

CONTROL Y PROGRAMACIÓN DE ROBOTS

Proyecto de robots manipuladores

Grado en Ingeniería Electrónica, Mecatrónica y Robótica



Autores: Montes Grova, Marco Antonio
Lozano Romero, Daniel
Mérida Floriano, Javier

Índice

1. Introducción al proyecto	3
2. Analisis Cinematico del brazo	4
2.1. Modelo Cinematico Directo	4
2.1.1. Parametros y estudio del MCD según Denavit-Hartenberg	4
2.1.2. Matrices de transformación homogéneas del robot	4
2.1.3. Ecuaciones simbólicas del MCD	4
2.2. Modelo Cinematico Inverso	5
2.3. Jacobiano del robot y analisis de puntos singulares	6
3. Analisis Dinamico del brazo	6
3.1. Obtencion Modelo Dinamico mediante Newton-Euler	6
4. Obtencion de los parametros dinamicos del robot	7
4.1. Obtencion del modelo para estimar los parametros	7
4.2. Estimacion de parametros dinamicos	7
4.3. Calculos estadisticos	7
4.4. Analisis de resultados	7
5. Control Cinematico del robot	8
5.1. Generador de trayectorias punto a punto	8
5.2. Generador de trayectorias lineal	8
5.3. Pruebas y conclusiones	8
6. Control Dinámico del brazo	9
6.1. Obtencion del modelo lineal de las articulaciones del brazo	9
6.2. Diseño de controladores	9
6.3. FANTASIA VARIADA DE GIL	9
7. Anexos	10
7.1. Conclusiones (A LO MEJON SI A LO MEJON NO)	10
7.2. Codigos de programacion	10
7.3. Montajes en Simulink	10

1. Introducción al proyecto

Como objetivo de este trabajo se encuentra el análisis cinemático y dinámico, así como la estimación de ciertos parámetros dinámicos del robot, como pueden ser inercias o fricciones viscosas. Además de ello, se diseñará un control cinemático y dinámico del brazo robótico.

El brazo de análisis será del tipo RRR, es decir, las tres articulaciones rotacionales.

El robot que se va a estudiar, representado por la estructura de la portada de este trabajo, posee los siguientes parámetros estructurales:

$$L_0 = 0,60m \quad L_1 = 0,60m \quad L_2 = 1,00m \quad L_3 = 0,80m$$

Además, también vienen dados los valores de factores de reducción de velocidad y constantes de par de los motores:

$$R_1 = 50; R_2 = 30; R_3 = 15$$

$$K_{t1} = 0,5 \frac{Nm}{A}; K_{t2} = 0,4 \frac{Nm}{A}; K_{t3} = 0,35 \frac{Nm}{A}$$

En primer lugar, se desarrollará un análisis cinemático del brazo robótico, tanto directo como inverso, es decir, se habrá la posición cartesiana del efector final en función de las variables articulares del brazo y viceversa.

Tras ello, será necesario estimar los parámetros dinámicos del brazo, ya que únicamente se conocen las longitudes del mismo. Se obtendrán diferentes parámetros en función de las condiciones supuestas para el brazo, principalmente las condiciones que se emplearán serán:

- Robot con medidas ideales con reductoras.
- Robot con medidas ideales de accionamiento directo.
- Robot con medidas reales con reductoras.
- Robot con medidas reales de accionamiento directo.

Para el robot con medidas reales, se evaluará qué condición es más favorable. Por ejemplo, si se obtiene un mejor modelo matemático del robot empleando únicamente encoders que conozcan las posiciones de las variables articulares y derivando numéricamente para conocer las velocidades y las aceleraciones de las mismas, o el caso en el que se empleen encoders que conozcan la posición y tacómetros que conozcan las velocidades pero derivando numéricamente para obtener las aceleraciones.

Una vez se hayan obtenido los modelos matemáticos de las articulaciones de los robots, se diseñará un control cinemático del mismo. El cual será un generador de trayectorias que, a partir de una posición inicial, una posición real, un número de puntos y un tiempo en que se desea que vaya de un punto a otro, generará una trayectoria de las variables articulares del robot.

Por último, se diseñarán una serie de controladores dinámicos del robot, en los cuales se observe la mejora o empeora de los mismos en función del robot empleando frente a otros.

2. Analisis Cinematico del brazo

2.1. Modelo Cinematico Directo

2.1.1. Parametros y estudio del MCD según Denavit-Hartenberg

Uno de los modos de estudio del problema cinemático directo de un robot, es el procedimiento de Denavit-Hartenberg, el cual se basa en la realización de cambios de base empleando las matrices de transformación homogéneas. Siguiendo una serie de pasos, se llegará a obtener los siguientes parámetros que definen la cinemática directa del robot.

Articulación	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	$L0+L1$	0	$\frac{\pi}{2}$
2	θ_2	0	L2	0
3	θ_3	L3	L2	0

2.1.2. Matrices de transformación homogéneas del robot

A continuación, se mostrarán las matrices de transformación homogéneas que definen los cambios de base que han hecho posible relacionar el sistema de referencia base con el del efector final. La matriz de transformación homogénea que relaciona un sistema de referencia con el siguiente se define cómo:

$${}^{i-1}A_i = Rotz(\theta_i) * T(0, 0, d_i) * T(d_i, 0, 0) * Rotx(\alpha_i) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Ahora que se ha definido la matriz general, se definirán las matrices de transformación homogéneas de cada cambio de base de robot:

$${}^0A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L0 + L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & L2\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & L2\sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & L3\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & L3\sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.1.3. Ecuaciones simbólicas del MCD

A partir de éstos parámetros será posible obtener las matrices de transformación homogéneas asociada a cada traslación y giro de sistema de referencia. Si pre-multiplicamos las matrices desde la base hasta el punto final del brazo, efector final, la matriz de transformación obtenida será:

$${}^3T_0 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ \sin(\theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_2 + \theta_3) & 0 & L0 + L1 + L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dónde se puede extraer que la matriz de orientación del efector final y la posición del mismo respecto al sistema de referencia de la base son:

$$noa = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & -\sin(\theta_2 + \theta_3)\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_2 + \theta_3) & 0 \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ \sin(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ L0 + L1 + L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2) \end{pmatrix}$$

2.2. Modelo Cinematico Inverso

En lo que a la resolución del modelo cinemático inverso del robot respecta, se basará en obtener los valores de las variables articulares a partir de la posición del efector final. Por tanto partiremos de las ecuaciones del vector p:

$$\begin{aligned} px &= \cos(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ py &= \sin(\theta_1)[L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)] \\ pz &= L0 + L1 + L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2) \end{aligned}$$

Para obtener las ecuaciones que definen el valor de θ_1, θ_2 y θ_3 , se trabajará con las funciones que definen px, py y pz. Los ángulos será necesario definirlos empleando la función atan2 de *Matlab*, ya que de ese modo se distinguirá en qué cuadrante se encuentra la tangente.

Por tanto el objetivo es obtener el valor del seno y el coseno de cada ángulo.

Se comenzará obteniendo el valor de θ_1 , para ello se define:

$$A = \sqrt{px^2 + py^2} = L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2)$$

de ese modo, se obtiene θ_1 cómo:

$$\theta_1 = \text{atan2}(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1)) = \text{atan2}\left(\frac{py}{A}, \frac{px}{A}\right) \quad (3)$$

Para obtener el valor de θ_3 , se comenzará a partir de pz y, se definirá la siguiente variable auxiliar:

$$B = pz - L1 - L0 = L3\sin(\theta_2 + \theta_3) + L2\sin(\theta_2)$$

Si trabajamos con las dos variables auxiliares creadas, A y B, y se crea la nueva variable C, se conseguirá obtener el valor del ángulo deseado:

$$C = A^2 + B^2 = L2^2 + 2L2L3\cos(\theta_3) + L3^2$$

Cómo último paso para obtener el valor de θ_3 , se despejara el valor del coseno del mismo:

$$(\cos(\theta_3)) = \frac{C - L2^2 - L3^2}{2L2L3}$$

Por tanto, θ_3 se define como:

$$\theta_3 = \beta - \text{atan2}(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3)) = \beta - \text{atan2}\left(\pm \sqrt{1 - \left(\frac{C - L2^2 - L3^2}{2L2L3}\right)^2}, \frac{C - L2^2 - L3^2}{2L2L3}\right) \quad (4)$$

Por último, se hayará el valor de la variable articular θ_2 , para ello, partiremos de la ecuación A y se desarrollará empleando la ecuación del coseno del ángulo doble. La ecuación quedará de la forma:

$$A = L3\cos(\theta_2 + \theta_3) + L2\cos(\theta_2) = L3[\cos(\theta_2)\cos(\theta_3) - \sin(\theta_2)\sin(\theta_3)] + L2\cos(\theta_2) =$$

$$L3\cos(\theta_2)\cos(\theta_3) - L3\sin(\theta_2)\sin(\theta_3) + L2\cos(\theta_2)$$

Donde, sera de ayuda despejar la función A en una suma de un termino por el seno de θ_2 y otro termino por el coseno del mismo angulo, de ese modo sera posible intentar obtener dicho angulo empleando un cambio a coordenadas polares:

$$A = \cos(\theta_2)[L3\cos(\theta_3) + L2] - \sin(\theta_2)[L3\sin(\theta_3)]$$

$\rho\cos(\alpha) = L3\cos(\theta_3) + L2$ $\rho\sin(\alpha) = L3\sin(\theta_3)$	$\rho = \sqrt{(L3\sin(\theta_3))^2 + (L3\cos(\theta_3) + L2)^2}$ $\alpha = \text{atan2}(L3\sin(\theta_3), L3\cos(\theta_3) + L2)$
---	--

Sustituyendo en la ecuacion A y empleando la formula del coseno del angulo suma, se podría definir:

$$A = \rho\cos(\theta_2)\cos(\alpha) - \rho\sin(\theta_2)\sin(\alpha) \rightarrow A = \rho\cos(\theta_2 + \alpha)$$

Despejando el valor del coseno θ_3 se obtendra:

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{A}{\rho}\right)^2}, \frac{A}{\rho}\right) - \alpha \quad (5)$$

De ese modo, la solución del problema cinemático inverso está formada por siguientes ecuaciones:

$$\theta_1 = \text{atan2}(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1)) = \text{atan2}\left(\frac{py}{A}, \frac{px}{A}\right)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{A}{\rho}\right)^2}, \frac{A}{\rho}\right) - \alpha$$

$$\theta_3 = \beta - \text{atan2}(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3)) = \beta - \text{atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{C-L2^2-L3^2}{2L2L3}\right)^2}, \frac{C-L2^2-L3^2}{2L2L3}\right)$$

2.3. Jacobiano del robot y analisis de puntos singulares

3. Analisis Dinamico del brazo

3.1. Obtencion Modelo Dinamico mediante Newton-Euler

4. Obtencion de los parametros dinamicos del robot

- 4.1. Obtencion del modelo para estimar los parametros
- 4.2. Estimacion de parametros dinamicos
- 4.3. Calculos estadisticos
- 4.4. Analisis de resultados

5. Control Cinematico del robot

5.1. Generador de trayectorias punto a punto

5.2. Generador de trayectorias lineal

5.3. Pruebas y conclusiones

6. Control Dinámico del brazo

6.1. Obtencion del modelo lineal de las articulaciones del brazo

6.2. Diseño de controladores

6.3. FANTASIA VARIADA DE GIL

7. Anexos

7.1. Conclusiones (A LO MEJON SI A LO MEJON NO)

7.2. Codigos de programacion

7.3. Montajes en Simulink