

۱ سوال اول

فرض کنید که G یک گراف همبند و بدون جهت است که یکی از راس هایش s است. اگر BFS و DFS را از این راس شروع کنیم و هر دو درخت حاصل الگوریتم ها یکسان باشند، ثابت کنید که گراف G یک درخت است

۲ سوال دوم

شبکه برق تهران n عدد نیروگاه و n^2 تا ساختمان دارد. جفت هایی ممکن است مستقیماً از طریق سیم های دو طرفه به یکدیگر متصل شوند. انرژی هر ساختمانی از طریق یکی از این دو مورد تامین می شود: داشتن سیم مستقیم به یک نیروگاه، یا داشتن سیم به ساختمان دیگری که به صورت بازگشتی تغذیه می شود. توجه داشته باشید که شبکه این ویژگی را دارد که هیچ ساختمانی نمی تواند توسط بیش از یک نیروگاه تغذیه شود (در غیر این صورت حسابداری مبهم خواهد بود). شهرداری بودجه ای را برای نصب یک ژنراتور اضطراری در یکی از نیروگاه ها تامین کرده است که در صورت از کار افتادن نیروگاه، برق پشتیبان را برای تمام ساختمان هایی که از آن نیرو می گیرند، تامین می کند. با فرض فهرست W از تمام سیم های شبکه، الگوریتم با زمان $O(n^4)$ را برای تعیین نیروگاهی که تهران باید در آن ژنراتوری را نصب کند که در صورت خرابی نیروگاه برق پشتیبان را برای اکثر ساختمان ها تامین می کند، توصیف کنید.

۳ سوال سوم

یک الگوریتم برای تشخیص اینکه آیا یک گراف بدون جهت، حاوی یک دور است یا خیر ارائه دهید. در صورت وجود، الگوریتم شما باید یک دور را خروجی می دهد و همچنین زمان اجرای الگوریتم شما باید برای گرافی با n گره و m یال برابر $O(m + n)$ باشد.

۴ سوال چهارم

در هر گراف بدون جهت $G = (V, E)$ ، مقداری تعریف میکنیم به نام $eccentricity(u)$ یک راس $u \in V$ که برابر است با کوتاهترین فاصله تا دورترین راس آن که v است. یعنی $e(u)$ برابر است با $\max_{v \in V} \text{distance}(u, v)$. شعاع $R(G)$ یک گراف بدون جهت $G = (V, E)$ کوچکترین $eccentricity$ هر راس است. یعنی $R(G) = \min_{u \in V} e(u)$ (الف) با توجه به گراف بدون جهت متصل G ، یک الگوریتم زمان $O(|V||E|)$ را برای تعیین شعاع G توصیف کنید.