

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 5. 31 marca i 4 kwietnia 2016

Z. 1-3 Wyznaczyć postać funkcji tworzącej momenty dla zmiennych:

1. $X \sim B(n, p)$,
2. $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$,
3. $X \sim \text{Gamma}(b, p)$.

Z. 4–6 Znaleźć rozkład, któremu podlega zmienna $Z = \sum_{k=1}^n X_k$. O występujących w tych zadaniach zmiennych zakładamy, że są niezależne. Rozwiązujemy zadania używając ”MGFy” (funkcje generujące momenty).

4. $X_k \sim N(\mu_k, \sigma_k^2)$, $k = 1, \dots, n$.
5. $X_k \sim \text{Gamma}(b, p_k)$, $k = 1, \dots, n$.
6. $X_k \sim B(m_k, p)$, $k = 1, \dots, n$.

Z. 7–9 Zmienna losowa (X, Y) ma gęstość $f(x, y) = \frac{5}{4}x^2y$, dla $0 < y < \frac{x}{2} < 1$ (trójkąt o wierzchołkach $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$). Wyznaczyć gęstość:

7. Zmiennej losowej Y .
8. Zmiennej losowej $U = X + Y$.
9. Zmiennej losowej $T = X/Y$.

10. Zakładamy, że zysk firmy jest zmienną losową U . MGF tego zysku przedstawia się wzorem $M_U(t) = \frac{2}{2-3t}$. Wyznaczyć:

- (a) wartość oczekiwaną zysku,
- (b) wariancję zysku,
- (c) MGF podatku od zysku, przy założeniu stopy podatkowej liniowej, 90%.

11. Zmienna losowa X ma MGF o postaci $M_X(t)$. Zmienna losowa Y jest pewną funkcją zmiennej X . Co można powiedzieć o Z (założenia i od jakich zmiennych zależy Y) jeżeli:

- (a) $M_Y(t) = M(2t) \cdot M(4t)$,
- (b) $M_Y(t) = e^{2t}M(t)$,
- (c) $M_Y(t) = 4M(t)$.