Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №3

По вычислительной математике

Вариант 3

Выполнил:

Студент группы P3216

Векшин Арсений Иванович

Преподаватель:

Малышева Татьяна Алексеевна

г. Санкт-Петербург

2024 г.

Оглавление

Цель работы 3

Найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами 3

Программная реализация программы 3

Вычислительная реализация программы 3

Вычислительная реализация 3

Исходный код программы 4

Вывод 5

Цель работы

Найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами

Программная реализация программы

1. Реализовать в программе методы по выбору пользователя:
   1.1. Метод прямоугольников (3 модификации: левые, правые, средние)
   1.2. Метод трапеций
   1.3. Метод Симпсона
2. Методы должны быть оформлены в виде отдельной(ого) функции/класса.
3. Вычисление значений функции оформить в виде отдельной(ого) функции/класса.
4. Для оценки погрешности и завершения вычислительного процесса использовать правило Рунге.
5. Предусмотреть вывод результатов: значение интеграла, число разбиения интервала интегрирования для достижения требуемой точности.

Вычислительная реализация программы

1. Вычислить интеграл, приведенный в таблице 1, точно.
2. Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Котеса при n = 6.
3. Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона при n = 10 .
4. Сравнить результаты с точным значением интеграла.
5. Определить относительную погрешность вычислений для каждого метода.
6. В отчете отразить последовательные вычисления.

Вычислительная реализация

Интеграл:

$\int_0^2(-x^3-x^2+x+3)dx = (-\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+3x)\Big|_0^2 = -4-\frac{8}{3}+2+6=\frac{4}{3}$

По формуле Ньютона-Котеса (n = 6):

$\int_0^2(-x^3-x^2+x+3)dx = \frac{41*2}{840}*f(0)+\frac{41*2}{840}*f(2)+\frac{216*2}{840}*f(0.333)+\frac{216*2}{840}*f(1.666)+\frac{27*2}{840}*f(0.666)+\frac{27*2}{840}*f(1.333)+\frac{272*2}{840}*f(1) = 0.293-0.683+1.638-1.405+0.188+0.012+1.295=1.337$

По формуле средних прямоугольников:

Разбиение: $h=\frac{b-a}{n}=0.2$

Начало обхода: $x_0=\frac{a+h}{2}=0.1$

$\int_0^2(-x^3-x^2+x+3)dx = h*\big(f(0.1)+f(0.3)+f(0.5)+f(0.7)+f(0.9)+f(1.1)+f(1.3)+f(1.5)+f(1.7)+f(1.9)\big) = 0.2*(3.089+3.183+3.125+2.867+2.361+1.559+0.413+(-1.125)+(-3.103)+(-5.569)=1.36$

По формуле трапеций:

$\int_0^2(-x^3-x^2+x+3)dx = h\left(\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_{i=1}^{n-1}y_i\right) = 0.2*(-2)+3.152+3.176+3.024+2.648+2+1.032+-0.304+-2.056+-4.272=1.28$

По формуле Симпсона:

$\int_0^2(-x^3-x^2+x+3)dx = \frac{h}{3}(y_0+4\sum_1^{n-1}y_i+2\sum_2^{n-2}y_i+y_n) = \frac{0.2}{3}(3+4*3.6+2*4.8-7)=1.333$

Погрешности:
Формула Ньютона-Котеса: 0.004
Формула средних прямоугольников: 0.03
Формула трапеций: 0.053
Формула Симпсона: 0.000

Исходный код программы

Метод прямоугольников

```
def solve(f, a, b, k, type):
    #print_table_header(["#", "a", "b", "area"])
    area, x = 0, 0
    dx = (b-a)/k
    if (type == "left"):    x = a
    if (type == "right"):   x = a + dx
    if (type == "middle"):   x = a + dx/2

    for i in range(k):
        area += f(x)
        # print_table_row([i+1, x, x+dx, f(x)])
        x += dx
    return area * dx
```

Метод Симпсона

```
def solve(f, a, b, k):
    #print_table_header(["#", "x", "y"])
    x = a
    dx = (b-a)/k
    area = f(x)
    #print_table_row([1, x, f(x)])
    for i in range(1, k):
        x += dx
        if i % 2 == 1:  area += (4 * f(x))
        else:           area += (2 * f(x))
        #print_table_row([i+1, x, f(x)])

    x += dx
    area += f(x)
    #print_table_row([1, x, f(x)])

    return area * (dx/3)
```

Метод трапеции

```python
def solve(f, a, b, k):
    area = (f(a) + f(b))/2
    dx = (b-a)/k
    x = a + dx

    for i in range(k-1):
        area += f(x)
        x += dx
    return area*dx
```

Полный код программы:
https://github.com/ArsenyVekshin/ITMO/tree/master/CompMath/lab3

Вывод

Таким образом, в результате выполнения данной лабораторной работы я ознакомился с численными методами решения определенных интегралов. Мною было написано консольное приложение, способное применять данные методы на практике.