



BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

FORTGESCHRITTENEN PRAKTIKUM

Michelson Interferometrie

Verfasser:

Henrik JÜRGENS

Frederik STROTHMANN

Tutor:

Friedhelm OLSCHESKI

Abstract:

Fourierspektroskopie mit einem Michelson Interferometer. Ziel des Versuches ist die Untersuchung von mono- als auch polychromatischer Infrarotstrahlung.

Bereich	max. %	+/-	erreicht %
Einleitung & Theorie	15		
Durchführung	70		
Auswertung			
phys. Diskussion			
Zusammenfassung			
Formales	15		
Note			

7. Oktober 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Michelson Interferometer	2
2.2	Strahlungsintensität	3
2.3	Schwebung	4
3	Aufbau	5
3.1	Pyroelektrischer Detektor	6
4	Versuchsdurchführung und Ergebnis	7
4.1	Detektorspannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz	7
4.2	Kalibrierung und Bestimmung der Wellenlänge des Lasers	9
4.2.1	Kalibrierung	9
4.3	Bestimmung der Wellenlänge des Lasers	10
4.4	Bestimmung der Weißlichtpositon	11
4.5	Analyse des Schmalbandinterferogramms	12
4.6	Analyse des Schwebungsinterferogramms	16
4.6.1	Manuelle Auswertung der Schwebung	19
5	Fazit	20
A	Kalibrierungen	21
A.1	Weißlichtpunkt	21
A.2	Weißlichtpunkt mit Schmalbandfilter	22
A.3	Schwebung	23

1 Einleitung

Mit einem Michelson Interferometer soll das Infrarotstrahlungsspektrum eines He-Ne-Lasers und eines Muffelofens, welcher als Schwarzkörperstrahler verwendet wird, untersucht werden. Mithilfe von Interferenzfiltern kann das Strahlungsspektrum des Muffelofens eingegrenzt werden. Das Spektrum wird in einem Bereich von ($3.31\text{ }\mu\text{m}$) dicht neben der Wellenlänge des He-Ne-Lasers ($3.39\text{ }\mu\text{m}$) eingeschränkt. Durch Superposition beider Strahlungsquellen entsteht das Interferenzmuster einer Schwebung, welches in diesem Versuch ebenfalls analysiert werden soll.

2 Theorie

Die wichtigsten theoretischen Grundlagen für den Versuch sollen zusammengefasst werden.

2.1 Michelson Interferometer

Der schematische Aufbau für die Verwendung des Michelson Interferometers ist in Abbildung 2 dargestellt. Der Strahlengang im Michelson Interferometer ist in Abbildung 1 zu sehen.

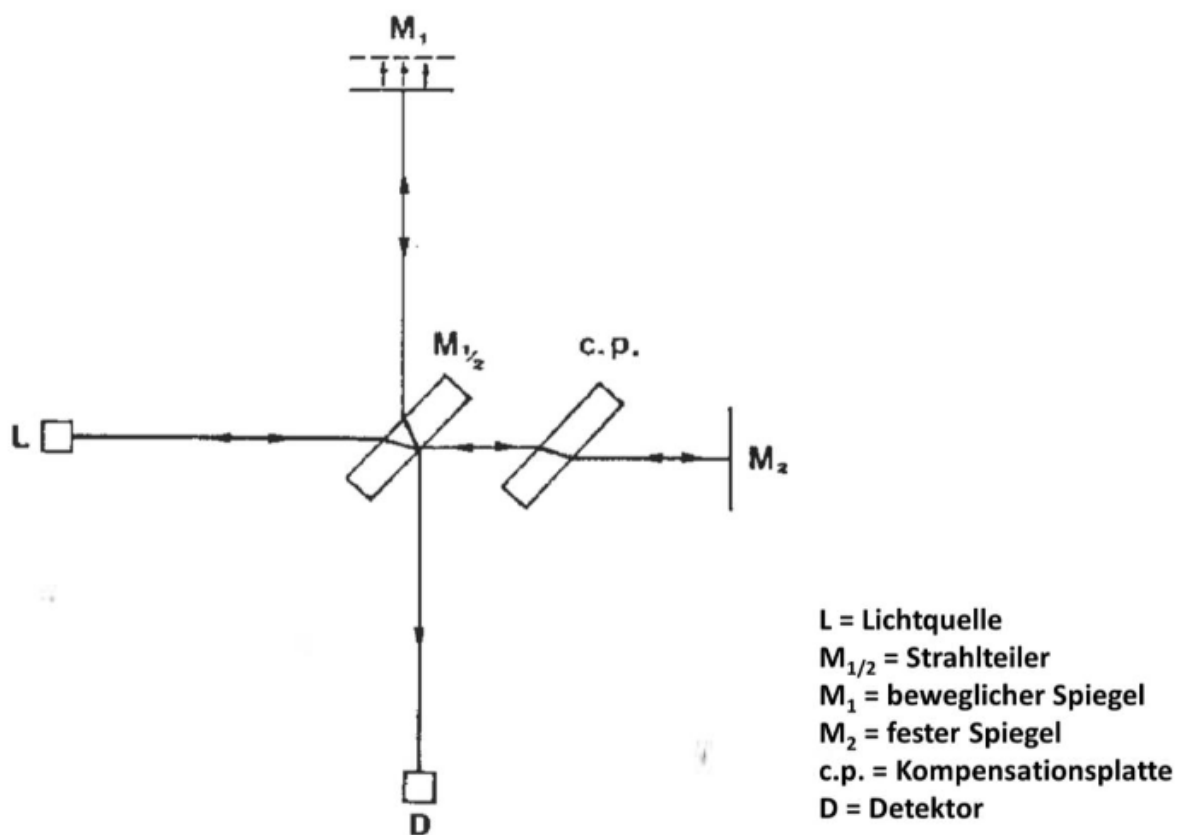


Abbildung 1: Strahlengang im Michelson Interferometer [1]

„Innerhalb des Interferometers wird die einfallende Strahlung an der Rückseite des ZnSe-Strahlteilers auf den beweglichen Spiegel reflektiert, der über einen Hebelmechanismus von einem Getriebemotor angetrieben wird. Der Hebelmechanismus ist mit einer Mikrometerschraube versehen und überträgt den Vorschub des Antriebssystems in einem Verhältnis von ca. 5:1 auf den Spiegel. Mikrometerschraube und Getriebemotor sind über eine Achse miteinander verbunden, auf der ein Drehgeber befestigt ist, der die Messwertaufnahme des verwendeten LabView-Programms steuert. Die zum festen Interferometerspiegel durch die ZnSe-Strahlteilerplatte und eine ZnSe-Kompensationsplatte transmittierte Strahlung interferiert nach Reflexion am Spiegel an der strahlteilenden Schicht mit dem vom beweglichen Spiegel reflektierten Strahlungsanteil und wird mit einer CaF₂-Linse auf einen pyroelektrischen Detektor fokussiert.“ (Zitat [1] Seite 2, Kapitel 4 Messaufbau Zeile 8ff.) Die Bedingung für konstruktive bzw. destruktive Interferenz ergibt sich aus dem Gangunterschied, welcher durch die Verschiebung des beweglichen Spiegels eingestellt werden kann. Das Licht durchläuft den Gangunterschied δ_l zweimal, sodass sich die Beziehungen 1 und 2 für konstruktive bzw. destruktive Interferenz ergeben.

$$n\lambda = 2\delta_l, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (1)$$

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda = 2\delta_l, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (2)$$

Bei der Bestimmung von δ_l muss die Übersetzung der Mikrometerschraube beachtet werden. Wenn man für δ_l den Abstand ΔS , der auf der Mikrometerschraube abgelesen werden kann, verwendet, muss also ein Übersetzungsfaktor k berücksichtigt werden. Die sich daraus ergebenden Formeln zur Bestimmung der Wellenlänge bei konstruktiver und bei destruktiver Interferenz ergeben sich mit Gleichung 3 und 4.

$$\lambda = \frac{2\delta_l}{nk} \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{2\delta_l}{\left(n + \frac{1}{2}\right)k} \quad (4)$$

2.2 Strahlungsintensität

Der Zusammenhang zwischen der Intensität I und δ_l kann [2] entnommen werden. Für monochromatische Strahlung ergibt sich Gleichung 5.

$$I(\delta_l) = \frac{I(1/\lambda)}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right)\right) \quad (5)$$

Unter Vernachlässigung des konstanten Offsets, sowie unter Berücksichtigung von Strahlungsverlusten erhält man daraus Gleichung 6.

$$I(\delta_l) = B(1/\lambda) \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right) \quad (6)$$

Nach Integration über alle Wellenzahlen ($1/\lambda$) (Gleichung 7) erhält man die Intensität von polychromatischem Licht I_{poly} in Abhängigkeit des Gangunterschiedes.

$$I(\delta_l)_{poly} = \int_0^\infty d(1/\lambda) B(1/\lambda) \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right) \quad (7)$$

Aus der Fourierrücktransformation kann die Spektralverteilung $B(1/\lambda)$ nach Gleichung 8 bestimmt werden.

$$B(1/\lambda) = 2 \int_0^\infty d\delta_l I(\delta_l)_{poly} \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right) \quad (8)$$

Als Ansatz für die spätere Analyse des Interferogramms mit Schmalbandfilter kann für $B(1/\lambda)$ eine Gaussfunktion verwendet werden. Für I wird dabei eine modulierte Gaussfunktion angenommen. Es ergibt sich die in Gleichung 9 beschriebene Beziehung, wobei $b = 1/\lambda_{max}$ die Wellenzahl (bis hierhin immer in Einheiten von 2π) maximaler Transmission ist und $2a$ die $1/e$ -Breite des Filters ist. Dabei ist $\frac{4}{2\pi a}$ die $\frac{1}{e}$ -Breite des Filterspektrums $B(1/\lambda)$.

$$B(1/\lambda) = \frac{a\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(-\frac{(a2\pi(b - 1/\lambda))^2}{4}\right) \quad (9)$$

Die Positionen des $1/e$ -Abfalls im Spektrum $B(1/\lambda)$ ergeben sich also mit

$$1/\lambda_1 = b - \frac{2}{2\pi a} \quad (10)$$

$$1/\lambda_2 = b + \frac{2}{2\pi a} \quad (11)$$

2.3 Schwebung

Der Begriff 'Schwebung' bezeichnet die Überlagerung zweier Schwingungen, sodass eine einhüllende niedrigfrequente Schwingung der Wellenlänge λ_+ und eine hochfrequente Schwingung der Wellenlänge λ_- sich herausbilden. Besonders gut kann dies an Schwingungen beobachtet werden, deren Wellenlängen nahe beieinander liegen und deren Amplitude gleich groß ist. Als Schwebungswellenzahl wird die Wellenzahl der einhüllenden Schwingung bezeichnet. Allgemein ist dies eine Charakterisierung der Additionstheoreme für Sinus und Cosinus. Der Zusammenhang ist in Gleichung 12 dargestellt, wobei k_i in diesem Fall die Wellenzahl $2\pi/\lambda_i$ bezeichnet.

$$\cos(k_1x + a) + \cos(k_2x + b) = 2 \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x + \frac{a + b}{2}\right) \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}x + \frac{a - b}{2}\right) \quad (12)$$

Die beiden Wellenlängen λ_+ und λ_- , die sich daraus ergeben, sind in Gleichung 13 und 14 angegeben.

$$\lambda_+ = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (13)$$

$$\lambda_- = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (14)$$

Andersherum ergeben sich die Beträge von λ_1 und λ_2 aus λ_+ und λ_- aus Gleichung 15 und 16:

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-} \quad (15)$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-} \quad (16)$$

Die Spektralverteilung $B(1/\lambda)$ erhält man wieder aus der Annahme einer (schwebungs-)modulierten Gaussfunktion für I. Es ergeben sich zwei Gaußfunktionen, welche in Gleichung 17 angegeben sind. (vgl. [2])

$$B(1/\lambda) = \frac{a\sqrt{\pi}}{4} \left[\exp\left(-\frac{[a2\pi(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_+} - \frac{1}{\lambda_-})]^2}{4}\right) + \exp\left(-\frac{[a2\pi(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_+} - \frac{1}{\lambda_-})]^2}{4}\right) \right] \quad (17)$$

3 Aufbau

Eine Skizze des Aufbaus ist in Abbildung 2 zu sehen. Das Michelson-Interferometer besteht aus einem Strahlteiler, der den eintreffenden Strahl in zwei Teilstrahlen teilt. Die Teilstrahlen werden jeweils von einem Spiegel reflektiert. Einer der beiden Spiegel kann über einen Hebelmechanismus, durch einen Elektromotor mit nahezu konstanter Geschwindigkeit bewegt werden. Der reflektierte Strahl wird durch eine CaF_2 -Sammellinse auf einen pyroelektrischen Detektor geworfen. Der Detektor wandelt den Strahl in eine Spannung proportional zur Intensität des Strahls um. Die Spannung wird mit einem Lock-In-Verstärker bearbeitet und über eine AD-Box an den Computer weitergeleitet. Am Computer wird aus dem Signal mit der Software Lab-View ein Interferogramm visualisiert. Das Übersetzungsverhältnis k des Hebelmechanismus, für den Gangunterschied liegt bei ca. 5 (Quelle:[2]). Da der Teilstrahl, der auf den bewegten Spiegel trifft das Medium des Strahlteilers drei mal durchqueren muss, wird zwischen dem Strahlteiler und dem festen Spiegel noch ein Kompensationsplättchen angebracht. Als Strahlenquelle wird ein HeNe-Laser und ein Muffelofen verwendet. Der Laser hat eine Wellenlänge von $3.39 \mu\text{m}$, der Muffelofen und der Laser können über den Folienspiegel gekoppelt werden. Zwischen dem Muffelofen und dem Folienspiegel ist ein Chopper eingebaut, der die Spannung des Detektors regelt. Durch den Chopper registriert der Detektor immer die Temperatur- und Strahlungsänderung (Untergrund) und die zu messende Strahlung (mit Untergrund) abwechselnd. Die Trennung der beiden Signale wird mittels eines phasenempfindlichen Lock-In-Verstärkers und eines anhand Referenzsignals vorgenommen. Der Muffelofen kann bis 900°C erhitzt werden, die dabei emittierte Strahlung durch eine Blende kollimiert. Es kann ein Schmalbandfilter verwendet werden,

um die Wellenlänge der Strahlung aus dem Muffelofen auf einen Bereich um ca. $3.31\text{ }\mu\text{m}$ zu begrenzen.

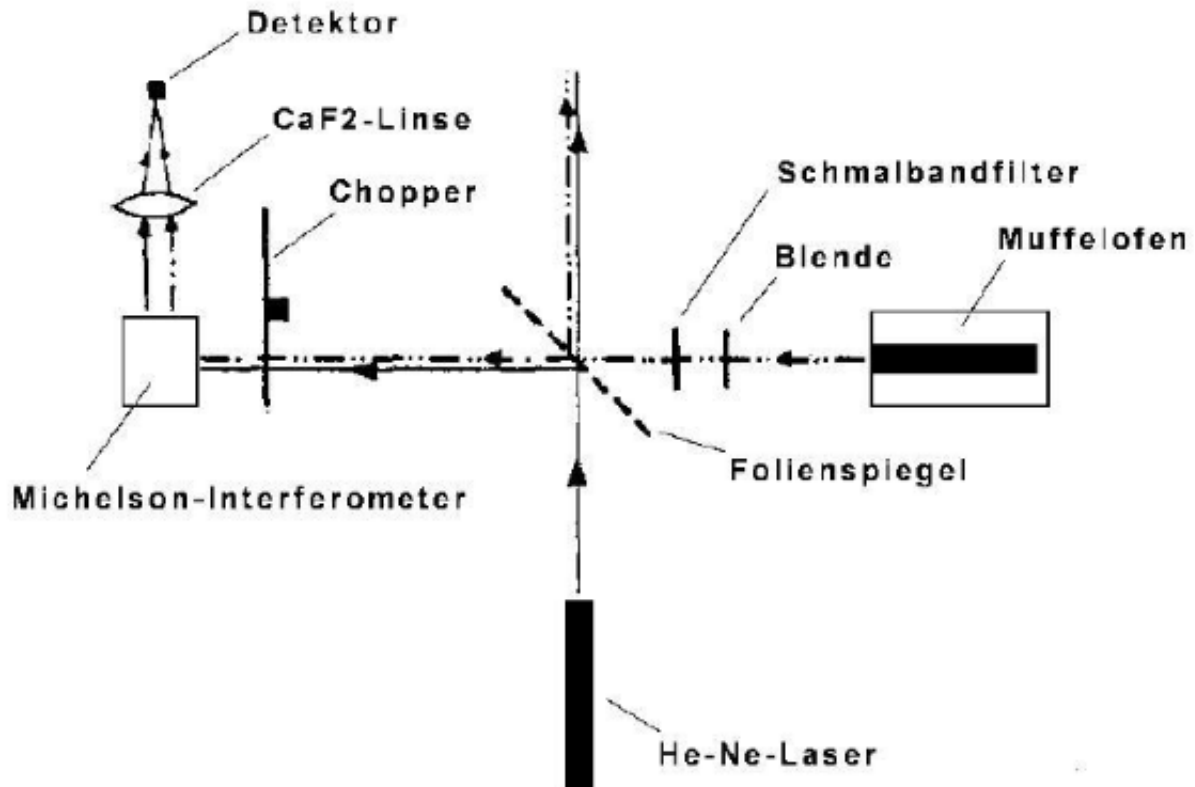


Abbildung 2: Aufbau des Experimentes [1]

3.1 Pyroelektrischer Detektor

Pyroelektrische Detektoren (vgl. [3]) bestehen aus ferroelektrischen Kristallen oder Keramiken mit unsymmetrischer Gitterstruktur, deren Gitterabstände sich bei Erwärmung durch IR-Strahlung verändern. Das Material hat dadurch temperaturabhängige Dipolmomente, welche es polarisieren. Die Änderung der Polarisierung resultiert in einem elektrischen Signal, welches für Temperaturen im Bereich der Raumtemperatur näherungsweise proportional zur Änderung der Strahlungsleistung ist. Der schematische Aufbau ist in Abb. 3 dargestellt. In diesem Versuch ist die Detektorspannung abhängig von der Chopperfrequenz, welche die einfallende Strahlung periodisch unterbricht. Bei hoher Chopperfrequenz wird die Spannung kleiner.

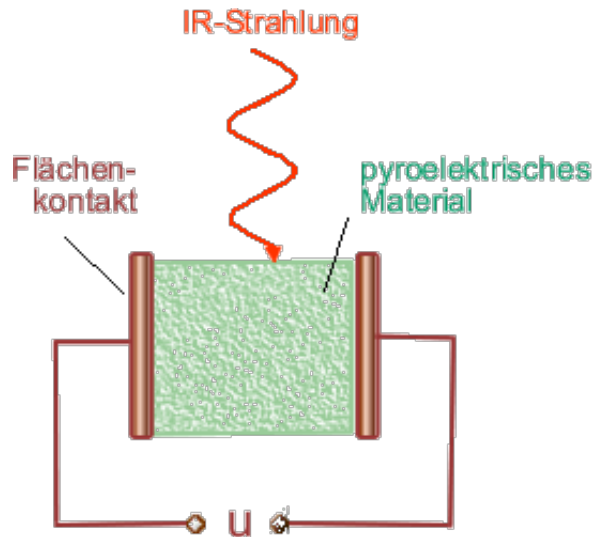


Abbildung 3: Aufbau eines pyroelektrischen Detektors [3]

4 Versuchsdurchführung und Ergebnis

4.1 Detektorspannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz

Zuerst soll der Zusammenhang zwischen der Detektorspannung U und der Chopperfrequenz f untersucht werden. Die Chopperfrequenz wird im Bereich von 10Hz bis 50Hz variiert. Bei Werten unter 10Hz ist die Schwankung der Werte zu groß, so dass die Signale nicht vom Untergrund unterschieden werden können. Die Detektorspannung wird am Lock-In-Verstärker abgelesen. Es wurde ein Fehler von 40-10 mV angenommen, je nach Schwankung der Nadel. Der Plot der Messdaten mit linearen Achsen ist in Abbildung 4 zu sehen. In Abbildung 5 sind die Messdaten mit doppelt logarithmischen Achsen geplottet. Da ein linearer Zusammenhang zwischen $\log(U)$ und $\log(f)$ zu sehen ist, werden die Messdaten mit Gleichung 18 gefittet.

$$U(f) = \exp[A \cdot \log(f) + B] \quad (18)$$

Dabei sind A und B freie Parameter, die durch den Fit bestimmt werden. Das Ergebnis des Fits ist in Tabelle 1 zu sehen.

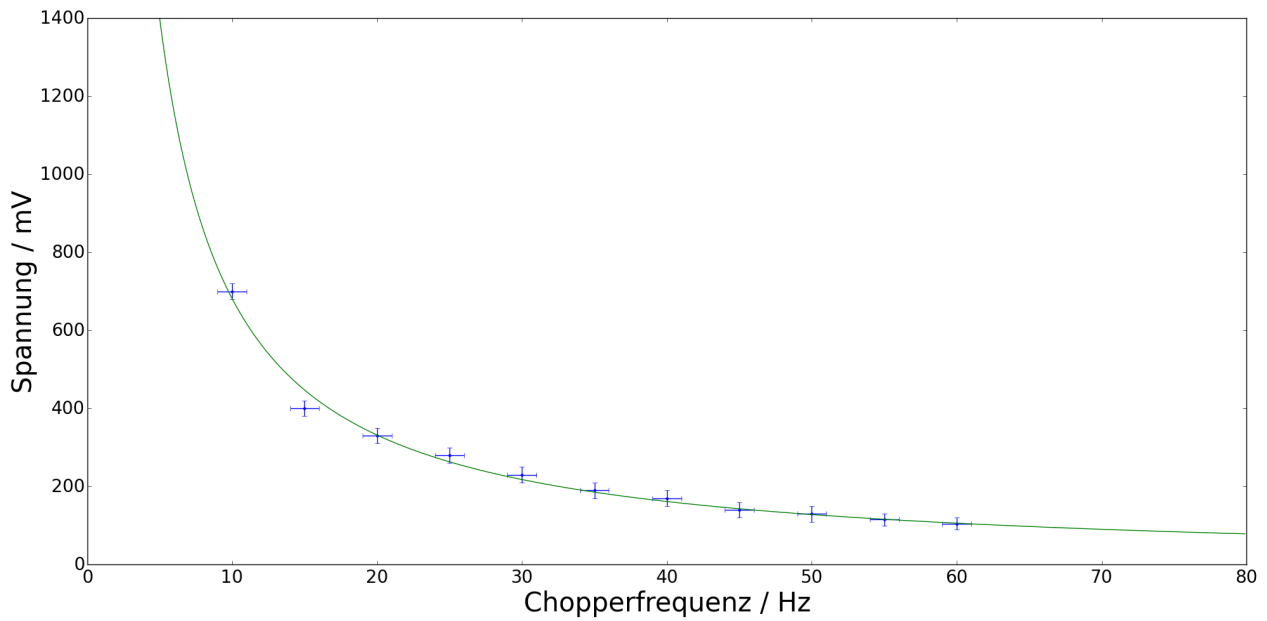


Abbildung 4: Spannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz mit linearen Achsen

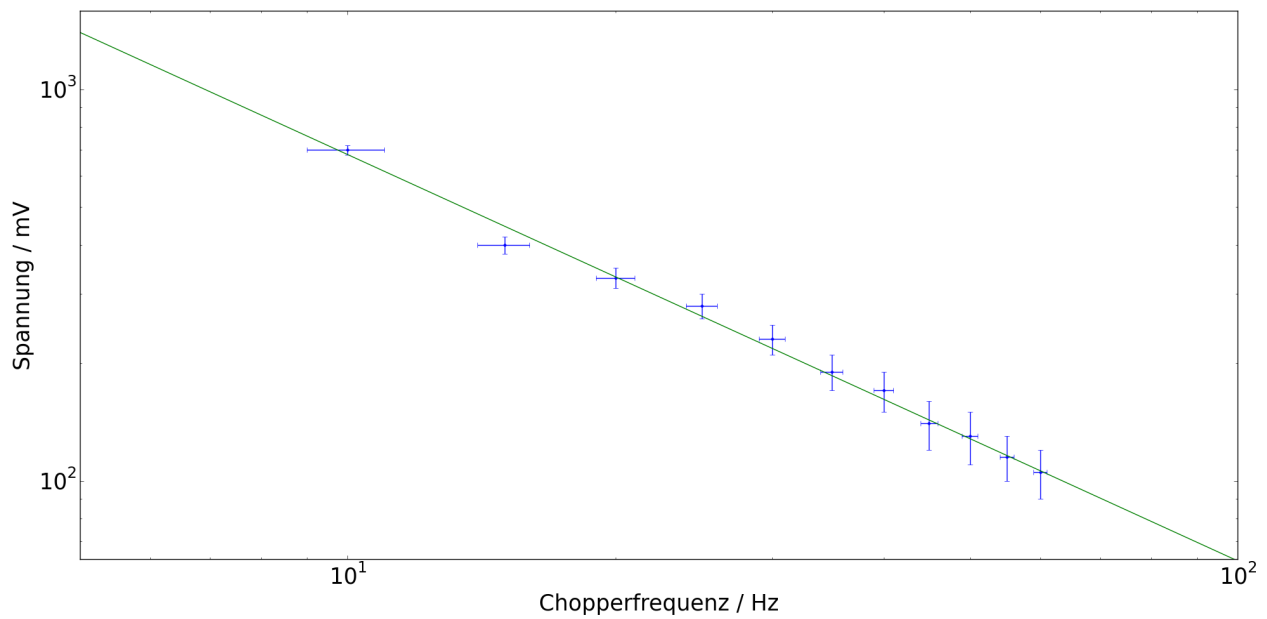


Abbildung 5: Spannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz mit logarithmischen Achsen

Tabelle 1: Fitparameter für den Fit der Spannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz nach Gleichung 18

Parameter	Wert
A	-1,03(3)
B	8,89(8)
χ^2_{red}	1,22

Das χ^2_{red} von 1,22 spricht dafür, dass der Zusammenhang zwischen der Chopperfrequenz und der Spannung gut durch das Modell beschrieben wird. Bei kleinen Frequenzen erreicht der

Detektor eine Sättigung. Aus dem Parameter A folgt, dass die Spannung proportional zu $1/f$ ist. Für den folgenden Versuchsteil wird eine Chopperfrequenz von 30Hz verwendet.

4.2 Kalibrierung und Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

In diesem Abschnitt soll das Übersetzungsverhältnis zwischen Schraube und Spiegel und die Wellenlänge des Lasers bestimmt werden. Zuvor muss noch die x-Position in Lab-View und der Millimeterschraube kalibriert werden.

4.2.1 Kalibrierung

Die x-Werte in Lab-View müssen den realen Positionen der Millimeterschraube zugeordnet werden. Bei der Bestimmung wird von einem linearem Zusammenhang ausgegangen. Für die Kalibrierung wird die Schraube gedreht, dabei wird in regelmäßigen Abständen die Position im Interferogramm mit Lab-View aufgenommen. Der Fehler der Schraubenposition wird mit $5\mu\text{m}$ angenommen (eine halbe Skaleneinheit). Für den Fit wurde Gleichung 19 verwendet, A beschreibt dabei die Steigung und B das Offset. Der ist in Abbildung 6 zu sehen. Aus dem Fit ergebe sich die Parameter in Tabelle 2.

$$S(x) = A \cdot x + B \quad (19)$$

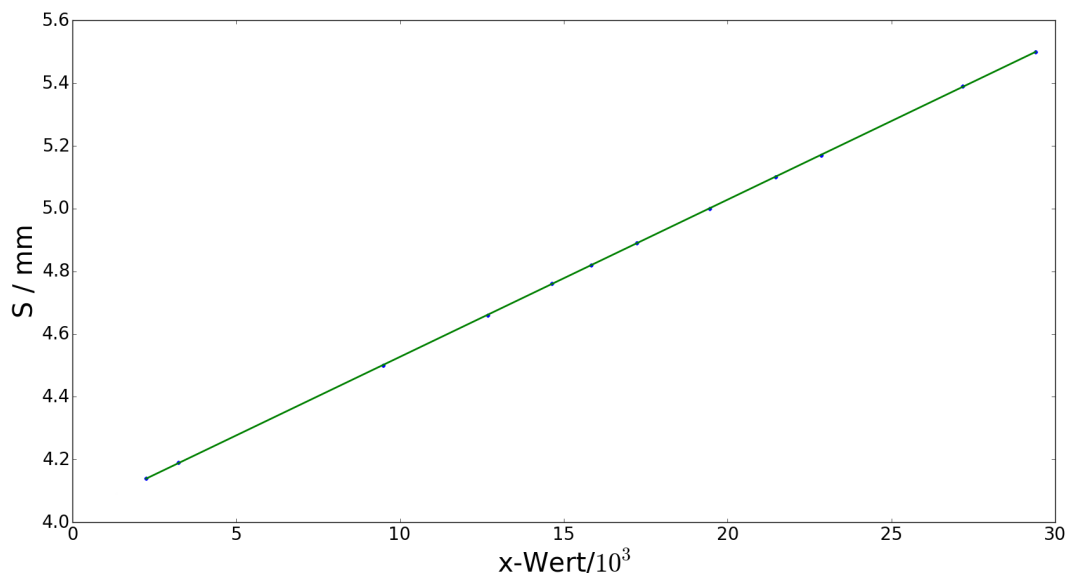


Abbildung 6: Linearer Fit für den Zusammenhang zwischen Kanal in Lab-View und der Position der Millimeterschraube. Die Fehler der Messpunkte sind so klein, dass sie nicht zu erkennen sind.

Tabelle 2: Parameter aus dem Fit für den Zusammenhang zwischen Kanal in Lab-View und der Position der Millimeterschraube

Parameter	Wert
A / mm	5.009(8)e-05
B / mm	4.0263(9)
χ^2_{red}	0.78

4.3 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Mit der zuvor durchgeführten Kalibrierung kann nun die Wellenlänge λ des Lasers bestimmt werden. Die Wellenlänge wird aus dem Gangunterschied s , der Anzahl der Interferenzmaxima n und dem Übersetzungsverhältnis k bestimmt. Für das Übersetzungsverhältnis wird ein Wert von $k=5$ angenommen. Die Wellenlänge ergibt sich nach Gleichung 20.

$$\lambda = \frac{2s}{kn} \quad (20)$$

Das aufgenommen Interferogramm ist in Abbildung 7 zu sehen.

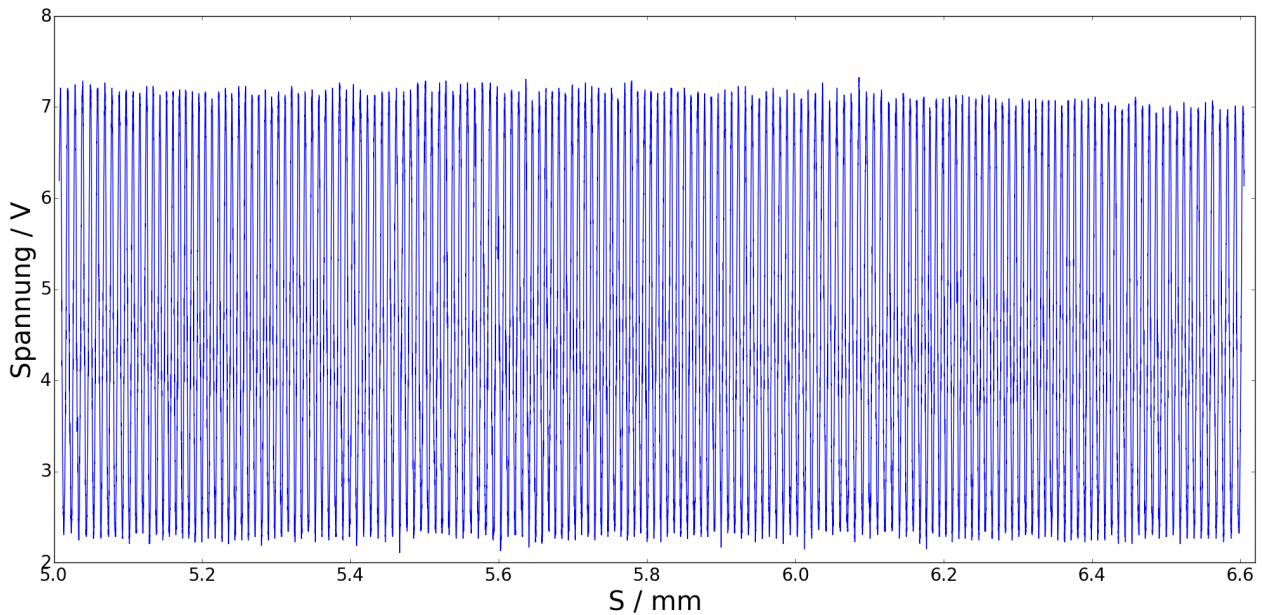


Abbildung 7: Interferogramm des Lasers. Es wurden 173 Peaks aufgenommen

Mit der zuvor durchgeführten Kalibrierung wird der Gangunterschied der x-Position in eine reelle Wegdifferenz umgerechnet, der Fehler ergibt sich nach Fehlerfortpflanzung auf die Geradengleichung. Die Anzahl der Maxima wurde als Fehlerlos angenommen. Die Messdaten sind in Tabelle 3 eingetragen. Aus den bestimmten Wellenlängen ergibt sich ein Mittelwert von $3.657(9) \mu\text{m}$.

Um ein besseres Ergebnis zu erhalten, wird das eigentliche Übersetzungsverhältnis k_e mit Gleichung 21 bestimmt. Dabei wurde für λ der Literaturwert von $3,39\mu\text{m}$ verwendet (vgl. 21).

Tabelle 3: Messergebnisse für die Bestimmung der Wellenlänge

n	s ₁ / mm	s ₂ / mm	Δs / mm	λ / μm
173	5.0088(3)	6.6040(3)	1.5952(4)	3.688(9)
172	5.0107(3)	6.6040(3)	1.5933(4)	3.705(9)
167	5.0127(3)	6.5729(3)	1.5602(4)	3.737(9)
166	5.0151(3)	6.5729(3)	1.5577(4)	3.753(9)
161	5.0493(3)	6.5337(3)	1.4844(4)	3.688(9)
160	5.0589(3)	6.5337(3)	1.4747(4)	3.686(9)
155	5.0689(3)	6.4961(3)	1.4272(4)	3.418(9)
154	5.0784(3)	6.4961(3)	1.4177(4)	3.395(9)
165	5.0884(3)	6.6040(3)	1.5159(4)	3.746(9)
164	5.0975(3)	6.6040(3)	1.5600(4)	3.752(9)

Der korrigierte Übersetzungsfaktor ergibt sich mit 5.32(1). In den nachfolgenden Versuchsteilen wird das korrigierte Übersetzungsverhältnis verwendet.

$$k_e = \frac{2s}{n\lambda} \quad (21)$$

4.4 Bestimmung der Weißlichtposition

Bei weißem Licht gibt es nur an der Weißlichtposition konstruktive Interferenz, da an dieser Position der Gangunterschied gleich 0 ist. Die Weißlichtposition des Muffelofen liegt also in Abhängigkeit der Spiegelposition dort, wo die Intensität maximal wird. Neben der Weißlichtposition kann von einer Gleichverteilung zwischen konstruktiver- und destruktiver Interferenz ausgegangen werden. Bei der Suche nach dem Weißlichtpunkt wurden zwei Kandidaten gefunden.

Der erste Weißlichtpunkt wurde bei 4,7545(80) mm gefunden, siehe Abbildung 8. Der zweite Weißlichtpunkt wurde bei 5,770(3) mm gefunden, siehe Abbildung 9. Die Herkunft des zweiten Weißlichtpunktes ist nicht bekannt, wobei es sich um Ablesefehler handeln kann.

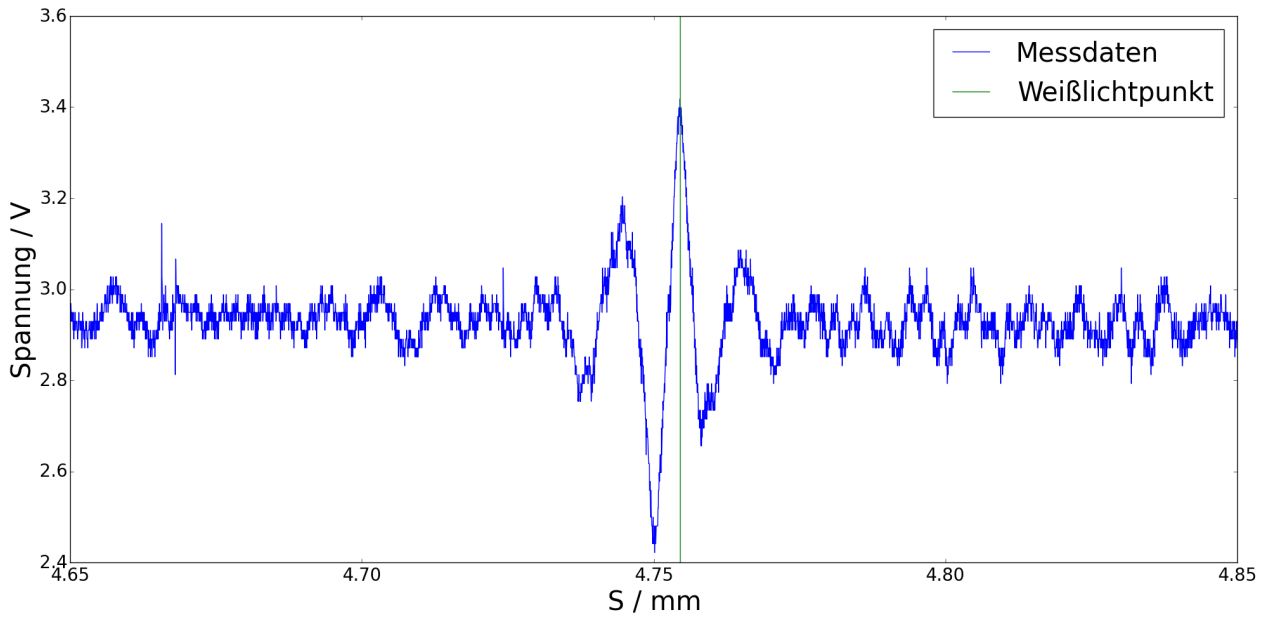


Abbildung 8: Erster bestimmter Weißpunkt bei 4,755(8) mm

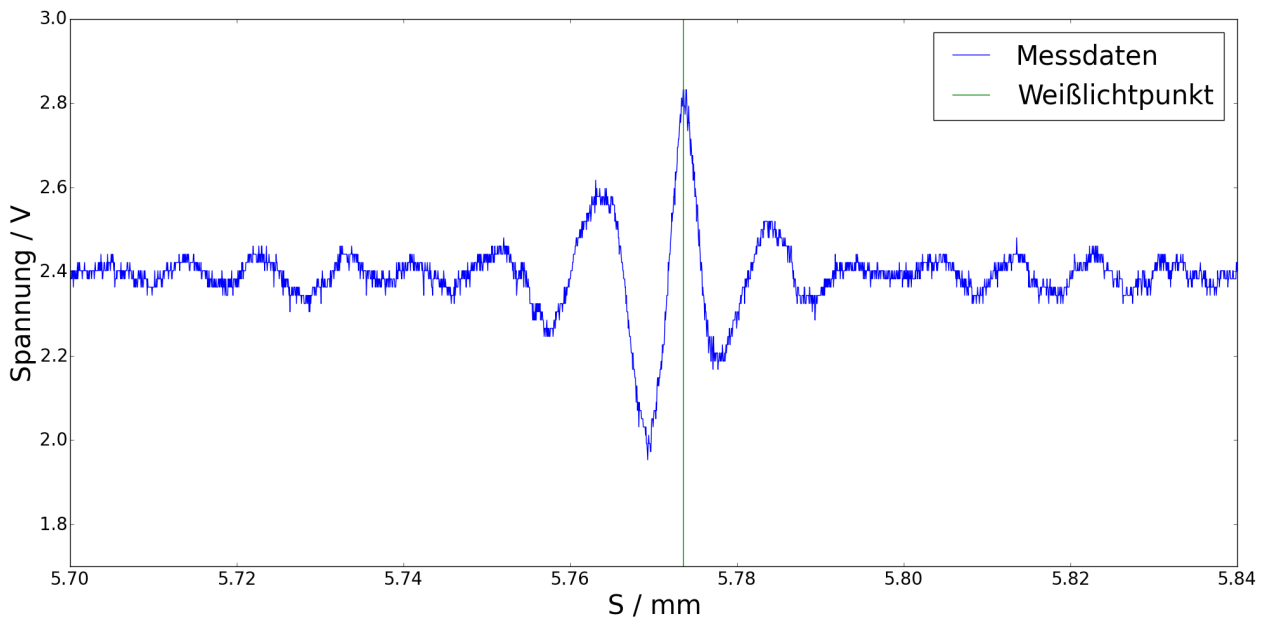


Abbildung 9: Zweiter bestimmter Weißpunkt bei 5,770(3) mm

Die beiden Plots, für die Eichung des Abstandes und die Tabellen mit den Parametern sind im Anhang in Abschnitt A.1 zu finden.

4.5 Analyse des Schmalbandinterferogramms

Der Wellenlängenbereich des Muffelofen wird mit einem Schmalbandfilter reduziert. Da durch die Filterung auch die Intensität verringert wird, muss die Verstärkung des Lock-In-Verstärkers korrigiert werden. Aufgrund des Filters wird eine gedämpfte Cosinus-Schwingung symmetrisch um den Weißlichtpunkt des Muffelofen erwartet. Aus dem aufgenommen Interferogramm soll die Wellenlänge der maximalen Transmission und die Breite des 1/e-Abfalls der Einhüllenden

bestimmt werden. Mit dem Wert kann die Breite des Schmalbandfilters bestimmt werden. Das Interferogramm ist in Abbildung 10 zu sehen.

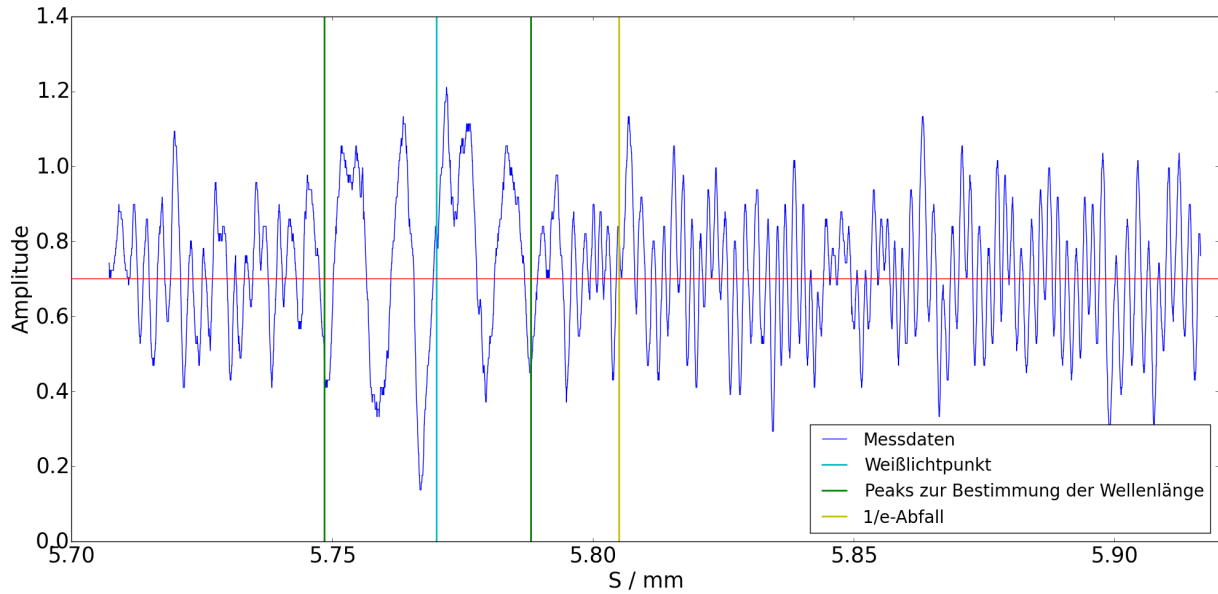


Abbildung 10: Interferogramm für den Muffelofen mit Schmalbandfilter. Die grünen Linien markieren den Bereich für die Bestimmung der Wellenlänge, die rote Linie markiert die Nulllage

Aus den Interferogramm ergeben sich die Werte in Tabelle 4. Es wurde ein kleines Intervall um den Weißlichtpunkt gewählt (grüne Striche), da in diesem Bereich die Abstände zwischen den Peaks regelmäßig sind. Aus den Werten ergibt sich eine Wellenlänge von $2.91(5)\mu\text{m}$, welche um ca. 12% vom Literaturwert von $3.31\mu\text{m}$ abweicht (Quelle:[2]). Mit diesem Wert lässt sich der Parameter $2\pi b$ aus Gleichung 9 bestimmen .

$$2\pi b = \frac{2\pi}{\lambda} = 2.159(4) \frac{1}{\mu\text{m}} \quad (22)$$

Tabelle 4: Messwerte für die Bestimmung der mittleren Wellenlänge

x_1 / mm	x_2 / mm	S / mm	n
5,7485(3)	5,7881(3)	0,0396(4)	5

Für die Bestimmung des 1/e-Abfalls wird die Position des Weißlichtpunkts verwendet. Die Amplitude am Weißlichtpunkt beträgt ca. 0.57. Aus der Amplitude ergibt sich der 1/e-Abfall bei einer Position von $5.805(3)$ mm mit einer Amplitude von 0.208. Es ergibt sich eine halbe Breite des 1/e-Abfalls von $0.035(2)$ mm. Der Parameter a hat somit den Wert

$$a = 0.0129(1) \text{ mm} \quad (23)$$

Aus den Werten lässt sich die Spektralverteilung des Filters bestimmen. Die Wellenzahlen

$(\bar{\nu}_i = 2\pi/\lambda_i)$ ergeben sich mit:

$$\bar{\nu}_1 = 2\pi b - \frac{2}{a} = 2.003(4)\mu m^{-1} \quad (24)$$

$$\bar{\nu}_2 = 2\pi b + \frac{2}{a} = 2,314(4)\mu m^{-1} \quad (25)$$

Aus den beiden Werten $\bar{\nu}_1$ und $\bar{\nu}_2$ lässt sich nach [2] die e^{-1} -Breite $\Delta\lambda$ des Schmalbandfilters bestimmen.

$$\Delta\lambda = \frac{1}{\bar{\nu}_1} - \frac{1}{\bar{\nu}_2} = 0.067(8)\mu m \quad (26)$$

Erwartet wurde ein Wert von $0.060\mu m$ [2]. Der Bestimmte Wert weicht nur um ca. 12% vom erwarteten Wert ab, sodass diese Messung als gut angesehen werden kann. Aus den beiden Parametern a und b ergibt sich die Spektralverteilung des Filters in Abbildung 11.

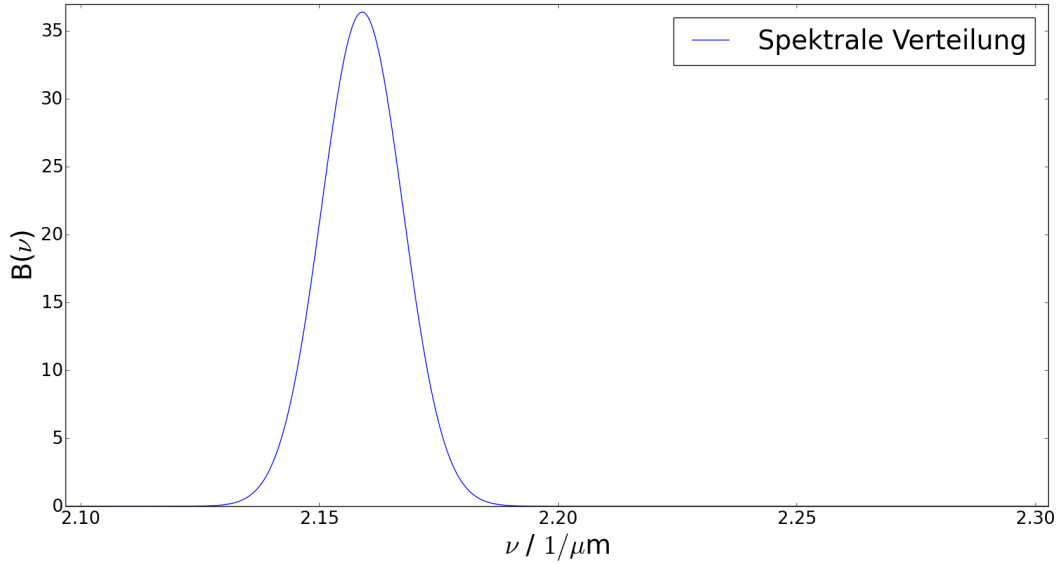


Abbildung 11: Spektrale Verteilung des Schmalbandfilters

Zum Schluss soll erwähnt werden, dass bei Anwendung einer FFT, eines Algorithmus für die diskrete Fouriertransformation, ein ähnliches Ergebnis zustande kommt. Da die FFT für periodische Signale geeignet ist, kann zur Rauschunterdrückung eine sogenannte Fensterfunktion verwendet werden, welche das Signal 'sanft' ein und ausblendet. Das FFT-Spektrum ohne Fensterfunktion ist in Abbildung 12 dargestellt. Zu beachten ist, dass in den folgenden Plots $1/\lambda$ auf der x-Achse und nicht $2\pi/\lambda$ aufgetragen ist.

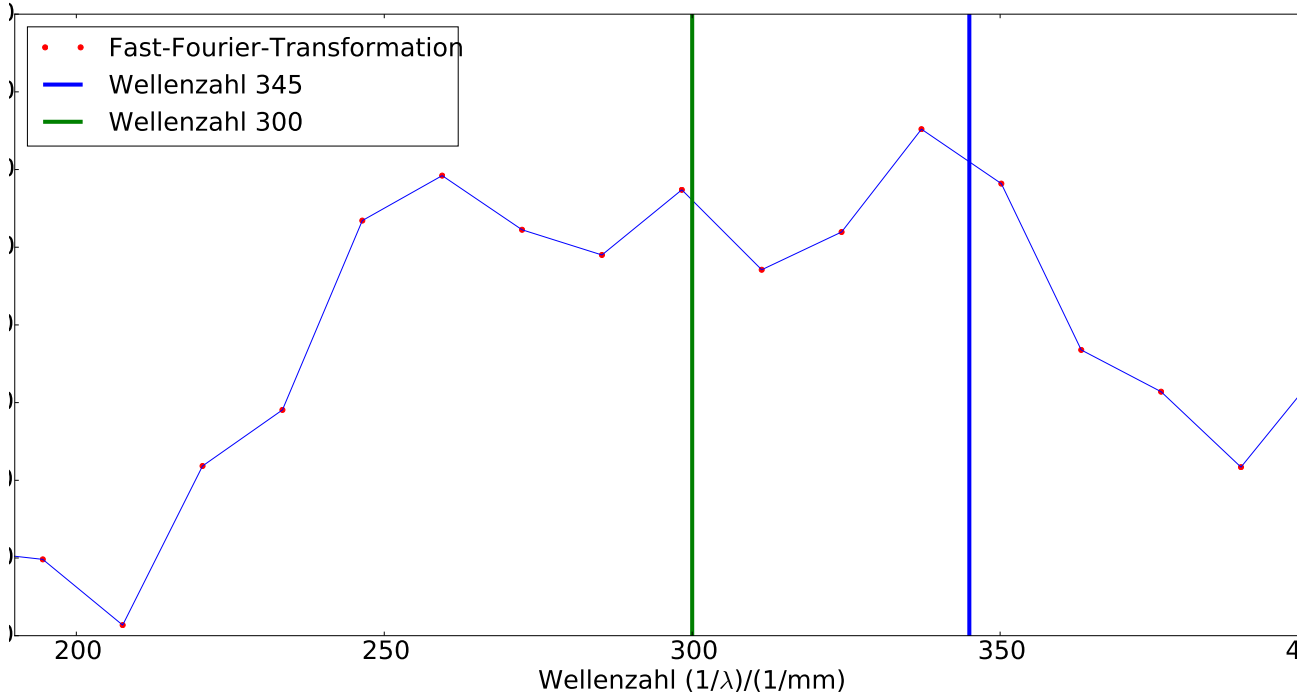
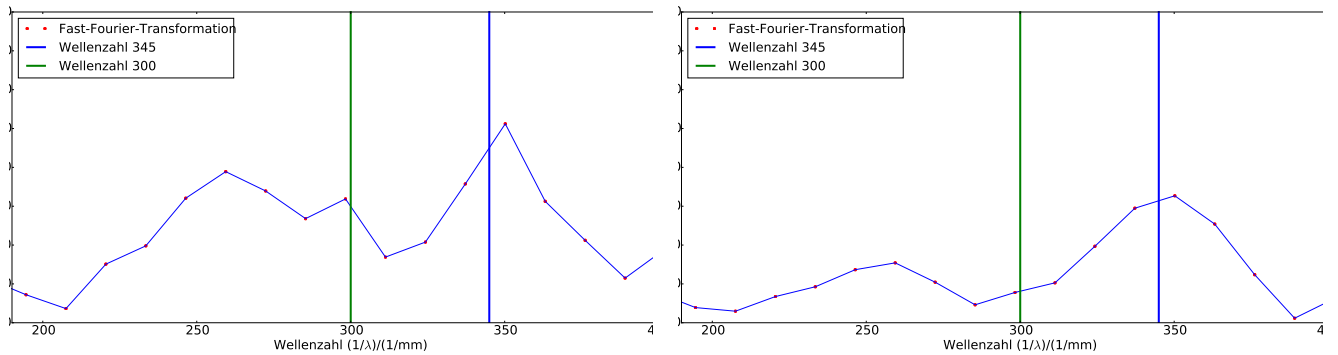


Abbildung 12: Diskrete Fouriertransformation des Filterinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $200 \frac{1}{mm}$ bis $400 \frac{1}{mm}$ ohne Fensterfunktion (verrauscht)

Man sieht, dass die Wellenzahl $300(2) \frac{1}{mm}$ im Spektrum vertreten ist, welche einer Wellenlänge von $3.33(2) \mu m$ entspricht. Beim ein und Ausblenden des Signals mit den Funktionen $f(x) = (\frac{1-\cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})$ und $f(x) = (\frac{1-\cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})^4$, um das Rauschen durch die Nichtperiodizität zu unterdrücken, wird diese Wellenzahl jedoch herausgefiltert. Die beiden Spektren, welche durch Anwendung der beiden Filterfunktionen entstehen, sind in den Abbildungen 13a und 13b dargestellt.



(a) Diskrete Fouriertransformation des Filterinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $200 \frac{1}{mm}$ bis $400 \frac{1}{mm}$ mit Fensterfunktion $f(x) = (\frac{1-\cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})$

(b) Diskrete Fouriertransformation des Filterinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $200 \frac{1}{mm}$ bis $400 \frac{1}{mm}$ mit Fensterfunktion $f(x) = (\frac{1-\cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})^4$

Man sieht, dass der größte Peak, mit der Fensterfunktion $f(x) = (\frac{1-\cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})^k$ ($k = 1, 4$) bei einer Wellenzahl von $345(2) \frac{1}{mm}$ liegt, was einer Wellenlänge von $2.90(2) \mu m$ entspricht. Diese stimmt mit der manuell bestimmten Wellenlänge von $2.91(5) \mu m$ zu 99.7% überein. Dieses Ergebnis spricht für die Konsistenz der manuellen Messung.

4.6 Analyse des Schwebungsinterferogramms

In diesem Versuchsteil soll die Schwebung zweier nahe beieinander liegender Signale untersucht werden. Die verwendeten Wellenlängen liegen bei $3.31\text{ }\mu\text{m}$ (Muffelofen mit Filter) und $3.39\text{ }\mu\text{m}$ (He-Ne-Laser). Um die Schwebung sichtbar zu machen, musste die Amplitude des He-Ne-Lasers an die Amplitude des gefilterten Muffelofenspektrums angepasst werden. Dazu wurden Polyethylenfolien in den Strahlengang des Lasers montiert, welche zur Feinjustierung verkippt werden konnten. Die Eichung wurde für diese Messung wie in Abschnitt 4.2.1 durchgeführt. Der Plot für die Eichung und die Fitfunktion ist im Anhang Abschnitt A.3 zu finden. Das Interferogramm zur Analyse der Schwebung ist in Abbildung 14 zu sehen.

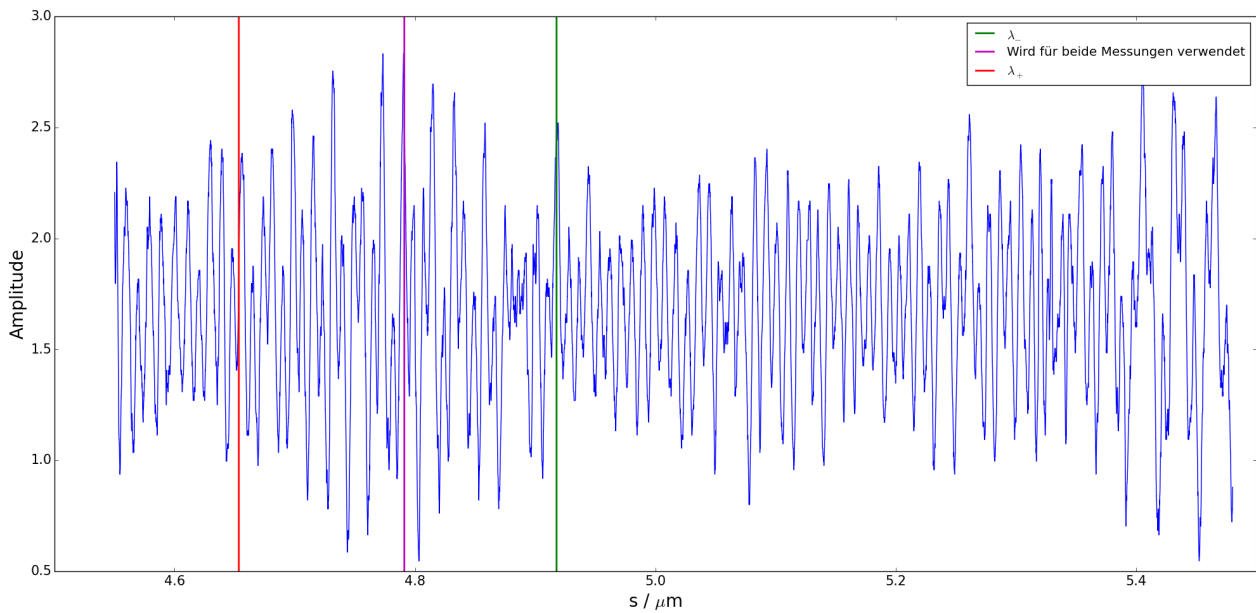


Abbildung 14: Schwebungsinterferogramm

Da die Wellenlänge der in dem Interferogramm erkennbaren Schwebung sehr stark von der erwarteten Schwebungswellenlänge abweicht, wird es hier vorgezogen, einen FFT-Algorithmus (Fast-Fourier-Transform) für die diskrete Fouriertransformation zu verwenden, um herauszufinden, welche Wellenzahlen ($1/\lambda$) in dem Interferogramm vertreten sind. Auf eine Herleitung der DFT und deren Anwendung in der Analyse von Daten wird verzichtet, da dies lediglich einer Diskretisierung der Fouriertransformation entspricht, wodurch 'gesamplete' Messdaten und deren Frequenzen analysiert werden können. Die diskrete Fouriertransformation ist für die Analyse periodischer Signale geeignet, sodass bei der Analyse nichtperiodischer Signale hochfrequente Anteile in der Fouriertransformation hinzukommen, welche in den niedrigfrequenten Bereich gespiegelt werden, da $f(t) = e^{2\pi i n t / N}$ keine reelle Funktion ist. Dadurch sind die Daten nach der FFT stark verrauscht. Diese sind in Abbildung 15 dargestellt. Die FFT wurde auf das gesamte Interferogramm angewendet.

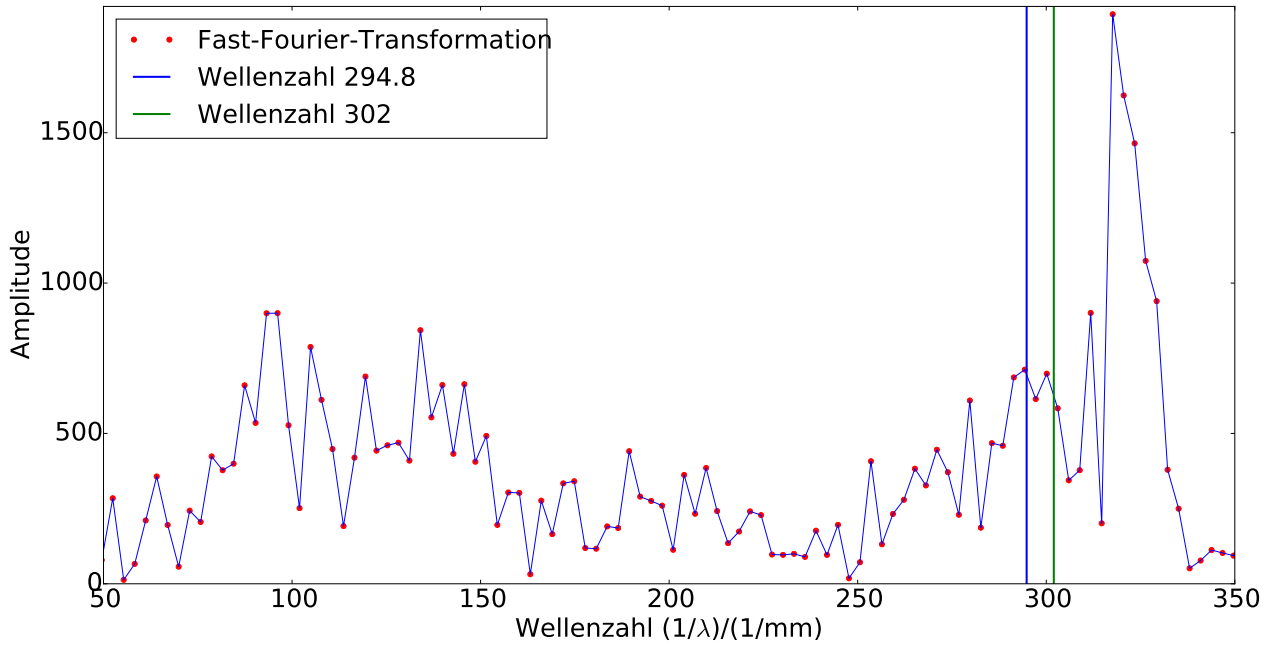


Abbildung 15: Diskrete Fouriertransformation des Schwebungsinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $50 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $350 \frac{1}{\text{mm}}$ ohne Fensterfunktion (verrauscht)

Um die vertretenen Wellenzahlen aus dem Interferogramm abzulesen, wurde der Bereich $260 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $315 \frac{1}{\text{mm}}$ näher untersucht. Dieser ist in Abbildung 16 zu sehen.

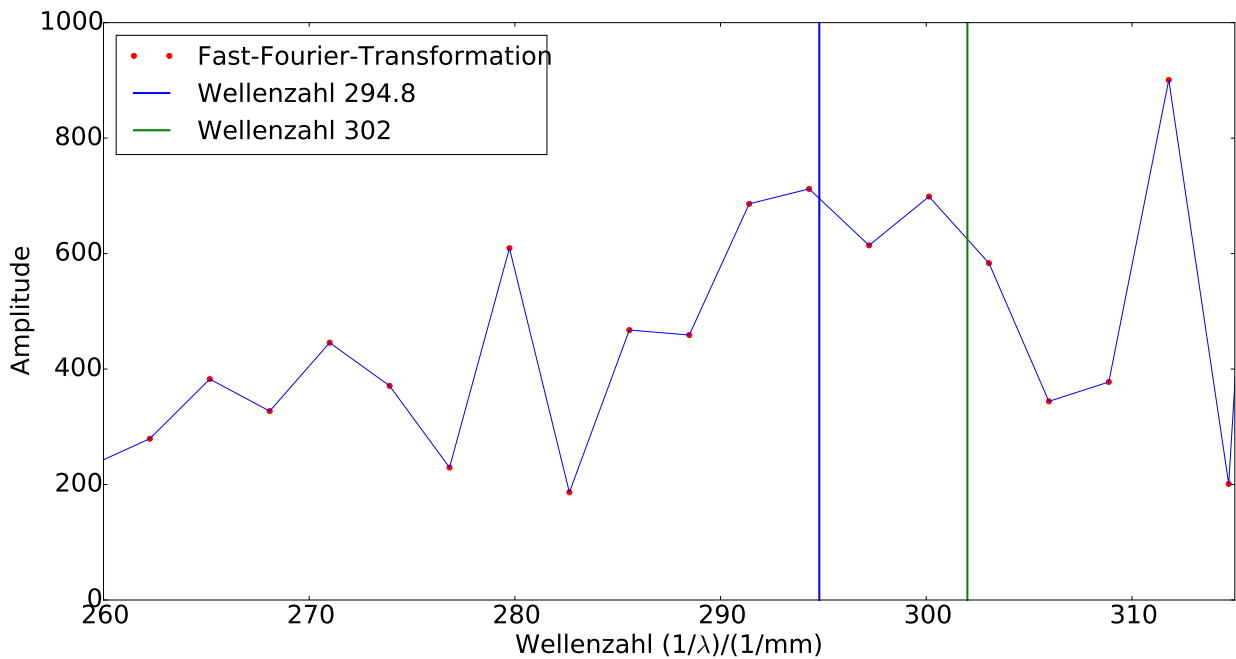


Abbildung 16: Diskrete Fouriertransformation des Schwebungsinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $260 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $315 \frac{1}{\text{mm}}$ ohne Fensterfunktion (verrauscht)

Man sieht, dass die Wellenzahlen $294.8(10) \frac{1}{\text{mm}}$ und $302(2) \frac{1}{\text{mm}}$, welche den Wellenlängen $3.392(12) \mu\text{m}$ und $3.31(2) \mu\text{m}$ entsprechen, in dem Interferogramm vertreten sind. Diese weichen

von den erwarteten Wellenlängen $3.31 \mu\text{m}$ und $3.39 \mu\text{m}$ um 0 % bzw. 0.05 % ab. Daneben sind andere Frequenzen stärker in dem Interferogramm vertreten. Um herauszufinden, ob diese durch die Nichtperiodizität zustandekommen, multipliziert man sogenannte Fensterfunktionen mit dem Interferogramm, welche das Signal 'sanft' ein und ausblenden. In diesem Fall wurde die Funktion $f(x) = (\frac{1 - \cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})^k$, wobei L die Länge des Interferogramms ist und k eine natürliche Zahl, als Fensterfunktion gewählt. Dadurch wird das Signal periodisch und das Rauschen durch Randeffekte kleiner. Abhängig von der Größe k , wurde der mittlere Teil des Interferogramms unterschiedlich stark gewichtet. Deshalb wurden für k die Werte 1, 4 und 10 eingesetzt. Die Spektren für den Wellenzahlbereich von $50 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $350 \frac{1}{\text{mm}}$ sind in Abbildung 17 ($k = 1$), 18a ($k = 4$) und 18b ($k = 10$) dargestellt.

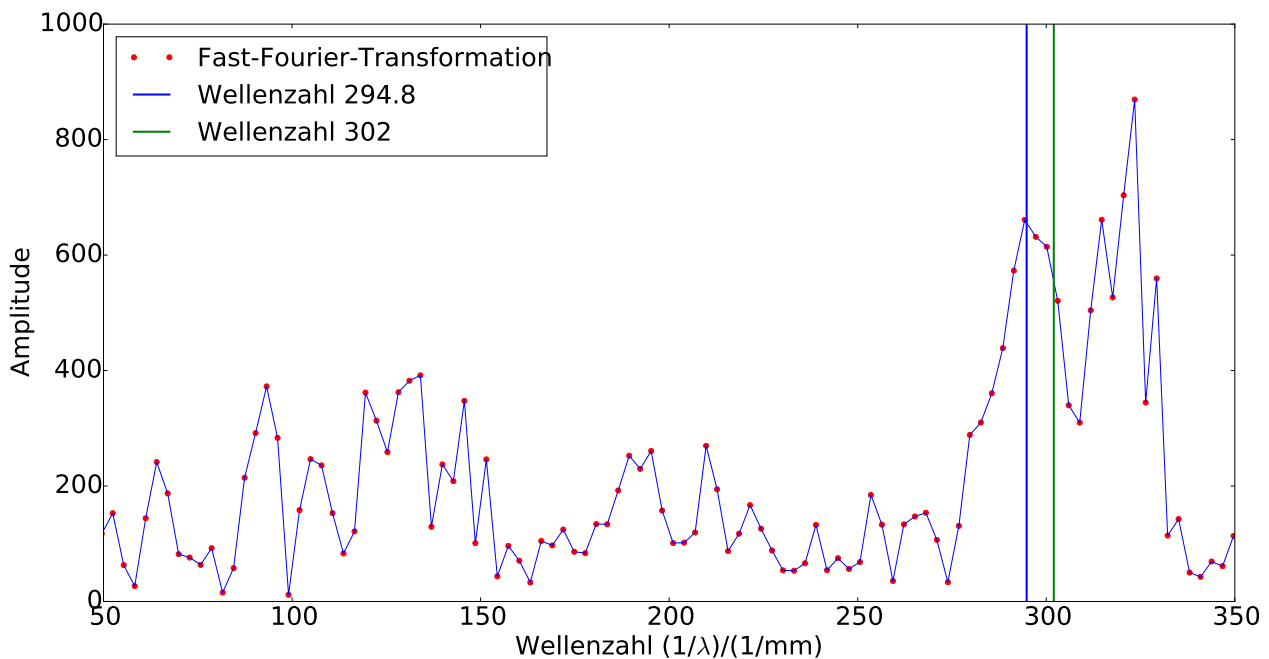
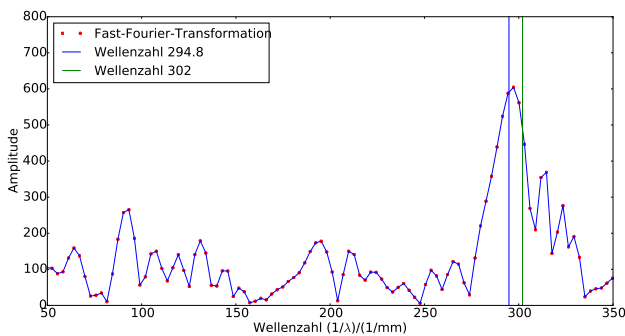
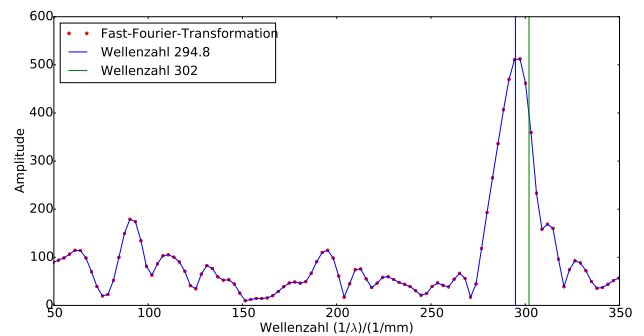


Abbildung 17: Diskrete Fouriertransformation des Schwebungsinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $50 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $360 \frac{1}{\text{mm}}$ mit Fensterfunktion $f(x) = (\frac{1 - \cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})$



(a) Diskrete Fouriertransformation des Schwebungsinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $50 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $360 \frac{1}{\text{mm}}$ mit Fensterfunktion $f(x) = (\frac{1 - \cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})^4$



(b) Diskrete Fouriertransformation des Schwebungsinterferogramms für Wellenzahlen $(1/\lambda)$ von $50 \frac{1}{\text{mm}}$ bis $360 \frac{1}{\text{mm}}$ mit Fensterfunktion $f(x) = (\frac{1 - \cos(\frac{2\pi x}{L})}{2})^{10}$

Man sieht, dass das Rauschen mit höherem k geringer wird, sodass die erwarteten Wellenzahlen bereits bei $k = 4$ die größte Amplitude im gesamten Interferogramm besitzen. Die beiden Peaks bei $294.8(10) \frac{1}{mm}$ und $302(2) \frac{1}{mm}$ verschmieren mit größer werdendem k zu einem Peak, sodass bei $k = 10$ die Peaks nichtmehr voneinander unterschieden werden können. Trotzdem sieht man, dass das Rauschen bei $k = 10$ am besten unterdrückt wird, sodass andere Wellenzahlen eine sehr geringe Amplitude besitzen. Daneben kann man Infrarotwellenzahlen von Plankstrahlern bei Raumtemperatur bei ca. $100 \frac{1}{mm}$ in den letzten beiden Plots gut erkennen, welche ebenfalls nicht als Rauschen herausgefiltert werden. Diese Tatsache unterstützt die Konsistenz dieses Resultates. Zusammenfassend konnten die gefundenen Wellenlängen bei $3.392(12) \mu m$ und $3.31(2) \mu m$ per FFT mit relativ großer Genauigkeit durch die Benutzung von Fensterfunktionen bestimmt werden, wobei der Peak bei der Wellenlänge $3.31(2) \mu m$ abhängig von der Fensterfunktion nicht mehr zu erkennen ist.

4.6.1 Manuelle Auswertung der Schwebung

Eine Manuelle Auswertung des Schwebungsinterferogramms wird trotz Schwierigkeiten so weit wie möglich durchgeführt. Die beiden Wellenlängen λ_- und λ_+ werden wie zuvor bestimmt (vgl. 4.1). Für λ_+ ein Werte von $275,6(3) \mu m$ bestimmt, indem über eine $1/2$ -Periode gezählt wurde. Für λ_- wurde ein Wert von $3,15(3) \mu m$ bestimmt (vgl. Tabelle 5).

Tabelle 5: Bestimmte Wellenlängen $\lambda_{+,-}$, vgl. Abbildung 14

	n	s_1 /mm	s_2 / mm	Δs / mm	λ / μm
λ_+	1/2	4.7911(2)	4.6535(2)	0.1376(3)	275.6(3)
λ_-	4	4.7911(2)	4.9177(2)	0.1266(3)	3.15(3)

Mit den Wellenlängen $\lambda_{+,-}$ können mit Gleichung 13 und 14 die Wellenlängen des Schmalbandfilters und des Lasers bestimmt werden. Alle bestimmten Wellenlängen sind in Tabelle 6 eingetragen.

Tabelle 6: Bestimmte Wellenlängen $\lambda_{Laser, Muffelofen, +, -}$

λ_{Laser}	$3.11(4) \mu m$
λ_{SBF}	$3.18(4) \mu m$
λ_+	$275.6(3) \mu m$
λ_-	$3.15(3) \mu m$

Die Parameter $2\pi b_{Laser}$ und $2\pi b_{SBF}$ werden wie in Abschnitt 4.5 bestimmt, der Parameter a wird übernommen. Es ergeben sich die Werte in Tabelle 7.

Tabelle 7: Parameter für die spektrale Verteilung

a	0,0129(1) mm
$2\pi b_{\text{Laser}}$	1.863(5) μm
$2\pi b_{\text{SBF}}$	2.159(37) μm

Mit den Werten aus Tabelle 7 ergibt sich die spektrale Verteilung in Abbildung 19.

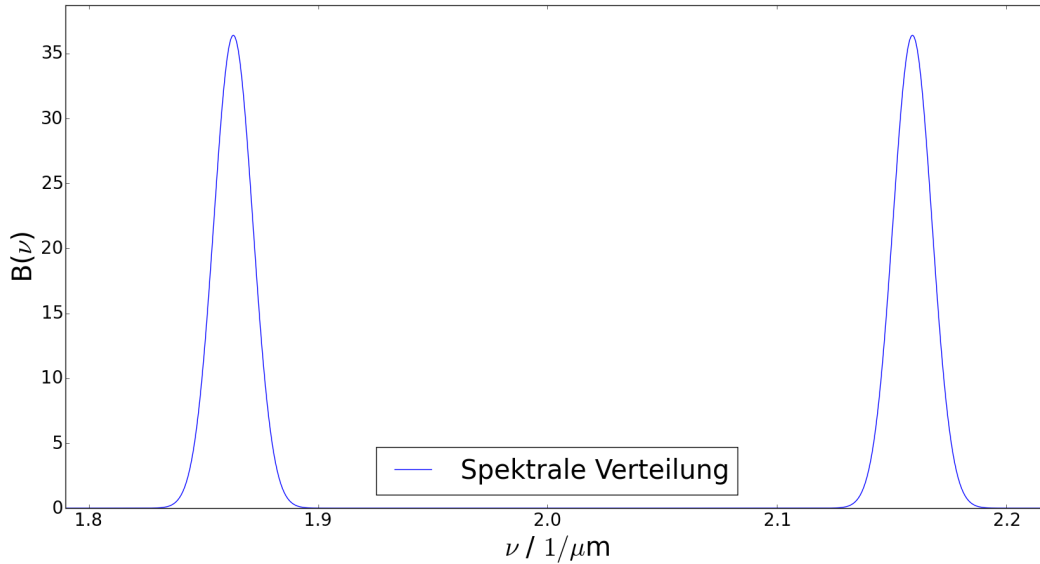


Abbildung 19: Spektrale Verteilung der Schwebung

5 Fazit

Zu Beginn des Versuches wurde die Detektorspannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz bestimmt. Mit einem reduzierten Chi-Quadrat von 1,22 ist der lineare Fit an die logarithmierten Daten gut gelungen. Dadurch konnte gezeigt werden, dass die Spannung proportional zu $1/f$ ist. Für den Rest des Versuches wurde eine Chopperfrequenz von 30 Hz verwendet. Im zweiten Teil sollte die Wellenlänge des Lasers und das Übersetzungsverhältnis für die Millimeterschraube bestimmt werden. Für den He-Ne-Laser wurde eine Wellenlänge von $3.732(9) \mu\text{m}$ bestimmt, welche relativ um 10.08 % von der erwarteten Wellenlänge abwich. Der Korrekturfaktor für das Übersetzungsverhältnis der Millimeterschraube wurde mit $k = 5.42(1)$ bestimmt. Bei der Bestimmung des Weißlichtpunkts wurden unerwarteterweise zwei Weißlichtpunkte gefunden. Der erste Weißlichtpunkt wurde bei einer Schraubenposition von $4.7545(80) \text{ mm}$ bestimmt, der zweite Punkt wurde bei $5.770(3) \text{ mm}$ bestimmt. Nach der Theorie dürfte es nur einen Weißlichtpunkt geben. Die Herkunft des zweiten Weißlichtpunktes ist nicht bekannt. Da auch nicht hinreichend Zeit vorhanden war, um den Aufbau weiter zu untersuchen, kann keine genaue Analyse gemacht werden, sodass die Ergebnisse auf einen Messfehler hindeuten. Im vorletzten Teil sollte der Schmalbandfilter untersucht werden. Dafür wurde die mittlere Wellenlänge des Schmalbandfilters aus dem Interferogramm bestimmt. Für die Wellenlänge ergab sich ein Wert

von $2.91\,\mu\text{m}$. Dieser weicht relativ um ca. 12% von der erwarteten Wellenlänge $3.31\,\mu\text{m}$ ab. Der bestimmte Wert konnte durch Analyse mit FFT bestätigt werden. Die halbe Breite des e^{-1} Abfalls des Signals wurde mit $a = 0.0129(1)\,\text{mm}$ bestimmt. Die Breite des e^{-1} -Abfalls des Schmalbandfilters (aus dem Wellenzahlspektrum) wurde mit $\Delta\lambda = 0.067(8)\,\mu\text{m}$ bestimmt und weicht um 12% von der erwarteten Breite ($0.060\,\mu\text{m}$) ab. Der theoretische Wert liegt innerhalb des Fehlers des experimentellen Wertes. Im letztem Versuchsteil sollten die Wellenlängen der zwei Quellen aus einem Schwebungsinterferogramm bestimmt werden. Mittels FFT konnten die beiden Wellenlängen $3.392(12)\,\mu\text{m}$ und $3.31(2)\,\mu\text{m}$ aus den Messdaten bestimmt werden. Diese entsprechen den Wellenlängen des Lasers und des Muffelofens. Bei der manuellen Bestimmung der Wellenlänge ergab sich für λ_+ ein Wert von $275.6(3)\,\mu\text{m}$ und für λ_- ein Wert von $3.15(3)\,\mu\text{m}$. Die aus den Messdaten bestimmte spektrale Verteilung der Schwebung ist in Abbildung 19 zu sehen.

A Kalibrierungen

A.1 Weißlichtpunkt

Fit (Abbildung 20) und Parameter (Tabelle 8) für die Kalibrierung des ersten Weißlichtpunktes.

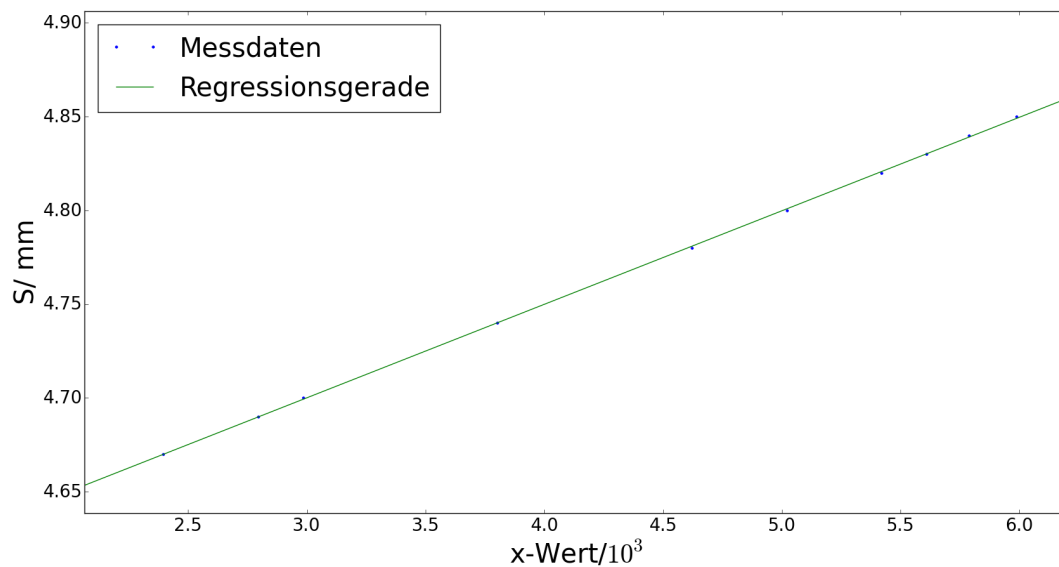


Abbildung 20: Erster bestimmter Weißlichtpunkt bei $4,755(8)\,\text{mm}$

Tabelle 8: Parameter des Fits für den ersten Weißlichtpunkt

Parameter	Wert
A	$4.99(2)\text{e-}05$
B	$4.5505(9)$

Fit (Abbildung 21) und Parameter (Tabelle 9) für die Kalibrierung des zweiten Weißlichtpunktes.

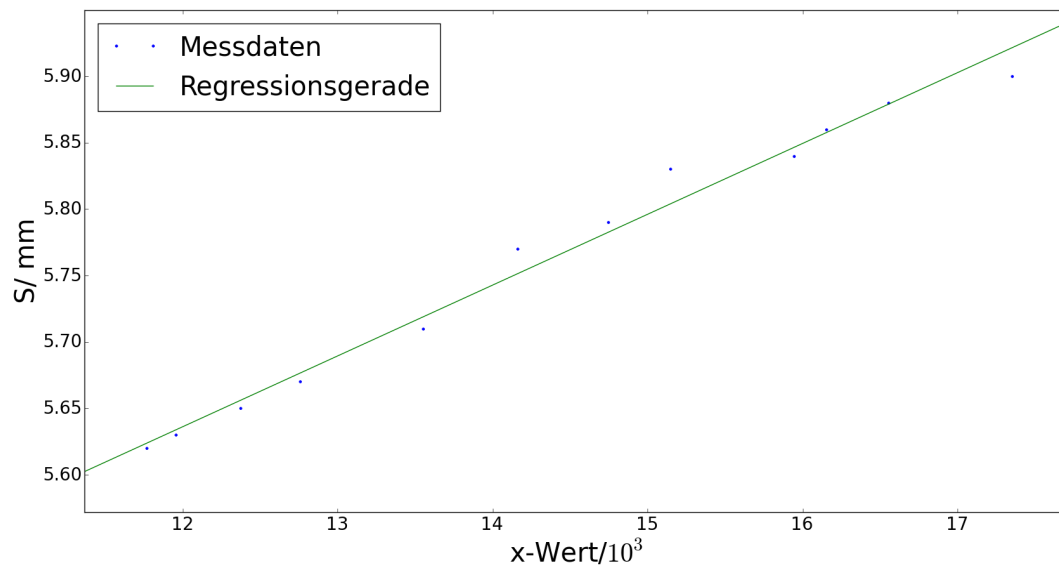


Abbildung 21: Zweiter bestimmter Weißlichtpunkt bei 5,770(3) mm

Tabelle 9: Parameter des Fits für den zweiten Weißlichtpunkt

Parameter	Wert
A	5.3(2)e-05
B	5.00(3)

A.2 Weißlichtpunkt mit Schmalbandfilter

Fit für die Kalibrierung des ersten Weißlichtpunktes mit Schmalbandfilter.

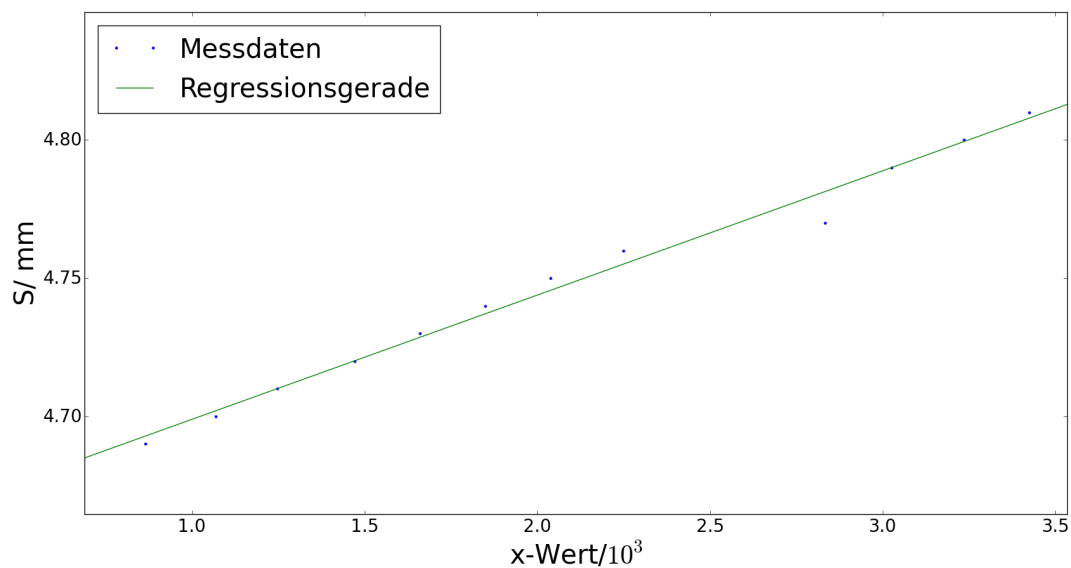


Abbildung 22: Erster bestimmter Weißlichtpunkt bei 4.755(8) mm mit Schmalbandfilter

Tabelle 10: Parameter des Fits für die Kalibrierung mit Filter ($S(x) = Ax + B$)

Parameter	Wert
A	4.49(5)e-05
B	4.654(3)

A.3 Schwebung

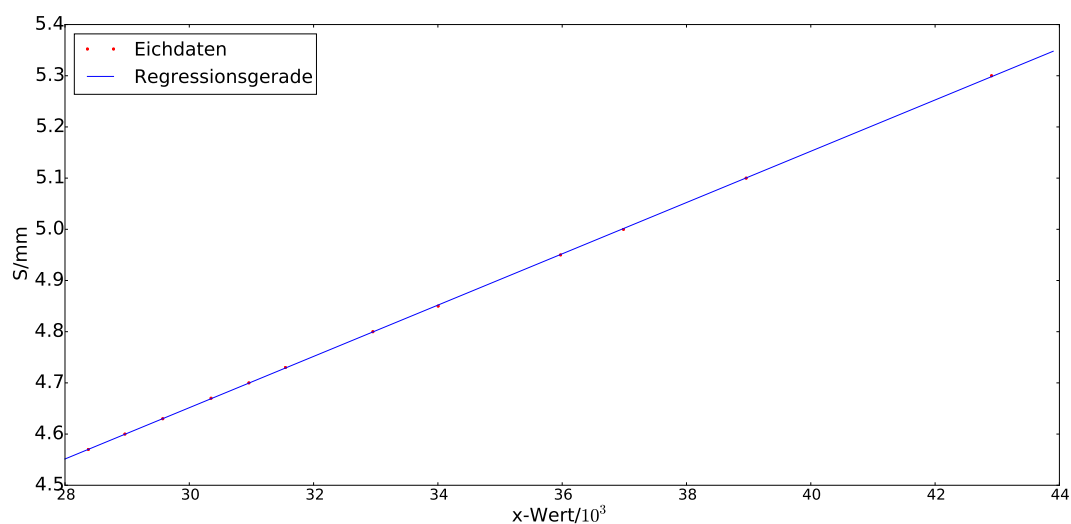


Abbildung 23: Kalibrierung für die Schwebung mit einer Fitfunktion $S(x)/\mu m = 5,010(8) \cdot 10^{-5} \cdot x + 3.148(3)$. Für die Berechnung des Fits wurde der Ursprung in den Schwerpunkt der Daten gelegt, um für den Fit unkorrelierte Fitparameter zu erhalten.

Literatur

- [1] *Aufbau des Experimentes*. URL: https://moodle2.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/231744/mod_resource/content/1/Michelson-Anleitung_2015-7.pdf (besucht am 06.10.2015).
- [2] U. Grupert. *Staatsexamensarbeit: Aufbau eines Michelson-Interferometer-Versuchs*. 1980. URL: https://moodle2.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/223735/mod_resource/content/2/Michelson-Staatsexamensarbeit_Grubert-neu.pdf (besucht am 16.10.2015). Wuppertal.
- [3] *Pyroelektrische Detektoren*. URL: http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/3/anc/ir_spek/ir_geraete.vlu/Page/vsc/de/ch/3/anc/ir_spek/ir_spektroskopie/ir_geraetetechnik/ir_8_2_4/pyro_m35ht0101.vscml.html (besucht am 08.10.2015).