Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Домашнее задание 2**

по дисциплине «Теория вероятностей»

вариант 3

Выполнил: Векшин А.И., группа Р3216   
Преподаватель: Селина Е.Г.

# ИДЗ 19-1

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистическог­о ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 189 | 207 | 213 | 208 | 186 | 210 | 198 | 219 | 231 | 227 |
| 202 | 211 | 220 | 236 | 227 | 220 | 210 | 183 | 213 | 190 |
| 197 | 227 | 187 | 226 | 213 | 191 | 209 | 196 | 202 | 235 |
| 211 | 214 | 220 | 195 | 182 | 228 | 202 | 207 | 192 | 226 |
| 193 | 203 | 232 | 202 | 215 | 195 | 220 | 233 | 214 | 185 |
| 234 | 215 | 196 | 220 | 203 | 236 | 225 | 221 | 193 | 215 |
| 204 | 184 | 217 | 193 | 216 | 205 | 197 | 203 | 229 | 204 |
| 225 | 216 | 233 | 223 | 208 | 204 | 207 | 182 | 216 | 191 |
| 210 | 190 | 207 | 205 | 232 | 222 | 198 | 217 | 211 | 201 |
| 185 | 217 | 225 | 201 | 208 | 211 | 189 | 205 | 207 | 199 |

1. Распола­гаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т.е. записываем вариационный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 182 | 182 | 183 | 184 | 185 | 185 | 186 | 187 | 189 | 189 |
| 190 | 190 | 191 | 191 | 192 | 193 | 193 | 193 | 195 | 195 |
| 196 | 196 | 197 | 197 | 198 | 198 | 199 | 201 | 201 | 202 |
| 202 | 202 | 202 | 203 | 203 | 203 | 204 | 204 | 204 | 205 |
| 205 | 205 | 207 | 207 | 207 | 207 | 207 | 208 | 208 | 208 |
| 209 | 210 | 210 | 210 | 211 | 211 | 211 | 211 | 213 | 213 |
| 213 | 214 | 214 | 215 | 215 | 215 | 216 | 216 | 216 | 217 |
| 217 | 217 | 219 | 220 | 220 | 220 | 220 | 220 | 221 | 222 |
| 223 | 225 | 225 | 225 | 226 | 226 | 227 | 227 | 227 | 228 |
| 229 | 231 | 232 | 232 | 233 | 233 | 234 | 235 | 236 | 236 |

1. Находим размах варьирования:   
   Вычисляем длину частичного интервала: , где *l* – число интервалов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер частичного интервала | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала | Относительная частота | Плотность относительной частоты | Функция распределения |
| 1 | 182 - 188 | 185 | 8 | 0.08 | 0.01 | 0.08 |
| 2 | 188 - 194 | 191 | 10 | 0.1 | 0.02 | 0.18 |
| 3 | 194 - 200 | 197 | 9 | 0.09 | 0.01 | 0.27 |
| 4 | 200 - 206 | 203 | 15 | 0.15 | 0.02 | 0.42 |
| 5 | 206 - 212 | 209 | 16 | 0.16 | 0.03 | 0.58 |
| 6 | 212 - 218 | 215 | 14 | 0.14 | 0.02 | 0.72 |
| 7 | 218 - 224 | 221 | 9 | 0.09 | 0.01 | 0.81 |
| 8 | 224 - 230 | 227 | 10 | 0.1 | 0.02 | 0.91 |
| 9 | 230 - 236 | 233 | 10 | 0.09 | 0.01 | 1 |
| Суммы | - | - | 100 | - | - |  |

1. Строим полигон частот и гистограмму относительных частот
2. Находим выборочное среднее:

А также выборочную дисперсию:

Отсюда среднее квадратическое отклонение:

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала |  |  |  |
| 1 | 182 - 188 | 185 | 8 | 1480 | 34225 | 273800 |
| 2 | 188 - 194 | 191 | 10 | 1910 | 36481 | 364810 |
| 3 | 194 - 200 | 197 | 9 | 1773 | 38809 | 349281 |
| 4 | 200 - 206 | 203 | 15 | 3045 | 41209 | 618135 |
| 5 | 206 - 212 | 209 | 16 | 3344 | 43681 | 698896 |
| 6 | 212 - 218 | 215 | 14 | 3010 | 46225 | 647150 |
| 7 | 218 - 224 | 221 | 9 | 1989 | 48841 | 439569 |
| 8 | 224 - 230 | 227 | 10 | 2270 | 51529 | 515290 |
| 9 | 230 - 236 | 233 | 10 | 2097 | 54289 | 488601 |
|  |  |  |  |  | 20918 | 4395532 |

Отсюда   
Тогда исправленные значения:

Исправленная дисперсия:

Отсюда среднее квадратическое отклонение:

1. Сог­ласно критерию Пирсона необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этог­о пронумеруем Х, т.е. перейдем к СВ и вычислим концы интервалов: ,

, причем наименьшее значение , т.е. , положим стремящимся к -∞, а наибольшее, т.е. , к +∞. Результаты занесем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | Границы интервала | |  |  | Границы интервала | |
|  |  |  |  |
| 1 | 182 | 188 |  | -15,18 |  | -1,07 |
| 2 | 188 | 194 | -21,18 | -9,18 | -1,49 | -0,65 |
| 3 | 194 | 200 | -15,18 | -3,18 | -1,07 | -0,22 |
| 4 | 200 | 206 | -9,18 | 2,82 | -0,65 | 0,20 |
| 5 | 206 | 212 | -3,18 | 8,82 | -0,22 | 0,62 |
| 6 | 212 | 218 | 2,82 | 14,82 | 0,20 | 1,05 |
| 7 | 218 | 224 | 8,82 | 20,82 | 0,62 | 1,47 |
| 8 | 224 | 230 | 14,82 | 26,82 | 1,05 | 1,89 |
| 9 | 230 | 236 | 20,82 |  | 1,47 |  |

Находим теоретические вероятности и теоретические частоты: . Составляем расчетную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | Границы интервала | |  |  |  | |
|  |  |  |  |
| 1 |  | -1,49 | -0,5 | -0,4319 | 0,0681 | 6,81 |
| 2 | -1,49 | -1,07 | -0,4319 | -0,3577 | 0,0742 | 7,42 |
| 3 | -1,07 | -0,65 | -0,3577 | -0,2422 | 0,1155 | 11,55 |
| 4 | -0,65 | -0,22 | -0,2422 | -0,0871 | 0,1551 | 15,51 |
| 5 | -0,22 | 0,20 | -0,0871 | 0,0793 | 0,1664 | 16,64 |
| 6 | 0,20 | 0,62 | 0,0793 | 0,2324 | 0,1531 | 15,31 |
| 7 | 0,62 | 1,05 | 0,2324 | 0,3531 | 0,1207 | 12,07 |
| 8 | 1,05 | 1,47 | 0,3531 | 0,4292 | 0,0761 | 7,61 |
| 9 | 1,47 |  | 0,4292 | 0,5 | 0,0708 | 7,08 |
|  |  |  |  |  | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этог­о составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычислений по формуле

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *I* |  |  |  |  |  |  |  |
| *1* | 8 | *6,81* | *1,19* | *1,42* | *0,18* | *64* | *9,40* |
| *2* | 10 | *7,42* | *2,58* | *6,66* | *0,67* | *100* | *13,48* |
| *3* | 9 | *11,55* | *-2,55* | *6,50* | *0,72* | *81* | *7,01* |
| *4* | 15 | *15,51* | *-0,51* | *0,26* | *0,02* | *225* | *14,51* |
| *5* | 16 | *16,64* | *-0,64* | *0,41* | *0,03* | *256* | *15,38* |
| *6* | 14 | *15,31* | *-1,31* | *1,72* | *0,12* | *196* | *12,80* |
| *7* | 9 | *12,07* | *-3,07* | *9,42* | *1,05* | *81* | *6,71* |
| *8* | 10 | *7,61* | *2,39* | *5,71* | *0,57* | *100* | *13,14* |
| *9* | 10 | *7,08* | *2,92* | *8,53* | *0,85* | *100* | *14,12* |
|  |  |  |  |  |  |  | *104,2* |

По таблице критических точек распределения , уровню значимости и числу степеней свободы k=6 находим .

Так как , то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

1. Доверительный интервал для оценки истинного значения генеральной средней измеряемой величины вычислим по формуле:   
   Уровень доверительной вероятности . По количеству степеней свободы и уровню значимости по таблице распределения Стьюдента находим:

Вычисляем точность оценки: . Таким образом

При размере выборки доверительный интервал для генерального среднего квадратического отклонения определяется по формуле:

*Ввиду достаточно большого количества наблюдений смещенностью найденного значения пренебрегаем.*

***Таким образом, искомый доверительный интервал:***

# ИДЗ 19-2

Дана таблица распределения 100 заводов по производственным средствам Х (тыс. ден. ед.) и по суточной выработке Y (т). Известно, что между Х и Y существует линейная корреляционная зависимость.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 22 | 22,4 | 22,8 | 23,2 | 23,6 | 24,0 | 24,4 | 24,8 |  |
| 1,0 | 3 | 2 | 1 |  |  |  |  |  | 6 |
| 1,2 |  |  | 4 | 5 |  |  |  |  | 9 |
| 1,4 |  |  | 10 | 7 | 6 |  |  |  | 23 |
| 1,6 |  |  |  | 12 | 9 | 5 |  |  | 26 |
| 1,8 |  |  |  |  | 7 | 4 | 3 |  | 14 |
| 2,0 |  |  |  |  |  | 5 | 9 | 8 | 22 |
|  | 3 | 2 | 15 | 24 | 22 | 14 | 12 | 8 | 100 |

Вычисляем выборочные средние:

,

Выборочные дисперсии находим по формулам:

Также вычислим корреляционный момент:

Оценка теоретической (эмпирической в данном случае) линии регрессии y на x:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i | X\Y | 22 | 22,4 | 22,8 | 23,2 | 23,6 | 24,0 | 24,4 | 24,8 |  |  |  |  |  |
| 1 | 1,0 | 3 | 2 | 1 | - | - | - | - | - | 6 | 6 | 133,6 | 6 | 133,6 |
| 2 | 1,2 | - | - | 4 | 5 | - | - | - | - | 9 | 10,8 | 207,2 | 12,96 | 248,64 |
| 3 | 1,4 | - | - | 10 | 7 | 6 | - | - | - | 23 | 32,2 | 532 | 45,08 | 744,8 |
| 4 | 1,6 | - | - | - | 12 | 9 | 5 | - | - | 26 | 41,6 | 610,8 | 66,56 | 977,28 |
| 5 | 1,8 | - | - | - | - | 7 | 4 | 3 | - | 14 | 25,2 | 334,4 | 45,36 | 601,92 |
| 6 | 2,0 | - | - | - | - | - | 5 | 9 | 8 | 22 | 44 | 538 | 88 | 1076 |
| 7 |  | 3 | 2 | 15 | 24 | 22 | 14 | 12 | 8 | 100 | 159,8 | 2356 | 263,96 | 3782,24 |
| 8 |  | 66 | 44,8 | 342 | 556,8 | 519,2 | 336 | 292,8 | 198,4 | 2356 |  |  |  |  |
| 9 |  | 3 | 2 | 19,8 | 35 | 35,4 | 25,2 | 23,4 | 16 | 159,8 |  |  |  |  |
| 10 |  | 1452 | 1003,52 | 7797,6 | 12917,76 | 12253,12 | 8064 | 7144,32 | 4920,32 | 55552,64 |  |  |  |  |
| 11 |  | 66 | 44,8 | 451,44 | 812 | 835,44 | 604,8 | 570,96 | 396,8 | 3782,24 |  |  |  |  |