

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ  
Факультет физико-математических и естественных  
наук

Кафедра прикладной информатики и теории  
вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

---

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Поляков Арсений Андреевич

Группа: НФИбд-03-19

МОСКВА

2022 г.

---

## Цель работы

---

Построение модели гармонических колебаний - фазового портрета гармонического осциллятора

## Теоретическое введение

---

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний

выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

где  $x$  – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.),  $\gamma$  – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре),  $\omega_0$  – собственная частота колебаний,  $t$  – время.

Уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

## Условия задачи

---

Вариант 35

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 7.4\dot{x} = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 10.1\dot{x} + 0.1x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 3.3x = 0.2\sin(3.5t)$$

На интервале  $t$  принадлежащему  $[0; 33]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = -1.4$

## Выполнение лабораторной работы

---

### **1 Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы**

Уравнение гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 7.4\dot{x} = 0$$

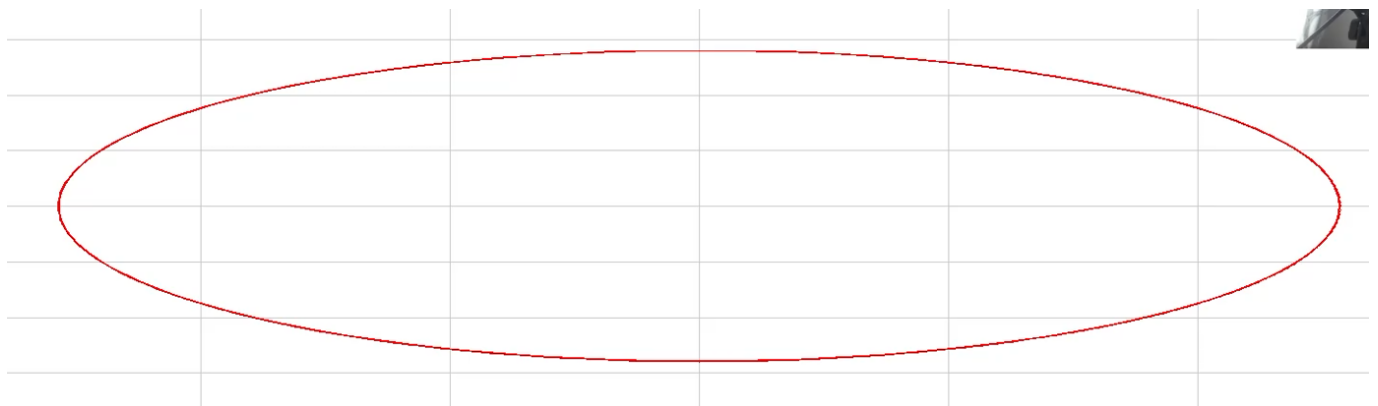
Чтобы построить фазовый портрет гармонического осциллятора, я написал следующий код:

```

model lab4_01
parameter Real w = sqrt(7.4);
parameter Real g = 0;
parameter Real x0 = 0;
parameter Real y0 = -1.4;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y;
end lab4_01;

```

и получил фазовый портрет:



## 2 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 10.1\dot{x} + 0.1x = 0$$

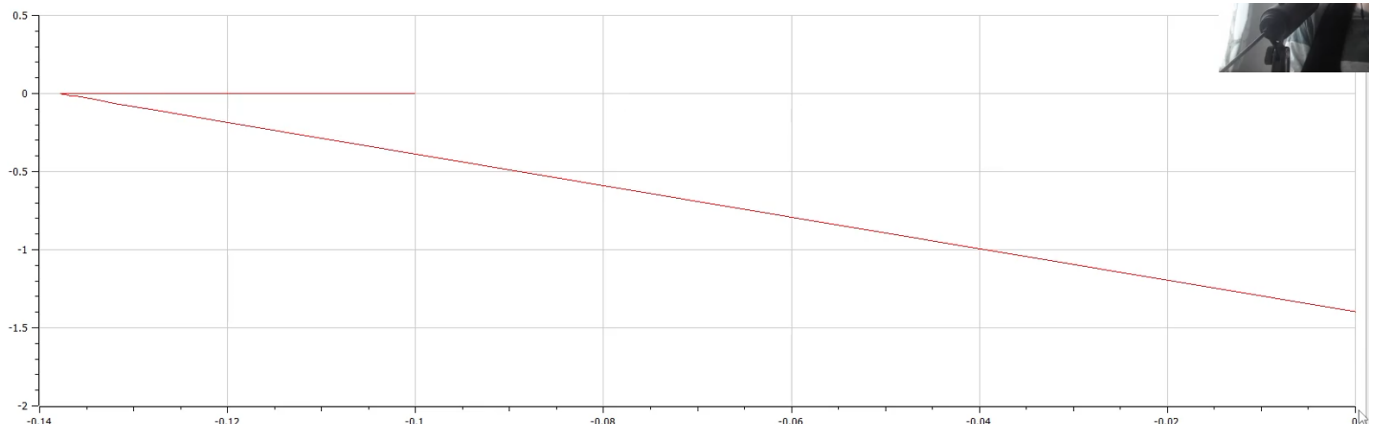
Чтобы построить фазовый портрет гармонического осциллятора, я написал следующий код:

```

model lab4_02
parameter Real w = sqrt(0.1);
parameter Real g = 10.1;
parameter Real x0 = 0;
parameter Real y0 = -1.4;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y;
end lab4_02;

```

и получил фазовый портрет:



### 3 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

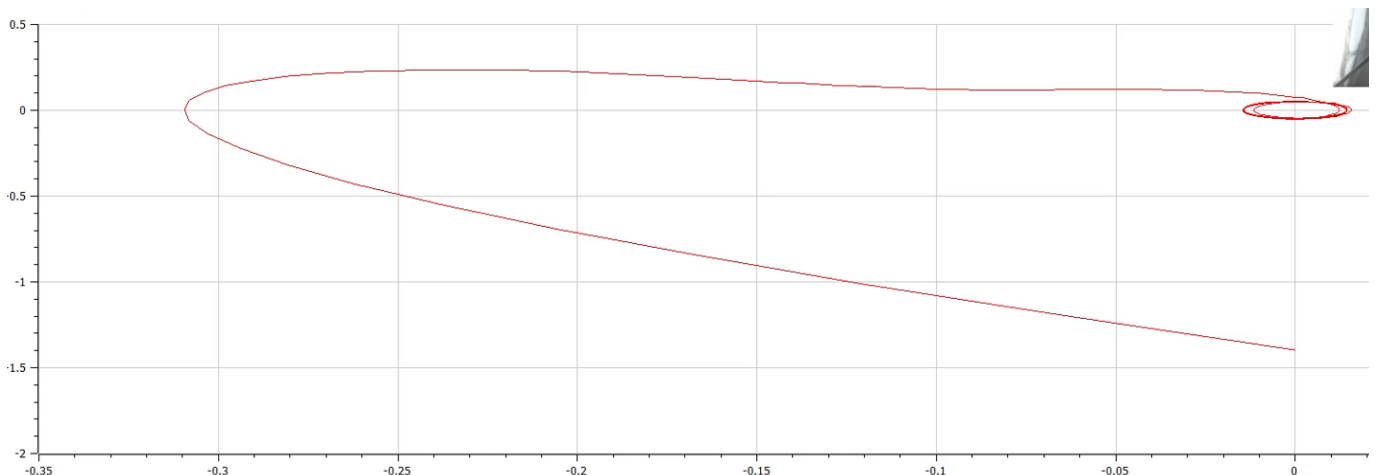
Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 3.3x = 0.2\sin(3.5t)$$

Чтобы построить фазовый портрет гармонического осциллятора, я написал следующий код:

```
model lab4_03
parameter Real w = sqrt(3.3);
parameter Real g = 3;
parameter Real x0 = 0;
parameter Real y0 = -1.4;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y + 0.2*sin(3.5*time);
end lab4_03;
```

и получил фазовый портрет:



## Выводы

---

После завершения данной лабораторной работы - я научился выполнять построение модели гармонических колебаний: фазового портрета гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, фазового портрета гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, фазового портрета гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы в OpenModelica.

## Список литературы

---

1. Кулябов, Д.С. - Модель гармонических колебаний