



BERGISCHE  
UNIVERSITÄT  
WUPPERTAL

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

FORTGESCHRITTENEN PRAKTIKUM

---

# Michelson Interferometrie

---

*Verfasser:*

Henrik JÜRGENS

Frederik STROTHMANN

*Tutor:*

Friedhelm OLSCHESKI

**Abstract:**

Fourierspektroskopie mit einem Michelson Interferometer. Ziel des Versuches ist die Untersuchung der Interferogramme von mono- als auch polychromatischer Infrarotstrahlung.

Bereich	max. %	+/-	erreicht %
Einleitung & Theorie	15		
Durchführung	70		
Auswertung			
phys. Diskussion			
Zusammenfassung			
Formales	15		
Note			

11. Oktober 2015

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Michelson Interferometer . . . . .	2
2.2	Strahlungsintensität . . . . .	4
2.3	Schwebung . . . . .	5
2.4	Pyroelektrischer Detektor . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Detektorspannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Eichung und Bestimmung der Wellenlänge des Lasers</b>	<b>8</b>
5.1	Eichung . . . . .	8
5.2	Bestimmung der Wellenlänge des Lasers . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Bestimmung der Weißlichtpositon der polychromatischen Strahlung des Muffelofen</b>	<b>9</b>
<b>7</b>	<b>Analyse des Schmalbandinterferogramms</b>	<b>11</b>
<b>8</b>	<b>Analyse des Schwebungsinterferogramms</b>	<b>11</b>
<b>9</b>	<b>Fazit</b>	<b>12</b>
<b>10</b>	<b>Anhang</b>	<b>12</b>
10.1	Weißlichtpunkt . . . . .	12
10.2	Schwebung . . . . .	13

# 1 Einleitung

Mit einem Michelson Interferometer soll das Infrarotstrahlungsspektrum eines He-Ne-Lasers und eines Muffelofens, welcher als Schwarzkörperstrahler verwendet wird, untersucht werden. Unter Eingrenzung des polychromatischen Spektrums des Muffelofens mithilfe von Interferenzfiltern kann monochromatische Strahlung erzeugt werden, deren Wellenlänge ( $3.31\text{ }\mu\text{m}$ ) dicht neben der des He-Ne-Lasers ( $3.39\text{ }\mu\text{m}$ ) liegt. Durch Superposition beider Strahlungsquellen entsteht das Interferenzmuster einer Schwebung, welches in diesem Versuch ebenfalls analysiert werden soll.

## 2 Theorie

Die wichtigsten theoretischen Grundlagen für den Versuch sollen zusammengefasst werden.

### 2.1 Michelson Interferometer

Der schematische Aufbau für die Verwendung des Michelson Interferometers ist in Abbildung 1 dargestellt.

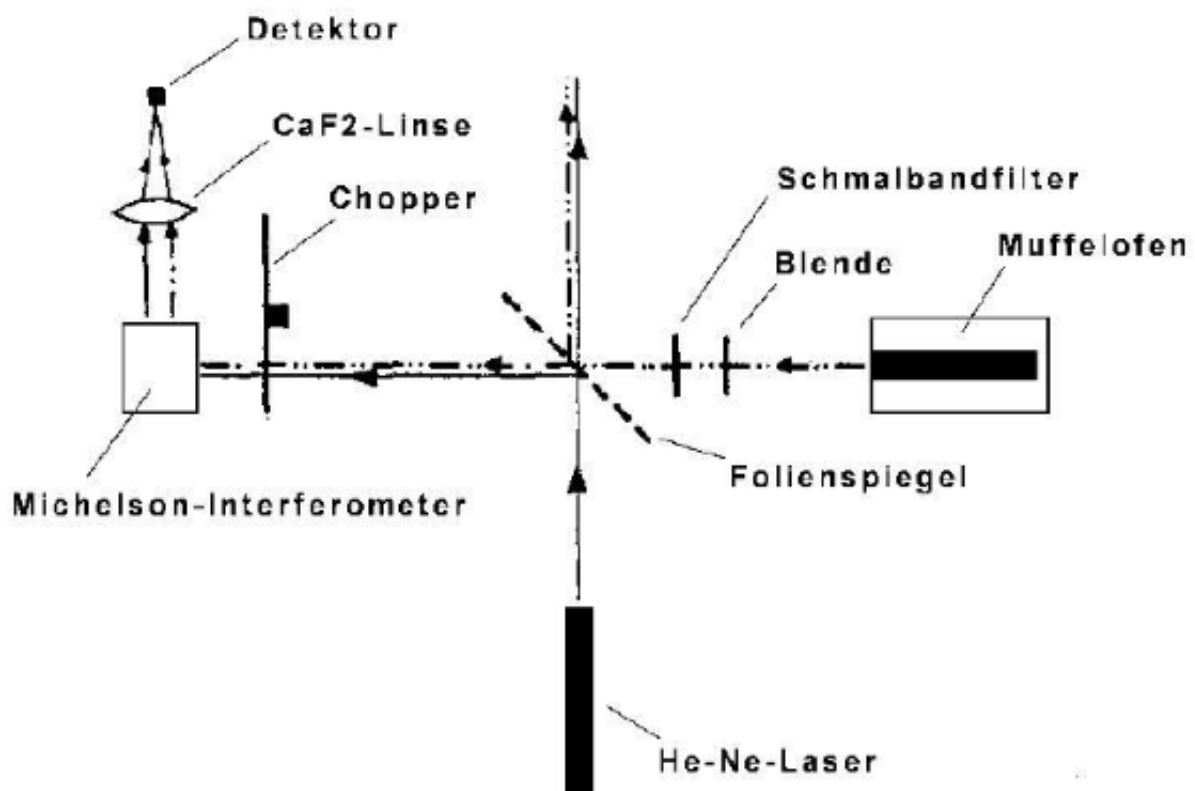


Abbildung 1: Aufbau des Experimentes [1]

Der Strahlengang im Michelson Interferometer ist in Abbildung 2 zu sehen.

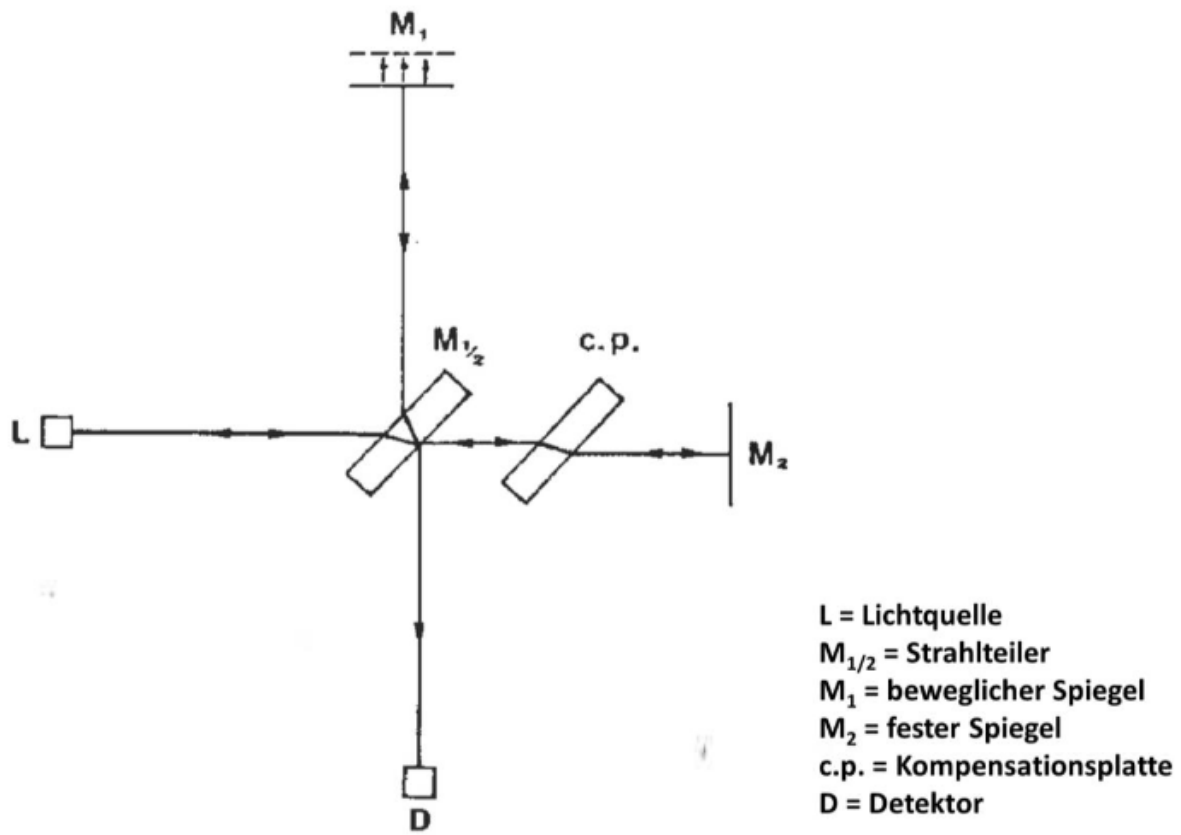


Abbildung 2: Strahlengang im Michelson Interferometer [1]

„Innerhalb des Interferometers wird die einfallende Strahlung an der Rückseite des ZnSe-Strahlteilers auf den beweglichen Spiegel reflektiert, der über einen Hebelmechanismus von einem Getriebemotor angetrieben wird. Der Hebelmechanismus ist mit einer Mikrometerschraube versehen und überträgt den Vorschub des Antriebssystems in einem Verhältnis von ca. 5:1 auf den Spiegel. Mikrometerschraube und Getriebemotor sind über eine Achse miteinander verbunden, auf der ein Drehgeber befestigt ist, der die Messwertaufnahme des verwendeten LabView-Programms steuert. Die zum festen Interferometerspiegel durch die ZnSe-Strahlteilerplatte und eine ZnSe-Kompensationsplatte transmittierte Strahlung interferiert nach Reflexion am Spiegel an der strahlteilenden Schicht mit dem vom beweglichen Spiegel reflektierten Strahlungsanteil und wird mit einer CaF<sub>2</sub>-Linse auf einen pyroelektrischen Detektor fokussiert.“ (Zitat [1] Seite 2, Kapitel 4 Messaufbau Zeile 8ff.) Die Bedingung für konstruktive bzw. destruktive Interferenz ergibt sich aus dem Gangunterschied, welcher durch die Verschiebung des beweglichen Spiegels eingestellt werden kann. Das Licht durchläuft den Gangunterschied  $\delta_l$  zweimal, sodass sich die

Beziehungen 1 und 2 für konstruktive bzw. destruktive Interferenz ergeben.

$$n\lambda = 2\delta_l, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (1)$$

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda = 2\delta_l, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (2)$$

Bei der Bestimmung von  $\delta_l$  muss die Übersetzung der Mikrometerschraube beachtet werden. Wenn man für  $\delta_l$  den Abstand  $\Delta S$ , der auf der Mikrometerschraube abgelesen werden kann, verwendet, muss also ein Übersetzungsfaktor  $k$  berücksichtigt werden. Die sich daraus ergebenden Formeln zur Bestimmung der Wellenlänge bei konstruktiver und bei destruktiver Interferenz ergeben sich mit Gleichung 3 und 4.

$$\lambda = \frac{2\delta_l}{nk} \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{2\delta_l}{(n + \frac{1}{2})k} \quad (4)$$

## 2.2 Strahlungsintensität

Der Zusammenhang zwischen der Intensität  $I$  und  $\delta_l$  kann [2] entnommen werden. Für monochromatische Strahlung ergibt sich Gleichung 5.

$$I(\delta_l) = \frac{I(1/\lambda)}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right)\right) \quad (5)$$

Unter Vernachlässigung des konstanten Offsets, sowie unter Berücksichtigung von Strahlungsverlusten erhält man daraus Gleichung 6.

$$I(\delta_l) = B(1/\lambda) \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right) \quad (6)$$

Nach Integration über alle Wellenzahlen ( $1/\lambda$ ) (Gleichung 7) erhält man die Intensität von polychromatischem Licht  $I_{poly}$  in Abhängigkeit des Gangunterschiedes.

$$I(\delta_l)_{poly} = \int_0^\infty d(1/\lambda) B(1/\lambda) \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right) \quad (7)$$

Aus der Fourierrücktransformation kann die Spektralverteilung  $B(1/\lambda)$  nach Gleichung 8 bestimmt werden.

$$B(1/\lambda) = 2 \int_0^\infty d\delta_l I(\delta_l)_{poly} \cos\left(\frac{2\pi\delta_l}{\lambda}\right) \quad (8)$$

Als Ansatz für die spätere Analyse des Interferogramms mit Schmalbandfilter kann für  $B(1/\lambda)$  eine Gaussfunktion verwendet werden. Für  $I$  wird dabei eine modulierte Gaussfunktion angenommen. Es ergibt sich die in Gleichung 9 beschriebene Beziehung, wobei  $b = 1/\lambda_{max}$  die Wellenzahl ( bis hierhin immer in Einheiten von  $2\pi$  ) maximaler Transmission ist und  $4/a$  die

$1/e$ -Breite des Filters ist.

$$B(1/\lambda) = \frac{a\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(-\frac{(a2\pi(b - 1/\lambda))^2}{4}\right) \quad (9)$$

## 2.3 Schwebung

Der Begriff 'Schwebung' bezeichnet die Überlagerung zweier Schwingungen, sodass eine einhüllende niedrigfrequente Schwingung der Wellenlänge  $\lambda_+$  und eine hochfrequente Schwingung der Wellenlänge  $\lambda_-$  sich herausbilden. Besonders gut kann dies an Schwingungen beobachtet werden, deren Wellenlängen nahe beieinander liegen und deren Amplitude gleich groß ist. Als Schwebungsfrequenz wird die Frequenz der einhüllenden Schwingung bezeichnet. Allgemein ist dies eine Charakterisierung der Additionstheoreme für Sinus und Cosinus. Der Zusammenhang ist in Gleichung 10 dargestellt, wobei  $k_i$  in diesem Fall die Wellenzahl  $2\pi/\lambda_i$  bezeichnet.

$$\cos(k_1x + a) + \cos(k_2x + b) = 2 \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x + \frac{a + b}{2}\right) \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}x + \frac{a - b}{2}\right) \quad (10)$$

Die beiden Wellenlängen  $\lambda_+$  und  $\lambda_-$ , die sich daraus ergeben, sind in Gleichung 11 und 12 angegeben.

$$\lambda_+ = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (11)$$

$$\lambda_- = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (12)$$

Die Spektralverteilung  $B(1/\lambda)$  erhält man wieder aus der Annahme einer (schwebungs-)modulierten Gaussfunktion für I. Es ergeben sich zwei Gaußfunktionen, welche in Gleichung 13 angegeben sind. (vgl. [2])

$$B(1/\lambda) = \frac{a\sqrt{\pi}}{4} \left[ \exp\left(-\frac{[a2\pi(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_+} - \frac{1}{\lambda_-})]^2}{4}\right) + \exp\left(-\frac{[a2\pi(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_+} - \frac{1}{\lambda_-})]^2}{4}\right) \right] \quad (13)$$

## 2.4 Pyroelektrischer Detektor

Pyroelektrische Detektoren (vgl. [3]) bestehen aus ferroelektrischen Kristallen oder Keramiken mit unsymmetrischer Gitterstruktur, deren Gitterabstände sich bei Erwärmung durch IR-Strahlung verändern. Das Material hat dadurch temperaturabhängige Dipolmomente, welche es polarisieren. Die Änderung der Polarisation resultiert in einem elektrischen Signal, welches für Temperaturen im Bereich der Raumtemperatur näherungsweise proportional zur Änderung der Strahlungsleistung ist. Der schematische Aufbau ist in Abb. 3 dargestellt. In diesem Versuch ist die Detektorspannung abhängig von der Chopperfrequenz, welche die einfallende Strahlung periodisch unterbricht. Bei hoher Chopperfrequenz wird die Spannung kleiner.

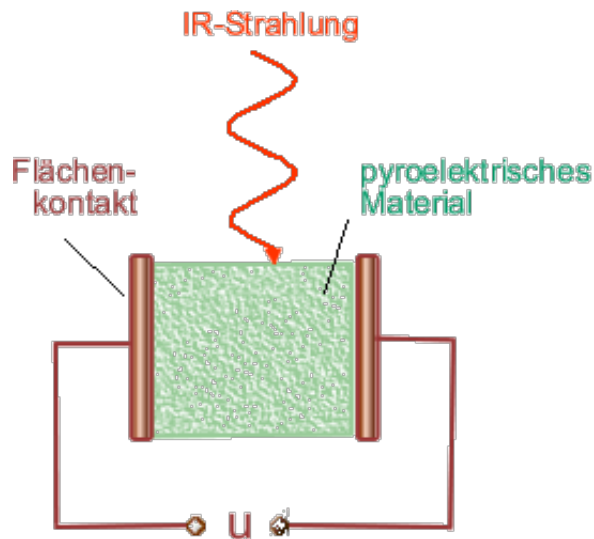


Abbildung 3: Aufbau eines pyroelektrischen Detektors [3]

### 3 Aufbau

Eine Skizze des Aufbaus ist in Abbildung ?? zu sehen. Das Michelson-Interferometer besteht aus einem Strahlteiler, der den eintreffenden Strahl in zwei Teilstrahlen teilt. Die Teilstrahlen werden jeweils von einem Spiegel reflektiert. Einer der beiden Spiegel kann über einen Hebelmechanismus, durch einen Elektromotor mit nahezu konstanter Geschwindigkeit bewegt werden. Der reflektierte Strahl wird durch eine  $\text{CaF}_2$ -Sammellinse auf einen pyroelektrischen Detektor geworfen. Der Detektor wandelt den Strahl in eine Spannung proportional zur Intensität des Strahls um. Die Spannung wird mit einem Lock-In-Verstärker bearbeitet und über eine AD-Box an den Computer weitergeleitet. Am Computer wird aus dem Signal mit der Software Lab-View ein Interferogramm erstellt. Das Übersetzungsverhältnis  $k$  des Hebelmechanismus, für den Gangunterschied liegt bei ca. 5 (Quelle:??). Da der Teilstrahl, der auf den bewegten Spiegel trifft das Medium des Strahlteilers drei mal durchqueren muss, wird zwischen dem Strahlteiler und dem festen Spiegel noch ein Kompensationsplättchen angebracht. Als Strahlenquelle wird ein HeNe-Laser und ein Muffelofen verwendet. Der Laser hat eine Wellenlänge von  $3.39 \mu\text{m}$ , der Muffelofen und der Laser können über den Folienspiegel gekoppelt werden. Zwischen dem Muffelofen und dem Folienspiegel ist noch ein Chopper, zum Filtern bestimmter Wellenlängen eingebaut. Der Chopper zwischen 0-70 Hz filtert. Durch den Chopper registriert der Detektor immer die Temperatur- und Strahlungsänderung (Untergrund) und die zu messende Strahlung (mit Untergrund) abwechselnd. Die Trennung der beiden Signale wird mittels eines phasenempfindlichen Lock-In-Verstärkers und eines anhand Referenzsignals vorgenommen. Der Muffelofen kann bis  $900^\circ\text{C}$  erhitzt werden, die dabei emittierte Strahlung durch eine Blende kollimiert. Es kann ein Schmalbandfilter verwendet werden, um die Wellenlänge der Strahlung aus dem Muffelofen auf ca.  $3.31 \mu\text{m}$  zu begrenzen.

## 4 Detektorspannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz

Zuerst soll der Zusammenhang zwischen der Detektorspannung  $U$  und der Chopperfrequenz  $f$  untersucht werden. Die Chopperfrequenz wird im Bereich von 20 Hz bis 50 Hz variiert. Bei Werten unter 20 Hz ist die Schwankung der Werte zu groß, so dass die Signale nicht vom Untergrund unterschieden werden können. Die Detektorspannung wird am Lock-In-Verstärker abgelesen. Es wurde ein Fehler von 40-10 nV angenommen, je nach Schwankung der Nadel. Der Plot der Messdaten mit linearen Achsen ist in Abbildung 4 zu sehen. In Abbildung 5 sind die Messdaten mit doppelt logarithmischen Achsen geplottet. Da ein linearer Zusammenhang zwischen  $\log(U)$  und  $\log(f)$  zu sehen ist, werden die Messdaten mit Gleichung ?? gefittet.

$$U(f) = \exp[A \cdot \log(f) + B] \quad (14)$$

Dabei sind  $A$  und  $B$  freie Parameter, die durch den Fit bestimmt werden. Das Ergebnis des Fits ist in Tabelle ?? zu sehen.

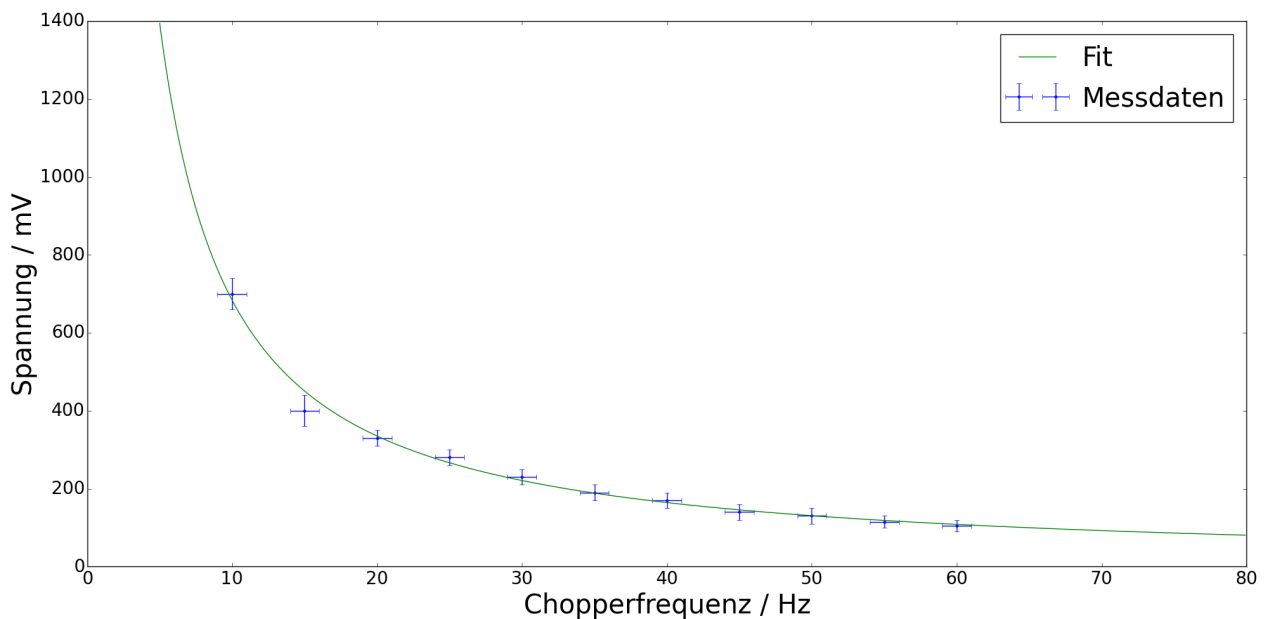


Abbildung 4: Spannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz mit linearen Achsen



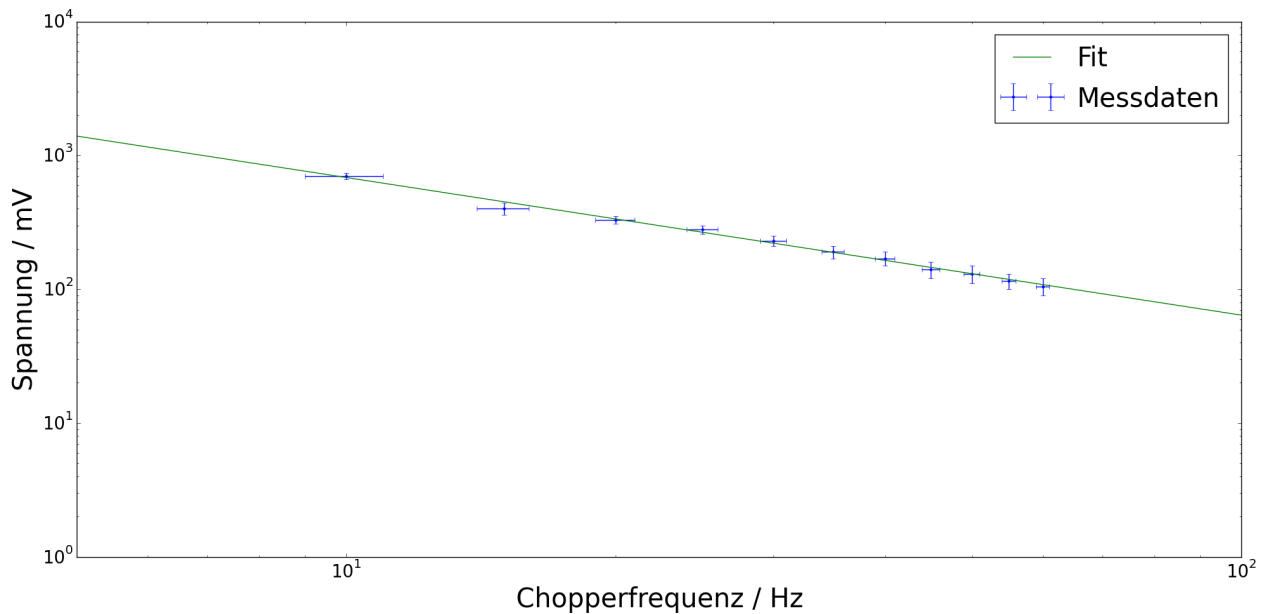


Abbildung 5: Spannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz mit logarithmischen Achsen

Tabelle 1: Fitparameter für den Fit der Spannung in Abhängigkeit der Chopperfrequenz nach Gleichung 14

Parameter	Wert
A	-1,03(3)
B	8,89(8)
$\chi_{red}^2$	1,22

Das  $\chi_{red}^2$  von 1,22 spricht dafür, dass der Zusammenhang zwischen der Chopperfrequenz und der Spannung gut durch das Modell beschrieben wird. Bei kleinen Frequenzen erreicht der Detektor eine Sättigung und bei großen dominiert Trägheit des pyroelektrischen Detektor. Deshalb wird eine Chopperfrequenz von 30Hz gewählt, um möglichst einen linearen Zusammenhang zu bekommen.

## 5 Eichung und Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

In diesem Abschnitt soll das Übersetzungsverhältnis zwischen Schraube und Spiegel und die Wellenlänge des Lasers bestimmt werden. Zuvor muss noch die x-Position in Lab-View und der Millimeterschraube geeicht werden.

### 5.1 Eichung

Die x-Werte in Lab-View müssen den realen Positionen der Millimeterschraube zugeordnet werden. Bei der Bestimmung wird von einem linearen Zusammenhang ausgegangen. Für die Eichung wird die Schraube 10mm gedreht, dabei wird alle  $\frac{1}{10}$  mm die Position im Interferogramm mit Lab-View aufgenommen. Der Fehler der Schraubenposition wird mit  $0,5\mu\text{m}$  angenommen

(eine halbe Skaleneinheit). Für den Fit wurde Gleichung 15 verwendet, A beschreibt dabei die Steigung und B das Offset.

$$f(x) = A \cdot x + B \quad (15)$$

Aus dem Fit ergebe sich die Parameter in Tabelle ??.

## 5.2 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Mit der zuvor durchgeführten Eichung kann nun die Wellenlänge  $\lambda$  des Lasers bestimmt werden. Die Wellenlänge wird aus dem Gangunterschied  $s$ , der Anzahl der Interferenzmaxima  $n$  und dem Übersetzungsverhältnis  $k$  bestimmt. Für das Übersetzungsverhältnis wird ein Wert von  $k=5$  angenommen. Die Wellenlänge ergibt sich nach Gleichung ??.

$$\lambda = \frac{2s}{5n} \quad (16)$$

Das aufgenommene Interferogramm ist in Abbildung ?? zu sehen.

Für den Gangunterschied wird Auswahl der Maxima/Minima begründen. Mit der zuvor durchgeführten Eichung wird der Gangunterschied der x-Position in eine reelle Wegdifferenz umgerechnet, der Fehler ergibt sich nach Fehlerfortpflanzung auf die Geradengleichung. Die Anzahl der Maxima wurde als Fehlerlos angenommen. Um ein besseres Ergebnis zu erhalten, wird das eigentliche Übersetzungsverhältnis  $k_e$  mit Gleichung 17 bestimmt. Dabei wurde für  $\lambda$  der Literaturwert von  $3,39\mu\text{m}$  verwendet (vgl ??).

$$k_e = \frac{2s}{n\lambda} \quad (17)$$

Die Ergebnisse für ersten 10 Minima/Maxima sind in Tabelle ?? zu sehen. Dabei ergab sich ein Mittelwert von ?? für die Wellenlänge des Lasers. Auswertung und Diskussion

## 6 Bestimmung der Weißlichtposition der polychromatischen Strahlung des Muffelofen

Bei weißem Licht gibt nur an der Weißlichtposition konstruktive Interferenz. Die Weißlichtposition des Muffelofen liegt also in Abhängigkeit der Spiegelposition dort, wo die Intensität maximal wird. Neben der Weißlichtposition kann von einer Gleichverteilung zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz ausgegangen werden. Bei der Untersuchung nach dem Weißlichtpunkt wurden zwei Kandidaten gefunden.

Der erste Weißlichtpunkt wurde bei  $4,7545(8) \mu\text{m}$  gefunden, siehe Abbildung 6. Der zweite Weißlichtpunkt wurde bei  $5,77(3) \mu\text{m}$  gefunden, siehe Abbildung 7. Die Herkunft des zweiten Weißlichtpunktes ist nicht bekannt.

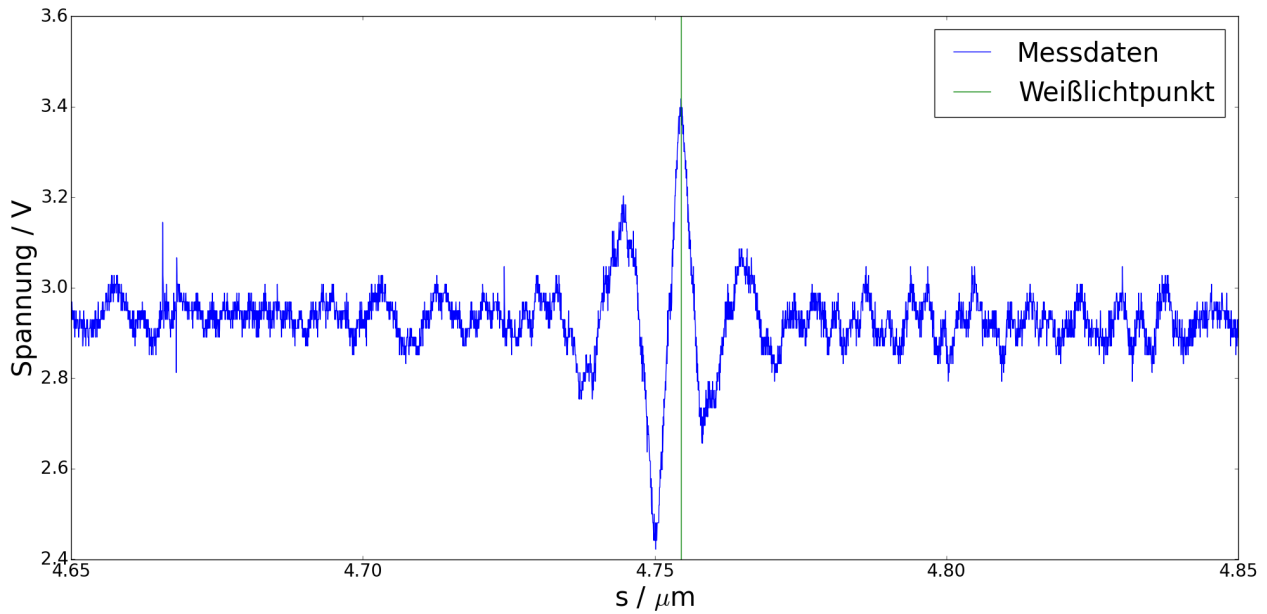


Abbildung 6: Erster bestimmter Weißlichtpunkt bei  $4,7545(8) \mu\text{m}$

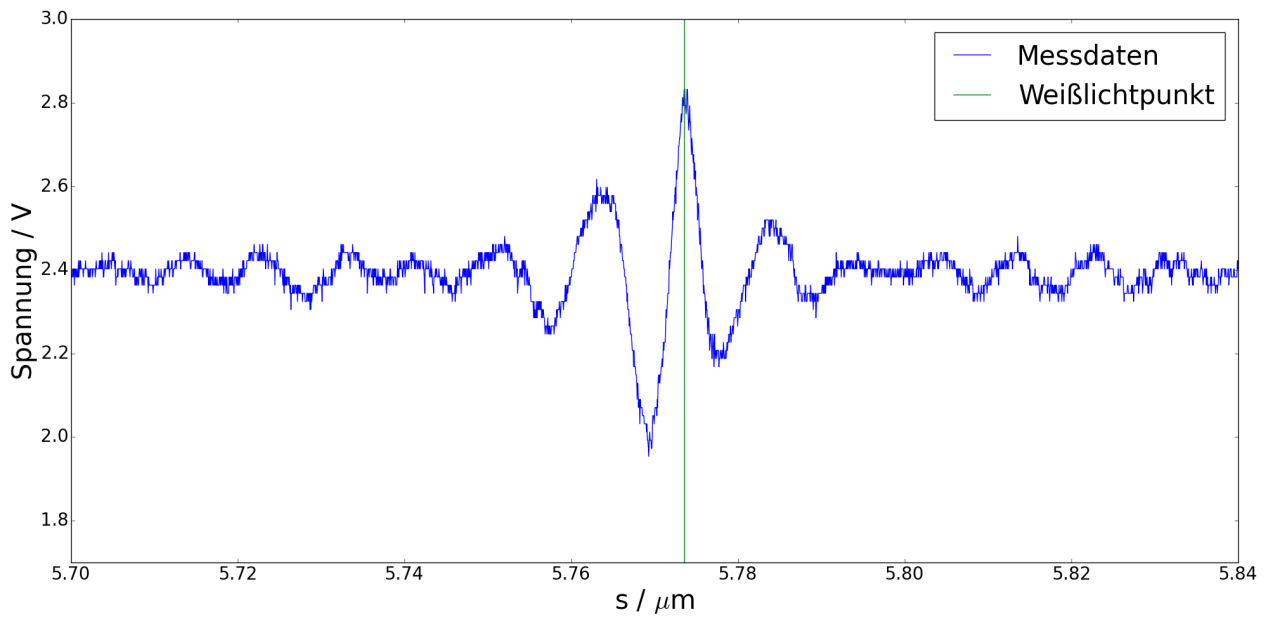


Abbildung 7: Zweiter bestimmter Weißlichtpunkt bei  $5,77(3) \mu\text{m}$

Die beiden Plots, für die Eichung des Abstandes und die Tabellen mit den Parametern sind im Anhang in Abschnitt 10.1 zu finden.

## 7 Analyse des Schmalbandinterferogramms

Der Wellenlängenbereich des Muffelofen wird mit einem Schmalbandfilter reduziert. Da durch die Filterung auch die Intensität verringert wird, muss die Verstärkung des Log-In-Verstärkers korrigiert werden. Aufgrund des Filters wird eine gedämpfte Cosinus-Schwingung symmetrisch um den Weißlichtpunkt des Muffelofen erwartet. Aus dem aufgenommen Interferogramm soll die Wellenlänge der maximalen Transmission und die Breite des  $1/e$ -Abfalls der Einhüllenden bestimmt werden. Mit diesen beiden Werten kann die Breite des Schmalbandfilters bestimmt werden. Das Interferogramm ist in Abbildung 8 zu sehen.

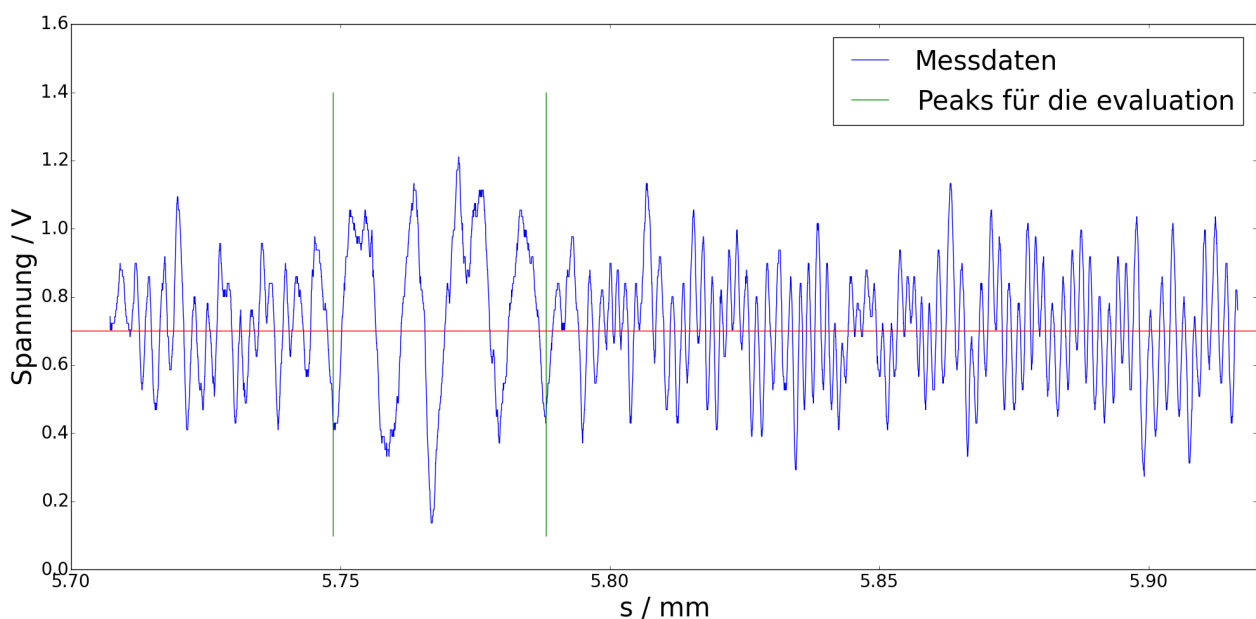


Abbildung 8: Interferogramm für den Muffelofen mit Schmalbandfilter. Die grünen Linien markieren den Bereich für die Bestimmung der Wellenlänge, die rote Linie markiert die Nulllage

Aus den Interferogramm ergeben sich die Werte in Tabelle ???. Es wurde ein kleines Intervall um den Weißlichtpunkt gewählt, da in diesem Bereich die Abstände zwischen den Peaks regelmäßig sind.

## 8 Analyse des Schwebungsinterferogramms

In diesem Versuchsteil soll die Schwebung zweier nahe beieinander liegender Signale untersucht werden. Die verwendeten Wellenlängen liegen bei  $3.31 \mu\text{m}$  (Muffelofen mit Filter) und  $3.39 \mu\text{m}$  (He-Ne-Laser). Um die Schwebung sichtbar zu machen, musste die Amplitude des He-Ne-Lasers an die Amplitude des gefilterten Muffelofenspektrums angepasst werden. Dazu wurden Polyethylenfolien in den Strahlengang des Lasers montiert, welche zur Feinjustierung verkippt werden konnten. Die Eichung wurde für diese Messung wie in Abschnitt 5.1 durchgeführt. Der Plot für die Eichung und die Fitfunktion ist im Anhang Abschnitt 10.2 zu finden.

## 9 Fazit

## 10 Anhang

### 10.1 Weißlichtpunkt

Fit (Abbildung 9) und Parameter (Tabelle 3) für die ersten Weißlichtpunkt.

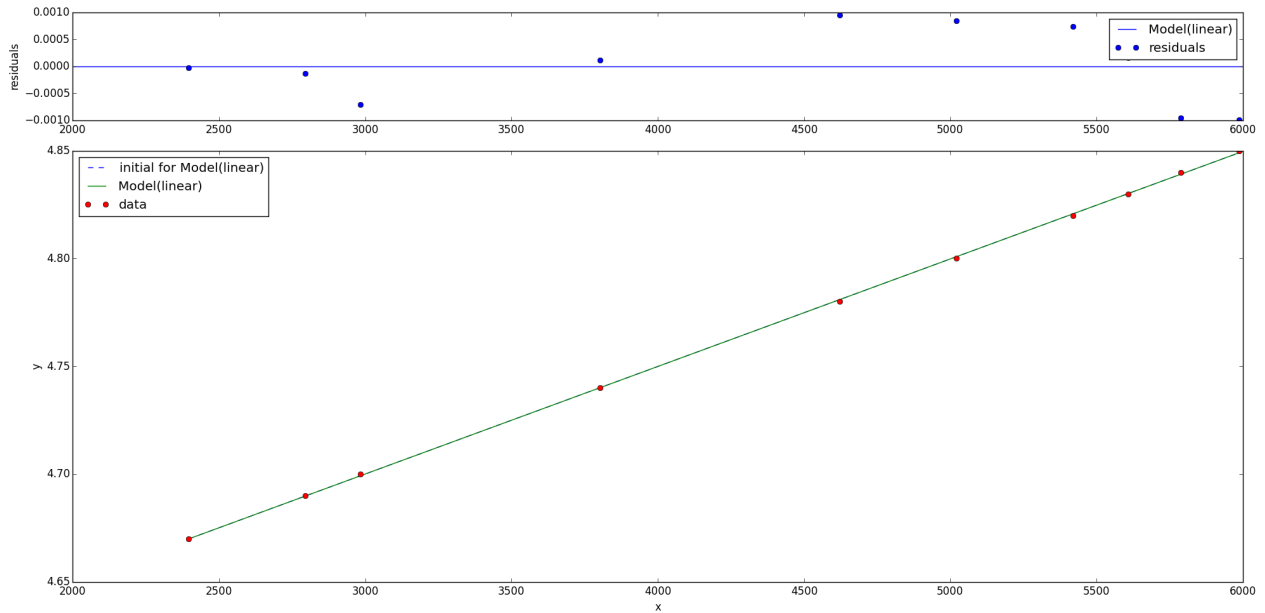


Abbildung 9: Erster bestimmter Weißpunkt bei  $4,7545(8) \mu\text{m}$

Tabelle 3: Parameter des Fits für den ersten Weißlichtpunkt

Parameter	Wert
A	$4.98(2)\text{e-}05$
B	$4.5505(9)$

Fit (Abbildung 10) und Parameter (Tabelle 4) für die zweiten Weißlichtpunkt.

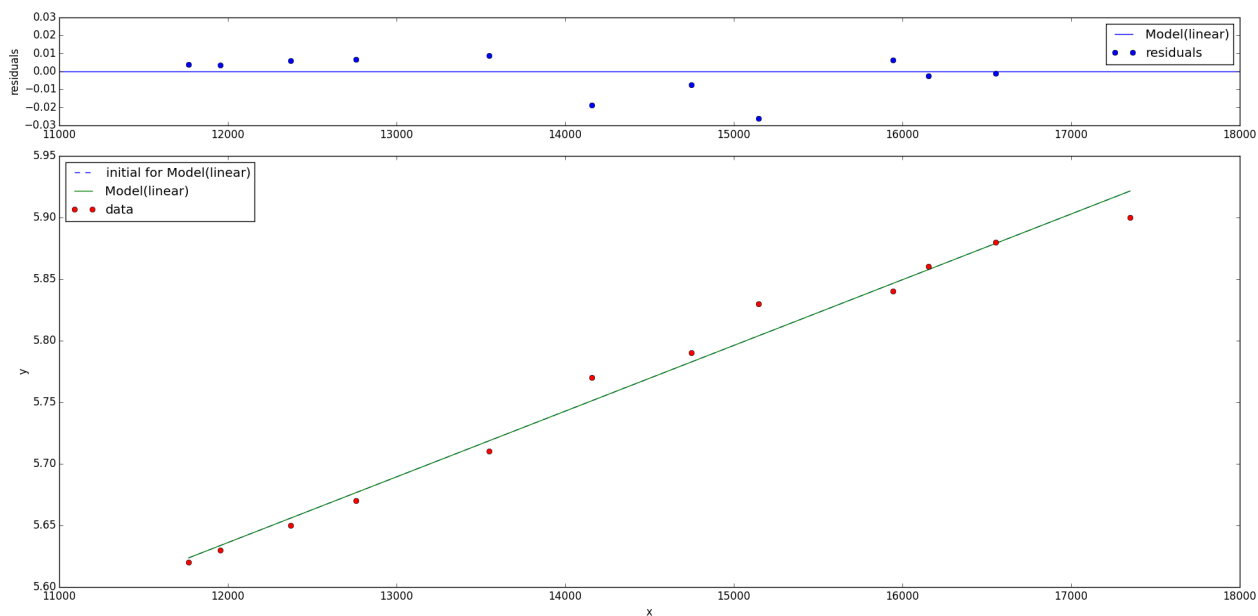


Abbildung 10: Erster bestimmter Weißpunkt bei  $5,77(3) \mu\text{m}$

Tabelle 4: Parameter des Fits für den zweiten Weißlichtpunkt

Parameter	Wert
A	$4.98(2)e-05$
B	$4.5505(9)$

## 10.2 Schwebung

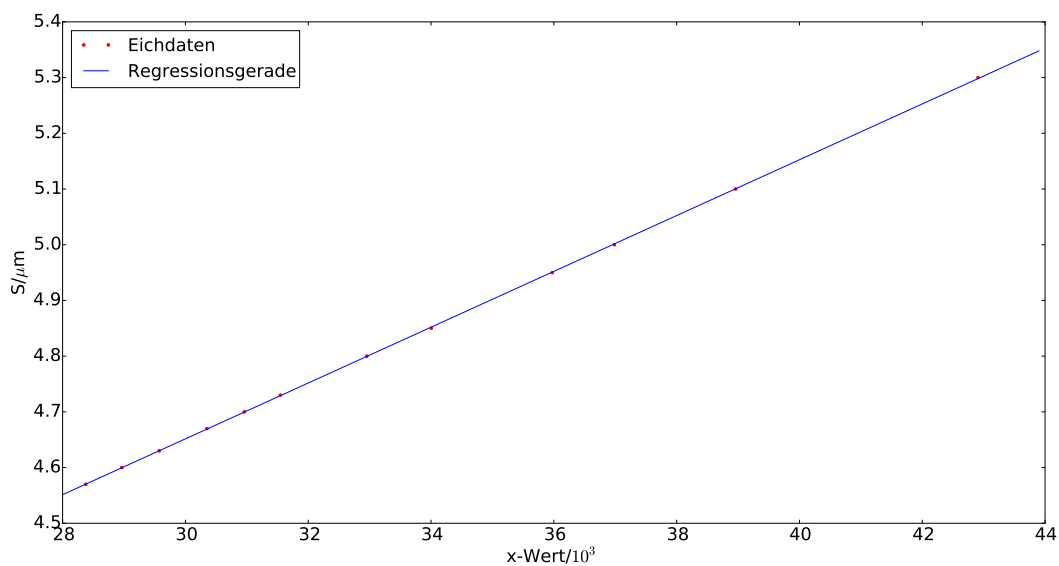


Abbildung 11: Eichung für die Schwebung mit einer Fitfunktion  $S(x)/\mu\text{m} = 5,010(8) \cdot 10^{-5} \cdot x + 3.1485(26)$ . Für die Berechnung des Fits wurde der Ursprung in den Schwerpunkt der Daten gelegt, um für den Fit unkorrelierte Fitparameter zu erhalten.

# Literatur

- [1] *Aufbau des Experimentes*. URL: [https://moodle2.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/231744/mod\\_resource/content/1/Michelson-Anleitung\\_2015-7.pdf](https://moodle2.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/231744/mod_resource/content/1/Michelson-Anleitung_2015-7.pdf) (besucht am 06.10.2015).
- [2] *Aufbau eines Michelson-Interferometer-Versuchs*. URL: [https://moodle2.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/223735/mod\\_resource/content/1/fpII\\_6\\_se.pdf](https://moodle2.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/223735/mod_resource/content/1/fpII_6_se.pdf) (besucht am 06.10.2015).
- [3] *Pyroelektrische Detektoren*. URL: [http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/3/anc/ir\\_spek/ir\\_geraete.vlu/Page/vsc/de/ch/3/anc/ir\\_spek/ir\\_spektroskopie/ir\\_geraetetechnik/ir\\_8\\_2\\_4/pyro\\_m35ht0101.vscml.html](http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/3/anc/ir_spek/ir_geraete.vlu/Page/vsc/de/ch/3/anc/ir_spek/ir_spektroskopie/ir_geraetetechnik/ir_8_2_4/pyro_m35ht0101.vscml.html) (besucht am 08.10.2015).