$$y = f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$$

1) Функция определена и непрерывна на всей числовой прямой, кроме точки $x = 0$, область определения: $D(f) = \Re \setminus \{0\}$.

$f(-x) = (-x)^2 e^{\frac{1}{-x}} = x^2 e^{-\frac{1}{x}}$, $f(-x) \neq f(x)$, $f(-x) \neq -f(x)$ значит, данная функция не является четной или нечетной.

Функция непериодическая.

2) Асимптоты, поведение функции на бесконечности.

$$\lim_{x \to 0-0} f(x) = \lim_{x \to 0-0} (x^2 e^{\frac{1}{x}}) = 0 \cdot e^{\frac{1}{-0}} = 0 \cdot e^{-\infty} = 0 \cdot 0 = 0$$

$$\lim_{x \to 0+0} f(x) = \lim_{x \to 0+0} (x^2 e^{\frac{1}{x}}) = 0 \cdot \infty = \lim_{x \to 0+0} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \to 0+0} \frac{(e^{\frac{1}{x}})'}{\left(\frac{1}{x^2}\right)'} = \lim_{x \to 0+0} \frac{-\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}}{-\frac{2}{x^3}} =$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \to 0+0} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{1}{2} \lim_{x \to 0+0} \frac{\left(e^{\frac{1}{x}}\right)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'} = \frac{1}{2} \lim_{x \to 0+0} \frac{-\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2} \lim_{x \to 0+0} e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2} e^{+\infty} = +\infty$$

Прямая $x = 0$ (ось OY) является вертикальной асимптотой для графика $f(x)$ при $x \to 0 + 0$.

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(x^2 e^{\frac{1}{x}} \right) = +\infty \cdot 1 = +\infty$ – функция не ограничена сверху.

$k = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2 e^{\frac{1}{x}}}{x} \right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(x e^{\frac{1}{x}} \right) = \pm\infty$, значит, наклонные асимптоты отсутствуют.

3) Точки пересечения графика с координатными осями, интервалы знакопостоянства функции.

График функции не пересекает координатные оси, так как $x \neq 0$, $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}} \neq 0$

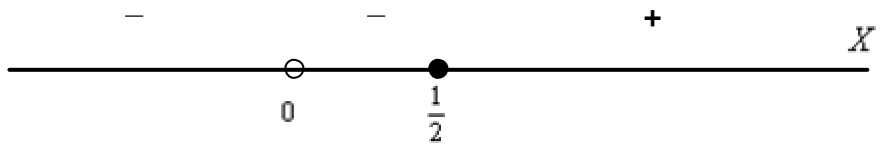
$f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}} > 0$ на всей области определения.

4) Возрастание, убывание, экстремумы функции.

$$f'(x) = \left(x^2 e^{\frac{1}{x}} \right)' = \left(x^2\right)' \cdot e^{\frac{1}{x}} + x^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{x}} \right)' = 2x e^{\frac{1}{x}} + x^2 e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2} \right) = (2x - 1) e^{\frac{1}{x}} = 0$$

$x = \frac{1}{2}$ – критическая точка.

Определим знаки $f'(x)$:



$f(x)$ возрастает на $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ и убывает на $(-\infty;0)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

В точке $x=\frac{1}{2}$ функция достигает минимума: $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{e^2}{4}\approx 1{,}85$

5) Выпуклость, вогнутость, перегибы графика.

$$f''(x)=\left((2x-1)e^{\frac{1}{x}}\right)'=(2x-1)'\cdot e^{\frac{1}{x}}+(2x-1)\cdot(e^{\frac{1}{x}})'=$$

$$=2e^{\frac{1}{x}}+(2x-1)e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{(2x^2-2x+1)}{x^2}e^{\frac{1}{x}}>0$$

Таким образом, график функции является вогнутым на всей области определения.

6) Найдем дополнительные точки и построим график:

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	0,2	0,3	0,4	1	2
$f(x)\approx$	6,45	4,19	2,43	1,16	0,37	5,94	2,52	1,95	2,72	6,59