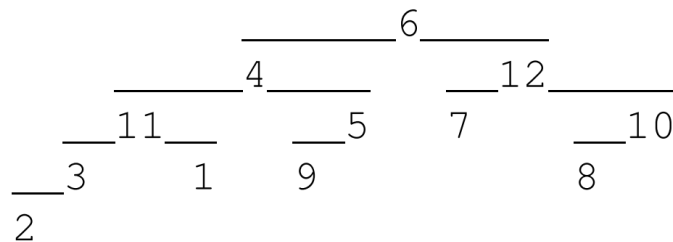


به نام خداوند  
ساختمان داده و الگوریتم  
تمرین سوم  
دکتر حاجی اسماعیلی  
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر  
آذر ماه ۱۴۰۲

---

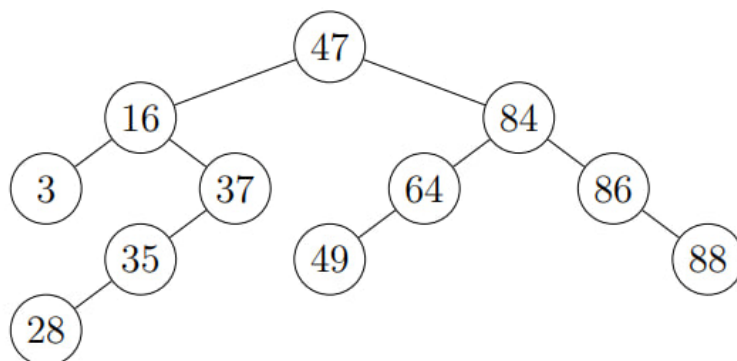
## ۱ سوال اول ۰.۳

در زیر یک درخت  $AVL$  با نام  $T$  وجود دارد. عملیات  $T.delete$  را برای  $node$  ۸ انجام دهید و پس از هر عملیات  $rotation$  مورد نیاز که در طول عملیات انجام شد، درخت را رسم کنید.



## ۲ سوال دوم ۰.۳

۱.  $Binary - Tree$  زیر دارای ویژگی  $height - balance$  نیست، اما ویژگی درخت جستجوی باینری را برآورده می کند، با این فرض که  $key$  هر آیتم عدد صحیح خودش است.  $key$  های تمام گره هایی که ریشه زیر درخت  $balance$  ای نیستند را مشخص کنید و چولگی آنها را محاسبه کنید.



۲. *insertion*ها و حذف‌های زیر را یکی پس از دیگری به ترتیب روی  $T$  با اضافه کردن یا حذف یک *leaf* و در عین حال حفظ ویژگی درخت جستجوی دودویی انجام دهید (ممکن است نیاز باشد یک *key* به یک *leaf* تبدیل شود). برای این قسمت از *rotation* برای تعادل درخت استفاده نکنید. پس از هر عملیات درخت اصلاح شده را رسم کنید.

$T.insert(2)$

$T.delete(49)$

$T.delete(35)$

$T.insert(85)$

$T.delete(84)$

### ۳ سوال سوم ۰.۱

برای مجموعه کلید زیر درخت جستجوی باینری با ارتفاع ۲ و ۳ و ۴ و ۵ بکشید.

۱،۴،۵،۱۰،۱۶،۱۷،۲۱

### ۴ سوال چهارم ۰.۲

اثبات کنید که بدون توجه به *node* آغازین در ارتفاع  $h$  در درخت جستجوی باینری، تعداد  $k$  فراخوانی موفق  $TREE - Successor$  زمان  $O(k + h)$  را صرف میکند.

### ۵ سوال پنجم ۰.۳

درخت دودویی جست وجو را طوری تغییر دهید تا بتوانید  $k$  امین عدد را در  $O(\log n)$  به دست آورد. این تغییر بر روی کدام بخش درخت (حافظه، زمان ، ...) اعمال می شود؟ مرتبه تغییر را مشخص کنید.

### ۶ سوال ششم ۰.۳

امیر قرار است از پله های برج ایفل که تعدادشان  $n$  تا است بالا برود. هر کدام از پله ها ارتفاع  $\square$  دارد و ارتفاع پله ها نیز متمایز است. امیر روی پله ای که قرار می گیرد به پایین می بیند و جمع می کند همه پله هایی را که تا اینجا بالا آمده و ارتفاع از پله ای که رویش کمتر است را محاسبه می کند. فرض کنید لیست همه پله

ها را به ترتیب داریم. الگوریتمی از مرتبه  $O(n \log n)$  ارائه دهید که مجموع همه اعداد نوشته شده توسط امیر را بدست آورد.