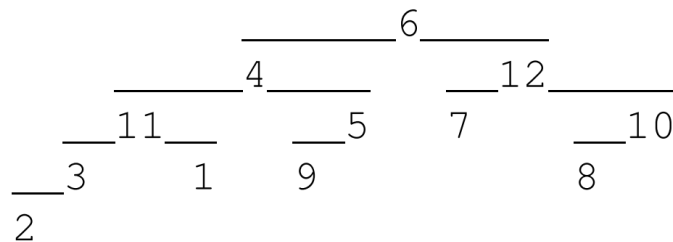


به نام خداوند
ساختمان داده و الگوریتم
تمرین سوم
دکتر حاجی اسماعیلی
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر
آذر ماه ۱۴۰۲

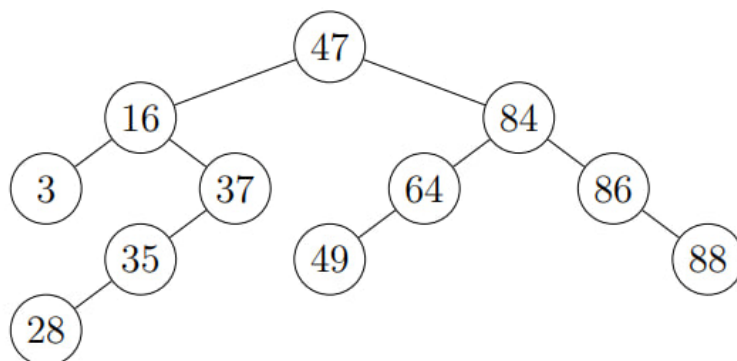
۱ سوال اول ۰.۳

در زیر یک درخت AVL با نام T وجود دارد. عملیات $T.delete$ را برای $node$ ۸ انجام دهید و پس از هر عملیات $rotation$ مورد نیاز که در طول عملیات انجام شد، درخت را رسم کنید.



۲ سوال دوم ۰.۳

۱. $Binary - Tree$ زیر دارای ویژگی $height - balance$ نیست، اما ویژگی درخت جستجوی باینری را برآورده می کند، با این فرض که key هر آیتام عدد صحیح خودش است. key های تمام گره هایی که ریشه زیر درخت $balance$ ای نیستند را مشخص کنید و چولگی آنها را محاسبه کنید.



۲. *insertion*ها و حذف‌های زیر را یکی پس از دیگری به ترتیب روی T با اضافه کردن یا حذف یک *leaf* و در عین حال حفظ ویژگی درخت جستجوی دودویی انجام دهید (ممکن است نیاز باشد یک *key* به یک *leaf* تبدیل شود). برای این قسمت از *rotation* برای تعادل درخت استفاده نکنید. پس از هر عملیات درخت اصلاح شده را رسم کنید.

۳ سوال سوم ۰.۱

برای مجموعه کلید زیر درخت جستجوی باینری با ارتفاع ۲ و ۳ و ۴ و ۵ بکشید.
۱، ۴، ۵، ۱۰، ۱۶، ۱۷، ۲۱

۴ سوال چهارم ۰.۲

اثبات کنید که بدون توجه به *node* آغازین در ارتفاع h در درخت جستجوی باینری، تعداد k فراخوانی موفق $TREE - Successor$ زمان $O(k + h)$ را صرف میکند.

۵ سوال پنجم ۰.۳

درخت دودویی جست وجو را طوری تغییر دهید تا بتوانید k امین عدد را در $O(\log n)$ به دست آورد. این تغییر بر روی کدام بخش درخت (حافظه، زمان ، ...) اعمال می شود؟ مرتبه تغییر را مشخص کنید.

۶ سوال ششم ۰.۳

امیر قرار است از پله های برج ایفل که تعدادشان n تا است بالا برود. هر کدام از پله ها ارتفاع \square دارد و ارتفاع پله ها نیز متمایز است. امیر روی پله ای که قرار می گیرد به پایین می بیند و جمع می کند همه پله هایی را که تا اینجا بالا آمده و ارتفاع از پله ای که رویش کمتر است را محاسبه می کند. فرض کنید لیست همه پله ها را به ترتیب داریم. الگوریتمی از مرتبه $O(n \log n)$ ارائه دهید که مجموع همه اعداد نوشته شده توسط امیر را بدست آورد.