



BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

FORTGESCHRITTENEN PRAKTIKUM

Lebensdauer von Myonen der Höhenstrahlung

Verfasser:

Henrik JÜRGENS

Frederik STROTHMANN

Tutor:

Philipp PAPENBREER

Abstract:

Ziel dieses Versuches ist es die Myonen-Lebensdauer mit einem statistischen Fehler von unter 5 % und möglichst geringem systematischen Fehler zu bestimmen

Bereich	max. %	+ / 0 / -	erreicht %
Einleitung & Theorie	15		
Durchführung Auswertung phys. Diskussion Zusammenfassung	70		
Formales	15		
Note			

4. September 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Standardmodell	2
2.2	Zerfallskanäle von μ , π und K	3
2.3	Myonen Lebensdauer	5
2.4	Relativistische Effekte	5
2.5	Bethe-Bloch-Formel	6
2.6	Szitillationszähler	6
3	Versuchsaufbau	6
3.1	Diskriminator	7
3.2	Analog-Digital-Konverter	8
3.3	Delay	8
3.4	Time-to-Amplitude-Converter(TAC)	8
3.5	Multi-Channel-Analyser	8
4	Versuchsdurchführung	8
4.1	Hochspannung der Photomultiplier	8
4.2	Schwellspannung	11
4.3	Delay	11
4.4	Kanal-Zeit-Eichung	13
4.5	Messung der mittleren Lebensdauer	15
4.5.1	Maximum Likelihood Methode	15
5	Auswertung	16
6	Diskussion	17
7	Fazit	18
8	Anhang	19

1 Einleitung

In diesem Versuch soll die mittlere Lebensdauer von Myonen der Höhenstrahlung mithilfe von Plastik-Szintillationszählern und Photoervielfachern kurzer Anstiegszeit bestimmt werden. Es werden also relativistische Myonen, welche aus Spallationsprozessen von kosmischer Strahlung mit Teilchen in der oberen Atmosphäre stammen, detektiert. Die relativ lange Lebensdauer des Myons deutet dabei auf einen schwachen Zerfall hin. Ziel des Versuches ist es einen möglichst geringen statistischen Fehler und einen kleinen systematischen Fehler zu erreichen. Mit den Szintillationszählern ist es möglich Zerfallszeiten bis zu 10 ns zu bestimmen. Dabei ist die Eichung des Aufbaus eine entscheidende Voraussetzung für eine erfolgreiche Messung.

2 Theorie

Die wichtigsten theoretischen Grundlagen für diesen Versuch werden im folgenden zusammengefasst.

2.1 Standardmodell

Das Standardmodell der Teilchenphysik drei der vier Grundlegenden Wechselwirkungen (WW), die schwache WW, die elektromagnetische WW und die Starke WW. Die Kräfte wechselwirken über Vektorbosonen, welche einen ganzzahligen Spin haben. In Tabelle 1 ist eine Übersicht der drei Kräfte zu sehen.

Tabelle 1: In der Tabelle sind die Grundlegenden WW (außer der Gravitation) und ihre Eigenschaften aufgetragen (entnommen [5] Seite 274)

Wechselwirkung	koppelt an	Austauschteilchen	$\frac{m_0}{GeV}$	J^P
stark	Farbe	8 Gluonen (g)	0	1^-
elektromagnetisch	elektrische Ladung	Photon (γ)	0	1^-
schwach	schwache Ladung	W^\pm, Z^0	$\approx 10^2$	1

Neben den Bosonen gibt es noch zwei weitere fundamentale Teilchenarten die Quarks und die Leptonen, welche die Grundbausteine der Materie darstellen. Beide gehören zu den Fermionen, haben also einen halbzahligen Spin. Leptonen und Quarks werden mit aufsteigender Masse in drei Generationen aufgeteilt. In Tabelle 2 sind Quarks und Leptonen mit ihren Eigenschaften dargestellt.

Tabelle 2: Übersicht der Grundlegenden Eigenschaften von Quarks und Leptonen

Fermionen	Familie			elektrische Ladung	Farbe	schwacher Isospin		Spin
	1	2	3			rechtsh.	linksh.	
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ	0	—	1/2	—	1/2
	e	μ	τ	-1			0	
Quarks	u	c	t	+2/3	r,g,b	1/2	0	1/2
	d	s	b	-1/3			0	

2.2 Zerfallskanäle von μ , π und K

Im Folgenden sind die Zerfallskanäle von μ , π und K bzw. in diesem Fall die wahrscheinlichsten Zerfallsprodukte dargestellt. (vgl. [4] Seite 406 ff.)

Tabelle 3: Zerfallskanäle von μ , π und K

Particle	J^P	$\frac{m_0}{\text{MeV}}$	$\frac{\tau}{\text{s}}$	Decay	Fraction
μ^\pm	$\frac{1}{2}$	105.6595(± 2)	$2.1971(\pm 1) \times 10^{-6}$	$e\nu\bar{\nu}$	100 %
π^\pm	0^-	139.567(± 1)	$2.603(\pm 2) \times 10^{-8}$	$\mu\nu$	$\simeq 100$ %
π^0	0^-	134.963(± 4)	$0.83(\pm 6) \times 10^{-16}$	$\gamma\gamma$	98.8 %
				$\gamma e^+ e^-$	1.17 %
K^\pm	0^-	493.67(± 2)	$1.237(\pm 3) \times 10^{-8}$	$\mu^\pm \nu$	63.5 %
				$\pi^\pm \pi^0$	21.2 %
				$\pi^\pm \pi^+ \pi^-$	5.6 %
				$\pi^\pm \pi^0 \pi^0$	1.7 %
				$\mu^\pm \pi^0 \nu$	3.2 %
				$e^\pm \pi^0 \nu$	4.8 %
K^0, \bar{K}^0	0^-	497.7(± 1)	$K_S : 0.892(\pm 2) \times 10^{-10}$ $K_L : 5.18(\pm 4) \times 10^{-8}$		
K_S				$\pi^+ \pi^-$	68.6 %
				$\pi^0 \pi^0$	31.3 %
K_L				$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	21.5 %
				$\pi^+ \pi^- \pi^0$	12.6 %
				$\pi \mu \nu$	26.8 %
				$\pi e \nu$	38.8 %

τ entspricht dabei der mittleren Lebensdauer. Das Feynman-Diagramm für den Zerfall eines Myuons ist in Abb. 1 dargestellt. (vgl. [1])

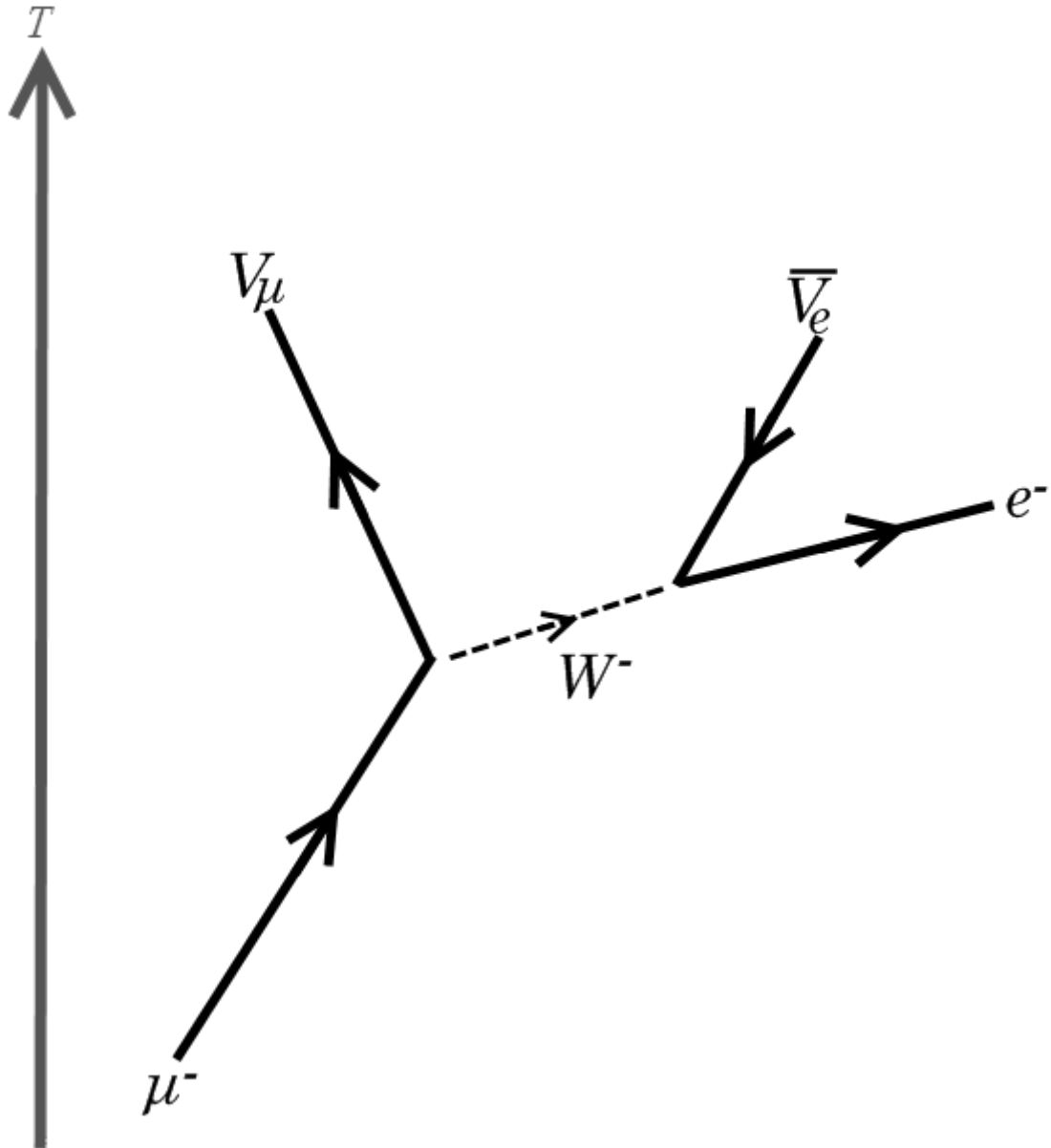


Abbildung 1: Myon Zerfallskanal

Pionen sind aus einem u-d Paar aufgebaut und Kaonen aus einem u-s oder d-s Paar. Die Teilchen mit unterschiedlichen Indizes unterscheiden sich in der Kombination von Quark und Antiquark, auf die hier nicht genauer eingegangen werden soll. Myonen entstehen in etwa 10 bis 15 km Höhe aus Zerfällen von Pionen und Kaonen. Kosmische Strahlung besteht zu einem großen Teil aus Spallationsprozessen von Protonen (z.B. aus Sonnenwinden) in der oberen Atmosphäre. Die Targets werden aufgrund der hohen Energie von den Protonen zerschlagen und es entsteht ein sogenannter Teilchenschauer. In Abb. 2 ist ein solcher Schauer dargestellt. (vgl. [3])

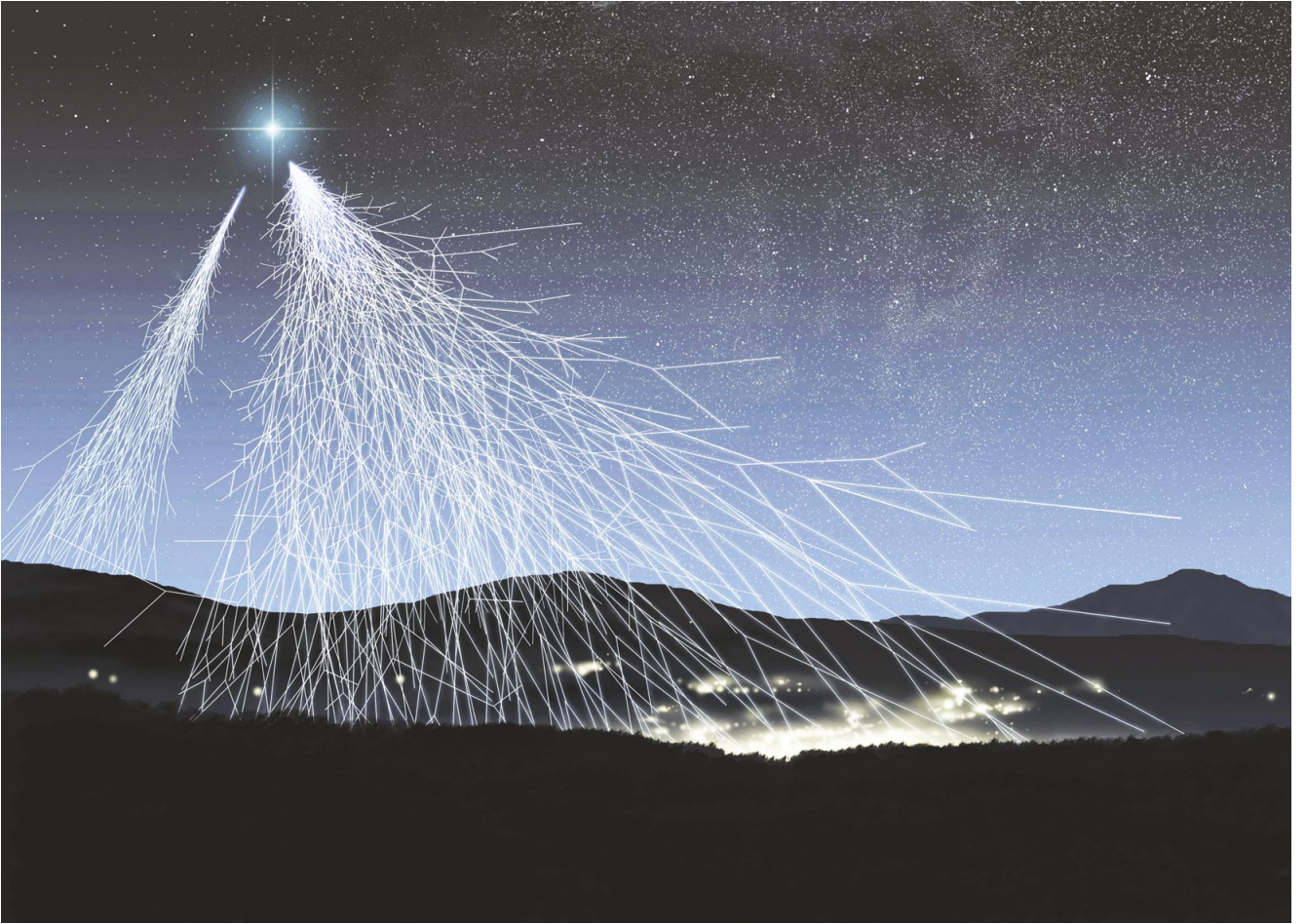


Abbildung 2: Teilchenschauer

2.3 Myonen Lebensdauer

Myonen sind Fermionen, welche zur Familie der Leptonen gehören. Sie entstehen durch Reaktionen hochenergetischer kosmischer Strahlung mit Atomen und Molekülen in der oberen Atmosphäre. Bei diesen Reaktionen entstehen kurzlebige Pionen und Kaonen, welche zu einem großen Teil in Myonen zerfallen. Bevor diese weiter Zerfallen, können sie aufgrund der Zeitdilatation zum Großteil die Erdoberfläche erreichen (vgl. Tabelle 3). Die Zerfallsrate von Myonen ist Zeitunabhängig, sodass die Zerfallszeit einer Exponentialverteilung folgt. Bei einer Gesamtzahl von $N_0 = N(t_0)$ Myonen zu einer Zeit $t_0 := 0$ s gilt also:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

2.4 Relativistische Effekte

Aus Tabelle 3 liest man eine Myonen Lebensdauer von $2.1971 \mu\text{s}$ ab. Klassisch hätte das Myon mit annähernder Lichtgeschwindigkeit also eine Reichweite von ungefähr 600 m, sodass nur sehr wenige Myonen die Erdoberfläche erreichen könnten. Allerdings spielen bei ca. 99.5 % der Lichtgeschwindigkeit relativistische Effekte eine große Rolle (vgl. [2]). Durch die Zeitdilatation

vergeht die Zeit des Myons aus der Sicht eines Beobachters im Laborsystem langsamer:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

Dabei entspricht t' der beobachteten Zeitspanne im Laborsystem, t der vergangenen Zeitspanne im Ruhesystem und v der Geschwindigkeit des Myons im Laborsystem. Im System der Myonen ergibt sich dagegen aufgrund der hohen Relativgeschwindigkeit eine Längenkontraktion. Unabhängig von der Betrachtungsweise ergibt sich, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen der Myonen auf der Erdoberfläche deutlich steigt, sodass genügend Myonen die Erdoberfläche erreichen.

2.5 Bethe-Bloch-Formel

Die Bethe-Bloch-Formel beschreibt den Energieverlust pro Weglängeneinheit schneller und – verglichen mit einem Elektron – schwerer geladener Teilchen beim Durchgang durch Materie durch inelastische Stöße mit den Elektronen, wodurch eine Anregung oder Ionisation des Materials bewirkt wird. Die genaue Formel wird in diesem Versuch nicht benötigt und kann ggf. in geeigneter Fachliteratur nachgeschlagen werden. Teilchen in der Nähe des Minimums der Bethe-Bloch-Formel werden minimalionisierende Teilchen genannt, und ihr Energieverlust kann als näherungsweise konstant angesehen werden. Myonen der Höhenstrahlung können in diesem Versuch als minimalionisierende Teilchen betrachtet werden, da sie, bevor sie in den Eisen-Filter eintreten, eine Energie von ca. 1 GeV ($\sim 99.5\%$ der Lichtgeschwindigkeit) besitzen, welche in der Bethe-Bloch-Formel für Myonen etwas über dem Minimum liegt.

2.6 Szintillationszähler

Szintillationszähler werden zum detektieren von Strahlung verwendet. Sie sind aus einem Materialien aufgebaut, welche von ionisierender Strahlung angeregt werden können und die absorbierte Energie in Form von Photonen abstrahlen. Sie müssen gegen äußeren Lichteinfall geschützt werden. Bestenfalls ist dabei die Intensität des abgestrahlten Lichtes direkt proportional zur Energie der einfallenden Strahlung. Dabei ist zu beachten, dass jeder Szintillator eine gewisse Totzeit besitzt, sodass nur Ereignisse, deren Zeitdifferenz größer als die Totzeit des Szintillationszählers ist, detektiert werden können. Die abgestrahlten Photonen werden meistens mit Photomultipliern verstärkt, um die Lichtintensitäten in messbare Stromstärken, welche über eine Analog-Digital-Konverter digitalisiert und an den Computer weitergegeben werden können, umzusetzen.

3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 zu sehen. Die Hauptbestandteile sind die vier Szintillatoren (PM 1-4), welche jeweils noch mit einem Photomultiplier verbunden sind.

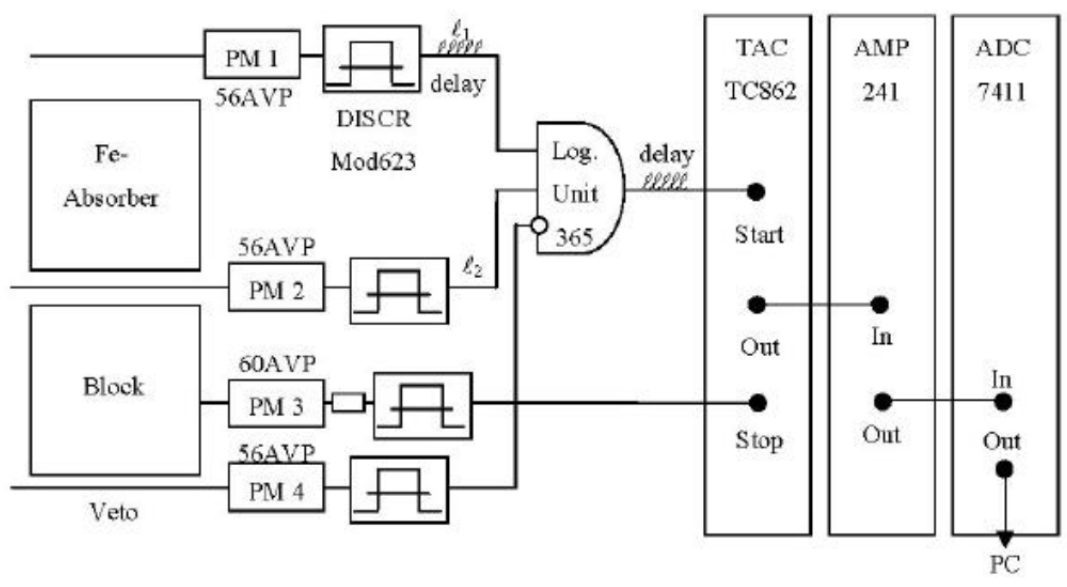


Abbildung 3: Schaltskizze des Versuchsaufbaus

Der Szintillator für die Registrierung der Myonen ist PM3, es handelt sich um einen 25x25x25 cm³ Plastikblock-Szintillator. PM1, PM2 und PM4 sind Flach-Szintillatoren, wobei PM4 als Veto fungiert, so dass nur Ereignisse die von PM3 noch registriert werden, jedoch nicht von PM4. PM1, PM2 und PM4 sind über eine logische Einheit an den Start-Pin des TAC angeschlossen. Der TAC wird gestartet, falls PM1 und PM2 ein Ereignis registrieren und PM4 keins registriert. Wenn PM4 das Myon registriert, wird der TAC nicht gestartet, da das Myon dann nicht zerfallen ist. PM3 ist über den Photomultiplier an den Stop-Pin des TAC angeschlossen, sodass, nachdem die Diskriminatorschwelle auf die zweite Einstellung gestellt wurde, nur der Zerfall des Myons zu einem Signal führt. Das Signal des TAC wird an einen Verstärker (AMP) weitergeleitet, welche das Signal an einen Analog-Digital-Konverter (ADC) weitergibt. Es wurde ein Delay eingebaut, da die Szintillatoren ein unterschiedliches Baujahr haben (größere Auflösungszeit) und sich die Kabellänge unterscheidet. Neben dem Universitätsgebäude wird ein Eisenblock als Absorber verwendet, wodurch Teilchen niedriger Energie nahezu vollständig absorbiert werden und sich das Energiespektrum nach oben verschiebt. Der Vorteil des Absorbers ist, das andere Strahlung fast vollständig geblockt wird.

3.1 Diskriminator

Ein Diskriminator wandelt ein analoges Signal in ein digitales Signal mit einer Auflösung von einem Bit um. Es kann eine untere Schranke eingestellt werden, ab welcher eine 0 ausgegeben wird. Zusätzlich kann auch eine obere Schranke eingestellt werden, sodass nur bei einer Spannung zwischen den Schranke eine 1 ausgegeben wird. Es ist auch einstellbar wie lange das Signal ausgegeben wird.

3.2 Analog-Digital-Konverter

Ein Analog-Digital-Konverter wandelt ein analoges Spannungssignal in ein digitales Spannungssignal um. Das Auflösungsvermögen wird in Bit angegeben. Je größer die Anzahl der Bits, desto kleinschrittiger kann das analoge Signal aufgelöst werden. Die Umsetzungsgeschwindigkeit gibt an, wie lange es dauert eine Änderung des analogen Signals zu digitalisieren.

3.3 Delay

Da verschiedene Signale nahezu zeitgleich ankommen müssen, werden einzelne Signale mit einem Delay versehen, um dies zu erreichen. Der Delay wird meistens über längere Kabel realisiert.

3.4 Time-to-Amplitude-Converter(TAC)

Ein TAC wird verwendet, um den zeitlichen Abstand zwischen zwei Ereignissen zu bestimmen. Dafür wird beim Eintreffen eines Startsignals ein Kondensator linear aufgeladen, bis ein Stoppsignal den Strom stoppt und die Spannung an den Ausgang weitergegeben wird. Dadurch erhält man einen Spannungspuls der proportional zur Zeitdifferenz zwischen Start- und Stoppsignal ist. Als Besonderheit sei noch erwähnt, dass der TAC im Jahr 1942 von Bruno Rossi zur Bestimmung der Lebensdauer von Myonen erfunden wurde.

3.5 Multi-Channel-Analyser

Mit einem Multi-Channel-Analyser werden Folgen von elektrischen Impulsen abhängig von der Größe einem Kanal zugeordnet und gezählt. Diese Daten können als Histogramm dargestellt werden, wobei jedem Kanal ein Energieintervall zugeordnet wird.

4 Versuchsdurchführung

Im folgenden wird erläutert, wie in diesem Versuch vorgegangen wird und was dabei zu beachten ist.

4.1 Hochspannung der Photomultiplier

Ein exaktes Einstellen der Photomultiplier ist essenziell für eine gute Messung. Die Spannungen von PM2 und PM4 sollen dabei einen Wert von 2200 V nicht überschreiten. Die Spannung von PM1 soll 2000V nicht übersteigen. Der Arbeitspunkt von PM3 liegt im Bereich von 2700-3000 V, wobei ein Wert von 3000V nicht überschritten werden soll. Für die Bestimmung des optimalen Arbeitspunktes wird die Schwelle des Diskriminators auf einen möglichst geringen Wert eingestellt. Es wird der Logarithmus der Zählrate in Abhängigkeit der Spannung untersucht und nach dem Punkt, an dem die Steigung abknickt gesucht, da sich der Photomultiplier dann am optimalen Arbeitspunkt befindet. Die Zählrate wird logarithmisch aufgetragen, wobei ein

^{60}Co -Präparat verwendet wird, um die Zählrate zu erhöhen. Die aufgenommenen Spannungskennlinien sind in Abbildung 4 bis 7 zu sehen.

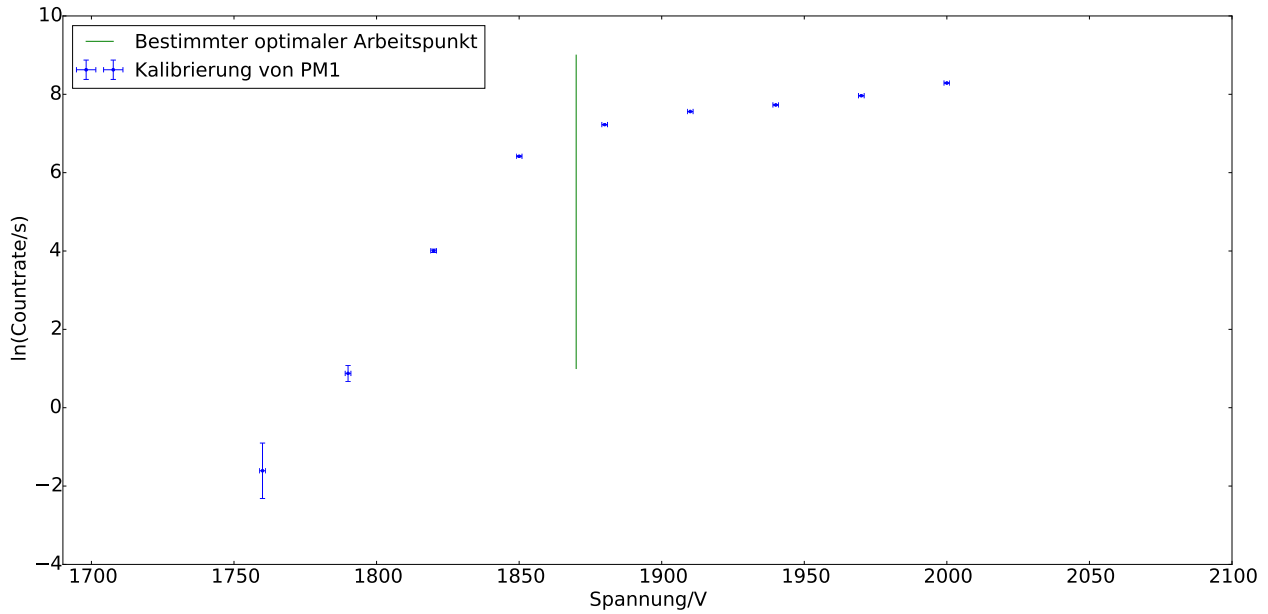


Abbildung 4: Messung der Zählrate in Abhängigkeit der Spannung für die ersten Photomultiplier. Es wurde ein ^{60}Co -Präparat verwendet, um die Zählrate zu erhöhen. Der Abknick wurde bei einer Spannung von 1870V bestimmt.

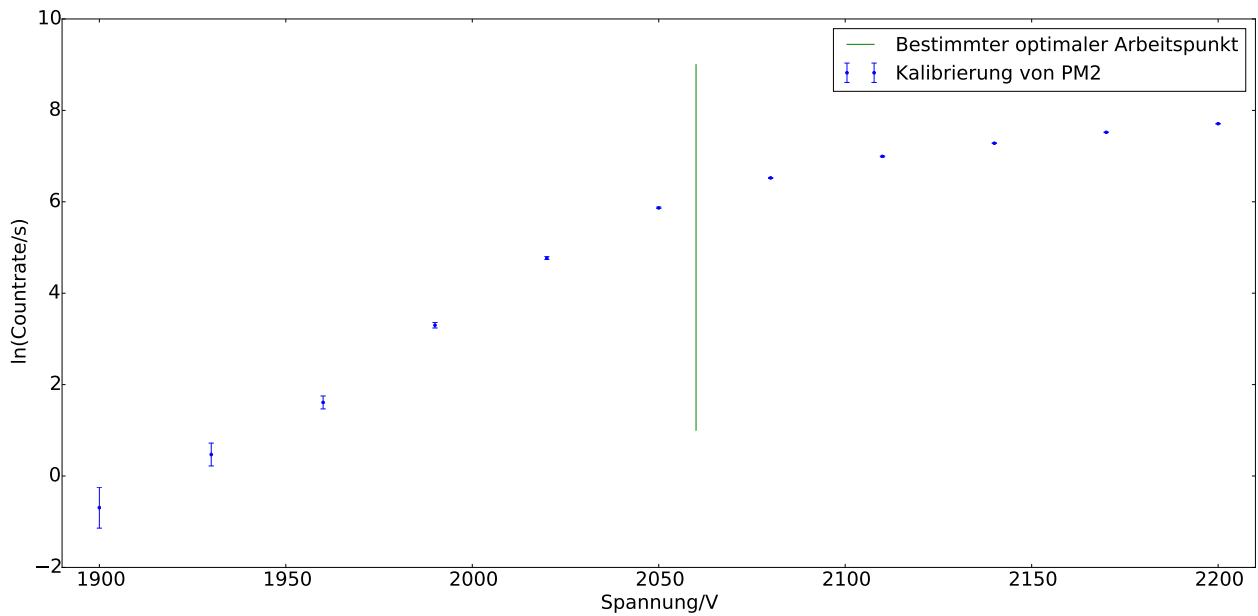


Abbildung 5: Messung der Zählrate in Abhängigkeit der Spannung für die zweiten Photomultiplier. Es wurde ein ^{60}Co -Präparat verwendet, um die Zählrate zu erhöhen. Der Abknick wurde bei einer Spannung von 2060V bestimmt.

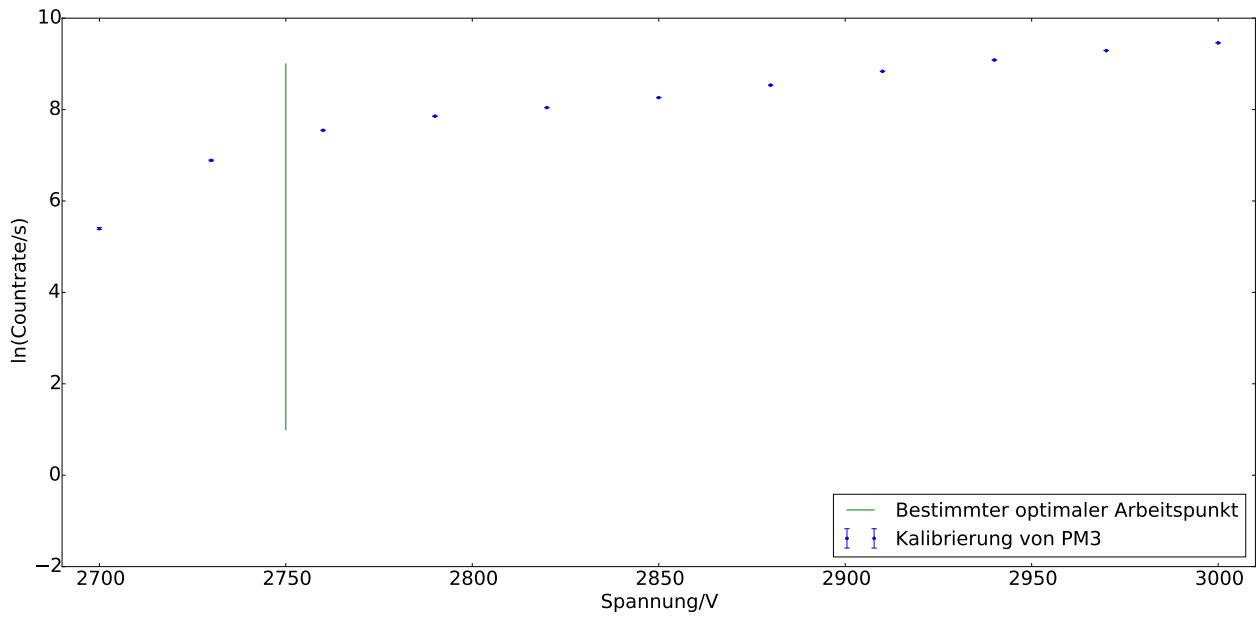


Abbildung 6: Messung der Zählrate in Abhängigkeit der Spannung für die dritten Photomultiplier. Es wurde ein ^{60}Co -Präparat verwendet, um die Zählrate zu erhöhen. Der Abknick wurde bei einer Spannung von 2750V bestimmt.

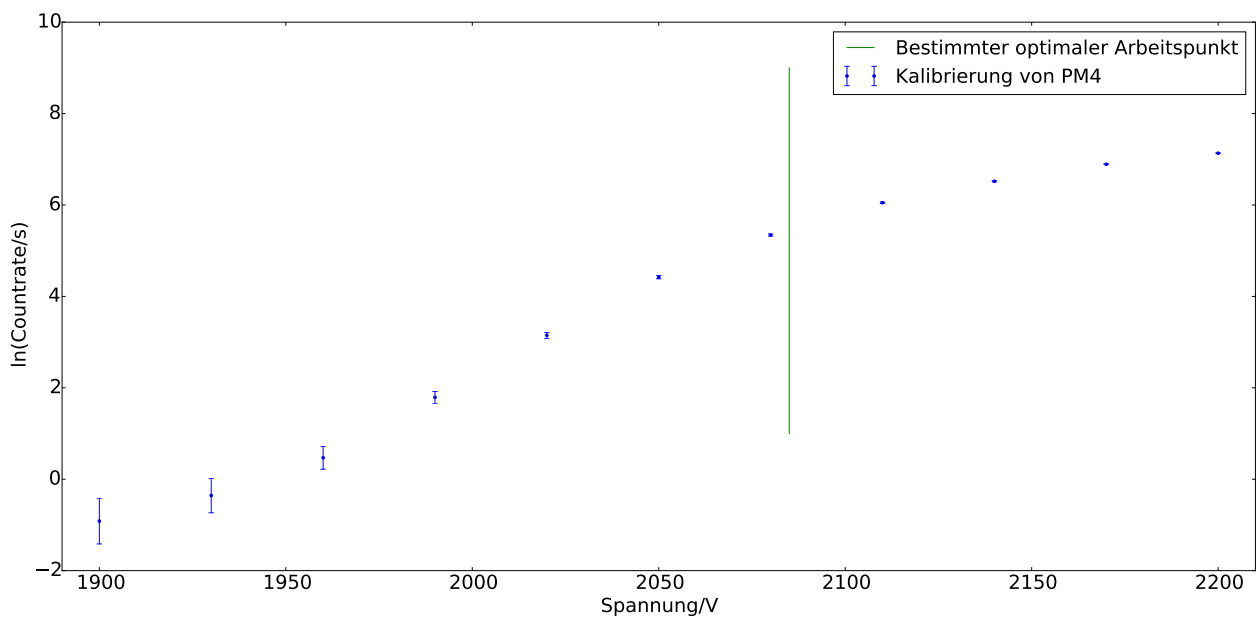


Abbildung 7: Messung der Zählrate in Abhängigkeit der Spannung für die vierten Photomultiplier. Es wurde ein ^{60}Co -Präparat verwendet, um die Zählrate zu erhöhen. Der Abknick wurde bei einer Spannung von 2085V bestimmt.

Die bestimmten Spannungen für die Photomultiplier sind in Tabelle 4 aufgetragen.

Tabelle 4: Verwendete Spannungen für die Photomultiplier

Photomultiplier	Spannung[V]
PM1	1870
PM2	2060
PM3	2750
PM4	2085

4.2 Schwellspannung

Mit den Szintillatoren soll minimal ionisierende Strahlung gemessen werden. Dafür werden die Schwellen etwas unterhalb des Energieverlustes der Flach-Szintillatoren, im Bereich von 1,2MeV eingestellt. Für die Justierung wird ein ^{60}Co Präparat verwendet. Die untere Schwelle für den Blockdiskriminator, im Bereich von 1,5-2MeV soll möglichst niedrig eingestellt werden, jedoch hoch genug, um den Untergrund der Praktikumsräume auszublenden. Dabei soll das Signal-Rausch-Verhältnis maximal werden.

4.3 Delay

Da PM1, PM2 und PM4 über eine logische Einheit verbunden sind, welche den TAC startet, muss sichergestellt werden, dass die Signale der drei Photomultiplier Zeitgleich ankommen. Die Zeitversetzung (Delay) der Signale wird über die Kabellänge () der Photomultiplier zur logischen Einheit eingestellt.

Es kann angenommen werden, dass die Signale von PM3 und PM4 zur selben Zeit ankommen, deshalb kann das Signal von PM3 gut als Referenz für die ersten beiden verwendet werden. Für die Bestimmung des Delays werden PM1 (bzw. PM2) und PM3 an die logische Einheit angeschlossen, jedoch ohne ein Veto. Es wird erwartet, dass sich ein Plateau ausbildet, das Delay in der Mitte des Plateaus ist die optimale Einstellung. Damit sich ein möglichst kleines Plateau ausbildet, müssen die Pulse der Diskriminatoren minimal sein. In Abbildung 8 ist zu sehen, dass für den ersten Photomultiplier kein eindeutiges Plateau identifiziert werden konnte. Deshalb wurde das Delay mit dem Oszilloskop bestimmt, dafür wurden die beide Signale beobachtet und das Delay so eingestellt, dass sich die Signale überlappen. Für den ersten Photomultiplier wurde so ein Delay von 9ns bestimmt. In Abbildung 9 sind die Messdaten für den zweiten Photomultiplier zu sehen. Im Bereich von 20 bis 28ns ist ein Plateau zu erkennen, das Delay wurde mit dem Wert (24ns) in der Mitte des Plateaus angenommen. Das Delay von 24ns für den zweiten Photomultiplier wurde zusätzlich noch mit dem Oszilloskop bestimmt und konnte so noch einmal bestätigt werden.

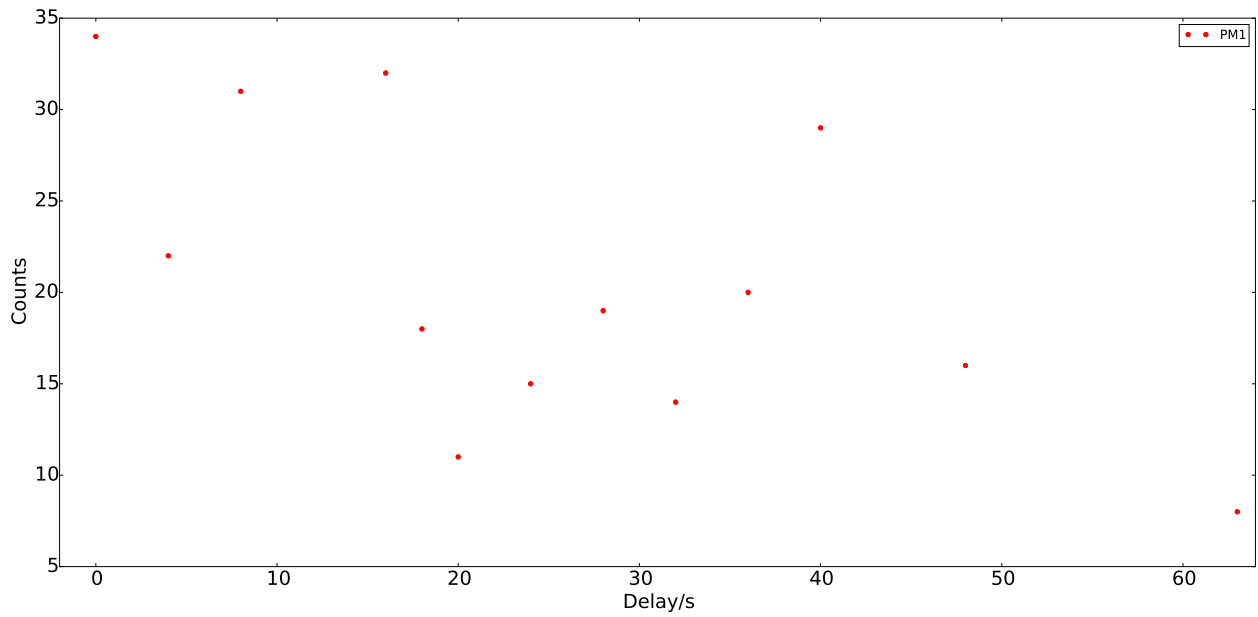


Abbildung 8: Counts in Abhängigkeit vom Delay für die ersten Photomultiplier, es ist kein eindeutiges Plateau zu erkennen. Deshalb wurde das Delay mit eine Oszilloskop vorgenommen und ein Delay von 9ns bestimmt.

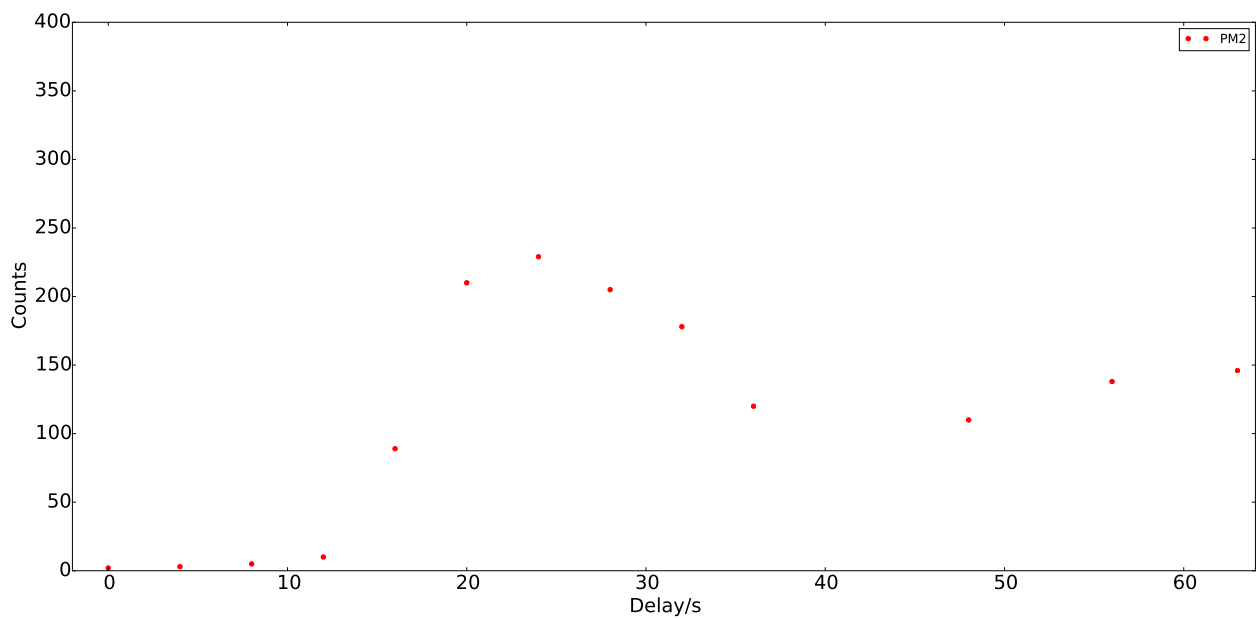


Abbildung 9: Counts in Abhängigkeit vom Delay für die ersten Photomultiplier, es ist im Bereich von 20 bis 28 ns zu erkennen. Das Delay wurde mit 24 ns, in der Mitte des Plateaus angenommen, dieser Wert wurde mit dem Oszilloskop zusätzlich verifiziert.

Es ergeben sich die Delays in Tabelle 5.

Tabelle 5: Optimal bestimmtes Delay für PM1 und PM2

Photomultiplier	Delay [ns]
PM1	9
PM2	24

Das Oszilloskopbild Abb. 10 zeigt, dass die Signale beim zweiten Photomultiplier übereinander liegen. Auffällig war, dass trotz Abschlusswiderstand verschobene Signale angezeigt wurden, die eigentlich nicht zu sehen sein sollten.



Abbildung 10: Oszilloskopbild Delay PMT 2

4.4 Kanal-Zeit-Eichung

Für eine genaue Bestimmung der Lebensdauer von Myonen ist eine exakte Zeiteichung extrem wichtig. Für die Zeiteichung wird ein TAC, ein dual Timer und ein Oszilloskop verwendet. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 11 zu sehen.

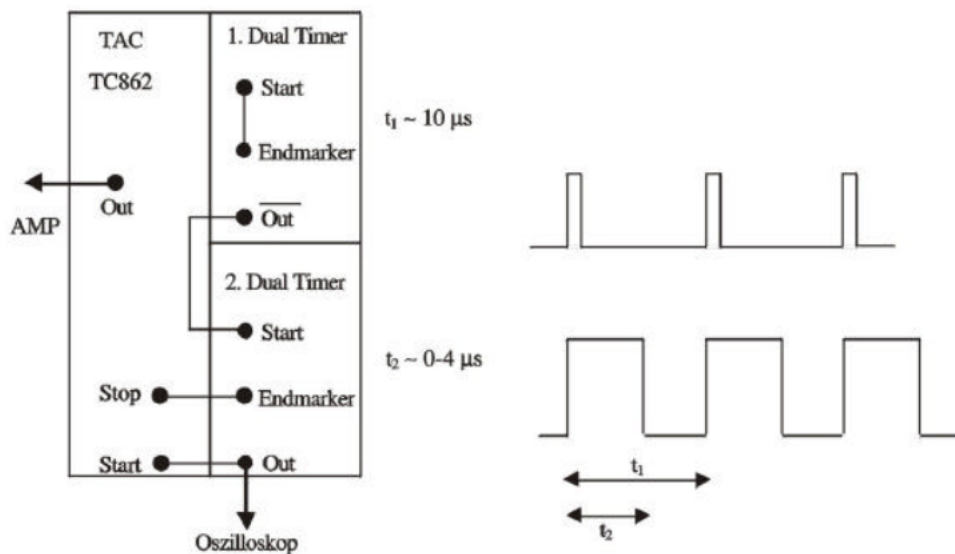


Abbildung 11: Schematischer Aufbau für die Kanal-Zeit-Eichung

Der dual Timer wird verwendet, um kurze Signale mit bekannter Länge zu erzeugen. Über die High und Lows des Signals wird der TAC gesteuert, wodurch eine Spannung in Abhängigkeit

der Länge des Signals erzeugt wird. Das Signal wird verstärkt und mit dem ADC digitalisiert, damit es vom Mult-Channel-Analyser verwertet werden kann. Durch variieren der Signallänge lassen sich die verschiedenen Kanäle ansprechen, wodurch eine Beziehung zwischen einer Zeit und einem Kanal hergestellt wird. Die Zeitintervalle werden gegen die Kanäle aufgetragen und mit Gleichung 3 gefittet. Zum Vergleich soll zusätzlich ein Fit mit $B = 0$ erzwungen werden. Die Parameter und Variablen des Fits sind in Tabelle 6 zu sehen

$$t = A * k + B \quad (3)$$

Tabelle 6: Parameter des Fits

t	Zeitintervall in μs
k	Kanal
A	Proportionalitätsfaktor
B	Offset

In Abbildung 12 sind die Messwerte zu sehen. Für die Fitparameter ergaben sich dabei die Werte in Tabelle 7. Das χ^2_{red} hat ein Wert von 0,02, was einem guten Fit entspricht.

Tabelle 7: Fitparameter mit Fehlern und χ^2_{red}

Parameter	Wert
A	0,002106(6)
B	0,126(19)
χ^2_{red}	0,233

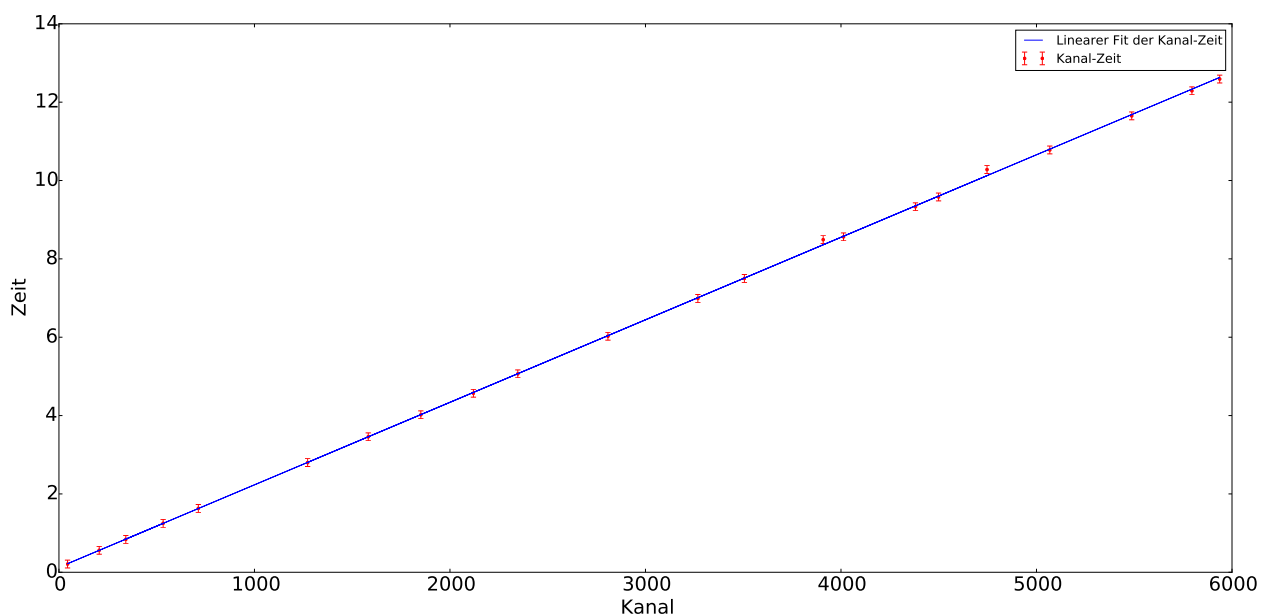


Abbildung 12: Kanal-Zeit-Eichung

Zum Vergleich sind die Fitparameter für $B = 0$ in Tabelle 8 zu sehen. Der Fit für $B = 0$ ist in Abb. 13 dargestellt.

Tabelle 8: Fitparameter mit Fehlern und χ^2_{red} für $B = 0$

Paramter	Wert
A	0.002136(5)
B	0
χ^2_{red}	0,719

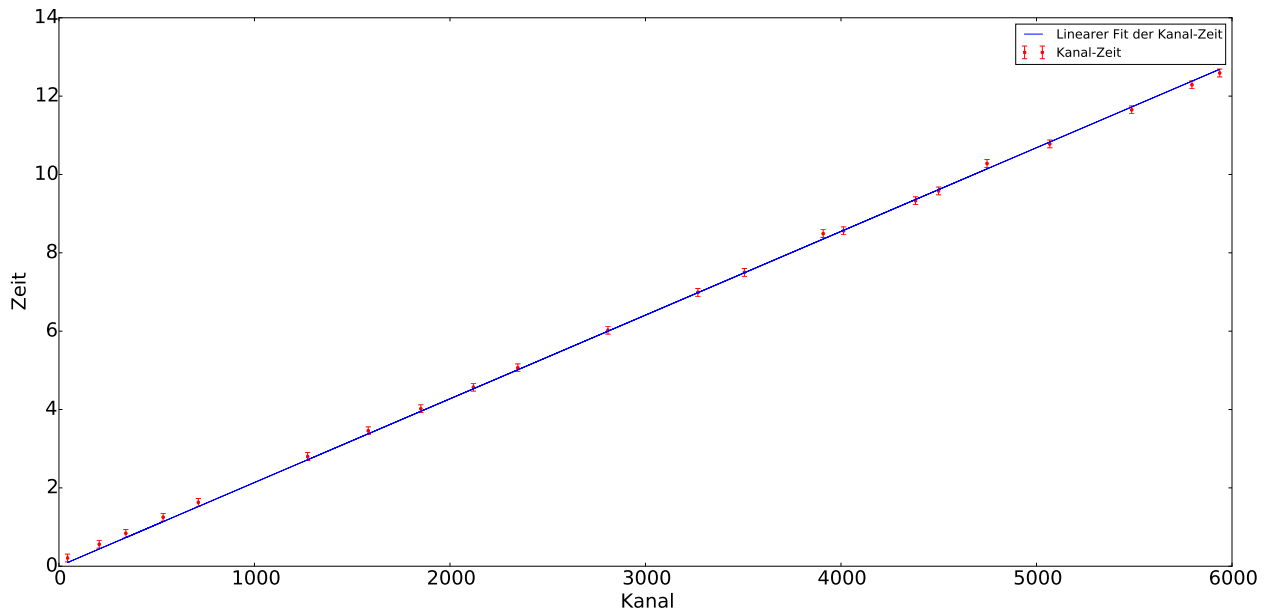


Abbildung 13: Kanal-Zeit-Eichung für $B = 0$

4.5 Messung der mittleren Lebensdauer

Nachdem die umfangreichen Kalibrationen beendet sind, soll die Lebensdauer der Myonen anhand der Messdaten bestimmt werden. Dazu werden die folgenden Methoden verwendet und deren Resultat verglichen.

4.5.1 Maximum Likelihood Methode

Um die mittlere Lebensdauer von Myonen zu bestimmen eignet sich die Maximum Likelihood Methode. Wie in Abschnitt 2.3 besprochen sind Zerfallszeiten mit Zeitunabhängiger Zerfallsrate exponentialverteilt, sodass sich die einparametrische Wahrscheinlichkeitsdichte

$$P(t_i|\tau) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\frac{t_i}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \quad (4)$$

ergibt. Da die Messung des Zeitintervalls nach oben und unten beschränkt ist, wurde die Wahrscheinlichkeitsdichte normiert, wobei T die obere Schranke der Zeitmessung ist. Es wird davon

ausgegangen, dass die einzelnen Zeitmessungen unabhängig voneinander sind, sodass sich für die gesamte Messung die n-dimensionale Warscheinlichkeitsdichte

$$L = \prod_{i=1}^N P(t_i|\tau) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\frac{t_i}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \quad (5)$$

ergibt. Es wird davon ausgegangen, dass die gemessenen Zerfallszeiten der wahrscheinlichsten Messung entsprechen, sodass die Messung einem Maximum der Warscheinlichkeitsdichtefunktion bezüglich τ entspricht. Um das Maximum von L zu bestimmen betrachtet man die Funktion

$$\ln L = \ln \left[\prod_{i=1}^N P(t_i|\tau) \right] = \sum_{i=1}^N \ln[P(t_i|\tau)] = - \left[\sum_{i=1}^N \ln(\tau) + \frac{t_i}{\tau} + \ln(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}) \right] \quad (6)$$

und bestimmt die Nullstelle der Ableitung nach τ . Schließlich erhält man die beste Approximation für die Lebensdauer τ :

$$\hat{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i + \frac{T e^{-\frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \quad (7)$$

Da es nur M Kanäle und damit M mögliche Zeiten t_k gibt, kann die erste Summe umgeschrieben werden,

$$\sum_{i=1}^N t_i = \sum_{k=1}^M N_k t_k \text{ wobei } N = \sum_{k=1}^M N_k \quad (8)$$

sodass der Fehler von $\hat{\tau}$ über den statistischen Fehler auf N_k , welcher $\sqrt{N_k}$ beträgt, bestimmt werden kann. Es ergibt sich also

$$\hat{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^M N_k t_k + \frac{T e^{-\frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \quad (9)$$

mit einem Fehler von

$$\Delta \hat{\tau} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^M N_k t_k^2} \quad (10)$$

Formel 9 muss dabei rekursiv angewendet werden, da τ unbekannt ist. Als Startwert für τ kann das arithmetische Mittel verwendet werden:

$$\tau_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^M N_k t_k \quad (11)$$

5 Auswertung

Die gemessenen Daten werden in Abb. 14 dargestellt.

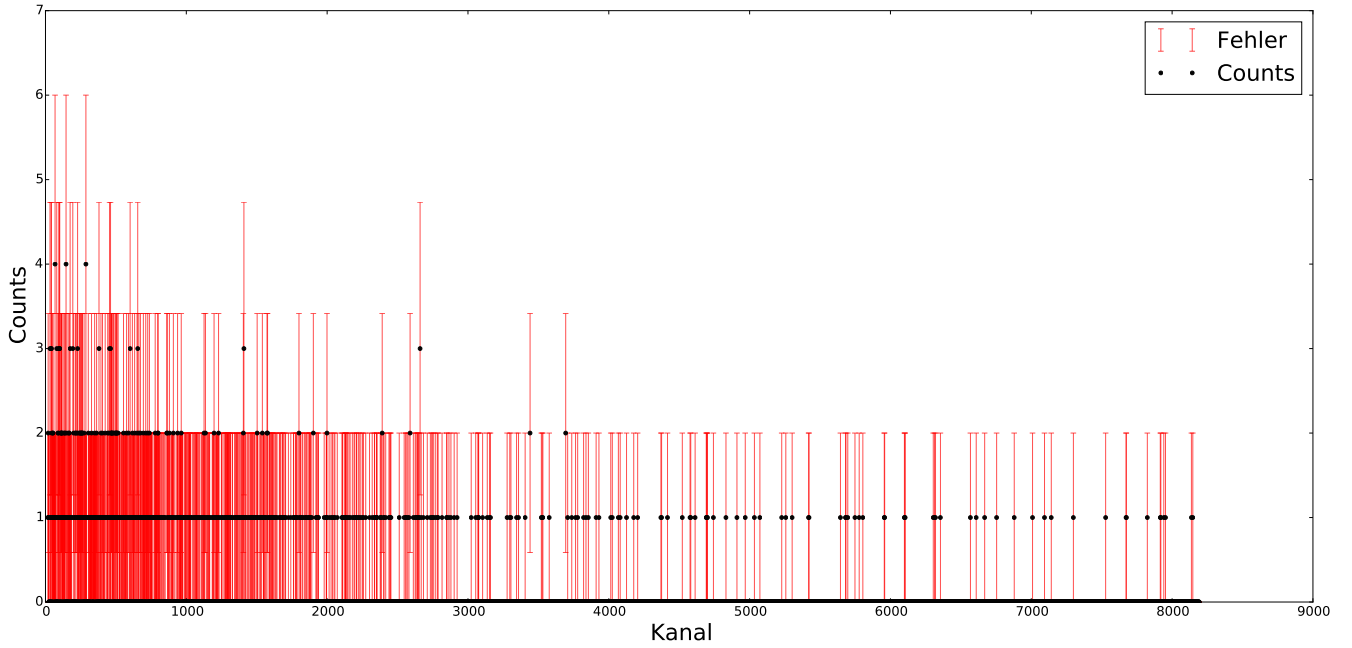


Abbildung 14: Plot der Einträge gegen die Kanäle ab Channel 18

Die ersten 17 Kanäle sind dabei wegen starkem Rauschen unbrauchbar und wurden deshalb weggelassen. Die mittlere Lebensdauer soll nun mit der Maximum Likelihood Methode bestimmt werden. Dafür wurde ein Programm in Python geschrieben, welches τ (= mittlere Lebensdauer) iterativ mittels Formel 9 rekursiv bestimmt. Als Startwert wird der Mittelwert (Formel 11) verwendet. Der Python-Code kann im Anhang nachvollzogen werden. Die Iteration wurde für beide Kanal-Zeit-Eichungen durchgeführt und wurde nach Konvergenz in der 24. Nachkommastelle abgebrochen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 9 dargestellt.

Tabelle 9: Iteration für $\hat{\tau}$

$f(k)$ Kanal-Zeit	$\tau_0/\mu s$	Iterationsschritte	$\hat{\tau}/\mu s$	$\Delta\hat{\tau}/\mu s$
$A * k + B$	2.93	16	2.98	0.15
$A * k$	2.85	15	2.89	0.15

Man sieht sofort, dass die Iteration nach wenigen Schritten konvergiert, wobei die bestimmten Lebensdauern im Vergleich zum Literaturwert $\tau_{lit} = 2.196\,981\,1(22)\,\mu s$ (vgl. [1]) zu groß sind. Aufgrund der geringen statistischen Fehler auf die Zeiten t_k und T , wurden diese nicht in die Berechnung des Gesamtfehlers für $\hat{\tau}$ mit einbezogen.

6 Diskussion

Die gemessenen Werte und die Kalibration lieferten zum Teil ungewöhnliche Ergebnisse, welche im Folgenden diskutiert werden. Die Arbeitspunkte der Photomultiplier konnten ohne größere Probleme aus den Plots abgeschätzt werden.

7 Fazit

8 Anhang

Python-Code zur Bestimmung der mittleren Lebensdauer von Myonen und dessen Fehler nach Formel 10.

```
import numpy as np
import pandas as pd

cd /home/arrow13/Git/FP/Myonen/Messdate/

Kanalskip = 17
Kanal_Einträge_Fehler = np.array(
    pd.read_csv('Kanal_Einträge_Fehler.dat',
                skiprows= Kanalskip, sep = ' ').T
A= [0.002106, 0.002136]
B= [0.126, 0]
mu = []
T = []
mu_err = []

print(Kanal_Einträge_Fehler.T)
print(len(Kanal_Einträge_Fehler[0]))
print(len(Kanal_Einträge_Fehler[1]))

def arith_mittel(N_k,t_k):
    mu = 1/np.sum(N_k)*np.sum(N_k*t_k)
    return mu

def fehler_tau(N_k,t_k):
    mu = 1/np.sum(N_k)*np.sqrt(np.sum(N_k*t_k**2))
    return mu

for i in range (len(A)):
    mu.append(arith_mittel(
        Kanal_Einträge_Fehler[1],
        (A[i]*(Kanal_Einträge_Fehler[0]-Kanalskip)+B[i])*10**(-6)))
    mu_err.append(fehler_tau(
        Kanal_Einträge_Fehler[1],
        (A[i]*(Kanal_Einträge_Fehler[0]-Kanalskip)+B[i])*10**(-6)))
    T.append((A[i]*(
        Kanal_Einträge_Fehler[0][-1]-Kanalskip)+B[i])*10**(-6))
print(mu, mu_err, T)
```

```

def tau_iter(T,mu_iter_1, mu,a=0):
    a += 1
    mu_iter_2 = mu + T*np.exp(-T/mu_iter_1)/(1-np.exp(-T/mu_iter_1))
    if abs(mu_iter_2-mu_iter_1) > 10**(-24) and a < 10**2:
        return tau_iter(T,mu_iter_2,mu,a)
    else:
        return mu_iter_2, a

for i in range (len(mu)):
    tau , anziter = tau_iter(T[i],mu[i],mu[i])
    print(anziter, tau)
    print(T[i]*np.exp(-T[i]/tau)/(1-np.exp(-T[i]/tau)))

```

Literatur

- [1] <https://de.wikipedia.org/wiki/myon>, 02.09.2015.
- [2] https://de.wikipedia.org/wiki/zeitdilatation_bewegter_teilchen, 22.08.2015.
- [3] <http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=news2011>, 02.09.2015.
- [4] Donald H. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*.
- [5] Scholz Zetsche Povh, Rith. *Teilchen und Kerne*.