

Pachet R pentru lucru cu variabile aleatoare continue

- Arsene Marinel
- Cioarec George
- Dumitru Giuliano
- Postole Laurentiu

1.

Fiind dată o funcție f introdusă de utilizator, determinarea unei constante de normalizare k . În cazul în care o asemenea constantă nu există, afișarea unui mesaj corespunzător către utilizator.

```
constantaNormalizare <- function(f) {  
  print(  
    tryCatch(  
      { 1/integrate(f, lower = -Inf, upper = Inf)$value},  
      error = function(e) {"Nu exista constanta de normalizare pt functia data."}  
    )  
  )  
}
```

Constanta de normalizare a unei functii este data de formula $c = \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx}$. In cazul in care functia integrate nu returneaza o constanta se afiseaza mesajul de eroare.

2.

Verificarea dacă o funcție introdusă de utilizator este densitate de probabilitate.

```
densitateProbabilitate <- function(f) {  
  if(nlm(f, p = 100)$minimum < 0)  
    return(F) # functia poate avea valori negative  
  tryCatch({  
    if(isTRUE(all.equal(1, integrate(f, lower = -Inf, upper = Inf)$value)))  
      return(T) # integrala este o constanta == 1  
    return(F) # integrala este o constanta /= 1  
  },  
  error = function(e) {return(F)} # integrala nu este o constanta  
)
```

Funcția densitate de probabilitate trebuie să aibă 2 proprietăți:

- $f(x) \geq 0$ (f este nenegativă)
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

Valoarea minimă a unei funcții este dată de `nlm` iar valoarea integralei este calculată în `tryCatch`. În cazul în care funcția poate avea valori negative sau integrala este o constantă diferită de 1 sau `integrate` nu returnează o constantă funcția nu este densitate de probabilitate.

3.

Crearea unui obiect de tip variabilă aleatoare continuă pornind de la o densitate de probabilitate introdusă de utilizator.

```
setClass("va", slots=list(densitate="function", st="numeric", dr="numeric"))
```

4.

Reprezentarea grafică a densității și a funcției de repartiție pentru diferite valori ale parametrilor repartiției. În cazul în care funcția de repartiție nu este dată într-o formă explicită(ex. repartiția normală) se acceptă reprezentarea grafică a unei aproximări a acesteia.

```
repartitiaGrafica <- function(f, mini, maxi){  
  tryCatch(  
    {  
      x <- seq(mini, maxi, (maxi-mini)/1000)  
      d <- c()  
      for (a in x)  
        d <- c(d, integrate(f, mini, a)$value)  
      plot(x, d, type="l", col="green" )  
      par(new=T)  
      lines(x, f(x), type="l", col="red")  
      legend(x = "topright", lty = c(1, 1), col = c("red", "green"),  
            legend = c("Densitate de probabilitate", "Funcția de repartiție"))  
    },  
    error = function(e){ "Nu a mers constructia graficului." }  
  )  
}
```

Pentru funcția de repartiție am folosit formula:

$$F(b) = P(x \leq b) = \int_{-\infty}^b f(x) dx, \text{ unde } f(x) \text{ este pdf a lui } x$$

x – valorile pentru care se aproximează grăficul

d – valorile funcției de repartiție pentru valorile din x

Funcția de repartiție se afișează cu plot, iar funcția de densitate prin lines

5.

Calculul mediei, dispersiei și a momentelor inițiale și centrate până la ordinul 4(dacă există). Atunci când unul dintre momente nu există, se va afișa un mesaj corespunzător către utilizator.

```
calculelePosibilePeVAC <- function(var){
  tryCatch({
    #calculam media
    print("Media este: ")
    print(integrate(function(x) { x*var@densitate(x) },lower = var@st, upper = var@dr))
  }, error = function(e) { "Nu se poate calcula." }
)
  tryCatch({
    #calculam dispersia
    print("Dispersia este: ")
    aux <- function(x){ integrate(var@densitate, lower = var@st, upper = var@dr)$value }
    print(integrate(function(x){ (x-aux(x))*(x-aux(x)) }, lower = var@st, upper = var@dr))
  }, error = function(e) { "Nu se poate calcula." }
)
  for (i in c(1, 2, 3, 4)) {
    tryCatch({
      print(paste(c("Momentul de ordin ", i), collapse = ""))
      print(integrate(function(x){ (x^i)*var@densitate(x) },lower = var@st, upper = var@dr))
    }, error = function(e) { print("Nu se poate calcula.") }
  )}
}
```

Pentru calcularea mediei dispersiei si momentelor am folosit formulele:

$$\text{media} = \int_a^b x f(x) dx \quad \text{dispersia}(x) = E((x - \mu)^2) \quad \text{moment}(k) = \int_a^b x^k f(x) dx, k \geq 1$$

Am folosit tryCatch pentru a afisa mesaje in cazul in care nu se pot calcula anumite informatii.

7.

Crearea unei funcții P care permite calculul diferitelor tipuri de probabilități asociate unei variabile aleatoare continue(similar funcției P din pachetul discreteRV)

```
probabilitate <- function(object) {
  integrate(object@densitate, lower = object@st, upper = object@dr)$value
}
```

6.

Calculul mediei și dispersiei unei variabile aleatoare $g(X)$, unde X are o repartiție continuă cunoscută iar g este o funcție continuă precizată de utilizator.

```
CalculMedieSiDispersie <- function(g,X){
  tryCatch({
    h <-function(x){ g(x)*X@densitate(x) } #calculez media noului obiect
    m <- integrate(h,lower = X@st,upper = X@dr) #functia pentru medie
    print("Media noului obiect este: ")
    print(m$value)
    h1 <- function(x){ integrate(h,lower = X@st, upper = X@dr)$value } # dispersia
    disp <- integrate(function(x){(x - h1(x))*(x-h1(x))}, lower = X@st, upper = X@dr)
    print("Dispersia noului obiect este: ")
    print(disp$value)
  },
  error = function(e) {"Nu merge calculat."}
)
```

Am folosit formula mediei lui $g(X)$, unde g este o functie continua si X este o variabila aleatoare continua, iar dispersia cu formula ei normala.

$$media = \int_a^b g(x) f(x) dx$$

8.

Afișarea unei “fișe de sinteză” care să conțină informații de bază despre respectiva repartiție(cu precizarea sursei informației!). Relevant aici ar fi să precizați pentru ce e folosită în mod uzual acea repartiție, semnificația parametrilor, media, dispersia etc.

```
afisareInformatiiVariabila <- function(var){
  print("Functia densitatii de probabilitate este:")
  print(var@densitate)
  print("Capul stang al integralei este ")
  print(var@st)
  print("iar capul drept este: ")
  print(var@dr)
  calculelePosibilePeVAC(var)
  repartitiaGrafica(var@densitate, var@st,var@dr)
}
```

In cerinta aceasta am vrut sa afisam toate informatiile importante despre o variabila aleatoare continua: graficele funtiilor de densitate si repartitie, media, dispersia, momentele de rang 1-4.

Bibliografie:

- <https://stackoverflow.com/questions/65851631/minimum-value-of-function#>
- Cursurile domului Profesor Niculescu Cristian :
<https://moodle.unibuc.ro/course/view.php?id=5862>