

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»



Лабораторная работа №6 «Работа с системой компьютерной вёрстки
T_EX» по предмету
«Информатика»

Вариант № 61

Группа: Р3116

Студент: Векшин Арсений Иванович

Преподаватель: Балакшин П. В.

$$b) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

УКАЗАНИЕ. См. задачи 3, 4 в СТАТЬЕ

4. Постройте тетраэдр до параллелипипеда вторым способом. Учетверенный квадрат длины каждого ребра параллелипипеда выразите по теореме косинусов через длины диагоналей соответствующей грани и угол между ними (по дной грани на ребро). Затем к граням параллелипипеда примените теорему о сумме квадратов длин диагоналей параллелограмма и сумме квадратов длин его сторон. Сложив все полученные равенства, получите требуемый результат.

К статье "Московский инженерно-физический институт"

Математика

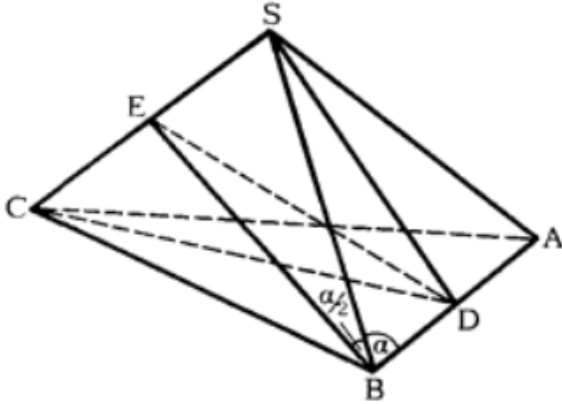
ВАРИАНТ 1

1. Обозначим скорости трех лыжников буквами ($k=1, 2, 3$) ($м/мин$), а всю дистанцию через S (м). Третьему лыжнику после t (мин) остается пройти расстояние ($S=t\nu_3$) (м). По условию задачи это расстояние первый лыжник пройдет за n минут, а второй - за p минут.

Учитывая эти условия и соотношения между скоростями, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S-t\nu_3}{\nu_1} = n, \\ \frac{S-t\nu_3}{\nu_2} = p, \\ \nu_1 + \nu_2 = 2\nu_3. \end{cases} \quad (1)$$

Из системы (1) требуется найти отношения $\frac{S}{\nu_n}$ ($k=1, 2, 3$). Исключив из первых двух уравнений системы $S=t\nu_3$, получа-



ем систему уравнений для отношений $\frac{\nu_1}{\nu_3}$ и $\frac{\nu_2}{\nu_3}$

$$\begin{cases} n \frac{\nu_1}{\nu_3} - p \frac{\nu_2}{\nu_3} = 0, \\ \frac{\nu_1}{\nu_3} + \frac{\nu_2}{\nu_3} = 2. \end{cases} \quad (2)$$

Решение линейной алгебраической системы линейных уравнений с двумя неизвестными (2) имеет вид

$$\frac{\nu_1}{\nu_3} = \frac{2p}{n+p}, \quad \frac{\nu_2}{\nu_3} = \frac{2n}{n+p}.$$

Теперь из первых двух уравнений системы (1) получим ответ:

$$S/\nu_1 = (n + \frac{1}{2}m + \frac{mn}{2\rho})(мин),$$

$$S/\nu_2 = (\rho + \frac{1}{2}m + \frac{mn}{2n})(мин),$$

$$S/\nu_3 = (n + m + \frac{2n\rho}{n+\rho})(мин).$$

2. Из равенства плоских углов при вершинах А и В (см. рис. 1) следует, что треугольники ACB и ACB - равные равнобедренные, поэтому $BC = CA = BS = SA$ и $\alpha < \frac{\pi}{2}$. Соединим середину D отрезка AB с вершинами C и S . Плоскость CDS перпендикулярна ребру AB , так как медианы CD и SD равнобедренных треугольников ACB и ACB одновременно являются высотам и этих треугольников. Объем V пирамиды $SABC$ равен сумме объемов пирамид $BDSC$ и $ADSC$,

$$V = \frac{1}{3}BD \cdot Q + \frac{1}{3}AD \cdot Q = \frac{1}{3}a \cdot Q, \quad (1)$$

где Q - площадь треугольника CDS , $BD = DA = \frac{1}{2}a$ (по построению). Таким образом, для нахождения объема пирамиды достаточно вычислить площадь треугольника CDS .

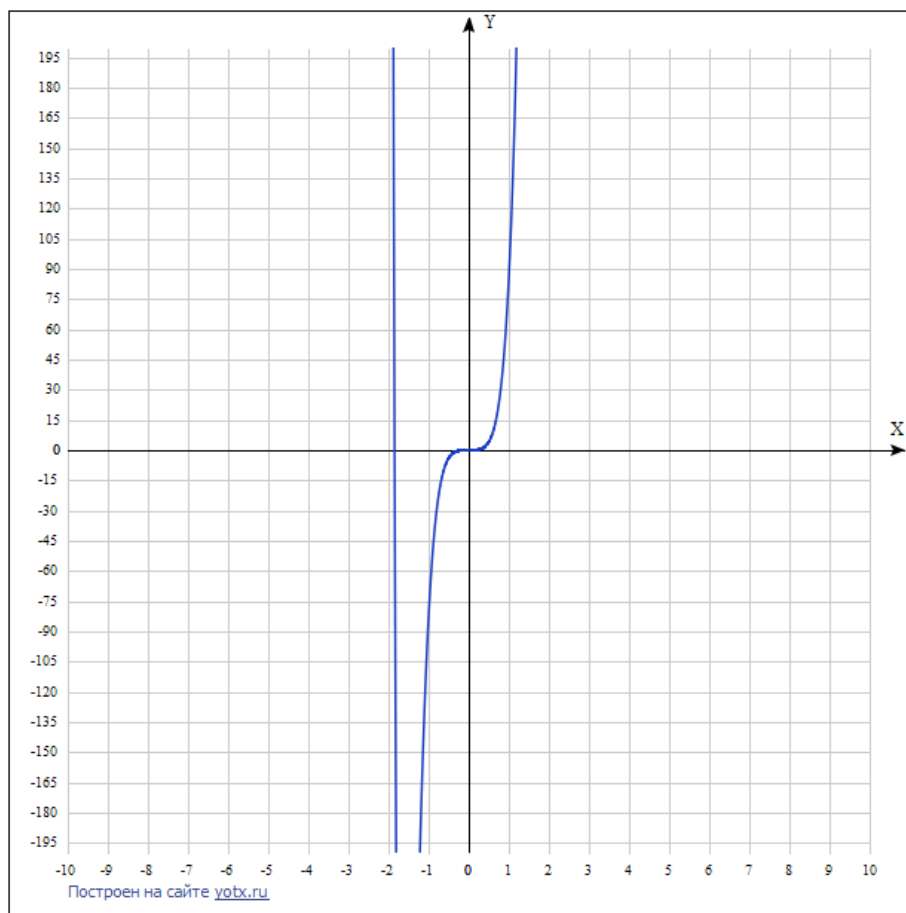
Треугольник CDE - равнобедренный, так как $CD = SD$ (это следует из равенства прямоугольных треугольников CDB и SDB , DB ... общая сторона, $\angle SBD = \angle CBD = \alpha$. Проведем $DE \perp CS$ ($CE = ES$ по свойству высоты равнобедренного треугольника). Следовательно,

$$Q = \frac{1}{2}CS \cdot DE = CE \cdot DE. \quad (2)$$

Величины отрезков CE и DE легко находятся из прямоугольных треугольников

Табличка случайной функции, ибо в этом выпуске их нема

X	Y
-10	999993085000
-9	282425451165
-8	68717208064
-7	13840122373
-6	2176242552
-5	243923125
-4	16705600
-3	514269
-2	1768
-1	-83
0	0
1	85
2	6424
3	548613
4	16848832
5	244358125
6	2177322120
7	13842452029
8	68721745408
9	282433621797
10	1000006915000



$$6) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}.$$

У к а з а н и е. См. задачи 3, 4 в статье.

4. Постройте тетраэдр до параллелепипеда вторым способом. Учетверенный квадрат длины каждого ребра параллелепипеда выразите по теореме косинусов через длины диагоналей соответствующей грани и угол между ними (по одной грани на ребро). Затем к граням параллелепипеда примените теорему о сумме квадратов длин диагоналей параллелограмма и сумме квадратов длин его сторон. Сложив все полученные равенства, получите требуемый результат.

К статье «Московский инженерно-физический институт»

Математика

В а р и а н т 1

1. Обозначим скорости трех лыжников буквами v_k ($k=1, 2, 3$) (м/мин), а всю дистанцию через S (м). Третьему лыжнику после t (мин) остается пройти расстояние $(S - tv_3)$ (м). По условию задачи это расстояние первый лыжник пройдет за n минут, а второй — за p минут.

Учитывая эти условия и соотношения между скоростями, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S - tv_3}{v_1} = n, \\ \frac{S - tv_3}{v_2} = p, \\ v_1 + v_2 = 2v_3. \end{cases} \quad (1)$$

Из системы (1) требуется найти отношения $\frac{S}{v_k}$ ($k=1, 2, 3$). Исключив из первых двух уравнений системы $S - tv_3$, получа-

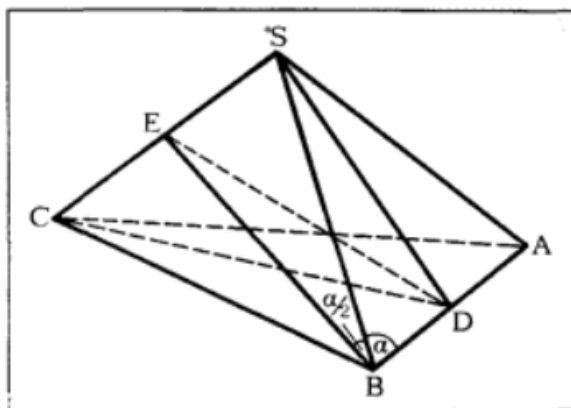


Рис. 1.

ем систему уравнений для отношений $\frac{v_1}{v_3}$ и $\frac{v_2}{v_3}$:

$$\begin{cases} n \frac{v_1}{v_3} - p \frac{v_2}{v_3} = 0, \\ \frac{v_1}{v_3} + \frac{v_2}{v_3} = 2. \end{cases} \quad (2)$$

Решение линейной алгебраической системы линейных уравнений с двумя неизвестными (2) имеет вид

$$\frac{v_1}{v_3} = \frac{2p}{n+p}, \quad \frac{v_2}{v_3} = \frac{2n}{n+p}.$$

Теперь из первых двух уравнений системы (1) получим ответ:

$$S/v_1 = \left(n + \frac{1}{2}t + \frac{tn}{2p} \right) (\text{мин}),$$

$$S/v_2 = \left(p + \frac{1}{2}t + \frac{tp}{2n} \right) (\text{мин}),$$

$$S/v_3 = \left(t + \frac{2np}{n+p} \right) (\text{мин}).$$

2. Из равенства плоских углов при вершинах A и B (см. рис. 1) следует, что треугольники ACB и ASB — равные равнобедренные, поэтому $BC = CA = BS = SA$ и $\alpha < \frac{\pi}{2}$. Соединим середину D отрезка AB с вершинами C и S . Плоскость CDS перпендикулярна ребру AB , так как медианы CD и SD равнобедренных треугольников ACB и ASB одновременно являются высотами этих треугольников. Объем V пирамиды $SABC$ равен сумме объемов пирамид $BDSC$ и $ADSC$,

$$V = \frac{1}{3} BD \cdot Q + \frac{1}{3} AD \cdot Q = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot Q, \quad (1)$$

где Q — площадь треугольника CDS , $BD = DA = \frac{1}{2}a$ (по построению). Таким образом, для нахождения объема пирамиды достаточно вычислить площадь треугольника CDS .

Треугольник CDS — равнобедренный, так как $CD = SD$ (это следует из равенства прямоугольных треугольников CDB и SDB , DB — общая сторона, $\angle SBD = \angle CBD = \alpha$). Проведем $DE \perp CS$ ($CE = ES$ по свойству высоты равнобедренного треугольника). Следовательно,

$$Q = \frac{1}{2} CS \cdot DE = CE \cdot DE. \quad (2)$$

Величины отрезков CE и DE легко находятся из прямоугольных треугольников BEC

Исходники:

<https://github.com/ArsenyVekshin/ITMO/tree/master/Inf/lab6>