Lista 8

Kamil Matuszewski

8 grudnia 2015

Zadanie 4

$$q_0 = u_0 = 0$$

$$\left.\begin{aligned} p_k &= \lambda_k q_{k-1} + 2 \\ q_k &= \tfrac{(\lambda_k - 1)}{p_k} \\ u_k &= \tfrac{(d_k - \lambda_k u_{k-1})}{p_k} \end{aligned}\right\} k = (0 \cdots n-1)$$

$$M_{n-1} = u_{n-1}$$
$$M_k = u_k + q_k M_{k+1}$$

$$p_1 = 2$$
$$u_1 = \frac{d_1}{p_1}$$
$$q_1 = \frac{\lambda_1 - 1}{p_1}$$

Z (*) wiemy:

$$2M_1 + (1 + \lambda_1)M_2 = d_1$$

Podzielmy równanie przez $p_1 = 2$

$$M_1 + \frac{1 + \lambda_1}{p_1} M_2 = \frac{d_1}{p_1}$$
$$M_1 - \frac{\lambda_1 - 1}{p_1} M_2 = \frac{d_1}{p_1}$$
$$M_1 = \frac{d_1}{p_1} + \frac{\lambda_1 - 1}{p_1} M_2$$
$$M_1 = u_1 + q_1 M_2$$

Więc się zgadza.

Teraz, dla $k + 1$, z układu (*):

$$(i)\lambda_{k+1} M_k + 2M_{k+1} + (1 - \lambda_{k+1}) M_{k+2} = d_{k+1}$$

Dla k, z algorytmu:

$$M_k = u_k + q_k M_{k+1}$$

Pomnóżmy to przez λ_{k+1} i odejmijmy od otrzymanego równania równianie (i):

$$\lambda_{k+1} M_k - \lambda_{k+1} q_k M_{k+1} = \lambda_{k+1} u_k$$

$$-\lambda_{k+1}M_k + 2M_{k+1} + (1-\lambda_{k+1})M_{k+2} = d_{k+1}$$

$$-(\lambda_{k+1}q_k + 2)M_{k+1} - (1-\lambda_{k+1})M_{k+2} = \lambda_{k+1}u_k - d_{k+1}$$

$$(\lambda_{k+1}q_k + 2)M_{k+1} - (\lambda_{k+1}-1)M_{k+2} = d_{k+1} - \lambda_{k+1}u_k$$

Teraz, $(\lambda_{k+1}q_k + 2) = p_{k+1}$ więc podzielmy przez p_{k+1}

$$M_{k+1} - \frac{(\lambda_{k+1}-1)}{p_{k+1}}M_{k+2} = \frac{d_{k+1} - \lambda_{k+1}u_k}{p_{k+1}}$$

$$M_{k+1} - q_{k+1}M_{k+2} = u_{k+1}$$

Stąd, obliczając te równanie dla $k = 1 \cdots n-1$ obliczymy wszystkie wartości M_k, więc algorytm działa.