

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 4. 21 i 24 marca 2016

1. Zmienna losowa X ma gęstość o wzorze $f(x) = a + bx^2$, dla $0 \leq x \leq 1$. Wiadomo również, że $E(X) = 0.6$. Znaleźć wartości współczynników a, b .
- Z. 2–3 Jeżeli gęstość zmiennej losowej przedstawia się wzorem $f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$, to mówimy, że zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem λ ($\lambda > 0$, $0 < x < \infty$); oznaczenie $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.
 2. Obliczyć wartość oczekiwaną rozkładu $\text{Exp}(\lambda)$.
 3. Wyznaczyć wartość wariancji rozkładu $\text{Exp}(\lambda)$.
- Z. 4–7 Obliczyć EX .
 4. Zmienna losowa X o gęstości $f(x) = xe^{-x}$, dla $x \geq 0$.
 5. Zmienna losowa X o gęstości
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x & \text{dla } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{w.p.p.} \end{cases}$$
 6. Zmienna X o dystrybucji
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 \leq x \leq 1, \\ 2(1 - 1/x) & \text{dla } 1 \leq x \leq a, \\ 1 & \text{dla } x > a. \end{cases}$$
 7. Zmienna losowa X o gęstości $f(x) = 3x^2$ na przedziale $[0; 1]$.
 8. Załóżmy, że X jest zmienną losową o rozkładzie geometrycznym z parametrem p . Wykazać, że $E\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{-p \log p}{1 - p}$. WSK. $\frac{x^i}{i} = \int_0^x t^{i-1} dt$
- Z. 9–12 Niech X_1, X_2 będą **niezależnymi** zmiennymi losowymi o gęstości $\frac{2x}{a^2}$, $0 < x < a$. Niech $Y = \max\{X_1, X_2\}$, $Z = \min\{X_1, X_2\}$.
 9. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej X_1 .
 10. Wyznaczyć gęstość i wartość oczekiwaną zmiennej Y .
 11. Wyznaczyć gęstość i wartość oczekiwaną zmiennej Z .
 12. Niech $U = Y - Z$. Znaleźć wartość oczekiwaną zmiennej U .