

Предел последовательности

Члены последовательности расположены в определенном порядке

Каждому члену послед-ти можно присвоить индекс

1 2 3 4 ... n

Диаграмма Венна или круги Эйлера, это графическое отображение теории множеств

$N = \{1, 2, \dots, n\}$

$N_+/Z_+ = \{0, 1, 2, \dots, n\}$
 $Z = \{-\infty, 0, \infty\}$

Комплексные
числа C

Круги
Эйлера в
SQL



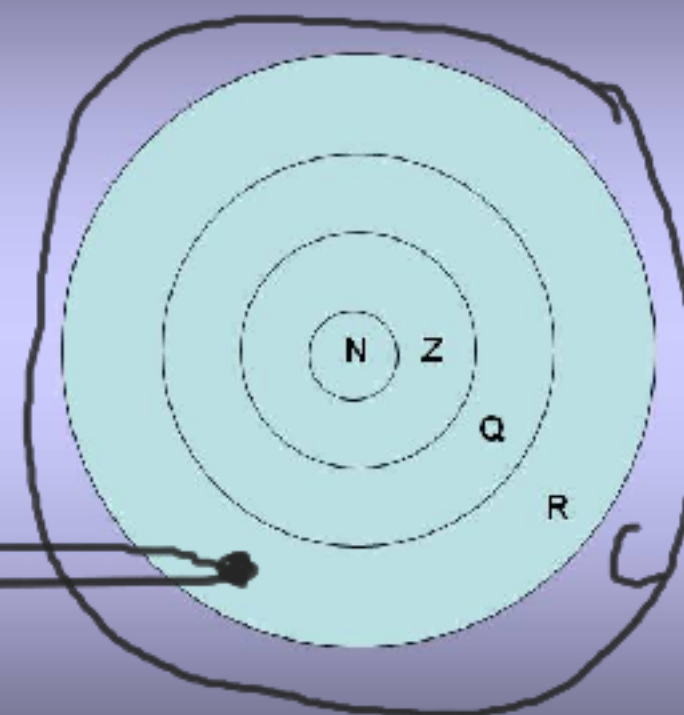
Вещественные
числа

$\forall \in N$
 $N \subset Z$

Диаграмм
а Венна
NUMBERS



Круги Эйлера



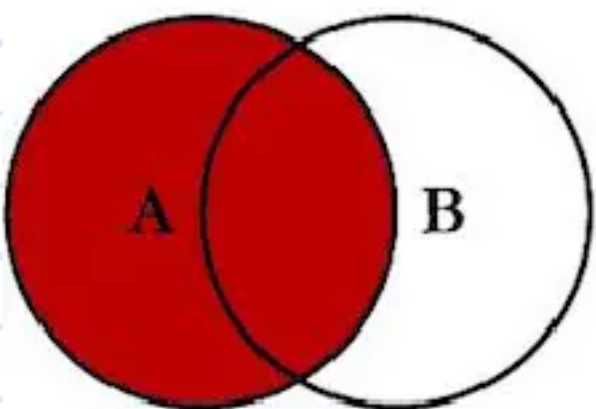
N — натуральные
числа

Z — целые числа

Q — рациональные
числа

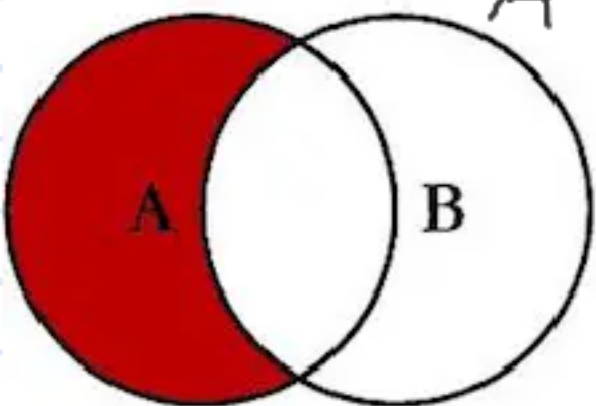
R — действительные
числа

SQL JOINS

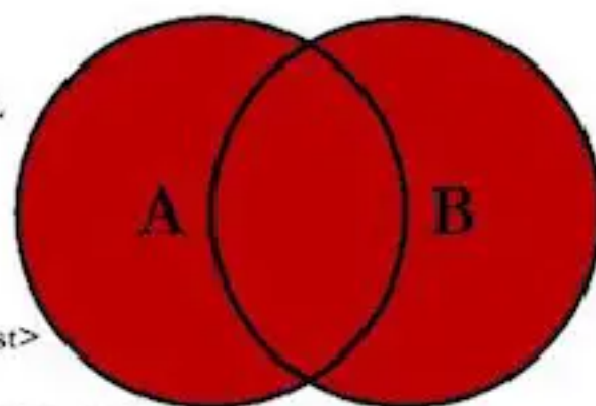


```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
LEFT JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
```

$A \setminus B$



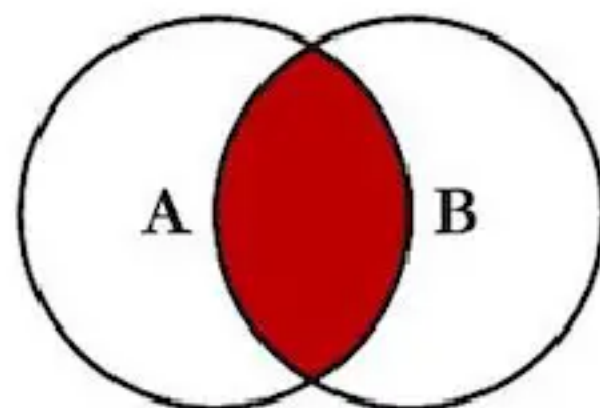
```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
LEFT JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
WHERE B.Key IS NULL
```



```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
FULL OUTER JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
```

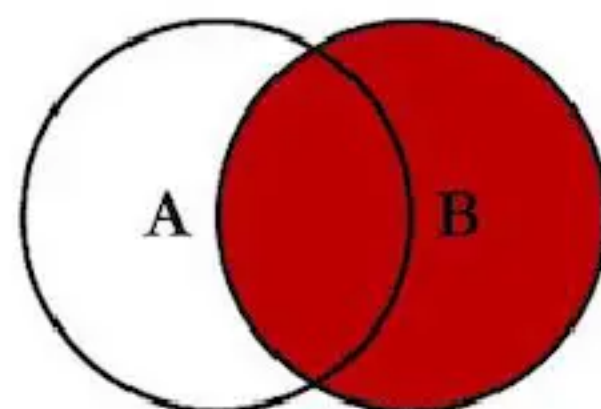
© C.L. Moffatt, 2008

$A \cap B$

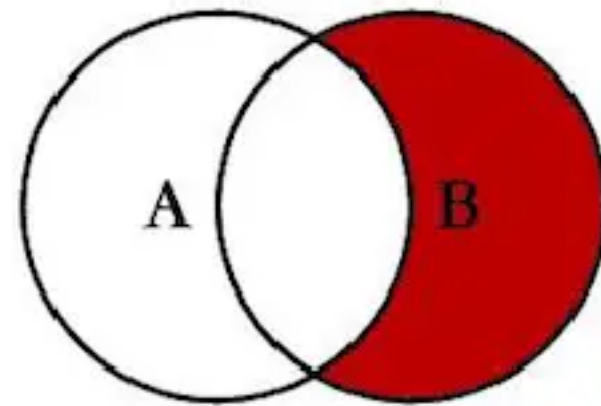


```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
INNER JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
```

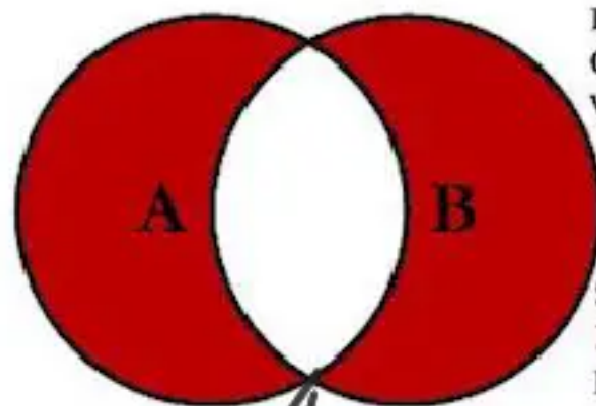
$A \cup B$



```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
RIGHT JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
```



```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
RIGHT JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
WHERE A.Key IS NULL
```



```
SELECT <select_list>
FROM TableA A
FULL OUTER JOIN TableB B
ON A.Key = B.Key
WHERE A.Key IS NULL
OR B.Key IS NULL
```

$A \Delta B$

симметрическая разность
или инверсия пересечений

подкова похожа на букву П - это
применение мнемонического
правила

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) \\ (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

\square — пусть
 \lceil — если

\therefore — такое что

\forall — для любого для всех, это квантор всеобщности

\exists — квантор существования, существует или найдется

$\exists!$ — квантор единственности,
единственный

x_1, x_2, \dots, x_n общий член послед-ти

ограниченная последовательность

$$x_n = 2n$$

$$y_n = 2n - 1$$

$$x_n = \frac{1}{n}$$

постоянная последовательность,
это послед-ть в которой все эл-ты
равны одному и тому же числу C ,
где C это конст

рекуррентный способ,
это задание
последовательности с
помощью формулы
общего члена, когда
задается первый член
последовательности и
правило определения
 n -го члена

$$\sim \exists M > 0 \forall n \in \mathbb{N} = \text{неограниченная посл}$$

$$\exists M > 0 \forall n \in \mathbb{N} \quad |x_n| < M$$

рекуррентная формула

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

d — шаг

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots \Rightarrow b_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

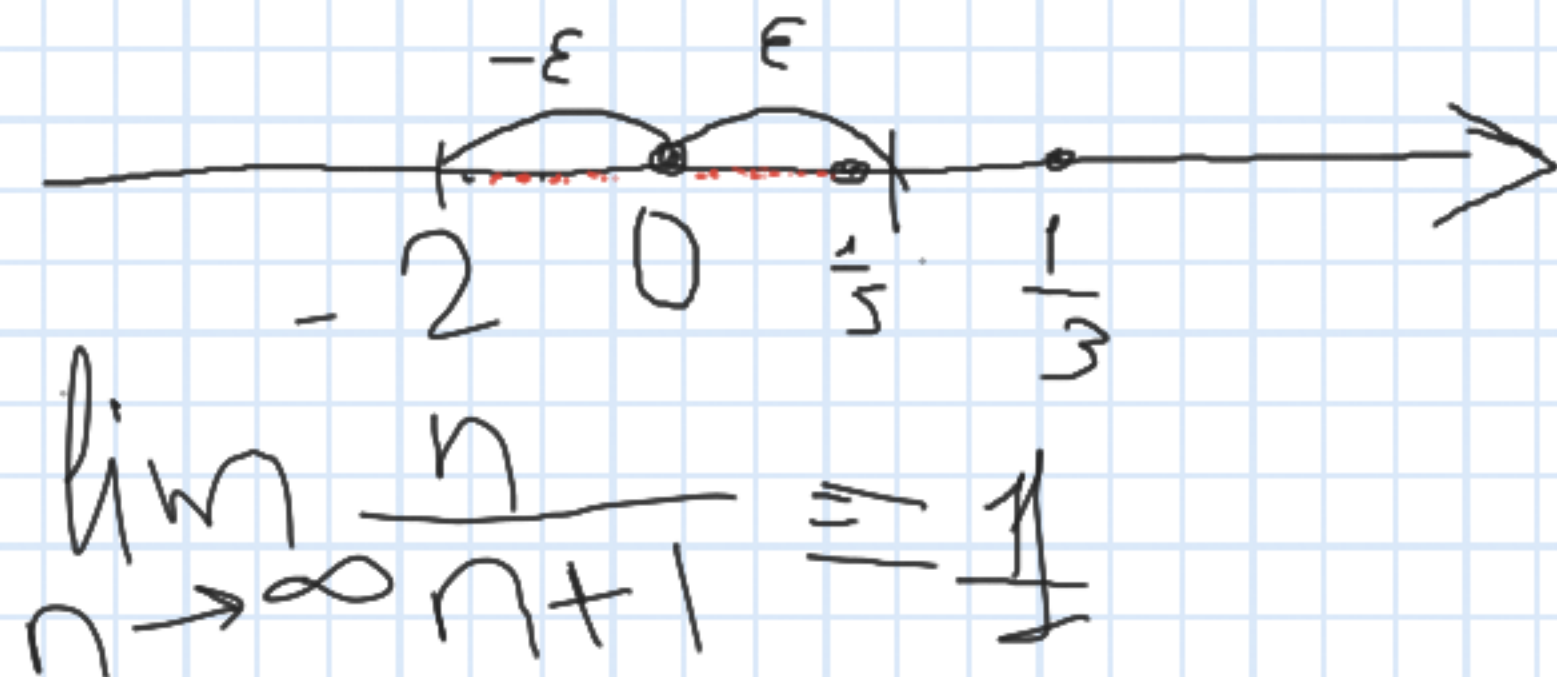
q — знаменатель прогрессии

Пределы

Предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0$$

бесконечно
малый предел



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

Доказательство по определению предела

$$\varepsilon > 0$$

$$|x_n - 1| = \left| \frac{n}{n+1} - 1 \right| = \left| -\frac{1}{n+1} \right| = \frac{1}{n+1}$$

$$|x_n - 1| < \varepsilon$$

$$\frac{1}{n+1} < \varepsilon, n+1 > \frac{1}{\varepsilon}$$

$$N = \frac{1}{\varepsilon}$$

$$n > \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \Rightarrow$$

$$|x_n - 1| < \varepsilon \quad \forall n > N_{\varepsilon}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n = a, \quad \varepsilon = 1$$

$$N: |(-1)^n - a| < \varepsilon, \quad n > N$$

Коши ввел понятие эпсилон окрестность

$$|(-1)^n - a| < \varepsilon$$

$$|1 - a| < \varepsilon \quad 2\varepsilon > |1 - a| + |1 - a|$$

$$|1 - a| < \varepsilon \quad = \quad 2\varepsilon > |1 - \cancel{a} + 1 + \cancel{a}|$$

$$2\varepsilon > 2$$

$$2 \cdot \textcircled{1} > 2 \quad 2 \neq 2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} \right) =$$

$$X_1 = \frac{1}{4}$$

$$X_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2}$$

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$

$$b_1 = \frac{1}{4}$$

$$q = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

свойства сходящихся последовательностей

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C = C \text{ — конст}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (X_n \pm Y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (X_n Y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{Y_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} X_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} Y_n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 5}{3n^2 - n + 6} = \frac{\infty}{\infty} / n^2$$

$$\frac{\frac{n^2}{n^2} + \frac{3n}{n^2} - \frac{5}{n^2}}{\frac{3n^2}{n^2} - \frac{n}{n^2} + \frac{6}{n^2}} = \frac{1 + \frac{3}{n} - \frac{5}{n^2}}{3 - \frac{1}{n} + \frac{6}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{3}{n} - \frac{5}{n^2})}{\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - \frac{1}{n} + \frac{6}{n^2}} =$$

$$= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6}{n^2}} = \frac{1 + 0 - 0}{3 - 0 + 0} = \frac{1}{3}$$

