



مسئله‌ی ۱. قطعه‌سازی

در کارخانه تولید اتومبیل، قطعه‌ای با وزن تصادفی تولید می‌شود. n نمونه مستقل از قطعه‌ها را انتخاب کرده‌ایم و وزن آن‌ها را $w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(n)}$ اندازه گرفته‌ایم. اگر بدانیم وزن قطعه از توزیع زیر به دست می‌آید، تخمینگر بیشینه درست نمایی برای پارامتر λ را به دست آورید. (۴ نمره)

$$f_X(x) = \lambda x e^{\frac{-\lambda x}{\gamma}} U(x)$$

مسئله‌ی ۲. من یک دانشجوی ریاضی هستم

صورت کلی مسئله فضای احتمال $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ را در نظر بگیرید. از این فضای احتمال، n نمونه تصادفی مستقل برداشته و آنها را به صورت $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ نشان می‌دهیم.

الف

برای یک پیشامد A تخمین زیر را برای $\mathbb{P}(A)$ در نظر می‌گیریم.

$$\hat{\mathbb{P}}(A) = \frac{\sum_{i=1}^n I_A(\omega_i)}{n}$$

که در آن $I_A(\omega_i)$ یک است اگر ω_i در A باشد و در غیر این صورت صفر است. نشان دهید که این تخمین یک تخمین unbiased و سازگار برای $\mathbb{P}(A)$ می‌باشد. (۴ نمره)

ب

کران بالای مناسبی برای $\mathbb{P}(|\hat{\mathbb{P}}(A) - \mathbb{P}(A)| > \epsilon)$ بنویسید. (هر کران بالای غیر بدیهی قابل قبول است). (۲ نمره)

موفق باشید (:)