

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 2. 3 i 7 marca 2016

1. A oraz B są zdarzeniami takimi, że: $P(A \cap B) = 1/4$, $P(A^C) = 1/3$, $P(B) = 1/2$. Znaleźć $P(A \cup B)$.

Mówimy, że zmienne X, Y są niezależne, wtedy gdy – w wypadku dyskretnym – spełniony jest warunek $P(X = x_i, Y = y_k) = P(X = x_i) \cdot P(Y = y_k)$. Jeżeli zmienna (X, Y) jest ciągła, to spełniony jest warunek $f(x, y) = f_1(x)f_2(y)$

2. Zmienna X ma rozkład $B(n_1, p)$ a zmienna Y rozkład $B(n_2, p)$. Zmienne są niezależne. Wykazać, że zmienna $Z = X + Y$ ma rozkład $B(n_1 + n_2, p)$.
3. Niezależne zmienne losowe X, Y mają rozkład Poissona z parametrami λ_1 i λ_2 . Wykazać, że zmienna $Z = X + Y$ ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda_1 + \lambda_2$.
4. Prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie jest równe p . Wykonujemy (niezależne) próby do otrzymania sukcesu. Zmienną losową X określamy jako liczbę przeprowadzonych prób. Wyznaczyć rozkład zmiennej X , tzn. podać jej funkcję prawdopodobieństwa (gęstości). Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X .
5. Prawdopodobieństwo sukcesu w pojedynczej próbie jest równe p . Wykonujemy doświadczenie do momentu uzyskania 2 sukcesów. Zmienna losowa X to liczba przeprowadzonych prób. Wyznaczyć rozkład zmiennej X , tzn. podać jej funkcję prawdopodobieństwa. Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X .

Losujemy jedną kartę z talii 24 kart. Oznaczmy przez X zmienną losową o wartościach

X	0	1	2	4
	trefl	karo	kier	pik

natomiast przez Y zmienną o wartościach

Y	5	4	2	0
	as	król	dama	w.p.w.

6. Podać rozkład zmiennej (X, Y) oraz rozkłady brzegowe.
7. Sprawdzić, czy zmienne X i Y są niezależne.
8. Podać rozkład zmiennej $Z = X + Y$.
9. Niech X będzie zmienną o rozkładzie geometrycznym. Sprawdzić, że $V(X) = \frac{1-p}{p^2}$.
10. Dwuwymiarowa gęstość zmiennej (X, Y) to $f(x, y) = 6xy$, dla $0 < x < 2$, $0 < y < 1 - \frac{1}{2}x$. Znaleźć gęstości brzegowe $f_1(x), f_2(y)$ zmiennych X, Y .

Witold Karczewski