

# CONTROL Y PROGRAMACIÓN DE ROBOTS

## *Proyecto de robots manipuladores*

Grado en Ingeniería Electrónica, Mecatrónica y Robótica

---



---

**Autores:** Montes Grova, Marco Antonio  
Lozano Romero, Daniel  
Mérida Floriano, Javier

## Índice

<b>1. Introducción al proyecto</b>	<b>3</b>
<b>2. Analisis Cinematico del brazo</b>	<b>4</b>
2.1. Modelo Cinematico Directo . . . . .	4
2.1.1. Parametros y estudio del MCD según Denavit-Hartenberg . . . . .	4
2.1.2. Matrices de transformación homogéneas del robot . . . . .	4
2.1.3. Ecuaciones simbólicas del MCD . . . . .	4
2.2. Modelo Cinematico Inverso . . . . .	5
2.3. Jacobiano del robot y analisis de puntos singulares . . . . .	6
<b>3. Obtencion de los parametros dinamicos del robot</b>	<b>7</b>
3.1. Obtencion del modelo para estimar los parametros . . . . .	7
3.2. Estimacion de parametros dinamicos . . . . .	7
3.3. Calculos estadisticos . . . . .	7
3.4. Analisis de resultados . . . . .	7
<b>4. Control Cinematico del robot</b>	<b>8</b>
4.1. Generador de trayectorias punto a punto . . . . .	8
4.2. Generador de trayectorias lineal . . . . .	8
4.3. Pruebas y conclusiones . . . . .	8
<b>5. Control Dinámico del brazo</b>	<b>9</b>
5.1. Obtencion del modelo lineal de las articulaciones del brazo . . . . .	9
5.2. Diseño de controladores . . . . .	9
5.3. FANTASIA VARIADA DE GIL . . . . .	9
<b>6. Anexos</b>	<b>10</b>
6.1. Conclusiones (A LO MEJON SI A LO MEJON NO) . . . . .	10
6.2. Codigos de programacion . . . . .	10
6.3. Montajes en Simulink . . . . .	10

## 1. Introducción al proyecto

Como objetivo de este trabajo se encuentra el análisis cinemático y dinámico, así como la estimación de ciertos parámetros dinámicos del robot, como pueden ser inercias o fricciones viscosas. Además de ello, se diseñará un control cinemático y dinámico del brazo robótico.

El brazo de análisis será del tipo RRR, es decir, las tres articulaciones rotacionales.

El robot que se va a estudiar, representado por la estructura de la portada de este trabajo, posee los siguientes parámetros estructurales:

$$L_0 = 0,60m \quad L_1 = 0,60m \quad L_2 = 1,00m \quad L_3 = 0,80m$$

Además, también vienen dados los valores de factores de reducción de velocidad y constantes de par de los motores:

$$R_1 = 50; R_2 = 30; R_3 = 15$$

$$K_{t1} = 0,5 \frac{Nm}{A}; K_{t2} = 0,4 \frac{Nm}{A}; K_{t3} = 0,35 \frac{Nm}{A}$$

En primer lugar, se desarrollará un análisis cinemático del brazo robótico, tanto directo como inverso, es decir, se habrá la posición cartesiana del efector final en función de las variables articulares del brazo y viceversa.

Tras ello, será necesario estimar los parámetros dinámicos del brazo, ya que únicamente se conocen las longitudes del mismo. Se obtendrán diferentes parámetros en función de las condiciones supuestas para el brazo, principalmente las condiciones que se emplearán serán:

- Robot con medidas ideales con reductoras.
- Robot con medidas ideales de accionamiento directo.
- Robot con medidas reales con reductoras.
- Robot con medidas reales de accionamiento directo.

Para el robot con medidas reales, se evaluará qué condición es más favorable. Por ejemplo, si se obtiene un mejor modelo matemático del robot empleando únicamente encoders que conozcan las posiciones de las variables articulares y derivando numéricamente para conocer las velocidades y las aceleraciones de las mismas, o el caso en el que se empleen encoders que conozcan la posición y tacómetros que conozcan las velocidades pero derivando numéricamente para obtener las aceleraciones.

Una vez se hayan obtenido los modelos matemáticos de las articulaciones de los robots, se diseñará un control cinemático del mismo. El cual será un generador de trayectorias que, a partir de una posición inicial, una posición real, un número de puntos y un tiempo en que se desea que vaya de un punto a otro, generará una trayectoria de las variables articulares del robot.

Por último, se diseñarán una serie de controladores dinámicos del robot, en los cuales se observe la mejora o empeora de los mismos en función del robot empleando frente a otros.

## 2. Analisis Cinematico del brazo

### 2.1. Modelo Cinematico Directo

#### 2.1.1. Parametros y estudio del MCD según Denavit-Hartenberg

Uno de los modos de estudio del problema cinemático directo de un robot, es el procedimiento de Denavit-Hartenberg, el cual se basa en la realización de cambios de base empleando las matrices de transformación homogéneas. Siguiendo una serie de pasos, se llegará a obtener los siguientes parámetros que definen la cinemática directa del robot.

Articulación	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	$L0+L1$	0	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	L2	0
3	$\theta_3$	L3	L2	0

#### 2.1.2. Matrices de transformación homogéneas del robot

A continuación, se mostrarán las matrices de transformación homogéneas que definen los cambios de base que han hecho posible relacionar el sistema de referencia base con el del efector final. La matriz de transformación homogénea que relaciona un sistema de referencia con el siguiente se define cómo:

$${}^{i-1}A_i = Rotz(\theta_i) * T(0, 0, d_i) * T(d_i, 0, 0) * Rotx(\alpha_i) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Ahora que se ha definido la matriz general, se definirán las matrices de transformación homogéneas de cada cambio de base de robot:

$${}^0A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L0 + L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & L2\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & L2\sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & L3\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & L3\sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 2.1.3. Ecuaciones simbólicas del MCD

A partir de éstos parámetros será posible obtener las matrices de transformación homogéneas asociada a cada traslación y giro de sistema de referencia. Si pre-multiplicamos las matrices desde la base hasta el punto final del brazo, efector final, la matriz de transformación obtenida será:

$${}^3T_0 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ \sin(\theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_2 + \theta_3) & 0 & L0 + L1 + L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dónde se puede extraer que la matriz de orientación del efector final y la posición del mismo respecto al sistema de referencia de la base son:

$$noa = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_2 + \theta_3) & 0 \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ \sin(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ L0 + L1 + L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2) \end{pmatrix}$$

## 2.2. Modelo Cinematico Inverso

En lo que a la resolución del modelo cinemático inverso del robot respecta, se basará en obtener los valores de las variables articulares a partir de la posición del efector final. Por tanto partiremos de las ecuaciones del vector p:

$$\begin{aligned} px &= \cos(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ py &= \sin(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ pz &= L0 + L1 + L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2) \end{aligned}$$

Para obtener las ecuaciones que definen el valor de  $\theta_1, \theta_2$  y  $\theta_3$ , se trabajará con las funciones que definen px, py y pz. Los ángulos será necesario definirlos empleando la función atan2 de *Matlab*, ya que de ese modo se distinguirá en qué cuadrante se encuentra la tangente.

Por tanto el objetivo es obtener el valor del seno y el coseno de cada ángulo.

Se comenzará obteniendo el valor de  $\theta_1$ , para ello se define:

$$A = \sqrt{px^2 + py^2} = L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)$$

de ese modo, se obtiene  $\theta_1$  cómo:

$$\theta_1 = \text{atan2}(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1)) = \text{atan2}\left(\frac{py}{A}, \frac{px}{A}\right) \quad (3)$$

Para obtener el valor de  $\theta_3$ , se comenzará a partir de pz y, se definirá la siguiente variable auxiliar:

$$B = pz - L1 - L0 = L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2)$$

Si trabajamos con las dos variables auxiliares creadas, A y B, y se crea la nueva variable C, se conseguirá obtener el valor del ángulo deseado:

$$C = A^2 + B^2 = L2^2 + 2L2L3\cos(\theta_3) + L3^2$$

Cómo último paso para obtener el valor de  $\theta_3$ , se despejara el valor del coseno del mismo:

$$(\cos(\theta_3)) = \frac{C - L2^2 - L3^2}{2L2L3}$$

Por tanto,  $\theta_3$  se define como:

$$\theta_3 = \beta - \text{atan2}(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3)) = \beta - \text{atan2}\left(\pm \sqrt{1 - \left(\frac{C - L2^2 - L3^2}{2L2L3}\right)^2}, \frac{C - L2^2 - L3^2}{2L2L3}\right) \quad (4)$$

Por último, se hayará el valor de la variable articular  $\theta_2$ , para ello, partiremos de la ecuación A y se desarrollará empleando la ecuación del coseno del ángulo doble. La ecuación quedará de la forma:

$$A = L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2) = L3[\cos(\theta_2)\cos(\theta_3) - \sin(\theta_2)\sin(\theta_3)] + L2\cos(\theta_2) = \\ L3\cos(\theta_2)\cos(\theta_3) - L3\sin(\theta_2)\sin(\theta_3) + L2\cos(\theta_2)$$

Donde, sera de ayuda despejar la función A en una suma de un termino por el seno de  $\theta_2$  y otro termino por el coseno del mismo angulo, de ese modo sera posible intentar obtener dicho angulo empleando un cambio a coordenadas polares:

$$A = \cos(\theta_2)[L3\cos(\theta_3) + L2] - \sin(\theta_2)[L3\sin(\theta_3)]$$

$\rho\cos(\alpha) = L3\cos(\theta_3) + L2$ $\rho\sin(\alpha) = L3\sin(\theta_3)$	$\rho = \sqrt{(L3\sin(\theta_3))^2 + (L3\cos(\theta_3) + L2)^2}$ $\alpha = \text{atan2}(L3\sin(\theta_3), L3\cos(\theta_3) + L2)$
---	--

Sustituyendo en la ecuacion A y empleando la formula del coseno del angulo suma, se podría definir:

$$A = \rho\cos(\theta_2)\cos(\alpha) - \rho\sin(\theta_2)\sin(\alpha) \rightarrow A = \rho\cos(\theta_2 + \alpha)$$

Despejando el valor del coseno  $\theta_3$  se obtendra:

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{A}{\rho}\right)^2}, \frac{A}{\rho}\right) - \alpha \quad (5)$$

De ese modo, la solución del problema cinemático inverso está formada por siguientes ecuaciones:

$$\theta_1 = \text{atan2}(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1)) = \text{atan2}\left(\frac{py}{A}, \frac{px}{A}\right) \\ \theta_2 = \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{A}{\rho}\right)^2}, \frac{A}{\rho}\right) - \alpha \\ \theta_3 = \beta - \text{atan2}(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3)) = \beta - \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{C-L2^2-L3^2}{2L2L3}\right)^2}, \frac{C-L2^2-L3^2}{2L2L3}\right)$$

### 2.3. Jacobiano del robot y analisis de puntos singulares

### 3. Obtencion de los parametros dinamicos del robot

Debido a que no se conocen los parametros dinamicos del robot, sera posible estimarlos mediante una serie de experimentos y aproximaciones. Se ha optado por aplicar el algoritmo de Newton-Euler, el cual es un procedimiento recursivo que se basa en la segunda ley de Newton. Este algoritmo nos dara los esfuerzos en las articulaciones.

Por tanto, trabajando con Matlab, si se definen todas esas variables del robot de manera simbolica y se corre el algoritmo, se obtendran los pares que sufren las articulaciones.

Las variables que se busca estimar del robot seran las siguientes:

$$I_{11} = \begin{bmatrix} I_{11xx} & I_{11xy} & I_{11xz} \\ I_{11yx} & I_{11yy} & I_{11yz} \\ I_{11zx} & I_{11zy} & I_{11zz} \end{bmatrix}$$

$$I_{22} = \begin{bmatrix} I_{22xx} & I_{22xy} & I_{22xz} \\ I_{22yx} & I_{22yy} & I_{22yz} \\ I_{22zx} & I_{22zy} & I_{22zz} \end{bmatrix}$$

- HABLAR UN POCO DE LA NECESIDAD DE ESTIMAR LOS PARAMETROS DE NEWTON EULER
- HABLAR DE COMO SE OBTUVO GAMMA SIM Y TETHA SIM
- HABLAR DE LA SIMPLIFICACION A PARAMETROS LI
- HABLAR DE LOS EXPERIMENTOS DE LOS SENOS
- HABLAR DE LA OPTIMIZACION Y ESTIMACION DE LOS PARAMETROS
- CONTRUCCION DEL MODELO A PARTIR DE LOS PARAMETROS
- COMPARATIVA ROBOT REAL Y MODELOS. CONCLUSIONES

#### 3.1. Obtencion del modelo para estimar los parametros

#### 3.2. Estimacion de parametros dinamicos

#### 3.3. Calculos estadisticos

#### 3.4. Analisis de resultados

## **4. Control Cinematico del robot**

- HABLAR SOBRE QUE ES EL CONTROL CINEMATICO Y LAS MOVIDAS DE LOS GENERADORES DE TRAYECTORIAS
- TIPOS DE TRAYECTORIAS. COMO LA GENERAMOS
- INTERPOLADORES DE TRAYECTORIAS
- IMPLEMENTACION, GRAFICAS Y CONCLUSIONES

### **4.1. Generador de trayectorias punto a punto**

### **4.2. Generador de trayectorias lineal**

### **4.3. Pruebas y conclusiones**



## **5. Control Dinámico del brazo**

**5.1. Obtencion del modelo lineal de las articulaciones del brazo**

**5.2. Diseño de controladores**

**5.3. FANTASIA VARIADA DE GIL**

## **6. Anexos**

- 6.1. Conclusiones (A LO MEJON SI A LO MEJON NO)**
- 6.2. Codigos de programacion**
- 6.3. Montajes en Simulink**