

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 14. 9 i 13 czerwca 2016

1. Funkcją gamma Eulera nazywamy wartość całki

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} t^{p-1} e^{-t} dt, \quad p > 0.$$

- (a) Obliczyć wartość $\Gamma(1)$;
 - (b) Sprawdzić, że $\Gamma(n) = (n-1)!$, dla $n \in \mathbb{N}$.
2. Czytelnie i starannie napisać małe greckie litery: alfę α , betę β , (d)zetę ζ , etę η , lambdę λ , chi χ , ksi ξ . Następnie, równie starannie i czytelnie, napisać te same wielkie litery. Ponadto, objaśnić – równie czytelnie i starannie – znaczenie (wioślarskich) skrótów: LW4x, M4+, LM2x+, LM2-.
3. Zmienna losowa X podlega rozkładowi $U[-2; 2]$.
- (a) Znaleźć gęstość zmiennej losowej $Y = X + 3$.
 - (b) Wyznaczyć funkcję gęstości $f_Z(x)$ zmiennej losowej $Z = Y^2$.
4. Zmienna losowa X podlega rozkładowi o gęstości $f(x) = 3x^2$ na przedziale $[0; 1]$. Obliczyć wartości: trzeciego momentu zwykłego (m_3) oraz trzeciego momentu centralnego (μ_3) tejże zmiennej.
5. Niech $X \sim \text{Gamma}(b, p)$. Wyznaczyć $M_X(t)$.
6. Zmienna losowa X ma rozkład ciągły, nośnikiem gęstości jest \mathbb{R} . Inaczej: $\forall x \in \mathbb{R} f(x) > 0$, czyli dystrybuanta $F_X(x)$ jest ściśle rosnąca na prostej rzeczywistej. Wyznaczyć wartość całki

$$\int_{\mathbb{R}} f(x) F(x) dx.$$

7. Niezależne zmienne losowe X, Y podlegają (odpowiednio) rozkładowi $\chi^2(k), \chi^2(l)$. Jaki rozkład mają zmienne:
- (a) $Z = X + Y$ (dowód),
 - (b) $V = X/Y$ (definicja, z dokładnością do współczynnika).

Witold Karczewski