

بنام خدا

گزارش تمرین کامپیوتری اول

آرشام لؤلؤهری

۹۹۱۰۲۱۵۶

سوال (۱)

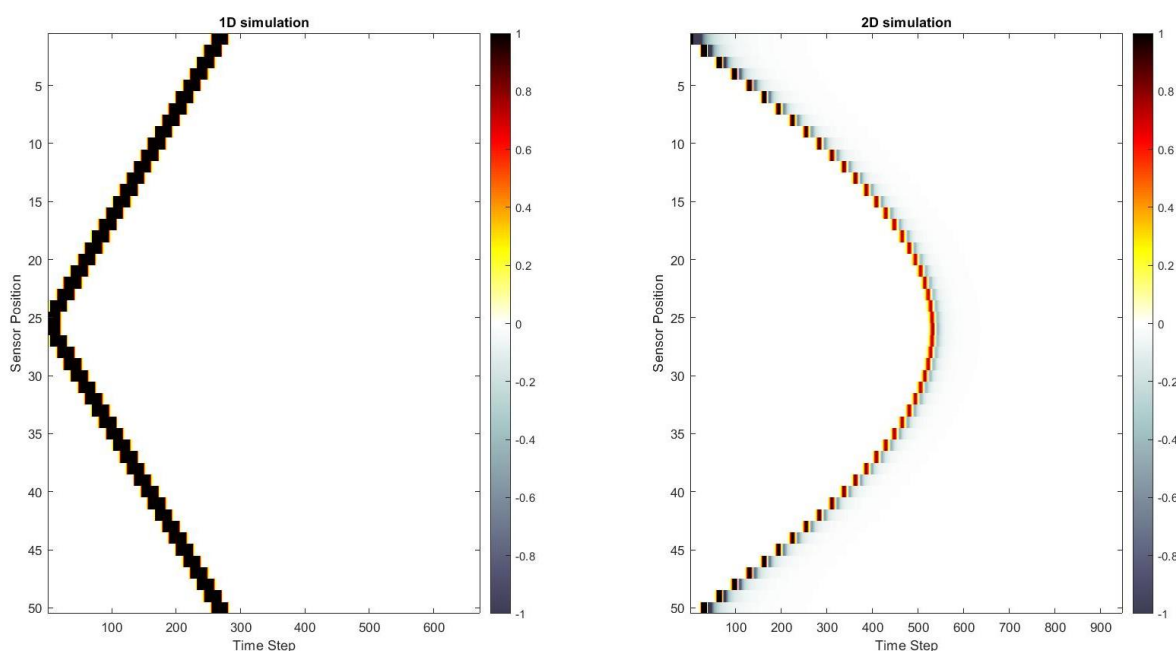
ابتدا با حالت تک بعدی شروع میکنیم. ابتدا طول ۱۰ میلیمتری محیط و رزولوشن مکانی را تعیین میکنیم. با استفاده از این دو، تعداد کل سمپل های مکانی (Nx) مشخص میشود. با تابع `kWaveGrid` میتوان یک `Grid` را بعنوان صفحه‌ی مورد تحلیل، تشکیل داد. حال به سراغ صفحه ای میرویم که فشار اولیه را ایجاد کرده و باعث ایجاد موج در محیط میشود. مقدار فشار را ۲۰ پاسکال گرفته و شکل آن را، یک خط در مرکز `grid` به شعاع ۰,۱ میلیمتر میگیریم. بنابراین `disc1`، یک بردار به طول کل `grid` است (دارای Nx عضو) که فقط ۰,۲ میلیمتر در وسط این `grid`، مقدار فشار ۲۰ پاسکال قرار گرفته. این مجموعه `source.p0` ما را میسازد. حال سنسور های گیرنده ی سیگنال را شبیه سازی میکنیم. این سنسور ها ۵۰ المان اند که در شعاع ۴ میلیمتر از مرکز صفحه، چیدمانی خطی (`linspace`) دارند (توجه شود تابع `kWaveGrid` صفحه را به نحوی میسازد که مکان صفر در وسط بردار قرار دارد و نه در ابتدای آن. پس در `linspace` باید محدوده را از `-sensor_r` تا `+sensor_r` بگیریم). پس `sensor1.mask` بردار است با ۵۰ عضو که مکان هر سنسور را در خود دارد. حال محیط را تعریف میکنیم. سرعت موج و چگالی را طبق جدول برای محیط آب تعیین میکنیم. در نهایت با پارامتر های تعیین شده برای محیط شبیه سازی (شامل `grid`، سورس تولید فشار، سنسور ها و محیط آب)، با استفاده از تابع `kspaceFirstOrder1D`، شبیه سازی تک بعدی انجام میشود و `sensor_data1`، ماتریسی است که هر سطر آن دیتای یکی از ۵۰ المان، و هر ستون دیتا (جابجایی) موج در یک `time step` است. کفایت این ماتریس را با `imagesc` رسم کنیم.

برای حالت دو بعدی نیز شرایط مشابه است. این بار باید در `kWaveGrid`، `Ny,dy` را نیز بدهیم تا `grid` تولیدی، دو بعدی باشد. برای سورس تولید فشار، این بار میتوان با دادن `Nx,Ny` و مکان مرکز دیسک و شعاع آن به تابع `makeDisk`، ماتریسی هم سایز با `grid` ساخت که دیسک مورد نظر ما در مرکز آن، مقادیر ۱ دارد و بقیه مکان ها مقادیر ۰ دارند. ضرب این ماتریس در دامنه ی ۲۰ پاسکال، سورس ما را میسازد (توجه: در این حالت، سورس مشابه با توضیحات مقدمه تمرین، در مکان (5mm,1mm) قرار دارد). برای سنسور ها نیز تابع `makeCartCircle` سنسور را در

مرکز قرار داده، و با داشتن شعاع و تعداد سنسورها، ماتریس موردنیاز ما را میسازد. این بار برای شبیه‌سازی باید از `kspaceFirstOrder2D` استفاده کنیم.

وضعیت ۳ بعدی نیز مشابه دو بعدی است و بجای توابع `makeCartCircle` و `makeDisk` از `makeCartSphere` و `makeSphere` استفاده میکنیم (برای شبیه سازی حالت ۳ بعدی، خط ۱۳۳ در کد `uncomment` شود. به دلیلی که در خط ۱۳۱ گفته شده، این خط `comment` شده است).

نتایج شبیه سازی به صورت زیر است:



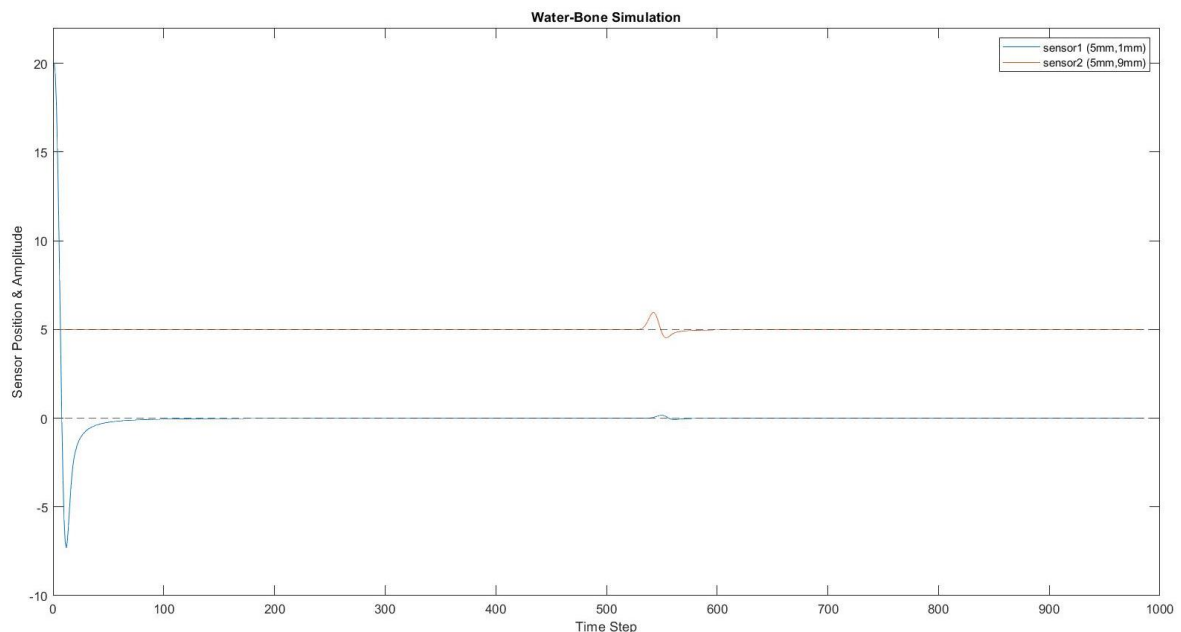
در حالت تک بعدی، سورس در وسط خط بود و بنابراین ابتدا سنسورهای میانی جابجایی را حس کرده اند. با انتقال موج به کناره‌ها، سیگنال به سنسورهای ابتدایی و انتهایی میرسد.

در حالت دو بعدی، سنسور در مکان (5mm,1mm) است و به همین دلیل (با توجه به اینکه سنسورها روی دایره‌ای به مرکز مرکز صفحه و شعاع 4mm قرار دارند)، سیگنال ابتدا به سنسورهای کناری میرسد، و سپس با طی کردن مسیر دایروی سنسورها، در نهایت به سنسورهای وسط دایره میرسد و شکل بالا پدید می‌آید.

سوال ۲)

(توجه: با توجه به شرایط محیط و سورس تولید فشار که در مکان (۱و۵) قرار دارد، اگر مرز دو محیط را روی $x=5\text{mm}$ بگیریم، هیچ بازتابی رخ نمیدهد و شبیه سازی بی معنا بنظر می آید! بنابراین فرض بر این شده که مرز جابجایی دو محیط، $y=5\text{mm}$ است و نه $x=5\text{mm}$)

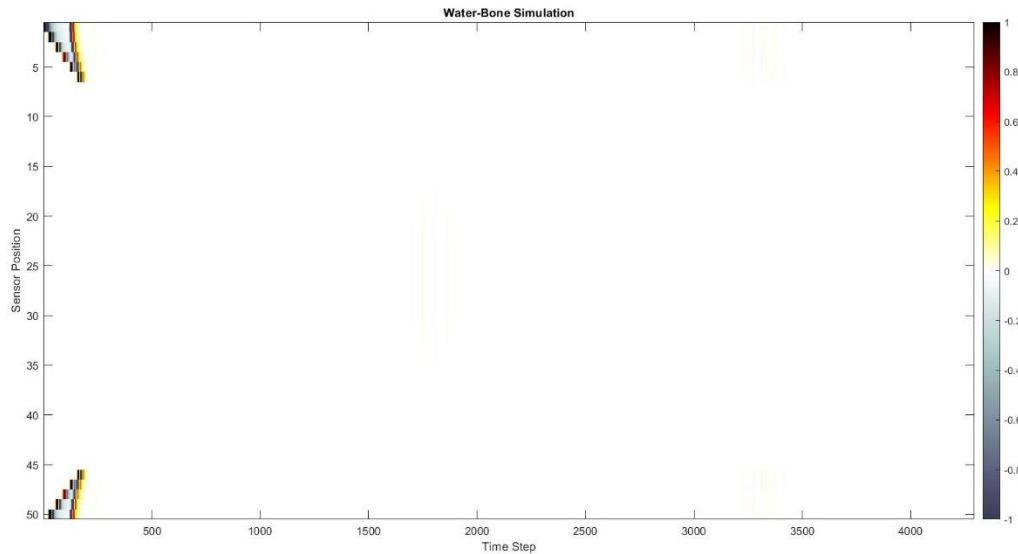
شبیه سازی مشابه حالت دو بعدی سوال ۱ انجام میشود و به همان شکل، `grid,source` را طبق توضیح مقدمه طراحی میکنیم. برای سرعت و چگالی محیط، این بار بجای اسکالر، ماتریسی هم سایز با `grid` تعریف میکنیم که سرعت را در هر مکان مشخص میکند. اعداد سرعت و چگالی را در بازه $y=1:Ny/2$ (نیمه ی اول محیط) با اعداد مربوط به سرعت و چگالی آب، و مابقی را با سرعت و چگالی استخوان پر میکنیم. سنسور دریافت کننده (`sensor.mask`) را نیز این بار مطابق خواسته سوال، به صورت دستی تعریف میکنیم: سطر اول x های دو سنسور، و سطر دوم y های دو سنسور را نشان میدهند (دوباره توجه داریم که صفر صفحه در مرکز آن است. پس برای اعداد 9mm و 1mm باید از 4 و -4 استفاده کنیم). بطور مشابه قبل شبیه سازی میکنیم و سنسور ها سیگنال های زیر را دریافت میکنند (سنسور دوم برای مشخص بودن جزئیاتش، با یک DC به اندازه ۵ رسم شده):



طبق فرضیات سؤال، سنسور اول درست روی مکان سورش تولید فشار قرار دارد و در نتیجه بلافاصله یک دامنه مثبت در آن ایجاد میشود. از همان لحظه اول، این فشار حذف میشود و در اثر بازگشت ذرات و رها شدن انرژی پتانسیل (مثل فنی که فشرده بوده و ناگهان رها میشود)، ذرات با دامنه کمتری در خلاف جهت (اینجا دامنه منفی) حرکت میکنند (مثل ایجاد یک پالس کامل). این موج در آب حرکت میکند تا به مرز آب و استخوان برسد. در اینجا موج به دو بخش تقسیم میشود که هر دو دامنه ای کمتر از موج اصلی دارند. با توجه به اینکه سرعت موج در استخوان بیشتر است، موج سنسور دوم (که در محیط استخوان است)، اندکی زودتر از بازتاب موج روی سنسور اول (که داخل آب است) دریافت میشود. میدانیم ضریب دامنه ی بازتاب با $c_2 - c_1$ متناسب است که اینجا محیط دوم (c_2) سرعت بیشتری از محیط اول (c_1) دارد. پس دامنه قرینه نمیشود و صرفاً تضعیف شده و دوباره توسط سنسور اول دریافت میشود. ضریب دامنه ی عبور موج نیز با $2 * c_2$ متناسب است و در نتیجه این موج نیز قرینه نشده و صرفاً به صورت تضعیف شده به سنسور دوم میرسد. نسبت دامنه بازتاب به دامنه عبور نیز طبق توضیحات فوق برابر است با $\frac{c_2 - c_1}{2 * c_2}$ که از آن میتوان دامنه ی بسیار کمتر موج بازتاب در سنسور اول، نسبت به سنسور دوم را توجیه کرد.

سوال (۳)

مشابه سوال قبل، grid, source را تعریف میکنیم و sensor نیز مشابه حالت ۲ بعدی سوال ۱ است. محیط نیز به طریق مشابه سوال ۲ تعیین میشود. در تعیین محیط، ابتدا کل محیط را به صورت هوا تعیین میکنیم، سپس نسبت 0.2 از عرض کل را به استخوان، و 0.3 انتهایی عرض را نیز به آب تغییر میدهیم. نتیجه ۵۰ سنسور به صورت زیر است:

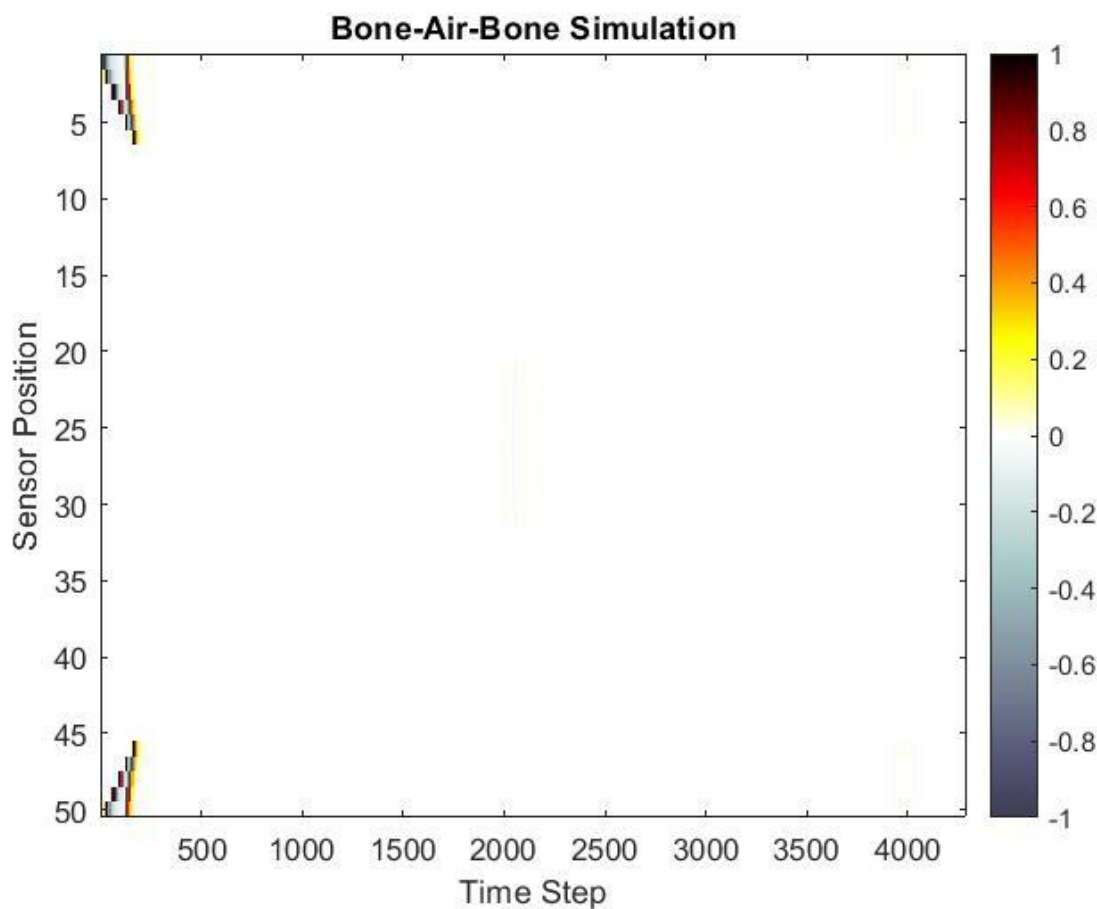


سنسور ها، دیسکی به مرکز وسط صفحه و به شعاع ۴ میلیمتر را پوشش میدهند. پس بخش کوچکی از این سنسور ها در سمت چپ دیسک (که سنسور های ابتدایی و انتهایی را شامل میشود)، در ناحیه استخوان قرار دارد و مابقی سمت راست استخوان اند. تقریباً تمام سیگنال هایی که در بالا میبینیم مربوط به همین سنسور های استخوان اند. در واقع هوا بخش عمده موج را بازتاب کرده و بخش بسیار کمی را عبور میدهد (طبق رابطه نسبت بازتاب به عبور که در سوال قبل دیدیم، اختلاف c_1, c_2 زیاد است اما مقدار c_2 در مخرج بسیار کم است). به همین دلیل سیگنال بسیار ناچیزی به سنسور های خارج استخوان میرسد و شکل بالا پدید می آید.

در شکل بالا، قسمتی که رنگ سرد (دامنه منفی) دارد، مربوط به موج اصلی تابیده شده است. اگر در راستای افقی روی نمودار حرکت کنیم، رنگ آن در انتها از سرد به گرم (دامنه مثبت) تغییر میدهد و این به این دلیل است که موج از محیط با سرعت بیشتر به محیط با سرعت کمتر رسیده (برخلاف سوال قبل) و در نتیجه موج بازتابی قرینه میشود.

سوال (۴)

محیط و سورها و سنسورها را به طریق مشابه سوال قبل تعریف میکنیم و نتیجه باز هم تفاوت آنچنانی ندارد:

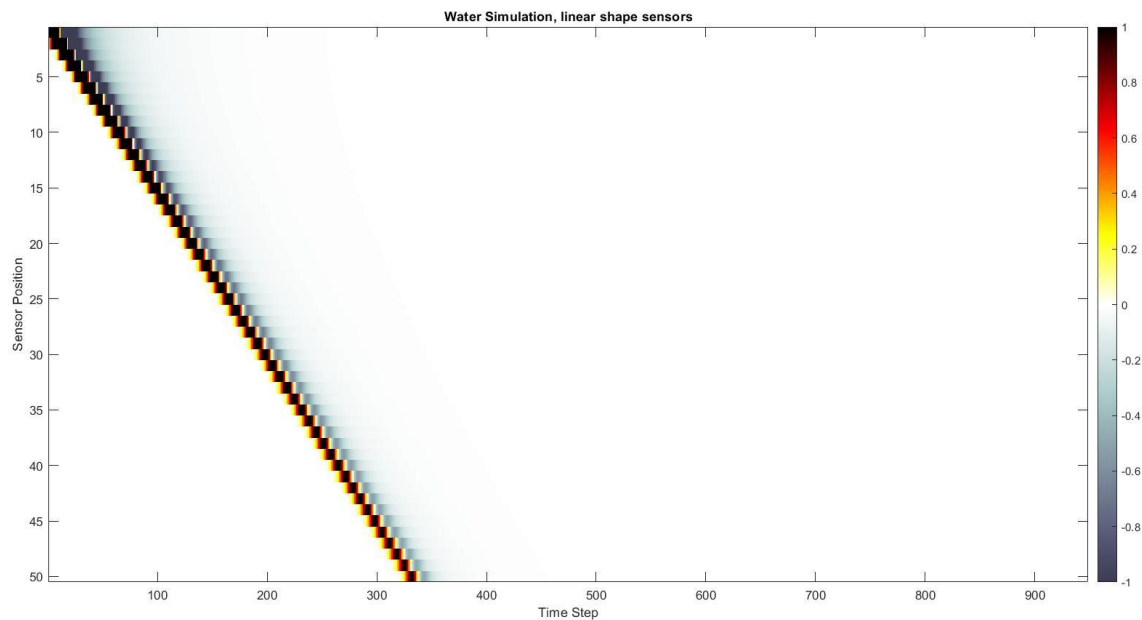


در واقع تفاوت این سوال با سوال قبل در بافت سوم است که بدلیل وجود هوا در بین دو بافت، موج بسیار ناچیزی به بافت سوم میرسد و نتایج تفاوت چندانی ندارد.

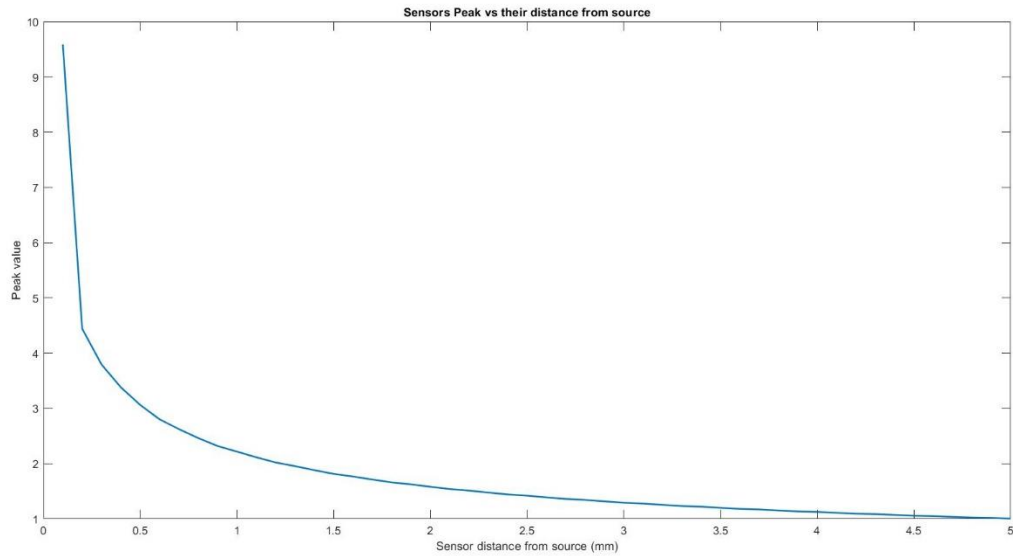
سوال ۵)

تعریف محیط و grid و سایر موارد مشابه قبل است و برای سنسورها، باید آرایه را از دایروی به خط تغییر دهیم. برای تعریف `sensor.mask`، باید یک ماتریس با دو سطر و ۵۰ ستون (به تعداد سنسورها) تشکیل دهیم که سطر اول `x` ها و سطر دوم `y` های سنسورها را نشان میدهد.

X ها را در تمام ۵۰ ستون، مشابه X تعریف شده برای سورس تولید فشار میگیریم و برای Y ها از linspace استفاده میکنیم به نحوی که اولین سنسور، ۱۰۰ میکرومتر از سورس فاصله داشته و بقیه نیز ۱۰۰ میکرومتر از هم فاصله دارند. ابتدا نمودار رنگی جابجایی دریافت شده توسط سنسور ها به شکل زیر است:



از همین شکل نیز واضح است در سنسور های عقب تر، سیگنال ضعیف تری داریم. حال در sensor_data یک ماتریس داریم که برای هر سنسور، در time step های مختلف، دیتا داریم. میتوان از هر سطر این ماتریس ماکزیمم گرفت تا پیک ثبت شده توسط هر سنسور بدست آید. نمودار حاصل برحسب فاصله از سورس به صورت زیر است:



علت این نزول با افزایش فاصله، این است که همان انرژی که در دایره ای با شعاع کوچکتر پخش شده بود، با افزایش فاصله باید روی شعاع بزرگتری توزیع شود. در واقع انرژی کلی که با پیشروی موج روی هر شعاع می‌افتد، (بدلیل PML بودن محیط)، ثابت است اما همان انرژی باید روی محیط بزرگتری توزیع شود و در نتیجه سهم هر بخش از دایره کوچکتر میشود.