

# Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

## Lista zadań nr 10. 5 i 16 maja 2016

[Do zadań 1–6] Dane są obserwacje  $x_1, \dots, x_n$  pochodzące z niżej wymienionych rozkładów. Znaleźć estymator (metodą MLE) dla parametrów – również – wymienionych poniżej:

$$f(x, y) = 1, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

1. Rozkład geometryczny  $\text{Geom}(p)$ , parametr  $p$ .
2. Rozkład Pareto,  $f(x; a, k) = \frac{ka^k}{x^{k+1}}$ ,  $x \in (a, \infty)$ , znane  $k$ , parametr  $a$ .
3. Rozkład Pareto,  $f(x; a, k) = \frac{ka^k}{x^{k+1}}$ , znane  $a$ , parametr  $k$ .
4. Rozkład wykładniczy,  $f(x; \lambda) = \lambda \exp(-\lambda x)$ , dla  $x \in (0, \infty)$ . Parametr to  $\lambda$ .
5. Rozkład Weibulla,  $f(x; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\right\}$ , dla  $x \in (0, \infty)$ . Znane jest  $k$ , parametr  $\lambda$ .

[Do zadań 6–7] Niezależne zmienne losowe  $X, Y$  podlegają rozkładom (odpowiednio):  $\chi^2(n), \chi^2(k)$ .

6. Znaleźć (gęstość) rozkładu 2-wymiarowego zmiennej  $(X, Y)$ .
7. Znaleźć rozkład (gęstość) zmiennej  $F = \frac{X}{Y} \cdot \frac{k}{n}$ .

[Do zadań 8–9] Zmienna losowa  $X$  podlega rozkładowi normalnemu:

$$N \sim \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 38 & -5 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \right).$$

8. Niech  $Y_1 = 3X_1 + X_2$ ,  $Y_2 = -4X_1 + 2X_2$ . Znaleźć rozkład zmiennej  $Y$ .
9. Niech  $Y_1 = 2X_1 - 3X_2$ ,  $Y_2 = 4X_1 + 2X_2$ . Jaka jest wartość współczynnika korelacji  $\rho_{y_1, y_2}$ ?
10. Niezależne obserwacje  $x_1, \dots, x_n$  pochodzą z rozkładu jednostajnego  $U[s-a, s+a]$ . Znana jest wartość parametru  $s$ . Znaleźć estymator MLE  $\hat{a}$  parametru  $a$ .

Witold Karczewski