INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Escuela Superior de Cómputo

Título del proyecto

Zarate Cardenas Alejandro

Autores:
Campos Zeron Salvador
Díaz González Lizeth
Girón Flores Carlos Alberto
Hernández García Jaime Gabriel
Izoteco Zacarias Pedro Uriel
Sánchez Ortega Gabriel

10 de Marzo 2023

Índice

1 Introducción **2**

1.1 Lo que revisamos 2

2 Problemario 1 (293-295) **2**

2.1 Problema 5 2

2.2 Problema 17 2

2.3 Problema 29 3

2.4 Problema 41 4

2.5 Problema 53 4

1 Introducción

El capítulo 5 del libro ”Cálculo de Trascendentes Tempranas” de Dennis G. Zill se enfoca en el tema de las integrales definidas. Las integrales definidas son una herramienta fundamental en el cálculo integral y se utilizan para calcular el área bajo una curva, el volumen de sólidos de revolución y muchas otras aplicaciones en matemáticas, física y otras áreas de la ciencia.

1.1 Lo que revisamos

A lo largo de este documento se podra ver la resolucion de los problemas propuestos en el libro anteriormente mencionado aclarando que dichos problemas fueron divididos por equipo tocandole al ”Equipo Capibara” los problemas impares(5,17,29,41,53,65) de las paginas: 293-295 y 303-305

2 Problemario 1 (293-295)

2.1 Problema 5

Desarrolle la suma indicada:

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^k}{2k+5} \tag{1}$$

Donde si hacemos a sumatoria dada por la ecuacion 1 tenemos:

$$\begin{gathered} \frac{(-1)^1}{2(1)+5} + \frac{(-1)^2}{2(2)+5} + \frac{(-1)^3}{2(3)+5} + \frac{(-1)^4}{2(4)+5} + \frac{(-1)^5}{2(5)+5} + \\ \frac{(-1)^6}{2(6)+5} + \frac{(-1)^7}{2(7)+5} + \frac{(-1)^8}{2(8)+5} + \frac{(-1)^9}{2(9)+5} + \frac{(-1)^{10}}{2(10)+5} \end{gathered} \tag{2}$$

Realizando las respectivas operaciones en 2

$$-\frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{23} + \frac{1}{25} = -0.062065975\dots \tag{3}$$

Teniendo asi que el resultado esta dado en la ecuacion 4, es decir, la que esta a continuacion:

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^k}{2k+5} = -0.062065975\dots \tag{4}$$

2.2 Problema 17

Escriba en notación sigma la suma dada

$$6+6+6+6+6+6+6+6 \tag{1}$$

Contando el numero de veces que aparce el 6 en la suma 1 tenemos que k(contador) toma valores de 1 a 8 dejandonos con la siguiente expresion:

$$\sum_{k=1}^{8} 6 \tag{2}$$

2.3 Problema 29

Utilizando lo siguiente:

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right) * \frac{b-a}{n} \tag{1}$$

Y los siguientes teoremas:

$$\sum_{k=1}^{n} c = nc \qquad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad \sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Con la propiedad dada en la ecuacion 1 y los teoremas dados anteriormente calcule el area bajo la funcion siguiente:

$$f(x) = x, [0, 6] \tag{2}$$

Con dicha informacion podemos decir que:

$$a = 0 \qquad b = 6$$

Entonces:

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f\left(0 + k\frac{6-0}{n}\right) * \frac{6-0}{n} \tag{3}$$

Desarrollando:

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f\left(k\frac{6}{n}\right) * \frac{6}{n} = \dots$$

$$\dots = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{36k}{n^2}\right) = \lim_{n\to\infty} \left[\frac{36}{n^2} \sum_{k=1}^{n} k\right] = \dots$$

$$\dots = \lim_{n\to\infty} \left[\frac{36}{n^2} * \frac{n(n+1)}{2}\right] = \lim_{n\to\infty} \left[18 * \frac{n(n+1)}{n^2}\right] = \dots$$

$$\dots = 18 \lim_{n\to\infty} \left[\frac{n+1}{n}\right] = 18 * 1 = 18$$

Por lo tanto $A = 18$

2.4 Problema 41

Utilizando los teoremas y la definicion del problema anteriror resuelva lo siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 2, & si \quad 0 \leq x < 1 \\ x+1, & si \quad 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Entonces podemos decir que el area esta dada por:

$$A = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx \tag{4}$$

Gracias a esta suma podemos trabajar por separado los dos trozos de la funcion. Asi facilitando s manipulacion. Para el segmento de $\int_0^1 f(x)dx$ la funcion esta evaluada en 2. Por lo cual el area esta dada por un valor constante y para este caso debemos agregar una propiedad:

$$\int_a^b kdx = k\int_a^b dx = k(b-a) \tag{5}$$

Sustituyendo:

$$A_1 = \int_0^1 2dx = 2\int_0^1 dx = 2(1-0) = 2 \tag{6}$$

Trabajando con la segunda parte tenemos:

$$A_2 = \int_1^4 f(x)dx = \int_1^4 xdx + \int_1^4 1dx \tag{7}$$

Trabajando por partes:

$$i)\int_1^4 xdx = \dots \qquad\qquad ii)1\int_1^4 dx = \dots$$

$$\dots = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left[1+\frac{3k}{n}\right]\cdot\frac{3}{n} = \dots \qquad\qquad \dots = 1(4-1) = 3$$

$$\dots = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{3}{n}+\frac{9k}{n^2}\right]\cdot\frac{3}{n} = \dots$$

$$\dots =$$

2.5 Problema 53