

Excel 用于水准网平差

1 问题的提出

在测量实践中，水准网的平差是比较常见的。虽然现在的平差软件很多，拿来就可以用，不过研究一下水准网的计算，加深对平差的理解，对以后的工作是非常有意义的。

2 平差模型

要进行水准网平差计算，需要知道以下几点要素：

- 1、高程已知点
- 2、高程未知点
- 3、各段高差观测值及每段的线路长度（或测站数，用于定权）

以《测量平差基础（增订本）》（以下简称“书 [1]”）第 148 页的例 4-11 为准，各个要素如下：

- 1、高程已知点

点名	高程
A	5.016
B	6.016

- 2、高程未知点

一共有三个：P1、P2、P3

- 3、各段高差

起点	终点	高差	路线长（公里）
A	P1	1.3590	1.1
A	P2	2.0090	1.7
B	P1	0.3630	2.3
B	P2	1.0120	2.7
P1	P2	0.6570	2.4
P1	P3	0.2380	1.4
P3	B	-0.5950	2.6

书 [1]上给出了条件平差与间接平差（第 279 页）两种解法。仔细观察就会发现：水准网按条件平差的条件比较难找（书 [1]上用了三个闭合条件和一个附和条件），而且平差步骤比较多：计算出高差改正数-->得到高差平差值-->计算各点的平差高程。间接平差则相反，其误差方程很好列，而且平差结果就

是各点的高程改正数，比较直接。所以编程计算的话首选间接平差。

3 平差步骤

按书 [1] 上的间接平差步骤来：

- 1、取未知点的高程为未知数 x_1, x_2, \dots, x_t （一共 t 个未知数）
- 2、计算每个未知数的近似值 X^0
- 3、根据观测高差值列误差方程 $V=B\delta X+L$
- 4、组成法方程 $N\delta X+U=0$ ($N=B^T P B$, $U=B^T P L$, P 为观测值的权阵)
- 5、根据法方程解出 δX ，并得到 $X=X^0+\delta X$

这里比较麻烦的是第 2 步，即计算每个未知点的近似高程。可以根据表 2 来计算：

1、扫描每段高差观测值，如一个高程已知或已获得近似高程，另一个高程未知。那么推算出未知点的高程，并标记其为“已获得近似高程”。（如果两个点均为高程已知点显然是输入错误）。

2、扫描一遍可能不会推算出所有的未知点近似高程，那么就循环扫描，直到此次没有计算任何一点的近似高程。

3、正常的话每个未知点的近似高程都能计算出来，如果不行就说明这个水准网存在孤立点，即该点与高程已知点无法发生联系，这在实际工作中是不能存在的，如果发生了，说明数据输入错误。

整个近似高程的计算过程写成 VB6.0 伪代码如下：

```
Dim i As Integer
Dim iFlag As Integer
Dim bLoop As Boolean
Do
    bLoop = False    '标记不再循环
    For i = 1 To n    '(n 为观测个数)
        iFlag = 0
        If 第 i 行起点已知或已获得近似高程 Then
            iFlag = iFlag + 1
        End If
        If 第 i 行终点已知或已获得近似高程 Then
            iFlag = iFlag + 2
        End If
        Select Case iFlag
            Case 1
                '起点已知，终点未知
                终点近似高程 = 起点高程 + 高差观测值
                标记终点“已获得近似高程”
```

```

        bLoop = True    '标记继续循环
Case 2
    '终点已知，起点未知
    起点近似高程 = 终点高程 - 高差观测值
    标记起点 “已获得近似高程”
    bLoop = True    '标记继续循环
End Select
Next
Loop While bLoop
If Not 所有未知点都获得了近似高程 Then
    '存在孤立点，退出程序，要求用户重新输入数据
End If

```

这个近似高程的计算步骤严重依赖于表 2 中观测值的排列顺序，即如果调换其中的几行，那么近似高程 X^0 是不一样的。那么平差结果相同吗？如果不同，那么结果实在令人难以接受，如果相同，那实在是个好消息： X^0 不用计算了！直接取 X^0 中的元素全部为零不就成了？实际上，在理论上是可以证明后者的观点是正确的，即：[水准网平差计算中，平差结果与近似值的取值无关](#)。

证明如下：

水准网的误差方程如下：

第 i 段高差观测值 + 第 i 段高差观测值改正数 = 第 i 段终点平差高程 - 第 i 段起点平差高程

$i=1, 2, 3, \dots, t$

如果起点高程已知，那么上面的公式应该改为：

第 i 段高差观测值 + 第 i 段高差观测值改正数 = 第 i 段终点平差高程 - 第 i 段起点高程 (公式 1)

如果终点高程已知，那么上面的公式应该改为：

第 i 段高差观测值 + 第 i 段高差观测值改正数 = 第 i 段终点高程 - 第 i 段起点平差高程 (公式 2)

写成矩阵形式如下：

$L+V=BX+l$ (l 就是公式 1 中的“ - 第 i 段起点高程”，公式 2 中的“第 i 段终点高程”) (公式 3)

取 $X=X^0+\delta X$ ，代入上式得：

$L+V=B(X^0+\delta X)+l$

写成误差方程的形式：

$V=B\delta X+BX^0+l-L$

可以解得 $\delta X=-(B^TPB)^{-1}B^TP(BX^0+l-L)$

平差值 $X=X^0+\delta X=X^0-(B^TPB)^{-1}B^TP(BX^0+l-L)=X^0-(B^TPB)^{-1}B^TPBX^0-(B^TP$

$$B)^{-1}B^TP(l-L)$$

上式右边的第 2 项就是 X^0 和第一项相互抵消了，所以最后：

$$X=-(B^TPB)^{-1}B^TP(l-L)$$

显然最终的平差值与 B 、 l （水准网结构）、 P （高差观测值权阵）、 L （高差观测值）有关，而与近似值 X^0 无关。

有了这个结论，平差步骤就能少掉一步！重新整理平差步骤如下：

1、取未知点的高程为未知数 x_1, x_2, \dots, x_t （一共 t 个未知数）

2、根据观测高差值列误差方程 $V=BX+(l-L)$

这里的 l 同公式 3， L 就是高差观测值。为讨论方便记 $W=l-L$

3、组成法方程 $NX+U=0$ （ $N=B^TPB$ ， $U=B^TPW$ ， P 为观测值的权阵）

4、解出 $X=-N^{-1}U$

计算步骤是省了，不过它要求用户千万不能把高差观测值中的起点、终点输错（不知道输错了会不会引起法方程的 $N=B^TPB$ 不满秩，导致法方程解算失败），这也算是美中不足吧！

4 计算工具的选择

有了上面的理论分析，就可以开始着手编程了。采用什么工具呢？可用的工具实在太多：VB，VC++，Delphi，C++ Builder，甚至 Quick Basic、PC-E500。不过它们都有个通病：要自己设计一套原始数据文件格式，让程序获得水准网观测数据。最头痛的是让用户去熟悉这套格式（程序可以花很大的精力去设计一套数据录入模块，不过工作量有些大了）。这里笔者想到了 Excel，可以直接把水准网观测数据输入到 Excel 表格中，使用宏来处理这些数据，并将最终结果显示到表格中。这样，只要求用户安装了 Excel，把这个文件复制给他就能用了！

5 Excel 宏简介

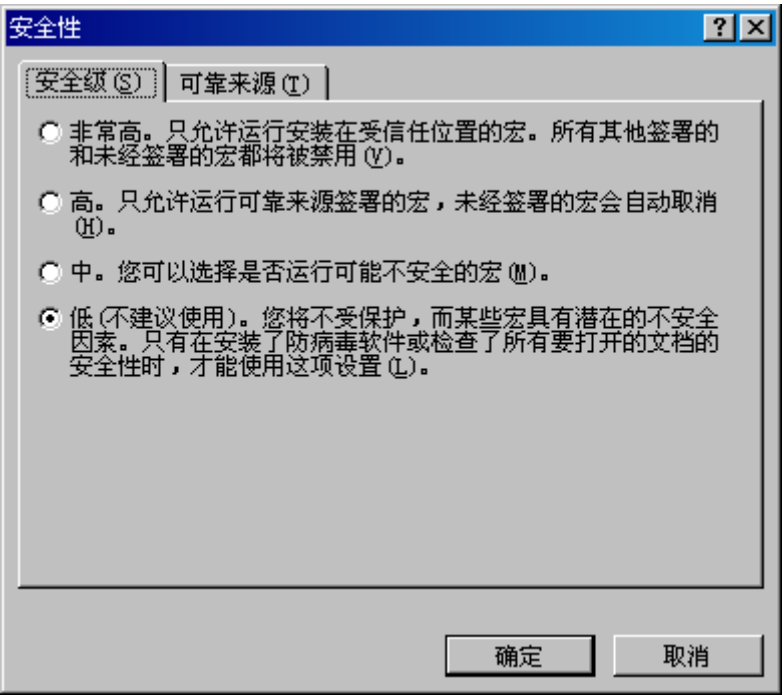
Excel 宏就是一套 Visual Basic for Application 简称 VBA，是由 Excel 提供的一套 COM 接口。有了它，高级用户就能用 VB 语法控制 Excel 了。目前很多大型软件都支持 VBA，如：微软 Office 2000/2003，AutoCAD 等。

那么宏到底能做什么具体的工作？下面将举个简单的例子来看看。

5.1 宏的安全性

为防止宏病毒的侵扰，微软对宏的运行进行了严格的限制。所以使用宏之前您需要设置宏的安全性：

Excel 中单击【工具】菜单下的【宏】-->【安全性】，显示如下：



建议您选择“中”或“低”，这样就可以运行宏了。

5.2 编写一个简单的宏

现在假设需要做一个这样的宏：在一张成绩单中查找不及格的成绩，并将其字体改为红色。您当然可以自己手工一个一个的挑出来改，不过这种劳动是比较繁琐的。

假设成绩单如下：

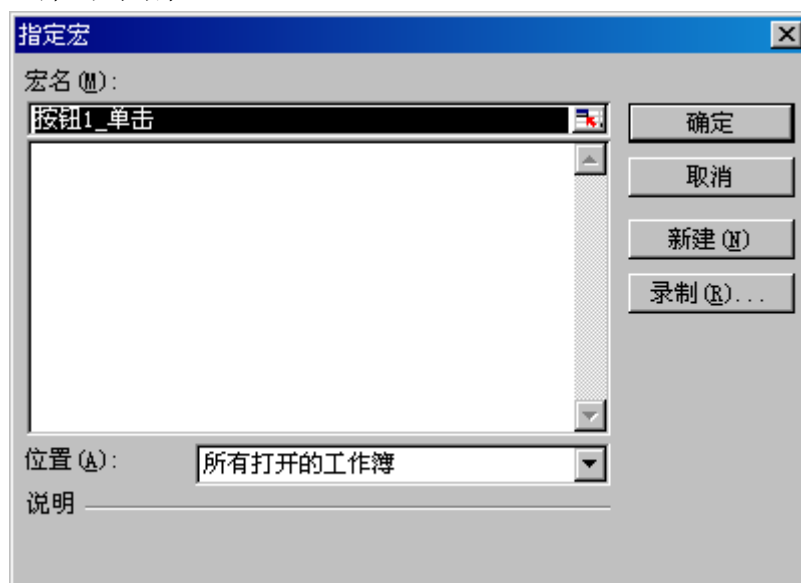
	A	B	C	D
1	姓名	语文	数学	
2	王二	40	87	
3	张三	88	57	
4	李四	70	44	
5				

现在需要一个按钮，当用户单击它时，宏能够进行检查，并进行着色。

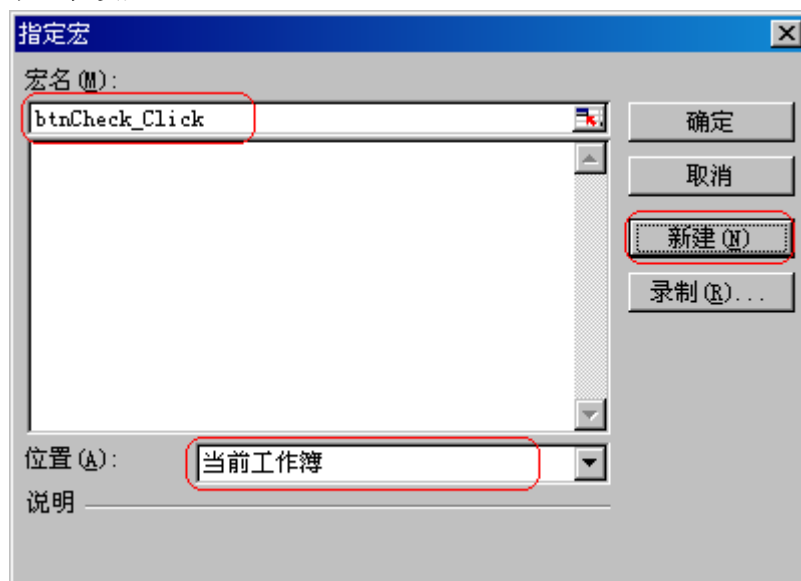
Excel 中单击【视图】菜单下的【工具栏】-->【窗体】，确保“窗体”工具栏被打开。



单击上图中红色框中的“按钮”控件，然后在 Excel 表格中画一个“按钮”。
此时 Excel 弹出对话框：



意思是当您单击这个按钮后，执行什么代码，以及代码存放到什么位置。
请按下面的显示设置：



宏名可以指定为其它的名称。重要的是“位置”，即代码放在什么位置，因

为这个功能比较特殊，所以应该存放在“当前工作簿”中。

单击“新建”按钮，Excel 将切换到 Visual Basic 编辑器中，这时可以写宏了（就把它当成 VB6.0 代码吧）。

增加下面的代码：

```
Sub btnCheck_Click()  
    Dim iRow As Integer '行  
    Dim iCol As Integer '列  
    '从第 2 行 第 2 列开始检查  
    iRow = 2  
    iCol = 2  
    Do  
        If Len(Sheet1.Cells(iRow, iCol).Text) = 0 Then  
            '检查下一行  
            iRow = iRow + 1  
            iCol = 2  
            If Len(Sheet1.Cells(iRow, iCol).Text) = 0 Then  
                Exit Do  
            End If  
        End If  
        If Sheet1.Cells(iRow, iCol).Value < 60 Then  
            Sheet1.Cells(iRow, iCol).Font.Color = vbRed  
        Else  
            Sheet1.Cells(iRow, iCol).Font.Color = vbBlack  
        End If  
        iCol = iCol + 1  
    Loop  
End Sub
```

到此宏代码编写完毕，关闭 Visual Basic 编辑器。进入 Excel，此时需要修改按钮的显示文本为“检查”（如果编辑不了，请单击鼠标右键，在弹出菜单中选择“编辑文字”）



操作到这一步，一个宏就建立完毕了。

	A	B	C	D	E	F	G
1	姓名	语文	数学				
2	王二	40	87			检查	
3	张三	88	57				
4	李四	70	44				
5							

单击“检查”按钮，看看有什么效果？

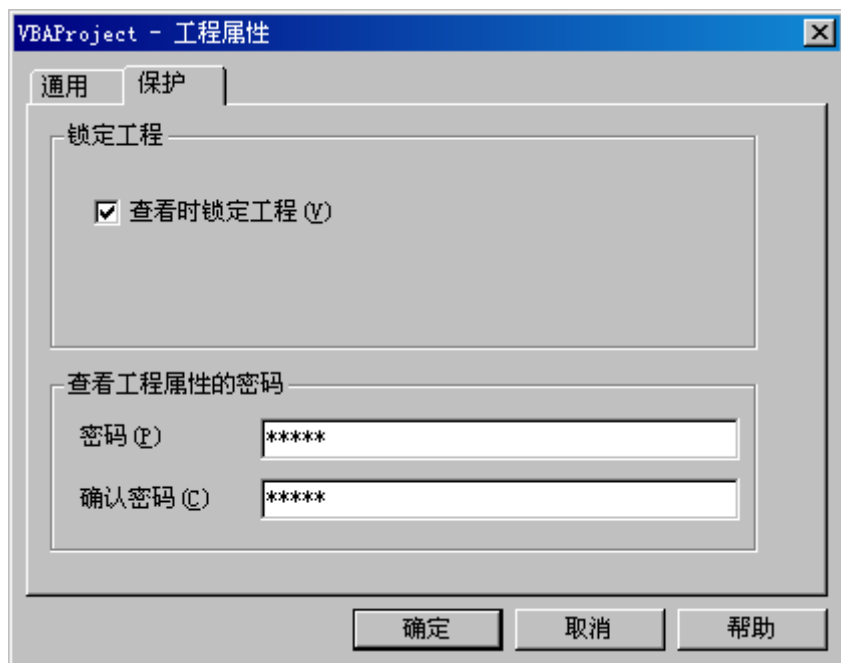
	A	B	C	D	E	F	G
1	姓名	语文	数学				
2	王二	40	87			检查	
3	张三	88	57				
4	李四	70	44				
5							

通过这个简单的例子就能看到 Excel 中宏语言的强大。可以参考文件“成绩单.xls”

5.3 宏的简单加密

一个宏可能花费了您大量的心血，您可能不想让用户轻易获得这些源代码，怎么办？可以进行加密。方法如下：

进入 Visual Basic 编辑器，单击【工具】菜单下的【VBAProject 属性】，显示如下：



将“查看时锁定工程”前的勾勾打上，并且输入密码，单击“确定”按钮即可。

6 Excel 文件的设计

对水准网进行平差需要知道：

- 1、高程已知点
- 2、高程未知点
- 3、高差观测值

根据以上三点，Excel 文件设计了三张工作表：

- ### 1、“已知点”工作表

见下图，将已知点数据输入即可

	A	B	
1	点名	高程	
2	A	5.0160	
3	B	6.0160	
4			
5			


 已知点 / 未知点 / 观测值

- ## 2、“未知点”工作表

见下图:

	A	B	C	D	E
1	点名	平差高程	精度 (mm)		
2	P1			单位权中误差 (mm)=	
3	P2				
4	P3				
5					

期望功能：平差后将平差高程、精度、单位权中误差填入相应位置。

- ### 3、“观测值”工作表

见下图:

[illegible]

说明：“测站数/路程”列用来定权。可以全部输入测站数也可以全部输入路程，不要混着输。程序定先验权： $p=1/S$ （ S 为路程）或 $p=1/n$ （ n 为测站数）

期望功能：单击“平差”按钮开始平差。平差后将改正数、平差值、最大改正数填入相应位置。

4、为了求未知数函数的中误差，需要导出协因数阵，所以增加了“协因数阵”工作表：

	A	B	C	D	E
1	P1		P2	P3	
2	P1	0.530700335	0.160786438	0.344955218	
3	P2	0.160786438	0.775842228	0.104511185	
4	P3	0.344955218	0.104511185	1.134220891	
5					

第一行与第一列表明是哪个未知点的高程。

7 编码实现

增加宏 btnCal_Click，使得用户单击“观测值”工作表中的“平差”按钮后，Excel 执行这个宏，完成平差计算。

源代码请参考文件“水准网平差.xls”

8 程序的优化

程序的计算步骤：

- 1、取未知点的高程为未知数 x_1, x_2, \dots, x_t （一共 t 个未知数）
- 2、根据观测高差值列误差方程 $V=BX+W$ 这里的 $W=l-L$
- 3、组成法方程 $NX+U=0$ （ $N=B^TPB$, $U=B^TPW$, P 为观测值的权阵）
- 4、解出 $X=-N^{-1}U$

这里的第 2 步， B 矩阵中的大部分元素都是 0。特别当未知数、观测数比较多时更是如此，能不能不列 B , W ，直接组成法方程？答案是肯定的，具体的代码参考“水准网平差(优化).xls”。

9 使用协因数阵

单击“平差”按钮后，程序完成平差，而且结果也和书 [1] 的结果对上了。

现在的问题是：如何求得 $P1$ 至 $P2$ 点间高差平差值的中误差。

$P1$ 至 $P2$ 的高差 $H = X2 - X1$ ，所以

$$Q_{HH} = F^T Q F$$

公式中 $F = (-1 \ 1 \ 0)^T$ ， Q 为协因数阵。

可得 $Q_{HH} = Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} = 0.53 + 0.78 - 2 \times 0.16 = 0.99$

所以高差 H 的中误差 = 单位权中误差 $\times \sqrt{Q_{HH}} = 2.22 \sqrt{0.99} = 2.21$ (m)

参考书目

- [1] 《测量平差基础（增订本）》於宗涛、鲁林成主编，测绘出版社
- [2] 《线性代数与解析几何》俞正光、李永乐、詹汉生编，清华大学出版社
- [3] 《Visual Basic 6 程序设计导学》刘圣才、李春葆编，清华大学出版社

下载网址

本文及相关文档已被上传至网盘。需要的朋友可以下载。

下载方法是打开如下网页：

<http://pan.baidu.com/s/1gd7XDkf>

进入 public\Excel 目录，下载“水准网平差-06.06.07.rar”文件即可。