	1.14548	1.61031	2.6746	4.35146	6.62568	9.23636	11.0705	12.8325	15.08627	16.7496
6	0.67573	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413	3.4546	5.34812	7.8408	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774
8	1.34441	1.6465	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412	10.21885	13.36157	15.50731	17.53455	20.09024	21.95495
9	1.73493	2.0879	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283	11.38875	14.68366	16.91898	19.02277	21.66599	23.58935
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.9403	4.86518	6.7372	9.34182	12.54886	15.98718	18.30704	20.48318	23.20925	25.18818
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778	7.58414	10.341	13.70069	17.27501	19.67514	21.92005	24.72497	26.75685
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.3038	8.43842	11.34032	14.8454	18.54935	21.02607	23.33666	26.21697	28.29952
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.0415	9.29907	12.33976	15.98391	19.81193	22.36203	24.7356	27.68825	29.81947
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953	10.16531	13.33927	17.11693	21.06414	23.68479	26.11895	29.14124	31.31935
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676	11.03654	14.33886	18.24509	22.30713	24.99579	27.48839	30.57791	32.80132
16	5.14221	5.81221	6.90766	7.96165	9.31224	11.91222	15.3385	19.36886	23.54183	26.29623	28.84535	31.99993	34.26719
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.08519	12.79193	16.33818	20.48868	24.76904	27.58711	30.19101	33.40866	35.71847
18	6.2648	7.01491	8.23075	9.39046	10.86494	13.67529	17.3379	21.60489	25.98942	28.8693	31.52638	34.80531	37.15645
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.11701	11.65091	14.562	18.33765	22.71781	27.20357	30.14353	32.85233	36.19087	38.58226
20	7.43384	8.2604	9.59078	10.85081	12.44261	15.45177	19.33743	23.82769	28.41198	31.41043	34.16961	37.56623	39.99685
21	8.03365	8.8972	10.2829	11.59131	13.2396	16.34438	20.33723	24.93478	29.61509	32.67057	35.47888	38.93217	41.40106
22	8.64272	9.54249	10.98232	12.33801	14.04149	17.23962	21.33704	26.03927	30.81328	33.92444	36.78071	40.28936	42.79565
23	9.26042	10.19572	11.68855	13.09051	14.84796	18.1373	22.33688	27.14134	32.0069	35.17246	38.07563	41.6384	44.18128
24	9.88623	10.85636	12.40115	13.84843	15.65868	19.03725	23.33673	28.24115	33.19624	36.41503	39.36408	42.97982	45.55851
25	10.51965	11.52398	13.11972	14.61141	16.47341	19.93934	24.33659	29.33885	34.38159	37.65248	40.64647	44.3141	46.92789
26	11.16024	12.19815	13.8439	15.37916	17.29188	20.84343	25.33646	30.43457	35.56317	38.88514	41.92317	45.64168	48.28988
27	11.80759	12.8785	14.57338	16.1514	18.1139	21.7494	26.33634	31.52841	36.74122	40.11327	43.19451	46.96294	49.64492
28	12.46134	13.56471	15.30786	16.92788	18.93924	22.65716	27.33623	32.62049	37.91592	41.33714	44.46079	48.27824	50.99338
29	13.12115	14.25645	16.04707	17.70837	19.76774	23.56659	28.33613	33.71091	39.08747	42.55697	45.72229	49.58788	52.33562
30	13.78672	14.95346	16.79077	18.49266	20.59923	24.47761	29.33603	34.79974	40.25602	43.77297	46.97924	50.89218	53.67196

A.2 Tabla de la Distribución F

$F_{(.05, df1, df2)}$

2/df1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	60	120	INF
1	161.4476	199.5	215.7073	224.5832	230.1619	233.986	236.7684	238.8827	240.5433	241.8817	243.906	245.9499	248.0131	249.0518	252.1957	253.2529	254.3144
2	18.5128	19	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.371	19.3848	19.3959	19.4125	19.4291	19.4458	19.4541	19.4791	19.4874	19.4957
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855	8.7446	8.7029	8.6602	8.6385	8.572	8.5494	8.5264
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.041	5.9988	5.9644	5.9117	5.8578	5.8025	5.7744	5.6877	5.6581	5.6281
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351	4.6777	4.6188	4.5581	4.5272	4.4314	4.3985	4.365
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.099	4.06	3.9999	3.9381	3.8742	3.8415	3.7398	3.7047	3.6689
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.866	3.787	3.7257	3.6767	3.6365	3.5747	3.5107	3.4445	3.4105	3.3043	3.2674	3.2298
8	5.3177	4.459	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472	3.2839	3.2184	3.1503	3.1152	3.0053	2.9669	2.9276
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373	3.0729	3.0061	2.9365	2.9005	2.7872	2.7475	2.7067
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.478	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782	2.913	2.845	2.774	2.7372	2.6211	2.5801	2.5379
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.948	2.8962	2.8536	2.7876	2.7186	2.6464	2.609	2.4901	2.448	2.4045
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964	2.7534	2.6866	2.6169	2.5436	2.5055	2.3842	2.341	2.2962
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144	2.671	2.6037	2.5331	2.4589	2.4202	2.2966	2.2524	2.2064
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458	2.6022	2.5342	2.463	2.3879	2.3487	2.2229	2.1778	2.1307
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876	2.5437	2.4753	2.4034	2.3275	2.2878	2.1601	2.1141	2.0658
16	4.494	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377	2.4935	2.4247	2.3522	2.2756	2.2354	2.1058	2.0589	2.0096
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.81	2.6987	2.6143	2.548	2.4943	2.4499	2.3807	2.3077	2.2304	2.1898	2.0584	2.0107	1.9604
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563	2.4117	2.3421	2.2686	2.1906	2.1497	2.0166	1.9681	1.9168
19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227	2.3779	2.308	2.2341	2.1555	2.1141	1.9795	1.9302	1.878
20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.599	2.514	2.4471	2.3928	2.3479	2.2776	2.2033	2.1242	2.0825	1.9464	1.8963	1.8432
21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4876	2.4205	2.366	2.321	2.2504	2.1757	2.096	2.054	1.9165	1.8657	1.8117
22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419	2.2967	2.2258	2.1508	2.0707	2.0283	1.8894	1.838	1.7831
23	4.2793	3.4221	3.028	2.7955	2.64	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201	2.2747	2.2036	2.1282	2.0476	2.005	1.8648	1.8128	1.757
24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002	2.2547	2.1834	2.1077	2.0267	1.9838	1.8424	1.7896	1.733
25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.603	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821	2.2365	2.1649	2.0889	2.0075	1.9643	1.8217	1.7684	1.711
26	4.2252	3.369	2.9752	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655	2.2197	2.1479	2.0716	1.9898	1.9464	1.8027	1.7488	1.6906
27	4.21	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501	2.2043	2.1323	2.0558	1.9736	1.9299	1.7851	1.7306	1.6717
28	4.196	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.236	2.19	2.1179	2.0411	1.9586	1.9147	1.7689	1.7138	1.6541
29	4.183	3.3277	2.934	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2783	2.2229	2.1768	2.1045	2.0275	1.9446	1.9005	1.7537	1.6981	1.6376
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107	2.1646	2.0921	2.0148	1.9317	1.8874	1.7396	1.6835	1.6223
40	4.0847	3.2317	2.8387	2.606	2.4495	2.3359	2.249	2.1802	2.124	2.0772	2.0035	1.9245	1.8389	1.7929	1.6373	1.5766	1.5089
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2541	2.1665	2.097	2.0401	1.9926	1.9174	1.8364	1.748	1.7001	1.5343	1.4673	1.3893
20	3.9201	3.0718	2.6802	2.4472	2.2899	2.175	2.0868	2.0164	1.9588	1.9105	1.8337	1.7505	1.6587	1.6084	1.429	1.3519	1.2539
nf	3.8415	2.9957	2.6049	2.3719	2.2141	2.0986	2.0096	1.9384	1.8799	1.8307	1.7522	1.6664	1.5705	1.5173	1.318	1.2214	1

A.3 Tabla de la estadística R de Prueba de Rachas al nivel de significancia del 0.05

	N2																		
N1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6		2	2	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
8		2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
10		2	3	3	4	5	5	5	6	5	7	7	7	7	8	8	8	8	9
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

A.4 Tabla de la estadística Durbin-Watson al nivel de significancia del 0.05

	k'=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5		k'=6		k'=7		k'=8		k'=9		k'=10	
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0.610	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.700	1.356	0.467	1.896	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.368	2.287	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.927	1.324	0.658	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.316	2.645	0.203	3.005	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.379	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	—	—	—	—	—	—
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.445	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266	—	—	—	—
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111	0.127	3.360	—	—
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.472	0.343	2.727	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.257	0.502	2.461	0.407	2.667	0.321	2.873	0.244	3.073
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.692	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.732	2.124	0.637	2.290	0.547	2.460	0.461	2.633	0.380	2.806
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407	0.504	2.571	0.424	2.734
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.751	2.174	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.012	0.784	2.144	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.825	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.958	0.874	2.071	0.798	2.188	0.723	2.309	0.650	2.431
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944	0.900	2.052	0.826	2.164	0.753	2.278	0.682	2.396
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.926	2.034	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920	0.950	2.018	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.333
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.872	2.004	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991	0.927	2.085	0.861	2.181	0.795	2.281
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.080	1.891	1.015	1.979	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967	0.971	2.054	0.908	2.144	0.845	2.236
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.877	1.053	1.957	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.216
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.198
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.149
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895	1.139	1.958	1.089	2.022	1.038	2.088
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814	1.294	1.861	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.837	1.369	1.873	1.337	1.910	1.305	1.948
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827	1.489	1.852	1.465	1.877	1.442	1.903
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826	1.506	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898
150	1.720	1.746	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832	1.622	1.847	1.608	1.862	1.594	1.877
200	1.758	1.778	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.810	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874

A.5 Instituciones que integran a la Banca Comercial

BANCO UNION SA
BANCO DEL ATLANTICO SA
BANCA CREMI SA
BANCO DEL CENTRO SA
BANCO INDUSTRIAL SA
BANCO INVERLAT SA
BANCO INTERESTATAL SA
BANCOMER SA
G.E. CAPITAL BANK SA
BANSI SA
BANCO DEL SURESTE SA
BANCO CAPITAL SA
BANCO DEL BAJIO SA
IXE BANCO SA
BANCO INBURSA SA
BANCO INTERACCIONES SA
BANCA MIFEL SA
BANCO PROMOTOR DEL NORTE SA
BANCA QUADRUM SA
BANCO REGIONAL DE MONTERREY SA
BANCO INVEX SA
BANCA AFIRME SA
BANCO INTERNACIONAL SA
BANCO ANAHUAC SA
BANCA SERFIN SA
BANCO BILBAO VIZCAYA MEXICO SA
BANCO MERCANTIL DEL NORTE SA
BANCO SANTANDER MEXICANO SA
BANCO NACIONAL DE MEXICO SA
BANCO DE ORIENTE SA
ABN AMRO BANK SA
BANK OF AMERICA MEXICO SA
BANK OF BOSTON SA
BANK OF TOKYO-MITSUBISHI MEXICO SA
BANQUE NATIONALE DE PARIS SA
BANCRECER SA
BANCO OBRERO SA
BANK ONE (MÉXICO) SA
I.N.G. BANK SA
BANCO J P MORGAN SA
HSBC BANK MÉXICO SA
DRESDNER BANK SA
AMERICAN EXPRESS SA
COMERICA BANK MEXICO SA
DEUTSCHE BANK MEXICO SA
BANCO RESCATE

A.6 Instituciones que integran a la Banca de Desarrollo

BANCO NACIONAL DE COMERCIO EXTERIOR S.N.C.
BANCO NACIONAL EJERCITO FUERZA AEREA Y ARMADA S.N.C.
BANCO NACIONAL OBRAS Y SERVICIOS PUBLICOS S.N.C.
BANCO NACIONAL COMER INTERIOR S.N.C.
FINANCIERA NACIONAL AZUCARERA S.N.C.
NACIONAL FINANCIERA S.N.C.
BANCO NACIONAL DE CREDITO RURAL S.N.C.
SOCIEDAD HIPOTECARIA FEDERAL S.N.C.
PATRONATO DEL AHORRO NACIONAL

A.7 Series de Datos de la Banca Comercial

Los saldos que se muestran a continuación son en Millones de Pesos y corresponden a los publicados en Internet. Las definiciones de los conceptos que se muestran a continuación se encuentran en la sección 6.2 del Capítulo 6.

✓ **Disponibilidades**

Ene-97	77,790	Nov-98	161,081	Sep-00	191,869
Feb-97	91,950	Dic-98	166,900	Oct-00	193,499
Mar-97	100,708	Ene-99	168,231	Nov-00	183,261
Abr-97	93,002	Feb-99	191,093	Dic-00	228,125
May-97	93,952	Mar-99	199,310	Ene-01	230,689
Jun-97	99,810	Abr-99	193,534	Feb-01	224,883
Jul-97	104,370	May-99	202,516	Mar-01	208,885
Ago-97	103,478	Jun-99	201,719	Abr-01	217,177
Sep-97	100,253	Jul-99	207,184	May-01	217,278
Oct-97	106,464	Ago-99	209,384	Jun-01	237,241
Nov-97	91,923	Sep-99	219,568	Jul-01	264,939
Dic-97	119,350	Oct-99	217,024	Ago-01	298,313
Ene-98	109,608	Nov-99	219,364	Sep-01	296,892
Feb-98	133,964	Dic-99	236,812	Oct-01	257,208
Mar-98	130,253	Ene-00	226,937	Nov-01	316,159
Abr-98	115,800	Feb-00	222,649	Dic-01	293,541
May-98	121,744	Mar-00	169,698	Ene-02	271,779
Jun-98	125,313	Abr-00	186,290	Feb-02	231,559
Jul-98	119,932	May-00	190,410	Mar-02	257,135
Ago-98	131,335	Jun-00	189,800	Abr-02	235,329
Sep-98	162,655	Jul-00	171,124	May-02	232,209
Oct-98	171,650	Ago-00	169,051		

✓ **Cartera de títulos y valores**

Ene-97	698,779
Feb-97	712,562
Mar-97	734,463
Abr-97	781,924
May-97	780,986
Jun-97	770,972
Jul-97	766,397
Ago-97	797,865
Sep-97	835,842
Oct-97	817,724
Nov-97	822,033
Dic-97	853,376
Ene-98	831,661
Feb-98	868,606
Mar-98	878,824
Abr-98	894,182
May-98	893,379
Jun-98	879,366
Jul-98	880,234
Ago-98	891,933
Sep-98	914,525
Oct-98	914,112
Nov-98	935,215
Dic-98	955,248
Ene-99	973,739
Feb-99	974,973
Mar-99	1,008,890
Abr-99	1,007,351
May-99	1,013,094
Jun-99	996,138
Jul-99	1,032,540
Ago-99	1,055,110
Sep-99	1,078,554
Oct-99	1,096,104
Nov-99	1,112,230
Dic-99	1,115,656
Ene-00	1,148,395
Feb-00	1,177,327
Mar-00	1,214,274
Abr-00	1,159,515
May-00	1,166,255
Jun-00	1,215,634
Jul-00	1,194,084
Ago-00	1,202,773
Sep-00	1,234,639
Oct-00	1,207,179
Nov-00	1,229,089
Dic-00	1,200,894
Ene-01	1,221,750
Feb-01	1,245,716
Mar-01	1,232,084
Abr-01	1,248,897
May-01	1,283,774
Jun-01	1,289,259
Jul-01	1,332,278
Ago-01	1,361,441
Sep-01	1,331,671
Oct-01	1,398,266
Nov-01	1,341,992
Dic-01	1,371,989
Ene-02	1,420,505
Feb-02	1,416,631
Mar-02	1,432,194
Abr-02	1,364,924
May-02	1,420,304

✓ **Cartera de crédito**

Ene-97	484,842
Feb-97	481,322
Mar-97	483,219
Abr-97	485,773
May-97	486,675
Jun-97	495,009
Jul-97	494,736
Ago-97	491,726
Sep-97	498,208
Oct-97	519,734
Nov-97	532,920
Dic-97	622,566
Ene-98	644,492
Feb-98	657,500
Mar-98	650,061
Abr-98	706,445
May-98	753,639
Jun-98	758,923
Jul-98	749,931
Ago-98	791,446
Sep-98	785,053
Oct-98	789,187
Nov-98	792,898
Dic-98	792,058
Ene-99	790,958
Feb-99	787,025
Mar-99	775,634
Abr-99	766,732
May-99	786,388
Jun-99	785,310
Jul-99	793,775
Ago-99	783,971
Sep-99	777,570
Oct-99	787,407
Nov-99	898,364
Dic-99	893,893
Ene-00	896,349
Feb-00	882,997
Mar-00	874,447
Abr-00	875,440
May-00	884,718
Jun-00	885,513
Jul-00	877,382
Ago-00	889,614
Sep-00	892,800
Oct-00	893,042
Nov-00	884,041
Dic-00	866,083
Ene-01	859,294
Feb-01	877,656
Mar-01	833,098
Abr-01	833,858
May-01	824,468
Jun-01	808,033
Jul-01	803,887
Ago-01	803,319
Sep-01	805,717
Oct-01	783,664
Nov-01	776,730
Dic-01	772,524
Ene-02	737,721
Feb-02	735,285
Mar-02	732,230
Abr-02	740,307
May-02	745,853

✓ Préstamos por operaciones de reporto

Ene-97	66,203	Nov-98	44,399	Sep-00	106,699
Feb-97	57,642	Dic-98	37,258	Oct-00	112,080
Mar-97	53,724	Ene-99	38,049	Nov-00	112,483
Abr-97	75,050	Feb-99	37,969	Dic-00	87,598
May-97	59,947	Mar-99	58,795	Ene-01	108,782
Jun-97	56,972	Abr-99	57,826	Feb-01	128,808
Jul-97	40,844	May-99	46,836	Mar-01	121,991
Ago-97	62,427	Jun-99	48,955	Abr-01	127,684
Sep-97	77,680	Jul-99	50,425	May-01	140,974
Oct-97	63,119	Ago-99	72,954	Jun-01	150,998
Nov-97	69,871	Sep-99	75,109	Jul-01	192,973
Dic-97	78,805	Oct-99	72,120	Ago-01	200,738
Ene-98	65,026	Nov-99	70,511	Sep-01	168,665
Feb-98	72,560	Dic-99	57,600	Oct-01	208,822
Mar-98	59,010	Ene-00	76,156	Nov-01	233,076
Abr-98	67,131	Feb-00	92,380	Dic-01	189,384
May-98	56,120	Mar-00	81,293	Ene-02	212,023
Jun-98	47,064	Abr-00	79,092	Feb-02	239,919
Jul-98	51,207	May-00	90,145	Mar-02	243,158
Ago-98	35,528	Jun-00	109,723	Abr-02	241,994
Sep-98	25,814	Jul-00	129,900	May-02	281,285
Oct-98	36,151	Ago-00	108,420		

✓ Instrumentos financieros sintéticos

Ene-97	142,171	Nov-98	278,853	Sep-00	772,421
Feb-97	178,278	Dic-98	226,311	Oct-00	869,856
Mar-97	157,241	Ene-99	293,866	Nov-00	879,307
Abr-97	187,386	Feb-99	308,037	Dic-00	847,833
May-97	143,359	Mar-99	280,540	Ene-01	851,974
Jun-97	164,966	Abr-99	338,974	Feb-01	834,385
Jul-97	238,354	May-99	473,435	Mar-01	922,330
Ago-97	235,651	Jun-99	395,442	Abr-01	988,201
Sep-97	220,873	Jul-99	339,181	May-01	1,052,151
Oct-97	231,930	Ago-99	333,306	Jun-01	1,172,327
Nov-97	218,721	Sep-99	351,220	Jul-01	1,221,248
Dic-97	196,482	Oct-99	388,621	Ago-01	1,282,871
Ene-98	291,764	Nov-99	426,482	Sep-01	1,108,395
Feb-98	332,364	Dic-99	364,866	Oct-01	1,158,223
Mar-98	310,442	Ene-00	418,394	Nov-01	1,138,088
Abr-98	327,056	Feb-00	426,561	Dic-01	1,005,972
May-98	348,573	Mar-00	479,817	Ene-02	1,032,836
Jun-98	416,514	Abr-00	500,863	Feb-02	1,172,991
Jul-98	444,916	May-00	598,178	Mar-02	1,370,464
Ago-98	383,499	Jun-00	730,238	Abr-02	1,598,696
Sep-98	361,295	Jul-00	676,153	May-02	1,674,503
Oct-98	327,642	Ago-00	700,562		

✓ **Gastos y cargos diferidos**

Ene-97	33,056	Nov-98	80,986	Sep-00	73,277
Feb-97	33,838	Dic-98	86,925	Oct-00	71,490
Mar-97	36,303	Ene-99	88,458	Nov-00	73,953
Abr-97	42,216	Feb-99	89,208	Dic-00	66,293
May-97	43,505	Mar-99	91,854	Ene-01	65,531
Jun-97	52,629	Abr-99	92,762	Feb-01	65,420
Jul-97	53,083	May-99	93,159	Mar-01	59,717
Ago-97	56,943	Jun-99	93,086	Abr-01	60,544
Sep-97	56,951	Jul-99	94,829	May-01	59,174
Oct-97	59,392	Ago-99	80,509	Jun-01	59,081
Nov-97	61,125	Sep-99	62,714	Jul-01	60,334
Dic-97	60,777	Oct-99	62,900	Ago-01	60,733
Ene-98	61,989	Nov-99	62,018	Sep-01	61,298
Feb-98	62,191	Dic-99	63,619	Oct-01	61,370
Mar-98	65,144	Ene-00	62,800	Nov-01	61,889
Abr-98	65,701	Feb-00	58,355	Dic-01	62,493
May-98	67,076	Mar-00	60,578	Ene-02	62,375
Jun-98	68,809	Abr-00	60,722	Feb-02	68,433
Jul-98	72,199	May-00	61,808	Mar-02	69,291
Ago-98	76,236	Jun-00	65,490	Abr-02	67,481
Sep-98	79,107	Jul-00	65,391	May-02	67,444
Oct-98	81,835	Ago-00	71,686		

✓ **Inversiones permanentes en acciones**

Ene-97	31,139	Nov-98	44,870	Sep-00	40,882
Feb-97	32,068	Dic-98	44,226	Oct-00	41,156
Mar-97	33,700	Ene-99	45,240	Nov-00	41,823
Abr-97	34,473	Feb-99	45,582	Dic-00	42,323
May-97	34,552	Mar-99	46,218	Ene-01	44,865
Jun-97	35,091	Abr-99	47,083	Feb-01	44,189
Jul-97	37,114	May-99	47,551	Mar-01	44,608
Ago-97	35,783	Jun-99	48,175	Abr-01	44,702
Sep-97	36,041	Jul-99	48,289	May-01	44,130
Oct-97	36,054	Ago-99	47,806	Jun-01	43,719
Nov-97	35,914	Sep-99	44,889	Jul-01	43,482
Dic-97	37,921	Oct-99	44,694	Ago-01	40,930
Ene-98	38,604	Nov-99	45,350	Sep-01	32,729
Feb-98	39,198	Dic-99	45,468	Oct-01	32,469
Mar-98	38,545	Ene-00	44,846	Nov-01	29,840
Abr-98	39,803	Feb-00	43,323	Dic-01	29,349
May-98	39,952	Mar-00	43,613	Ene-02	29,880
Jun-98	40,314	Abr-00	43,763	Feb-02	31,669
Jul-98	41,024	May-00	44,028	Mar-02	31,110
Ago-98	41,787	Jun-00	43,768	Abr-02	29,251
Sep-98	42,636	Jul-00	43,535	May-02	29,359
Oct-98	43,374	Ago-00	40,487		

✓ **Captación**

Ene-97	796,173	Nov-98	1,086,881	Sep-00	1,225,719
Feb-97	825,402	Dic-98	1,129,096	Oct-00	1,186,570
Mar-97	846,243	Ene-99	1,127,622	Nov-00	1,175,676
Abr-97	831,687	Feb-99	1,150,764	Dic-00	1,159,472
May-97	843,418	Mar-99	1,149,556	Ene-01	1,155,263
Jun-97	848,935	Abr-99	1,122,925	Feb-01	1,190,802
Jul-97	847,287	May-99	1,144,155	Mar-01	1,189,182
Ago-97	851,670	Jun-99	1,164,276	Abr-01	1,191,981
Sep-97	862,583	Jul-99	1,201,536	May-01	1,192,527
Oct-97	889,066	Ago-99	1,220,676	Jun-01	1,190,825
Nov-97	901,484	Sep-99	1,231,443	Jul-01	1,189,665
Dic-97	955,247	Oct-99	1,246,996	Ago-01	1,225,782
Ene-98	918,292	Nov-99	1,264,410	Sep-01	1,239,744
Feb-98	938,868	Dic-99	1,248,648	Oct-01	1,251,786
Mar-98	956,406	Ene-00	1,252,689	Nov-01	1,227,934
Abr-98	948,678	Feb-00	1,263,515	Dic-01	1,265,230
May-98	982,816	Mar-00	1,279,192	Ene-02	1,217,211
Jun-98	995,341	Abr-00	1,238,931	Feb-02	1,174,823
Jul-98	985,892	May-00	1,234,054	Mar-02	1,185,109
Ago-98	1,019,939	Jun-00	1,222,749	Abr-02	1,132,973
Sep-98	1,075,723	Jul-00	1,211,615	May-02	1,144,418
Oct-98	1,067,233	Ago-00	1,200,706		

✓ **Depósitos, préstamos de bancos y operaciones de reporto**

Ene-97	444,641	Nov-98	743,448	Sep-00	1,034,273
Feb-97	420,254	Dic-98	731,998	Oct-00	1,046,455
Mar-97	428,644	Ene-99	751,050	Nov-00	1,059,353
Abr-97	549,316	Feb-99	751,228	Dic-00	1,057,615
May-97	516,810	Mar-99	810,709	Ene-01	1,108,425
Jun-97	509,050	Abr-99	829,613	Feb-01	1,134,514
Jul-97	526,286	May-99	829,924	Mar-01	1,060,950
Ago-97	571,827	Jun-99	819,884	Abr-01	1,090,741
Sep-97	613,710	Jul-99	812,961	May-01	1,136,877
Oct-97	578,102	Ago-99	844,353	Jun-01	1,152,306
Nov-97	555,262	Sep-99	858,366	Jul-01	1,270,512
Dic-97	654,574	Oct-99	865,308	Ago-01	1,327,073
Ene-98	670,520	Nov-99	861,624	Sep-01	1,243,282
Feb-98	694,361	Dic-99	878,641	Oct-01	1,294,582
Mar-98	674,461	Ene-00	920,298	Nov-01	1,332,637
Abr-98	748,073	Feb-00	943,214	Dic-01	1,254,838
May-98	748,844	Mar-00	892,552	Ene-02	1,321,820
Jun-98	720,581	Abr-00	901,272	Feb-02	1,382,402
Jul-98	716,856	May-00	945,269	Mar-02	1,402,978
Ago-98	744,543	Jun-00	1,011,472	Abr-02	1,388,458
Sep-98	708,494	Jul-00	1,011,829	May-02	1,467,747
Oct-98	737,224	Ago-00	998,199		

✓ **Obligaciones por redescuento**

Ene-97	55,685	Nov-98	54,764	Sep-00	40,020
Feb-97	50,651	Dic-98	53,308	Oct-00	39,696
Mar-97	52,986	Ene-99	53,727	Nov-00	38,871
Abr-97	53,112	Feb-99	52,960	Dic-00	38,163
May-97	51,773	Mar-99	51,362	Ene-01	37,209
Jun-97	51,457	Abr-99	49,856	Feb-01	39,418
Jul-97	49,657	May-99	51,053	Mar-01	38,804
Ago-97	49,076	Jun-99	49,497	Abr-01	40,937
Sep-97	49,149	Jul-99	47,893	May-01	40,696
Oct-97	50,635	Ago-99	46,521	Jun-01	40,329
Nov-97	50,472	Sep-99	46,743	Jul-01	38,524
Dic-97	51,790	Oct-99	46,672	Ago-01	38,332
Ene-98	51,587	Nov-99	44,610	Sep-01	38,429
Feb-98	52,416	Dic-99	45,446	Oct-01	38,799
Mar-98	51,500	Ene-00	43,570	Nov-01	37,131
Abr-98	49,578	Feb-00	41,457	Dic-01	37,243
May-98	51,464	Mar-00	41,491	Ene-02	36,658
Jun-98	52,791	Abr-00	41,804	Feb-02	36,622
Jul-98	53,476	May-00	42,335	Mar-02	36,764
Ago-98	56,459	Jun-00	42,846	Abr-02	36,323
Sep-98	57,101	Jul-00	40,965	May-02	36,994
Oct-98	56,587	Ago-00	40,494		

✓ **Instrumentos financieros sintéticos**

Ene-97	141,877	Nov-98	277,028	Sep-00	769,622
Feb-97	177,322	Dic-98	224,441	Oct-00	867,492
Mar-97	156,711	Ene-99	292,070	Nov-00	876,901
Abr-97	186,625	Feb-99	305,629	Dic-00	846,828
May-97	142,471	Mar-99	276,462	Ene-01	847,342
Jun-97	164,272	Abr-99	334,926	Feb-01	833,182
Jul-97	237,697	May-99	471,354	Mar-01	922,247
Ago-97	234,873	Jun-99	391,701	Abr-01	986,320
Sep-97	220,180	Jul-99	335,272	May-01	1,051,203
Oct-97	230,133	Ago-99	328,910	Jun-01	1,174,845
Nov-97	217,734	Sep-99	346,977	Jul-01	1,219,085
Dic-97	195,502	Oct-99	385,309	Ago-01	1,278,505
Ene-98	290,986	Nov-99	421,933	Sep-01	1,108,270
Feb-98	331,783	Dic-99	361,367	Oct-01	1,155,035
Mar-98	309,517	Ene-00	415,412	Nov-01	1,135,199
Abr-98	326,750	Feb-00	422,781	Dic-01	1,001,818
May-98	348,399	Mar-00	475,864	Ene-02	1,042,872
Jun-98	416,002	Abr-00	498,217	Feb-02	1,169,658
Jul-98	443,547	May-00	595,320	Mar-02	1,366,428
Ago-98	386,358	Jun-00	727,405	Abr-02	1,596,338
Sep-98	360,910	Jul-00	673,303	May-02	1,672,744
Oct-98	326,650	Ago-00	697,045		

✓ **Reservas preventivas por riesgos crediticios y otras**

Ene-97	127,311
Feb-97	129,111
Mar-97	130,557
Abr-97	131,958
May-97	133,859
Jun-97	137,549
Jul-97	138,505
Ago-97	140,240
Sep-97	141,653
Oct-97	141,048
Nov-97	141,181
Dic-97	185,354
Ene-98	190,048
Feb-98	191,661
Mar-98	190,486
Abr-98	206,768
May-98	219,821
Jun-98	225,157
Jul-98	227,210
Ago-98	233,418
Sep-98	238,899
Oct-98	243,957
Nov-98	242,121
Dic-98	245,594
Ene-99	250,660
Feb-99	255,191
Mar-99	256,711
Abr-99	257,917
May-99	279,746
Jun-99	280,413
Jul-99	303,543
Ago-99	303,094
Sep-99	334,457
Oct-99	330,363
Nov-99	345,394
Dic-99	349,859
Ene-00	349,607
Feb-00	343,498
Mar-00	340,652
Abr-00	335,364
May-00	334,041
Jun-00	336,840
Jul-00	329,409
Ago-00	345,748
Sep-00	348,009
Oct-00	347,609
Nov-00	346,421
Dic-00	332,515
Ene-01	329,935
Feb-01	332,085
Mar-01	319,960
Abr-01	319,604
May-01	324,064
Jun-01	320,800
Jul-01	315,083
Ago-01	320,640
Sep-01	320,491
Oct-01	319,861
Nov-01	318,514
Dic-01	315,350
Ene-02	305,291
Feb-02	306,978
Mar-02	309,302
Abr-02	314,516
May-02	304,362

✓ **Ingresos por Diferir**

Ene-97	11,766
Feb-97	11,387
Mar-97	11,108
Abr-97	15,831
May-97	16,161
Jun-97	24,303
Jul-97	24,646
Ago-97	26,015
Sep-97	26,308
Oct-97	25,400
Nov-97	26,067
Dic-97	24,966
Ene-98	24,407
Feb-98	24,334
Mar-98	25,669
Abr-98	26,063
May-98	24,924
Jun-98	24,359
Jul-98	24,463
Ago-98	25,872
Sep-98	25,932
Oct-98	27,411
Nov-98	27,838
Dic-98	29,292
Ene-99	29,224
Feb-99	29,746
Mar-99	30,897
Abr-99	31,455
May-99	33,189
Jun-99	32,499
Jul-99	32,753
Ago-99	22,503
Sep-99	11,199
Oct-99	11,648
Nov-99	11,901
Dic-99	14,721
Ene-00	14,507
Feb-00	9,965
Mar-00	16,352
Abr-00	15,632
May-00	16,513
Jun-00	18,005
Jul-00	17,780
Ago-00	18,177
Sep-00	18,999
Oct-00	17,656
Nov-00	18,147
Dic-00	18,396
Ene-01	17,068
Feb-01	15,029
Mar-01	15,038
Abr-01	16,162
May-01	15,707
Jun-01	15,860
Jul-01	15,552
Ago-01	14,936
Sep-01	13,924
Oct-01	13,224
Nov-01	12,130
Dic-01	13,237
Ene-02	11,158
Feb-02	10,964
Mar-02	9,554
Abr-02	7,542
May-02	7,780

✓ **Capital Contable**

Ene-97	31,064	Nov-98	10,446	Sep-00	5,440
Feb-97	42,063	Dic-98	10,049	Oct-00	3,150
Mar-97	42,065	Ene-99	9,069	Nov-00	4,423
Abr-97	41,212	Feb-99	3,115	Dic-00	-677
May-97	40,386	Mar-99	-1,660	Ene-01	-708
Jun-97	41,189	Abr-99	-5,507	Feb-01	-5,490
Jul-97	40,508	May-99	-25,874	Mar-01	-9,493
Ago-97	38,752	Jun-99	-45,885	Abr-01	-9,916
Sep-97	37,462	Jul-99	-42,853	May-01	-13,548
Oct-97	33,869	Ago-99	-58,187	Jun-01	-12,225
Nov-97	32,589	Sep-99	-97,781	Jul-01	-12,300
Dic-97	5,564	Oct-99	-93,589	Ago-01	-15,776
Ene-98	3,739	Nov-99	9,399	Sep-01	-18,074
Feb-98	31,103	Dic-99	4,552	Oct-01	-18,274
Mar-98	40,152	Ene-00	2,128	Nov-01	-23,378
Abr-98	30,082	Feb-00	-136	Dic-01	-20,698
May-98	23,157	Mar-00	-4,212	Ene-02	-27,315
Jun-98	21,671	Abr-00	-7,059	Feb-02	-17,649
Jul-98	19,366	May-00	-11,857	Mar-02	-16,324
Ago-98	12,788	Jun-00	-5,582	Abr-02	-25,405
Sep-98	11,443	Jul-00	-8,806	May-02	-25,218
Oct-98	11,808	Ago-00	5,606		

A.8 Series de Datos de la Banca de Desarrollo

Los saldos que se muestran a continuación son en Millones de Pesos y corresponden a los publicados en Internet. Las definiciones de los conceptos que se muestran a continuación se encuentran en la sección 6.2 del Capítulo 6.

✓ **Disponibilidades**

Ene-97	33,898	Nov-98	23,819	Sep-00	21,982
Feb-97	38,039	Dic-98	30,137	Oct-00	26,225
Mar-97	28,861	Ene-99	26,535	Nov-00	35,939
Abr-97	28,548	Feb-99	30,271	Dic-00	24,978
May-97	31,351	Mar-99	36,072	Ene-01	20,987
Jun-97	23,849	Abr-99	39,411	Feb-01	23,733
Jul-97	18,337	May-99	44,146	Mar-01	23,081
Ago-97	18,608	Jun-99	22,793	Abr-01	19,409
Sep-97	18,871	Jul-99	19,988	May-01	18,063
Oct-97	16,434	Ago-99	16,282	Jun-01	17,378
Nov-97	18,250	Sep-99	20,506	Jul-01	31,547
Dic-97	18,023	Oct-99	20,476	Ago-01	28,737
Ene-98	19,354	Nov-99	22,771	Sep-01	29,727
Feb-98	20,227	Dic-99	21,087	Oct-01	28,519
Mar-98	18,476	Ene-00	24,650	Nov-01	31,141
Abr-98	19,156	Feb-00	21,576	Dic-01	29,964
May-98	20,670	Mar-00	18,846	Ene-02	36,227
Jun-98	21,675	Abr-00	16,543	Feb-02	27,472
Jul-98	29,125	May-00	19,397	Mar-02	32,858
Ago-98	23,599	Jun-00	25,220	Abr-02	29,507
Sep-98	27,329	Jul-00	24,959	May-02	31,429
Oct-98	21,628	Ago-00	23,750		

✓ Cartera de títulos y valores

Ene-97	49,254	Nov-98	95,238	Sep-00	163,464
Feb-97	52,728	Dic-98	100,105	Oct-00	170,212
Mar-97	55,553	Ene-99	110,257	Nov-00	164,016
Abr-97	55,787	Feb-99	124,278	Dic-00	150,681
May-97	59,376	Mar-99	135,102	Ene-01	162,142
Jun-97	73,600	Abr-99	122,594	Feb-01	157,803
Jul-97	70,709	May-99	123,671	Mar-01	158,360
Ago-97	69,513	Jun-99	129,282	Abr-01	159,294
Sep-97	78,078	Jul-99	138,974	May-01	161,500
Oct-97	86,188	Ago-99	135,802	Jun-01	169,311
Nov-97	94,406	Sep-99	147,302	Jul-01	166,716
Dic-97	99,288	Oct-99	141,874	Ago-01	171,247
Ene-98	99,025	Nov-99	145,957	Sep-01	184,832
Feb-98	94,651	Dic-99	128,811	Oct-01	182,698
Mar-98	94,873	Ene-00	148,678	Nov-01	195,952
Abr-98	96,977	Feb-00	159,516	Dic-01	209,385
May-98	93,567	Mar-00	201,071	Ene-02	201,470
Jun-98	96,506	Abr-00	179,560	Feb-02	206,844
Jul-98	93,490	May-00	156,446	Mar-02	201,124
Ago-98	88,862	Jun-00	145,948	Abr-02	194,231
Sep-98	87,873	Jul-00	173,792	May-02	230,592
Oct-98	93,155	Ago-00	187,896		

✓ Cartera de crédito

Ene-97	341,715	Nov-98	394,541	Sep-00	389,095
Feb-97	333,659	Dic-98	389,750	Oct-00	368,459
Mar-97	333,959	Ene-99	400,483	Nov-00	370,080
Abr-97	333,409	Feb-99	391,860	Dic-00	384,181
May-97	333,937	Mar-99	381,389	Ene-01	385,047
Jun-97	337,313	Abr-99	373,066	Feb-01	385,408
Jul-97	330,622	May-99	386,462	Mar-01	382,115
Ago-97	328,259	Jun-99	380,534	Abr-01	394,274
Sep-97	327,198	Jul-99	380,164	May-01	393,201
Oct-97	340,519	Ago-99	379,876	Jun-01	385,286
Nov-97	335,829	Sep-99	380,705	Jul-01	382,303
Dic-97	332,470	Oct-99	388,670	Ago-01	382,050
Ene-98	341,167	Nov-99	383,909	Sep-01	392,325
Feb-98	345,429	Dic-99	388,226	Oct-01	385,345
Mar-98	344,950	Ene-00	389,950	Nov-01	393,572
Abr-98	344,198	Feb-00	380,713	Dic-01	382,174
May-98	354,777	Mar-00	380,406	Ene-02	382,641
Jun-98	355,607	Abr-00	383,146	Feb-02	381,387
Jul-98	351,422	May-00	387,875	Mar-02	387,999
Ago-98	379,648	Jun-00	396,572	Abr-02	398,645
Sep-98	389,397	Jul-00	385,341	May-02	407,068
Oct-98	396,736	Ago-00	381,781		

✓ **Préstamos por operaciones de reporto**

Ene-97	6,995	Nov-98	29,155	Sep-00	32,330
Feb-97	11,692	Dic-98	36,048	Oct-00	24,914
Mar-97	15,649	Ene-99	37,872	Nov-00	29,539
Abr-97	11,740	Feb-99	34,975	Dic-00	20,991
May-97	7,238	Mar-99	36,465	Ene-01	20,811
Jun-97	17,542	Abr-99	19,410	Feb-01	14,506
Jul-97	22,375	May-99	19,784	Mar-01	21,765
Ago-97	25,884	Jun-99	26,239	Abr-01	21,145
Sep-97	31,976	Jul-99	27,994	May-01	20,578
Oct-97	28,187	Ago-99	25,722	Jun-01	29,844
Nov-97	35,176	Sep-99	36,648	Jul-01	19,788
Dic-97	38,676	Oct-99	27,440	Ago-01	18,257
Ene-98	35,924	Nov-99	38,628	Sep-01	17,591
Feb-98	37,290	Dic-99	25,481	Oct-01	15,916
Mar-98	33,295	Ene-00	26,369	Nov-01	26,183
Abr-98	28,069	Feb-00	30,590	Dic-01	28,729
May-98	28,743	Mar-00	44,731	Ene-02	36,540
Jun-98	30,026	Abr-00	39,972	Feb-02	44,405
Jul-98	25,770	May-00	23,164	Mar-02	32,889
Ago-98	21,760	Jun-00	36,434	Abr-02	31,873
Sep-98	21,682	Jul-00	42,112	May-02	42,111
Oct-98	28,407	Ago-00	50,682		

✓ **Instrumentos financieros sintéticos**

Ene-97	36,443	Nov-98	24,382	Sep-00	34,033
Feb-97	40,613	Dic-98	21,402	Oct-00	37,420
Mar-97	33,451	Ene-99	30,158	Nov-00	36,366
Abr-97	31,979	Feb-99	23,357	Dic-00	34,779
May-97	28,790	Mar-99	24,139	Ene-01	38,017
Jun-97	28,070	Abr-99	23,769	Feb-01	38,778
Jul-97	27,409	May-99	39,111	Mar-01	41,501
Ago-97	25,270	Jun-99	20,920	Abr-01	39,676
Sep-97	25,239	Jul-99	20,863	May-01	52,882
Oct-97	23,461	Ago-99	22,247	Jun-01	51,700
Nov-97	21,228	Sep-99	23,361	Jul-01	65,628
Dic-97	21,601	Oct-99	29,611	Ago-01	70,129
Ene-98	23,697	Nov-99	31,780	Sep-01	74,150
Feb-98	23,754	Dic-99	22,760	Oct-01	77,061
Mar-98	21,501	Ene-00	22,989	Nov-01	61,426
Abr-98	21,774	Feb-00	23,065	Dic-01	53,294
May-98	19,321	Mar-00	26,036	Ene-02	39,146
Jun-98	19,315	Abr-00	28,789	Feb-02	62,879
Jul-98	25,942	May-00	36,275	Mar-02	54,102
Ago-98	26,227	Jun-00	38,604	Abr-02	62,556
Sep-98	27,837	Jul-00	35,477	May-02	74,525
Oct-98	28,230	Ago-00	35,843		

✓ Gastos y cargos diferidos

Ene-97	4,160	Nov-98	10,081	Sep-00	8,060
Feb-97	4,240	Dic-98	7,792	Oct-00	7,479
Mar-97	4,202	Ene-99	8,048	Nov-00	4,901
Abr-97	4,337	Feb-99	7,903	Dic-00	3,057
May-97	4,282	Mar-99	7,653	Ene-01	2,947
Jun-97	4,472	Abr-99	7,579	Feb-01	3,501
Jul-97	4,517	May-99	7,783	Mar-01	3,494
Ago-97	4,462	Jun-99	7,947	Abr-01	3,482
Sep-97	4,454	Jul-99	8,162	May-01	3,539
Oct-97	5,143	Ago-99	8,199	Jun-01	3,804
Nov-97	5,373	Sep-99	8,177	Jul-01	3,133
Dic-97	6,541	Oct-99	8,155	Ago-01	3,410
Ene-98	6,184	Nov-99	7,991	Sep-01	3,452
Feb-98	6,212	Dic-99	7,225	Oct-01	2,892
Mar-98	6,475	Ene-00	7,389	Nov-01	3,376
Abr-98	6,544	Feb-00	7,374	Dic-01	3,232
May-98	6,957	Mar-00	7,851	Ene-02	3,222
Jun-98	7,344	Abr-00	8,150	Feb-02	3,189
Jul-98	7,736	May-00	8,459	Mar-02	3,167
Ago-98	8,951	Jun-00	7,934	Abr-02	3,360
Sep-98	10,026	Jul-00	8,080	May-02	5,511
Oct-98	9,182	Ago-00	7,986		

✓ Inversiones permanentes en acciones

Ene-97	4,551	Nov-98	5,666	Sep-00	6,465
Feb-97	4,607	Dic-98	5,464	Oct-00	6,505
Mar-97	4,643	Ene-99	5,606	Nov-00	6,407
Abr-97	4,784	Feb-99	5,693	Dic-00	6,267
May-97	4,853	Mar-99	5,757	Ene-01	6,329
Jun-97	4,908	Abr-99	5,783	Feb-01	6,703
Jul-97	5,054	May-99	5,880	Mar-01	6,707
Ago-97	4,876	Jun-99	5,918	Abr-01	6,521
Sep-97	4,888	Jul-99	5,953	May-01	6,550
Oct-97	4,884	Ago-99	5,887	Jun-01	6,358
Nov-97	5,013	Sep-99	5,795	Jul-01	6,301
Dic-97	4,926	Oct-99	5,858	Ago-01	6,328
Ene-98	5,005	Nov-99	5,846	Sep-01	6,466
Feb-98	5,085	Dic-99	5,929	Oct-01	6,036
Mar-98	5,156	Ene-00	6,009	Nov-01	6,003
Abr-98	5,223	Feb-00	6,065	Dic-01	6,237
May-98	5,364	Mar-00	6,139	Ene-02	6,248
Jun-98	5,395	Abr-00	6,185	Feb-02	6,252
Jul-98	5,399	May-00	6,226	Mar-02	6,207
Ago-98	6,020	Jun-00	6,264	Abr-02	6,218
Sep-98	6,047	Jul-00	6,199	May-02	5,167
Oct-98	6,041	Ago-00	6,355		

✓ Captación

Ene-97	133,240	Nov-98	140,722	Sep-00	195,727
Feb-97	131,849	Dic-98	144,453	Oct-00	194,534
Mar-97	123,816	Ene-99	158,004	Nov-00	196,739
Abr-97	127,981	Feb-99	169,907	Dic-00	186,546
May-97	133,593	Mar-99	179,796	Ene-01	181,597
Jun-97	138,457	Abr-99	180,994	Feb-01	187,650
Jul-97	114,550	May-99	180,762	Mar-01	190,402
Ago-97	116,288	Jun-99	161,243	Abr-01	207,449
Sep-97	118,069	Jul-99	185,762	May-01	216,490
Oct-97	120,733	Ago-99	174,329	Jun-01	213,099
Nov-97	122,352	Sep-99	179,801	Jul-01	227,146
Dic-97	125,565	Oct-99	185,881	Ago-01	222,903
Ene-98	121,299	Nov-99	182,184	Sep-01	235,539
Feb-98	116,890	Dic-99	174,418	Oct-01	233,159
Mar-98	120,582	Ene-00	189,726	Nov-01	233,664
Abr-98	123,171	Feb-00	187,010	Dic-01	230,535
May-98	126,778	Mar-00	220,343	Ene-02	227,564
Jun-98	128,336	Abr-00	196,759	Feb-02	227,226
Jul-98	133,096	May-00	193,465	Mar-02	218,186
Ago-98	127,790	Jun-00	181,868	Abr-02	229,838
Sep-98	133,291	Jul-00	192,548	May-02	222,600
Oct-98	136,077	Ago-00	204,692		

✓ Depósitos, préstamos de bancos y operaciones de reporto

Ene-97	275,514	Nov-98	360,853	Sep-00	370,212
Feb-97	280,423	Dic-98	376,839	Oct-00	357,979
Mar-97	285,960	Ene-99	382,564	Nov-00	362,098
Abr-97	281,449	Feb-99	375,820	Dic-00	351,593
May-97	281,427	Mar-99	371,312	Ene-01	363,962
Jun-97	302,772	Abr-99	334,403	Feb-01	349,363
Jul-97	295,556	May-99	354,545	Mar-01	351,035
Ago-97	292,441	Jun-99	357,773	Abr-01	340,083
Sep-97	303,944	Jul-99	342,666	May-01	330,080
Oct-97	317,555	Ago-99	343,806	Jun-01	340,607
Nov-97	324,634	Sep-99	366,941	Jul-01	325,628
Dic-97	322,895	Oct-99	354,014	Ago-01	327,350
Ene-98	332,491	Nov-99	370,311	Sep-01	344,320
Feb-98	335,839	Dic-99	347,789	Oct-01	336,086
Mar-98	329,088	Ene-00	360,802	Nov-01	368,615
Abr-98	324,289	Feb-00	363,467	Dic-01	373,997
May-98	330,364	Mar-00	384,023	Ene-02	383,960
Jun-98	336,111	Abr-00	380,014	Feb-02	387,983
Jul-98	324,490	May-00	352,945	Mar-02	384,555
Ago-98	348,633	Jun-00	381,525	Abr-02	373,453
Sep-98	351,756	Jul-00	392,139	May-02	431,936
Oct-98	363,240	Ago-00	397,181		

✓ **Obligaciones por redescuento**

Ene-97	6,756	Nov-98	7,957	Sep-00	6,669
Feb-97	7,000	Dic-98	7,969	Oct-00	6,290
Mar-97	7,129	Ene-99	7,951	Nov-00	7,686
Abr-97	7,237	Feb-99	7,736	Dic-00	7,496
May-97	7,377	Mar-99	7,818	Ene-01	7,520
Jun-97	7,186	Abr-99	7,989	Feb-01	7,842
Jul-97	7,374	May-99	8,461	Mar-01	7,704
Ago-97	7,420	Jun-99	8,887	Abr-01	7,897
Sep-97	7,248	Jul-99	8,996	May-01	7,788
Oct-97	8,049	Ago-99	9,409	Jun-01	8,220
Nov-97	8,079	Sep-99	7,728	Jul-01	8,302
Dic-97	8,046	Oct-99	7,253	Ago-01	7,701
Ene-98	7,691	Nov-99	6,909	Sep-01	7,877
Feb-98	7,635	Dic-99	8,512	Oct-01	8,873
Mar-98	7,283	Ene-00	6,732	Nov-01	8,921
Abr-98	7,297	Feb-00	6,412	Dic-01	8,614
May-98	7,388	Mar-00	5,818	Ene-02	7,660
Jun-98	7,579	Abr-00	7,869	Feb-02	7,954
Jul-98	7,666	May-00	7,319	Mar-02	7,369
Ago-98	7,798	Jun-00	7,213	Abr-02	7,957
Sep-98	7,609	Jul-00	7,834	May-02	8,737
Oct-98	7,690	Ago-00	6,541		

✓ **Instrumentos financieros sintéticos**

Ene-97	36,079	Nov-98	23,905	Sep-00	33,015
Feb-97	40,351	Dic-98	20,759	Oct-00	36,380
Mar-97	33,408	Ene-99	29,506	Nov-00	35,455
Abr-97	32,264	Feb-99	22,601	Dic-00	33,926
May-97	28,678	Mar-99	23,459	Ene-01	37,092
Jun-97	27,705	Abr-99	22,772	Feb-01	37,766
Jul-97	27,624	May-99	38,084	Mar-01	40,407
Ago-97	25,470	Jun-99	19,944	Abr-01	38,713
Sep-97	25,507	Jul-99	19,820	May-01	52,099
Oct-97	23,262	Ago-99	21,093	Jun-01	50,847
Nov-97	21,256	Sep-99	22,154	Jul-01	64,889
Dic-97	21,852	Oct-99	28,314	Ago-01	69,432
Ene-98	24,146	Nov-99	30,548	Sep-01	73,333
Feb-98	24,022	Dic-99	21,420	Oct-01	76,168
Mar-98	22,123	Ene-00	21,681	Nov-01	60,503
Abr-98	22,173	Feb-00	21,896	Dic-01	52,335
May-98	19,797	Mar-00	24,812	Ene-02	38,160
Jun-98	19,992	Abr-00	27,556	Feb-02	61,977
Jul-98	26,686	May-00	35,368	Mar-02	53,169
Ago-98	26,476	Jun-00	37,582	Abr-02	61,607
Sep-98	27,691	Jul-00	34,542	May-02	73,895
Oct-98	27,590	Ago-00	34,904		

✓ **Reservas preventivas por riesgos crediticios y otras**

Ene-97	28,043	Nov-98	43,683	Sep-00	44,598
Feb-97	28,889	Dic-98	37,061	Oct-00	44,202
Mar-97	29,916	Ene-99	38,017	Nov-00	45,075
Abr-97	30,469	Feb-99	38,592	Dic-00	46,320
May-97	31,021	Mar-99	38,777	Ene-01	45,641
Jun-97	32,935	Abr-99	39,084	Feb-01	46,299
Jul-97	33,906	May-99	39,900	Mar-01	46,801
Ago-97	33,739	Jun-99	39,386	Abr-01	47,338
Sep-97	34,740	Jul-99	39,551	May-01	46,452
Oct-97	34,479	Ago-99	39,854	Jun-01	46,584
Nov-97	34,823	Sep-99	40,239	Jul-01	51,808
Dic-97	39,262	Oct-99	41,238	Ago-01	52,199
Ene-98	39,676	Nov-99	40,991	Sep-01	51,385
Feb-98	40,504	Dic-99	39,980	Oct-01	50,802
Mar-98	41,203	Ene-00	40,668	Nov-01	50,936
Abr-98	41,829	Feb-00	41,021	Dic-01	53,609
May-98	40,975	Mar-00	42,176	Ene-02	52,961
Jun-98	41,316	Abr-00	42,798	Feb-02	53,691
Jul-98	41,777	May-00	42,998	Mar-02	52,539
Ago-98	42,583	Jun-00	43,491	Abr-02	53,697
Sep-98	43,143	Jul-00	43,437	May-02	58,093
Oct-98	43,487	Ago-00	43,822		

✓ **Ingresos por Diferir**

Ene-97	1,217	Nov-98	1,169	Sep-00	654
Feb-97	1,215	Dic-98	1,197	Oct-00	636
Mar-97	1,300	Ene-99	1,210	Nov-00	493
Abr-97	1,246	Feb-99	1,257	Dic-00	381
May-97	1,246	Mar-99	1,271	Ene-01	383
Jun-97	335	Abr-99	1,283	Feb-01	379
Jul-97	330	May-99	1,346	Mar-01	685
Ago-97	314	Jun-99	1,337	Abr-01	758
Sep-97	287	Jul-99	1,409	May-01	676
Oct-97	511	Ago-99	1,451	Jun-01	661
Nov-97	1,088	Sep-99	1,381	Jul-01	437
Dic-97	1,161	Oct-99	1,423	Ago-01	371
Ene-98	791	Nov-99	1,416	Sep-01	427
Feb-98	741	Dic-99	684	Oct-01	367
Mar-98	764	Ene-00	409	Nov-01	341
Abr-98	732	Feb-00	499	Dic-01	303
May-98	759	Mar-00	747	Ene-02	323
Jun-98	759	Abr-00	652	Feb-02	336
Jul-98	771	May-00	654	Mar-02	294
Ago-98	800	Jun-00	627	Abr-02	330
Sep-98	824	Jul-00	635	May-02	1,249
Oct-98	877	Ago-00	694		

✓ **Capital Contable**

Ene-97	17,671	Nov-98	25,031	Sep-00	30,202
Feb-97	17,553	Dic-98	24,493	Oct-00	30,102
Mar-97	16,595	Ene-99	24,884	Nov-00	29,175
Abr-97	16,880	Feb-99	25,465	Dic-00	25,571
May-97	16,917	Mar-99	26,086	Ene-01	26,600
Jun-97	16,970	Abr-99	26,340	Feb-01	26,550
Jul-97	19,903	May-99	26,342	Mar-01	25,676
Ago-97	20,760	Jun-99	27,058	Abr-01	25,271
Sep-97	21,566	Jul-99	26,752	May-01	25,443
Oct-97	22,012	Ago-99	26,736	Jun-01	25,168
Nov-97	22,885	Sep-99	26,767	Jul-01	18,933
Dic-97	23,569	Oct-99	26,849	Ago-01	18,335
Ene-98	23,103	Nov-99	27,286	Sep-01	15,050
Feb-98	23,417	Dic-99	29,107	Oct-01	13,490
Mar-98	23,829	Ene-00	28,934	Nov-01	13,364
Abr-98	25,673	Feb-00	29,739	Dic-01	12,599
May-98	25,540	Mar-00	29,720	Ene-02	13,196
Jun-98	25,348	Abr-00	29,199	Feb-02	12,495
Jul-98	25,273	May-00	28,693	Mar-02	22,771
Ago-98	23,541	Jun-00	29,202	Abr-02	22,974
Sep-98	25,114	Jul-00	28,676	May-02	17,062
Oct-98	24,994	Ago-00	29,182		

A.9 Disco Compacto anexo

El usuario encontrará al final de este trabajo un CD anexo. Este CD contiene links de internet relacionados con el tema, así como el software y las series de tiempo utilizadas en el último capítulo. Esto se hace con la finalidad de que el usuario tenga acceso a la herramienta Forecast Expert®, además de poder observar de forma más clara los resultados de los ejemplos dados en el Capítulo 6.

Se recomienda instalar Forecast Expert® en su máquina y posteriormente cargar los ejemplos, utilizando el archivo ejecutable "Ejemplo Bancarios.exe" , este archivo creará en su unidad de disco C una carpeta con el nombre Ejemplo Bancarios , en ella encontrará los archivos listos para ser ejecutados con Forecast Expert. En caso de tener alguna duda favor de enviar un e-mail a la siguiente dirección: jcarball@banxico.org.mx

En la carpeta Software además de Forecast Expert® encontrará WinZip 8.1®, debido a que este software es necesario para ejecutar Ejemplos Bancarios.exe y en el caso en que el usuario no lo tuviera instalado en su máquina sería imposible correrlo. Por último se agregó una versión de Snagit® que es un software diseñado para capturar cualquier imagen que aparezca en pantalla, este software se utilizó en la edición de la sección 6.1 del Capítulo 6 para capturar las pantallas de Forecast Expert® .

REFERENCIAS

- Chatfield, Christopher. "The Analysis of time series: an introduction". Fifth edition. St. Edmundsbury Press Lta, Suffolk, 1996.

- Chatfield, Christopher. "Time-Series Forecasting". Unites States of America. Chapman & Hall/CRC , 2000.

- Enders, Walter. "Applied Econometric Time Series". Iowa State University. John Wiley and Sons, 1995.

- Guerrero, Víctor Manuel. "Modelos Estadísticos para Series de Tiempo Univariadas". México, D.F. Banco de México y Escuela Superior de Física y Matemáticas, IPN, 1987.

- Gujarati, Damodar. "Basic Econometrics". United States of America. McGraw-Hill, 1978.

- Makridakis Wheelwright, McGee. "Forecasting, Methods and Applications". United States of America. Malloy Lithographing, Inc., 1983.

Internet

- Banco de México: http://www.banxico.org.mx/eInfoFinanciera/FSinfoFinanciera.html

- Econometric Software Links: http://www.econ.vu.nl/econometriclinks/software.html

- Electronic Textbook StatSoft: http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html

- Forecast Expert: http://www.pro-invest.com/it_eng/products/fe.htm

- Forecasting Principles: http://hops.wharton.upenn.edu/forecast/