



مسئله‌ی ۱. سکه متفاوت

یک جفت سکه به طور همزمان پرتاب می‌کنیم. احتمال شیر آمدن هر سکه p هست.

الف

اگر این دو سکه را همزمان با هم n بار پرتاب کنیم و X مجموع تعداد پرتاب‌هایی باشد که نتایج این دو سکه با هم متفاوتند، X از چه نوع توزیع احتمالی است؟

ب

فرض کنید اگر نتایج این دو سکه متفاوت باشند، شما ۱ دلار جایزه می‌گیرید و در غیر آن صورت ۱ دلار از دست می‌دهید. اگر Y کل سود شما باشد، Y را بر حسب X به دست آورید. امید ریاضی و واریانس Y چقدر است؟

مسئله‌ی ۲. کت‌های تصادفی

یک مهمانی ترتیب داده‌ایم که n نفر مهمان دارد که هر مهمان یک کت به تن دارد. ما کت‌ها رو از بین مهمان‌ها جمع می‌کنیم و پس از آن دوباره کت‌ها را به صورت تصادفی میان مهمانان توزیع می‌کنیم. به این ترتیب پس از این توزیع هر مهمان دوباره یک کت دارد. حال، اگر متغیر تصادفی X_N را برابر تعداد مهمانانی که پس از توزیع کت‌ها، همان کت خودشان را دوباره گرفته‌اند تعریف کنیم، PMF متغیر تصادفی X_N را حساب کنید. (راهنمایی: با توجه به قضیه پریش برای همه $N = 1, 2, \dots$ داریم که؛

$$P(X_N = 0) = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots (-1)^N \frac{1}{N!}$$

حال با استفاده از آن $P(X_N = k)$ را برای همه $k \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$ محاسبه کنید.)

موفق باشید :)