Versuch AP8 Elektronenstrahlen

Frederik Strothmann, Henrik Jürgens 26. September 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Verwendete Materialien	3
3	Bestimmung der spezifischen Masse $\frac{e}{m}$ 3.1 Versuchsaufbau	5
	3.2 Versuchsdurchführung	6
	3.3 Verwendete Formeln	7
	3.4 Messergebnisse	7
	3.5 Auswertung	8
	3.6 Diskussion	8
4	Beugung von Elektronenstrahlen, Verifikation der DeBroglie-Beziehung	9
	4.1 Versuchsaufbau	9
	4.2 Versuchsdurchführung	10
	4.3 Verwendete Formeln	11
	4.4 Messergebnisse	11
	4.5 Auswertung	13
	4.6 Diskussion	15
5	Fazit	15

1 Einleitung

Die Entdeckung der Welleneigenschaften von massebehafteten Teilchen war historisch von größter Bedeutung für die Entwicklung der Quantenmechanik. Dabei nimmt die Schrödingergleichung als charakteristische Wellengleichung einen besonderen Stellenwert ein, da sie die Grundlage für die nicht-relativistische Quantenmechanik bildet. In diesem Versuch führen wir zwei Teilexperimente durch, die die Teilchen- bzw. Welleneigenschaften von Elektronen demonstrieren. Mit Hilfe eines Fadenstrahlrohres bestimmen wir die spezifische Ladung e/m eines Elektrons, das im homogenen Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaares auf eine Kreisbahn gezwungen wird. Die Welleneigenschaften eines Elektronenstrahles wird durch Beugung von Elektronen an einer dünnen Schicht von Kohlenstoffkristallen untersucht. Mit Hilfe der bekannten Gitterkonstanten dieser Kristalle soll die Gültigkeit der DeBroglie-Beziehung nachgewiesen werden. Dabei sollen die Grenzen nicht-relativistischer Beschreibungsweise sowie der Einfluß von Wechselwirkungen zwischen den Elektronen und dem inneren Potential der Kohlenstoffkristalle berücksichtigt werden¹.

2 Verwendete Materialien

Schaltskizze des Fadenstrahlrohrs zur bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen.

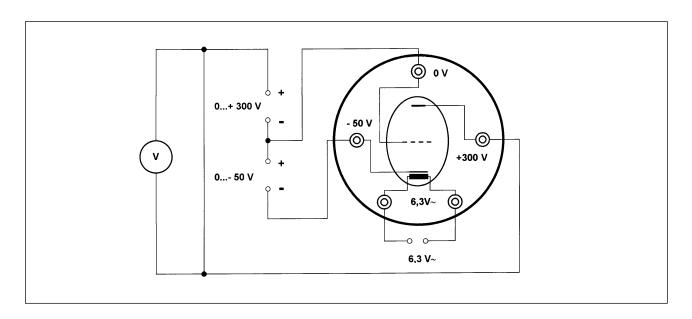


Abbildung 1: Schaltskizze des Fadenstrhlrohrs²

- 6,3V: Spannung für den Heitzdraht
- -50-0 V: Spannung des Wehneltzylinder
- 0-300V: Beschleunigungsspannung

Schaltskizze der Elektronenbeugungsröhre zur Bestimmung der Gitterkonstanten von Graphit.

¹vgl. http://www.atlas.uni-wuppertal.de/ ∼kind/ap22ap8neu.pdf Zielsetzung des Versuchs

 $^{^2} Abbildung$ entnommen von http://www.atlas.uni-wuppertal.de/k̃ind/fadenstrahlrohr_phywe_0695900d.pdf am 24.09.2014

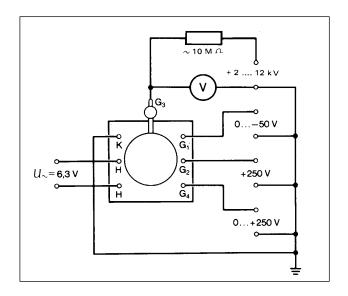


Abbildung 2: Schaltskizze der Elektronenbeugungsröhre³

- H: Kathodenheizung
- K: Glühkathode
- \bullet G₁: Wehneltzylinder
- \bullet G₂: Gitter zur Vorbeschleunigung
- \bullet G₃: Beschleunigungsgitter
- \bullet G₄: Gitter zur Fokussierung

Das Netzgerät, dass für beide Versuchsaufbauten benötigt wird.

 $^{^3} Abbildung entnommen von http://www.atlas.uni-wuppertal.de/k̃ind/beugungsroehre_phywe_0672100d.pdf am <math display="inline">24.09.2014$

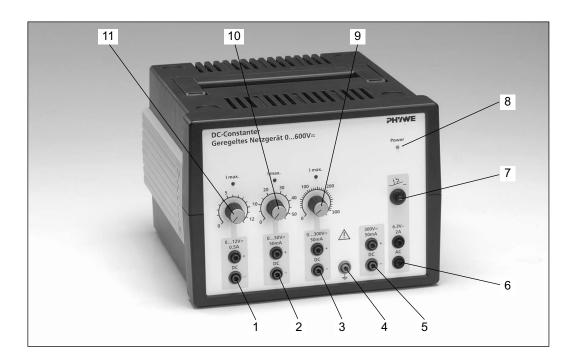


Abbildung 3: Abbild des Netzgerätes⁴

- 1. Ausgang 0-12V-/0.5A
- 2. Ausgang 0-50V-/50mA
- 3. Ausgang 0-300V-/50mA
- 4. Anschluss 'Erde'
- 5. Ausgang 300V-/50mA
- 6. Ausgang $6.3\tilde{V/2A}$
- 7. Überstromschutzschalter für Ausgang 6,3V
- 8. Einschaltkontrollleuchte
- 9. Stellknopf für Ausgang 0-300V, rote Leuchtdiode zur Anzeige der Strombegrenzung
- 10. Stellknopf für Ausgang 0-50V, rote Leuchtdiode zur Anzeige der Strombegrenzung
- 11. Stellknopf für Ausgang 0-12V, rote Leuchtdiode zur Anzeige der Strombegrenzung

3 Bestimmung der spezifischen Masse $\frac{e}{m}$

Ziel der Messung ist die Bestimmung der spezifischen Ladung $\frac{e}{m}$ des Elektrons mithilfe eines Fadenstrahlrohres.

 $^{^4} Abbildung$ entnommen von http://www.atlas.uni-wuppertal.de/kind/phywe_600V_netzteil_1367293d.pdf am 24.09.2014

- 1. DMM zur Messung der Gitterspannung
- 2. Netzgerät zur Versorgung der Fadenstrahlrohres
- 3. Netzgerät zur Versorgung der Helmholtzspule
- 4. Unigor zum messen der Beschleunigungsspannung
- 5. Fadenstrahlrohr und Helmholtzspule

3.1 Versuchsaufbau

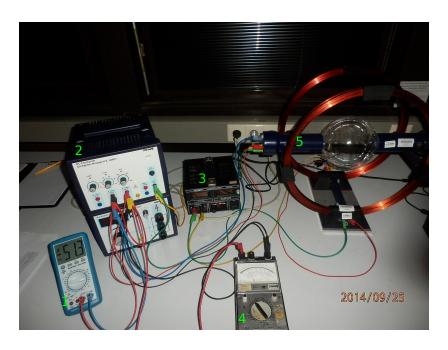


Abbildung 4: Abbildung des Versuchsaufbaus zur Bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen

3.2 Versuchsdurchführung

Zuerst werden die Helmholtzspulen in Reihe an ein Netzgerät angeschlossen, um sicherzugehen, dass durch beide Spulen der selbe Strom fließt. Es muss darauf geachtet werden, dass der Strom in beiden Spulen in die gleiche Richtung fließt, da sonst kein homogenes Magnetfeld zwischen den Spulen entsteht. Der Spulenstrom kann an der Digitalanzeige des Netzgerätes abgelesen und an einem Potentiometer verändert werden. Die Braunsche Röhre wird nach dem Schaltbild in der Versuchsanleitung⁵ an ein weiteres Netzgerät⁶, welches mehrere Ausgänge hat, angeschlossen. Auf dem folgenden Bild ist der schematische Aufbau einer Braunschen Röhre abgebildet. In der Mitte zwischen Wehnelt-Zylinder und Anode befindet sich das geerdete Gitter. Parallel zum Gitter und der Anode wird das Unigor (Strom- und Spannungsmessgerät) zur Messung der Beschleunigungsspannung angeschlossen, zur Überprüfung der Spannung zwischen Wehnelt-Zylinder und dem Gitter wird ein DMM parallel geschaltet. Die Spannungen zwischen Gitter und Anode, sowie zwischen Gitter und Wehnelt-Zylinder können am Netzgerät mit entsprechenden Potentiometern eingestellt werden. Die Spannung, welche am Wehnelt-Zylinder anliegt hat neben der Beschleunigung der Elektronen nach Austritt aus der Öffnung den Effekt, den Elektronenstrahl zu fokussieren. Deshalb ist es sinnvoll die Spannung am Wehnelt-Zylinder während

⁵vgl. http://www.atlas.uni-wuppertal.de/~kind/fadenstralrohr_phywe_0695900d.pdf Seite 3 Abb. 4

⁶vgl. http://www.atlas.uni-wuppertal.de/~kind/phywe_600V_netzteil_1367293d.pdf

des gesamten Versuchsteils konstant zu halten. Für verschiedene Beschleunigungsspannungen und verschiedene Spulenströme soll nun an einer im Fadenstrahlrohr vormontierten Metallleiter der Radius des Elektronenstrahls bestimmt werden (D = (4,6,8,10)cm). Aus dem Durchmesser, den angelegten Spannungen und dem Spulenstrom wird dann die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ errechnet.

3.3 Verwendete Formeln

3.4 Messergebnisse

In der folgenden Tabelle sind die Materialeigenschaften, die zur Bestimmung des Magnetfeldes der Helmholtzspulen notwendig sind angegeben. Die Wert wurden als Fehlerlos angenommen, da so in der Versuchsbeschreibung angegeben.

Tabelle 1: Materialeigneschaften der Versuchsaufbaus, zur Bestimmung des Magnetfeldes der Helmholzspulen

Materialeigenschaften		
$\mu_0/(\mathrm{tm/A})$	Windungsanzahl	Spulenradius/m
0,000001256	154	0,2

In der folgende Tabelle befinden sich die Daten, der ersten bis dritten Messung zur spezifischen Ladung von Elektronen. Der Fehler der Zylinderspannung wurde mit 1,5% auf dem Unigor angegeben, der Fehler des Radius wurde mit 1% angegeben, die anderen Fehler wurden alle mit der Ableseungenauigkeit angenommen, bei Schwankungen der Anzeige wurde noch die Hälfte der Schwankungsintervalls dazu addiert.

Tabelle 2: Messdaten der ersten bis dritten Messreihe.

Strom/A	Fehler/A	Zylinder Spannung/V	Fehler/V		
1,5	0,01	51,2	0,2		
Spannung/V	Fehler/V	Beschleunigungsspannung/V	Fehler/V	Radius/m	Fehler/m
15,0	0,2	66,2	0,3	0,0200	0,0002
36,0	0,5	87,2	0,6	0,0300	0,0003
105	2	156	2	0,0400	0,0004
189	3	240	3	0,0500	0,0005
Strom/A	Fehler/A	Zylinder Spannung/V	Fehler/V		
1,7	0,01	51,2	0,2		
Spannung/V	Fehler/V	Beschleunigungsspannung/V	Fehler/V	Radius/m	Fehler/m
30,0	0,5	81	0,5	0,0200	0,0002
65	1	116	1	0,0300	0,0003
145	2	196	2	0,0400	0,0004
259	4	310	4	0,0500	0,0005
Strom/A	Fehler/A	Zylinder Spannung/V	Fehler/V		
2	0,01	51,2	0,2		
Spannung/V	Fehler/V	Beschleunigungsspannung/V	Fehler/V	Radius/m	Fehler/m
45,0	0,7	96,2	0,7	0,0200	0,0002
100	2	151	2	0,0300	0,0003
220	3	271	3	0,0400	0,0004

3.5 Auswertung

Aus den Gemessenen Daten (Tabelle 2) soll die spezifische Ladung von Elektronen bestimmt werde. Dafür wurde zu erste das Magnetfeld der Helmholzspulen aus dem Strom und den Materialeigenschaften (Tabelle 1) nach Gleichung ?? und der Fehler nach Gleichung ?? bestimmt. Es ergaben sich die folgenden Werte.

Tabelle 3: Magnetfelder der drei Messungen

Messung	Magnetfeld/ $T \cdot 10^{-6}$	Fehler/T· 10^{-6}
1	1176	7
2	1038	7
3	1384	7

Mit Gleichung?? wurden dann die spezifische Ladung von Elektronen bestimmt, der Fehler wurde mit Gleichung?? berechnet.

Gemittelt ergibt sich ein Wert von $(1,79\pm0,01)\cdot10^{11}[\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{kg}}]$, dabei wurden der erste Wert jeder Messung nicht mit einbezogen, da die Gitterspannung und die Beschleunigungsspannung zu nach bei einander liegen, wodurch das Ergebnis stark verfälscht wurde.

3.6 Diskussion

Es wurde eine spezifische Ladung von 1,76 $\cdot 10^{11} \left[\frac{As}{kg}\right]$ für Elektronen erwartet, der von uns bestimmte Wert liegt bei $(1,79~\pm 0,03)\cdot 10^{11} \left[\frac{As}{kg}\right]$. Der Anteil der des Fehlers am Messwert liegt

Tabelle 4: Spezifische Ladung von Elektronen für verschiedene Radien und Beschleunigungsspannungen

Messung 1.	
_	D 11 //1011 A /1)
$e/m/(10^{11}As/kg)$	$Fehler/(10^{11}As/kg)$
2,93	0,07
1,87	0,05
1,77	0,05
1,79	0,05
Messung 2.	
$e/m/(10^{11}As/kg)$	$Fehler/(10^{11}As/kg)$
3,07	0,08
1,80	0,04
1,81	0,05
1,78	0,05
Messung 3.	
$e/m/(10^{11}As/kg)$	$Fehler/(10^{11}As/kg)$
2,51	0,06
1,75	0,04
1,77	0,05

bei 1,83%. Die prozentuale Abweichung vom Literaturwert beträgt 1,77%, was für eine guter Wert ist. Der Literaturwert liegt im ersten Fehlerintervall des bestimmten Wertes. Eine Relativeistische Betrachtung ist nicht nötig, da sich die Elektronen maximal mit 3,5% der Lichtgeschwindigkeit bewegen.

4 Beugung von Elektronenstrahlen, Verifikation der DeBroglie-Beziehung

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Gitterkonstanten d_1 und d_2 einer Graphitschicht anhand des Interferenzmusters, welches durch den Beschuss mit Elektronen entsteht. Dabei sollen relativistische Effekte berücksichtigt werden.

4.1 Versuchsaufbau

Versuchsaufbau zur Bestimmung der Gitterkonstanten von Graphit.

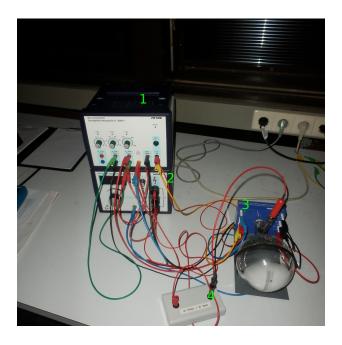


Abbildung 5: Abbildung des Versuchsaufbaus zur Bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen

- 1. Netzgerät
- 2. Hochspannungsnetzgerät
- 3. Elektronenbeugungsröhre mit Fassung
- 4. 10mΩ Vorwiederstand, damit der Anodenstrom den Wert von 1mA nicht überschreitet

4.2 Versuchsdurchführung

Zuerst schalten wir die Elektronenbeugungsröhre gemäß des Schaltbildes in der Versuchsbeschreibung⁷. Die Spannung am Wehnelt-Zylinder ist für die Fokussierung des Elektronenstrahls verantwortlich, weshalb wir diese maximal gewählt haben, die Beschleunigungsspannung der Braunschen Röhre ist dagegen eher unwichtig und wir haben sie deshalb minimal gewählt. Da die Energiezunahme der Elektronen durch die Spannung am Wehnelt-Zylinder im Vergleich zur Energiezunahme durch die dahinter geschaltetete Anodenspannung von 2 bis 12kV zu vernachlässigen ist, wird diese im folgenden nicht weiter berücksichtigt. Die Elektronen erreichen bei einer Spannung von 12kV eine Geschwindigkeit von etwas weniger als 22% der Lichtgeschwindigkeit. Deshalb ist in diesem Versuchsteil eine relativistische Betrachtung bzw. eine Abschätzung des Fehlers durch relativistische Effekte sinnvoll. Nachdem die Kathode aufgeheizt und die Spannungen angeschaltet sind, kann am Schirm der Elektronenbeugungsröhre das Interferenzmuster, welches sich aus der Bragg-Gleichung ergibt, beobachtet und mit der hinter dem Schirm angeklebten Millimeterfolie vermessen werden⁸. Da die Kristallgitter statistisch angeordnet sind und wir in diesem Versuch nur die ersten Maxima für beide bekannten Gitterkonstanten d_1 und d_2 untersuchen, können wir über den Durchmesser der am Schirm leuchtenden Kreise, die durch die Interferenz der Elektronen am Kristallgitter entstehen, die Gitterkonstanten experimentell verifizieren und damit die DeBroglie-Beziehung nachweisen.

 $^{^7 \}mathrm{vgl.\ http://www.atlas.uni-wuppertal.de/} \sim kind/beugungsroehre_phywe_0672100d.pdf Seite 1 Abb. 2 und 3$

 $^{^8 {\}rm Herleitung}$ der Bragg-Gleichung/Bedingung für konstruktive Interferenz http://de.wikipedia.org/wiki/Bragg-Gleichung

4.3 Verwendete Formeln

4.4 Messergebnisse

In der folgend Tabelle sind die Materialeigenschaften und Einstellungen des Netzgerätes zur Bestimmung der Gitterkonstanten von Graphit eingetragen.

Tabelle 5: Materialeigenschaften und Einstellungen

Materialeigenschaften und Einste	llungen
Glaskolbendurchmesser/m	
	0,127
Wehneltzylinderspannung/V	
	-50
Vorbeschleunigungsspannung/V	
	0

In der folgende Tabelle sind die Messdaten zur Bestimmung der zwei Gitterkonstanten von Graphit. Die Fehler wurden mit der Ableseungenauigkeit bestimmt, dabei ergab sich Fehler von 0,1kV für die Beschleunigungsspannung und ein Fehler von 0,001m für den Durchmesser.

Tabelle 6: Messung der Durchmesser in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung

$U_{\rm A}/{\rm kV}$	Durchmesser_1/m	Durchmesser_2/m
4,5	0,023	0,04
5,5	0,021	0,035
6,5	0,019	0,033
7,5	0,017	0,031
8,5	0,016	0,03
9,5	0,015	0,029
10,5	0,015	0,027
11,5	0,014	0,025

Tabelle 7: Daten für den Plot des ersten Kreises im relativistischen Fall

$U_A^{-0.5}/(1/V)$	Durchmesser/m	Fehler/(1/V)	Fehler/m
0,0148	0,023	0,0002	0,001
0,0134	0,021	0,0001	0,001
0,01228	0,019	0,00009	0,001
0,01142	0,017	0,00008	0,001
0,01071	0,016	0,00007	0,001
0,01012	0,015	0,00005	0,001
0,00961	0,015	0,00005	0,001
0,00917	0,014	0,00004	0,001

Tabelle 8: Daten für den Plot des zweien Kreises im relativistischen Fall

$U_A^{-0.5}/(1/V)$	Durchmesser/m	Fehler(1/V)	Fehler/m
0,0148	0,04	0,0002	0,001
0,0134	0,035	0,0001	0,001
0,01228	0,033	0,00009	0,001
0,01142	0,031	0,00008	0,001
0,01071	0,03	0,00006	0,001
0,01012	0,029	0,00005	0,001
0,00961	0,027	0,00005	0,001
0,00917	0,025	0,00005	0,001

Tabelle 9: Daten für den Plot des zweien Kreisen im nicht relativistischen Fall

$U_A^{-0.5}/(1/V)$	Durchmesser/m	Fehler(1/V)	Fehler/m
0,0149	0,023	0,0002	0,001
0,0135	0,021	0,0001	0,001
0,01240	0,019	0,00009	0,001
0,01155	0,017	0,00008	0,001
0,01085	0,016	0,00006	0,001
0,01026	0,015	0,00005	0,001
0,00976	0,015	0,00005	0,001
0,00933	0,014	0,00004	0,001

Tabelle 10: Daten für den Plot des zweien Kreisen im nicht relativistischem Fall

$U_A^{-0.5}/(1/V)$	Durchmesser/m	Fehler(1/V)	Fehler/m
0,0149	0,04	0,0002	0,001
0,0135	0,035	0,0001	0,001
0,01240	0,033	0,00009	0,001
0,01155	0,031	0,00008	0,001
0,01085	0,03	0,00006	0,001
0,01026	0,029	0,00005	0,001
0,00976	0,027	0,00005	0,001
0,00933	0,025	0,00004	0,001

4.5 Auswertung

Es sollen die zwei Gitterkonstanten von Graphit bestimmt werden, dazu wurde der Durchmesser in Abhängigkeit von $\frac{1}{\sqrt{U_A}}$ aufgetragen. Da ein linearer Zusammenhang erwartet wird, werden die Messdaten mit $f(x)=m\cdot x+b$ gefittet. Für den ersten Kreis ergibt sich der folgende Plot (Daten aus Tabelle 7).

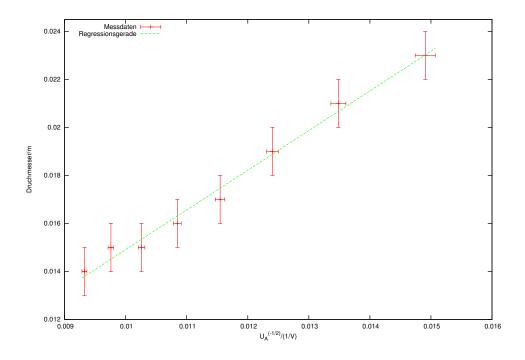


Abbildung 6: Graphische Darstellung der Messdaten, des ersten Ringes, mit linearem Fit

Die gefittete Funktion ergab sich mit $f(x)=(1.65\pm0.07)\cdot x-(0.0016\pm0.0009)$, das reduzierte χ^2 ergibt sich mit 0,14. Für den zweiten Kreis ergibt sich der folgende Plot (Daten aus Tabelle 8).

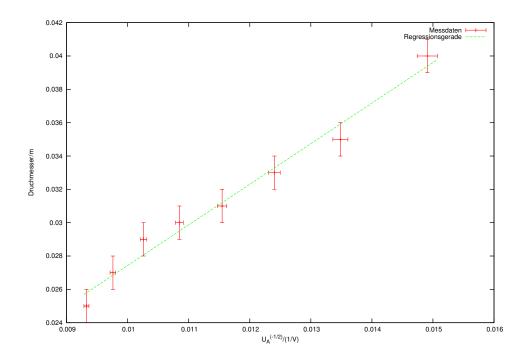


Abbildung 7: Graphische Darstellung der Messdaten, des zweiten Kreises, mit linearem Fit

Der Fit ergab sich mit $f(x)=(2,4\pm0,1)\cdot x+(0,003\pm0,002)$, das reduzierte χ^2 ergibt sich dabei mit 0,52.

Aus der Steigung sollen die Gitterkonstanten berechnet werden, dazu wird Gleichung ?? und Gleichung ?? für den Fehler verwendet. Für die erste Steigung ergibt sich eine Gitterkonstante von $(188,3\pm8,3)\cdot10^{-12}$ pm und für die zweite Steigung ergibt sich eine Gitterkonstante von $(127,3\pm7,4)\cdot10^{-12}$ pm.

Unter relativistischer Betrachtung ergeben sich die folgenden Plots (Daten aus Tabelle 9).

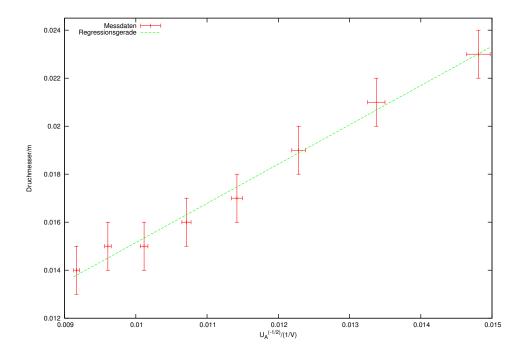


Abbildung 8: Graphische Darstellung der Messdaten, des ersten Ringes, mit linearem Fit, unter relativistischer Betrachtung

Die gefittete Funktion ergab sich mit $f(x)=(1.65\pm0.07)\cdot x-(0.0016\pm0.0008)$, das reduzierte χ^2 ergibt sich mit 0,14. Für den zweiten Kreis ergibt sich der folgende Plot (Daten aus Tabelle 10).

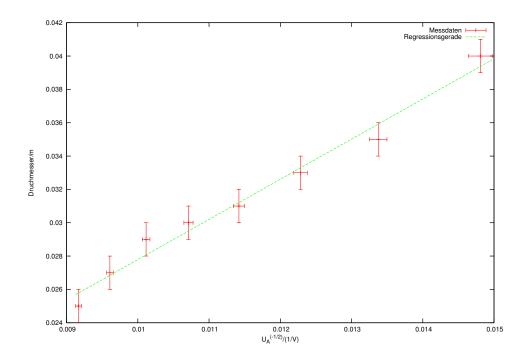


Abbildung 9: Graphische Darstellung der Messdaten, des zweiten Kreises, mit linearem Fit, unter relativistischer Betrachtung

Der Fit ergab sich mit $f(x)=(2,4\pm0,1)\cdot x+(0,003\pm0,002)$, das reduzierte χ^2 ergibt sich dabei mit 0,52.

Aus der Steigung sollen die Gitterkonstanten berechnet werden, dazu wird Gleichung ?? und Gleichung ?? für den Fehler verwendet. Für die erste Steigung ergibt sich eine Gitterkonstante von $(190,3\pm8,5)\cdot10^{-12}$ m und für die zweite Steigung ergibt sich eine Gitterkonstante von $(128,7\pm7,5)\cdot10^{-12}$ pm.

4.6 Diskussion

5 Fazit