

Algorytmy probabilistyczne

Lista zadań nr 6

1. Rozważmy następującą zrandomizowaną modyfikację algorytmu korekcji bitów w hiperkostce o $N = 2^n$ wierzchołkach: zamiast korygować kolejne bity od lewej do prawej, losujemy niezależnie dla każdego pakietu permutację liczb $\{0, \dots, n-1\}$ i przeprowadzamy korekcję bitów w kolejności zadanej przez tę permutację. Wykazać, że istnieje permutacja adresów docelowych pakietów, dla której podany algorytm wykona $2^{\Omega(n)}$ kroków z dużym prawdopodobieństwem.
2. Wrzucamy m kul jednostajnie i niezależnie do n kubelków. Wyznaczyć stałą c_1 taką, że dla $m = c_1\sqrt{n}$ prawdopodobieństwo wrzucenia kul do różnych kubelków (czyli, że w żadnym nie będzie więcej niż jedna kula) jest $\leq 1/e$. Następnie wyznaczyć stałą c_2 taką, że $m = c_2\sqrt{n}$ prawdopodobieństwo wrzucenia kul do różnych kubelków jest $\geq 1/2$.
3. Niech S będzie zbiorem kluczy w tablicy haszowania kukułczego, a G_S będzie grafem o krawędziach $\{\{h_1(y), h_2(y)\} : y \in S\}$. Rozważamy operację $insert(x, S)$ i graf G_S z dodaną krawędzią $\{h_1(x), h_2(x)\}$. Wykazać, że jeśli w składowej spójnej zawierającej tę krawędź występują co najmniej dwa cykle, to operacja $insert(x, S)$ wykona $rehash()$.
4. Podać przykład zbioru S kluczy w tablicy haszowania kukułczego, oraz x takiego, że graf $G_{S \cup \{x\}}$ zawiera tylko jeden cykl, ale operacja $insert(x, S)$ wykona $rehash()$. Co można by zmienić w treści procedury $insert(x, S)$ aby tego uniknąć.
5. Wykazać, że jeśli x jest wstawiany do składowej spójnej o k wierzchołkach i składowa ta zawiera co najwyżej jeden cykl, to procedura wstawiania wykona co najwyżej $2k$ zamian kluczy.