

۱ رفتار توابع

توابع زیر را بر حسب درجه رشدشان مرتب کنید.

$$f1 = (\log n)^{2023} \bullet$$

$$f2 = n^2 \log(n^{2023}) \bullet$$

$$f3 = 2^n \bullet$$

$$f4 = n! \bullet$$

$$\binom{n}{n/2} \bullet$$

$$\binom{n}{3} \bullet$$

$$\sqrt{\log n} \bullet$$

$$\log(\log n) \bullet$$

$$7^{n^2} \bullet$$

$$4^{3n \log n} \bullet$$

۲ پیچیدگی قطعات کد

۱-۲

. پیچیدگی زمانی قطعه کد های زیر را بیابید.

- ```

۱ for (int i = 0; i < n; i++) {
۲ for (int j = n; j > i; j--) {
۳ //O(1)
۴ }
۵ }

```
- ```

۱  int j = 1;
۲  int i = 0;
۳  while (i < n) {
۴      //O(1)
۵      i += j;
۶      j++;
۷  }

```
- ```

۱ for (int i = 1; i <= n; i++) {
۲ for (int j = 1; j < n; j+=i) {
۳ //O(1)
۴ }
۵ }

```

۲-۲

شبه کد زیر را در نظر بگیرید:

```

۱ for (int i = n; i > 0; i/=2) {
۲ for (int j = 0; j < i; j++) {
۳ //O(?)
۴ }
۵ }

```

پیچیدگی تابع خط سوم چقدر باشد تا پیچیدگی زمانی کل فرآیند  $O(n \log n)$  باشد؟

### ۳ طولانی ترین دنباله افزایشی

فرض کنید یک ردیف از  $n$  عدد صحیح به شما داده شده است، که در آن هر عدد صحیح بین ۱ و  $n$  (شامل) است و هیچ عدد صحیحی بیش از یک بار در آرایه ظاهر نمی شود. شما می خواهید طول طولانی ترین دنباله افزایشی ( $LIS$ ) را در آرایه پیدا کنید. برای مثال، فرض کنید آرایه [۵، ۱، ۴، ۲، ۳] باشد. سپس

طولانی ترین دنباله افزایشی [۱، ۲، ۳، ۴] و طول آن ۴ است. الگوریتمی بنویسید تا طول طولانی ترین

دنباله فزاینده در آرایه را پیدا کند. الگوریتم شما باید بهینه باشد (یعنی باید بهترین پیچیدگی زمانی ممکن را داشته باشد). پیچیدگی زمانی الگوریتم شما چقدر است؟

### ۴ حداکثر مجموع غیر مجاور

فرض کنید یک آرایه از  $n$  عدد صحیح به شما داده شده است، و باید حداکثر مجموع یک زیرآرایه را که حاوی هیچ عنصر مجاور نیست، بیابید. به عنوان مثال، اگر آرایه ورودی [۳، ۲، ۵، ۱۰، ۷] باشد، حداکثر مجموع یک زیرآرایه که حاوی هیچ عنصر مجاور نیست ۱۵ است که با زیرآرایه [۳، ۵، ۷] مطابقت دارد. الگوریتمی طراحی کنید که این مشکل را به طور بهینه حل کند و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل کند.

### ۵ سکه بازی

به شما عرضه نامحدودی از سکه های عیار ۱، ۵ و ۱۰ داده می شود. با توجه به مقدار هدف، حداقل تعداد سکه های مورد نیاز برای ایجاد آن مقدار چقدر است؟ الگوریتمی برای حل این مشکل بنویسید و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل کنید.