Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Лабораторная работа №6 «Работа с системой компьютерной вёрстки TeX» по предмету «Информатика»

Вариант № 61
Группа: P3116
Студент: Векшин Арсений Иванович
Преподаватель: Балакшин П. В.

г. Санкт Петербург, 2022

$$b)\ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$$

Указание. См. задачи 3, 4 в статье

4. Постройте тетраэдр до параллелипипеда вторым способом. Учетверенный квадрат длины каждого ребра параллелепипеда выразите по теореме косинусов через длины диагоналей соответствующей грани и угол между ними (по дной грани на ребро). Затем к граням параллелепипеда примените теорему о сумме квадратов длин диагоналилей параллелограмма и сумме квадратов длин его сторон. Сложив все полученные равенства, получите требуемый результат.

К статье "Московский инженерно-физический институт"

Математика

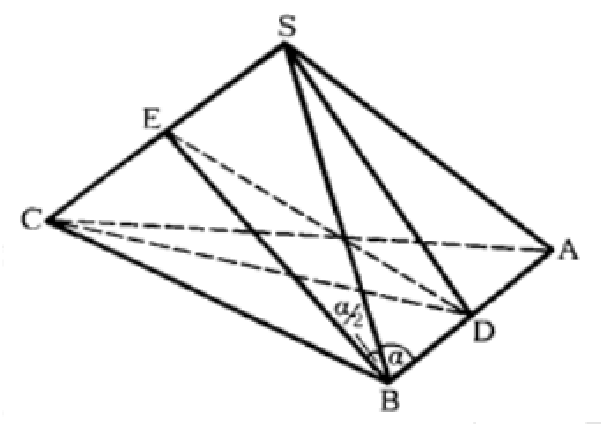
Вариант 1

1. Обозначим скорости трех лыжников буквами (k=1, 2, 3) (*м/мин*), а всю дистанцию через S (м). Третьему лыжнику после m (мин) остается пройти расстояние (S=$m\nu_3$) (м). По условию задачи это расстояние первый лыжник пройдет за n минут, а второй - за p минут.

Учитывая эти условия и соотношения между скоростями, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S-m\nu_3}{\nu_1} = \text{n}, \\ \frac{S-m\nu_3}{\nu_2} = \rho, \\ \nu_1+\nu_2 = 2\nu_3. \end{cases} \qquad (1)$$

Из системы (1) требуется найти отношения $\frac{S}{\nu_n}$ (k=1, 2, 3). Исключив из первых двух уравнений системы S=$m\nu_3$, получа-



ем систему уравнений для отношений $\frac{\nu_1}{\nu_3}$ и $\frac{\nu_2}{\nu_3}$

$$\begin{cases} n\frac{\nu_1}{\nu_3} - \rho\frac{\nu_2}{\nu_3} = 0, \\ \frac{\nu_1}{\nu_3} + \frac{\nu_2}{\nu_3} = 2. \end{cases} \qquad (2)$$

Решение линейной алгебраической системы линейных уравнений с двумя неизвестными (2) имеет вид

$$\frac{\nu_1}{\nu_3} = \frac{2\rho}{n+\rho},\ \frac{\nu_2}{\nu_3} = \frac{2n}{n+\rho}.$$

Теперь из первых двух уравнений системы (1) получим ответ:

$$S/\nu_1 = (n + \tfrac{1}{2}m + \tfrac{mn}{2\rho})(\textit{мин}),$$
$$S/\nu_2 = (\rho + \tfrac{1}{2}m + \tfrac{mn}{2n})(\textit{мин}),$$
$$S/\nu_3 = (n + m + \tfrac{2n\rho}{n+\rho})(\textit{мин}).$$

2. Из равенства плоских углов при вершинах A и B (см. рис. 1) следует, что треугольники ACB и ACB - равные равнобедренные, поэтому $BC = CA = BS = SA$ и $\alpha < \frac{\pi}{2}$. Соединим середину D отрезка с вершинами и S. Плоскость CDS перпендикулярная ребру , так как медианы CD и SD равнобедренных треугольников ACB и ACB одновременно являются высотам и этих треугольников. Объем V пирамиды $SABC$ равен сумме объемов пирамид $BDSC$ и $ADSC$,

$$V = \frac{1}{3}BD \cdot Q + \frac{1}{3}AD \cdot Q = \frac{1}{3}\frac{a}{3} \cdot Q, \qquad (1)$$

где Q - площадь треугольника CDS, $BD = DA = \frac{1}{2}a$ (по построению). Таким образом, для нахождения объема пирамиды достаточно вычислить площадь треугольника CDS.

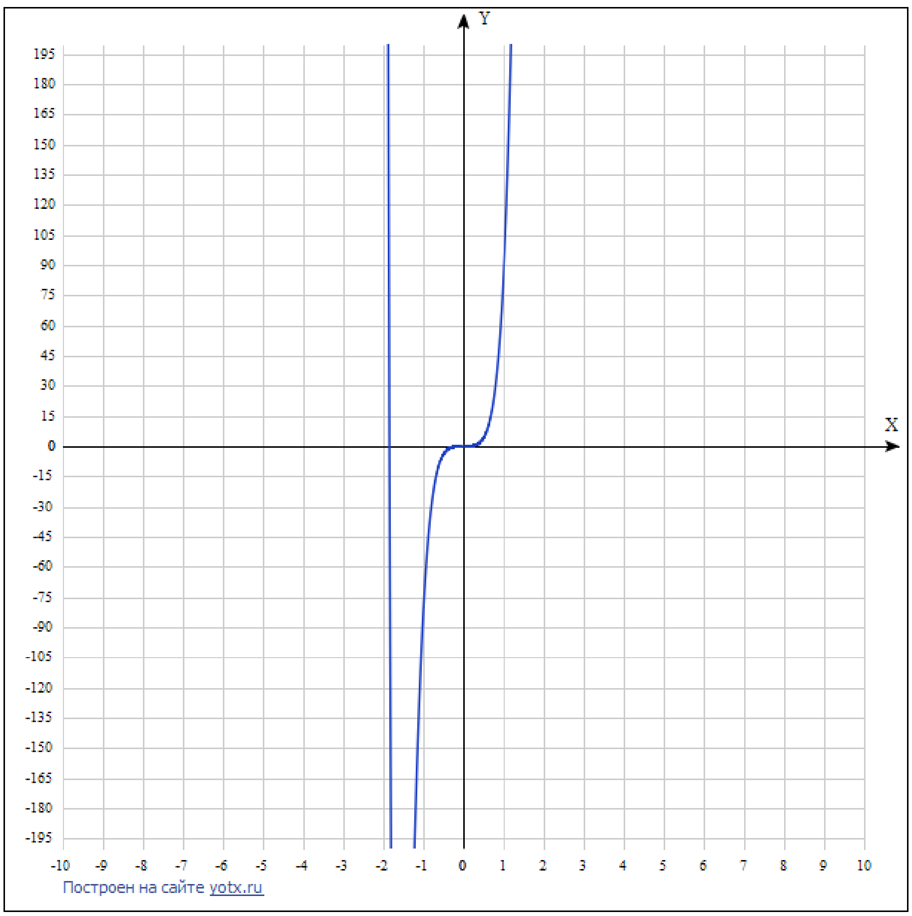
Треугольник CDE - равнобедренный, так как $CD = SD$ (это следует из равенстввапрямоугольных треугольников CDB и SDB, DB ... общая сторона, $\angle SBD = \angle CBD = \alpha$. Проведем $DE \perp CS$ ($CE = ES$ по свойству высоты равнобедренного треугольника). Следовательно,

$$Q = \frac{1}{2}CS \cdot DE = CE \cdot DE. \qquad (2)$$

Величины отрезков CE и DE легко находятся из прямоугольных треугольников

Табличка рандомной функции, ибо в этом выпуске их нема

X	Y
-10	999993085000
-9	282425451165
-8	68717208064
-7	13840122373
-6	2176242552
-5	243923125
-4	16705600
-3	514269
-2	1768
-1	-83
0	0
1	85
2	6424
3	548613
4	16848832
5	244358125
6	2177322120
7	13842452029
8	68721745408
9	282433621797
10	1000006915000



б) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$.

Указание. См. задачи 3, 4 в статье.

4. Достройте тетраэдр до параллелепипеда вторым способом. Учетверенный квадрат длины каждого ребра параллелепипеда выразите по теореме косинусов через длины диагоналей соответствующей грани и угол между ними (по одной грани на ребро). Затем к граням параллелепипеда примените теорему о сумме квадратов длин диагоналей параллелограмма и сумме квадратов длин его сторон. Сложив все полученные равенства, получите требуемый результат.

К статье «Московский инженерно-физический институт»

Математика

Вариант 1

1. Обозначим скорости трех лыжников буквами v_k ($k=1, 2, 3$) (*м/мин*), а всю дистанцию через S (*м*). Третьему лыжнику после m (*мин*) остается пройти расстояние $(S-mv_3)$ (*м*). По условию задачи это расстояние первый лыжник пройдет за n минут, а второй — за p минут.

Учитывая эти условия и соотношения между скоростями, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{S-mv_3}{v_1}=n, \\ \dfrac{S-mv_3}{v_2}=p, \\ v_1+v_2=2v_3. \end{cases} \qquad (1)$$

Из системы (1) требуется найти отношения $\frac{S}{v_k}$ ($k=1, 2, 3$). Исключив из первых двух уравнений системы $S-mv_3$, получаем систему уравнений для отношений $\frac{v_1}{v_3}$ и $\frac{v_2}{v_3}$:

$$\begin{cases} n\dfrac{v_1}{v_3}-p\dfrac{v_2}{v_3}=0, \\ \dfrac{v_1}{v_3}+\dfrac{v_2}{v_3}=2. \end{cases} \qquad (2)$$

Решение линейной алгебраической системы линейных уравнений с двумя неизвестными (2) имеет вид

$$\frac{v_1}{v_3}=\frac{2p}{n+p},\quad \frac{v_2}{v_3}=\frac{2n}{n+p}.$$

Теперь из первых двух уравнений системы (1) получим ответ:

$$S/v_1=\left(n+\frac{1}{2}m+\frac{mn}{2p}\right)(мин),$$

$$S/v_2=\left(p+\frac{1}{2}m+\frac{mp}{2n}\right)(мин),$$

$$S/v_3=\left(m+\frac{2np}{n+p}\right)(мин).$$

2. Из равенства плоских углов при вершинах A и B (см. рис. 1) следует, что треугольники ACB и ASB — равные равнобедренные, поэтому $BC=CA=BS=SA$ и $\alpha<\frac{\pi}{2}$. Соединим середину D отрезка AB с вершинами C и S. Плоскость CDS перпендикулярна ребру AB, так как медианы CD и SD равнобедренных треугольников ACB и ASB одновременно являются высотами этих треугольников. Объем V пирамиды $SABC$ равен сумме объемов пирамид $BDSC$ и $ADSC$,

$$V=\frac{1}{3}BD\cdot Q+\frac{1}{3}AD\cdot Q=\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2}\cdot Q, \quad (1)$$

где Q — площадь треугольника CDS, $BD=DA=\frac{1}{2}a$ (по построению). Таким образом, для нахождения объема пирамиды достаточно вычислить площадь треугольника CDS.

Треугольник CDS — равнобедренный, так как $CD=SD$ (это следует из равенства прямоугольных треугольников CDB и SDB, DB — общая сторона, $\angle SBD=\angle CBD=\alpha$). Проведем $DE\perp CS$ ($CE=ES$ по свойству высоты равнобедренного треугольника). Следовательно,

$$Q=\frac{1}{2}CS\cdot DE=CE\cdot DE. \quad (2)$$

Величины отрезков CE и DE легко находятся из прямоугольных треугольников BEC

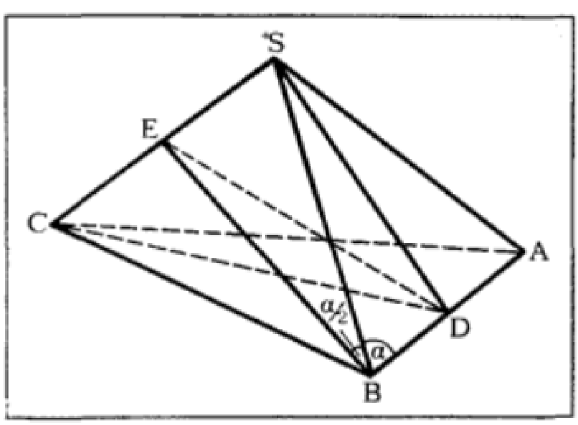


Рис. 1.