

بنام خدا

گزارش تمرین کامپیوتری دوم

آرشام لؤلؤهری

۹۹۱۰۲۱۵۶

(۱)

محیط را مشابه مثال مذکور، و grid را مشابه تمرین قبل تعریف میکنیم. سورس را یک دیسک نقطه ای در نظر میگیریم که یک فشار اولیه وارد میکند و موجی کروی در کل محیط پخش میکند. مرحله بعدی، تعیین سنسورهای دریافت کننده بازتاب، موج عبوری عرضی و طولی است.

برای این قسمت ابتدا با استفاده از linspace، مقادیر مختلفی را برای زاویه alpha تعیین میکنیم که همان زاویه تابش ماست. سپس با استفاده از قانون Snell:

$$\frac{C1}{\sin(\alpha)} = \frac{C2_L}{\sin(\beta)} = \frac{C2_s}{\sin(\gamma)}$$

میتوان دو زاویه ی عبور را نیز به ازای هر درایه از بردار alpha محاسبه کرد. این کار در section اول از کد انجام شده و بردارهای gamma, beta بدست آمده اند (زوایای gamma, beta مطابق شکل کتاب تعریف میشوند).

چهار دسته سنسور تعریف میکنیم. سنسورهایی که موج impinging اولیه را سنس میکنند، سنسورهایی که موج بازتابی، موج عبوری طولی و موج عبوری عرضی را سنس میکنند. مکان همه سنسورها طوری تعیین شده که با در نظر گرفتن مقدار alpha و نیز مکان سورس، در راستای پرتوی موج قرار بگیرند. برای سنسورهای موج بازتابی (در کد: reflect_sensors)، x آنها را با سورس برابر گرفته ایم و y آنها با داشتن alpha بدست می آید. مثلی که

رئوس آن سورس، مبدا مختصات در وسط صفحه و سنسور دریافت کننده بازتاب است، یک مثلث متساوی الساقین است که زاویه میانی آن، $2 \times \alpha$ است. این مثلث میتوان به دو مثلث قائم الزاویه تقسیم شود و از آنجا، فاصله ی در راستای y بین سنسور و سورس برابر است با:

$$2 \times \tan(\alpha) \times source_y$$

پس مختصات کامل این دسته سنسورها بدست آمد.

برای سنسورهای عبوری، x آنها را قرینه ی x سورس در نظر گرفته ایم و y آنها مشابه روش بالا، با داشتن زوایای مختص خودشان بدست می آید:

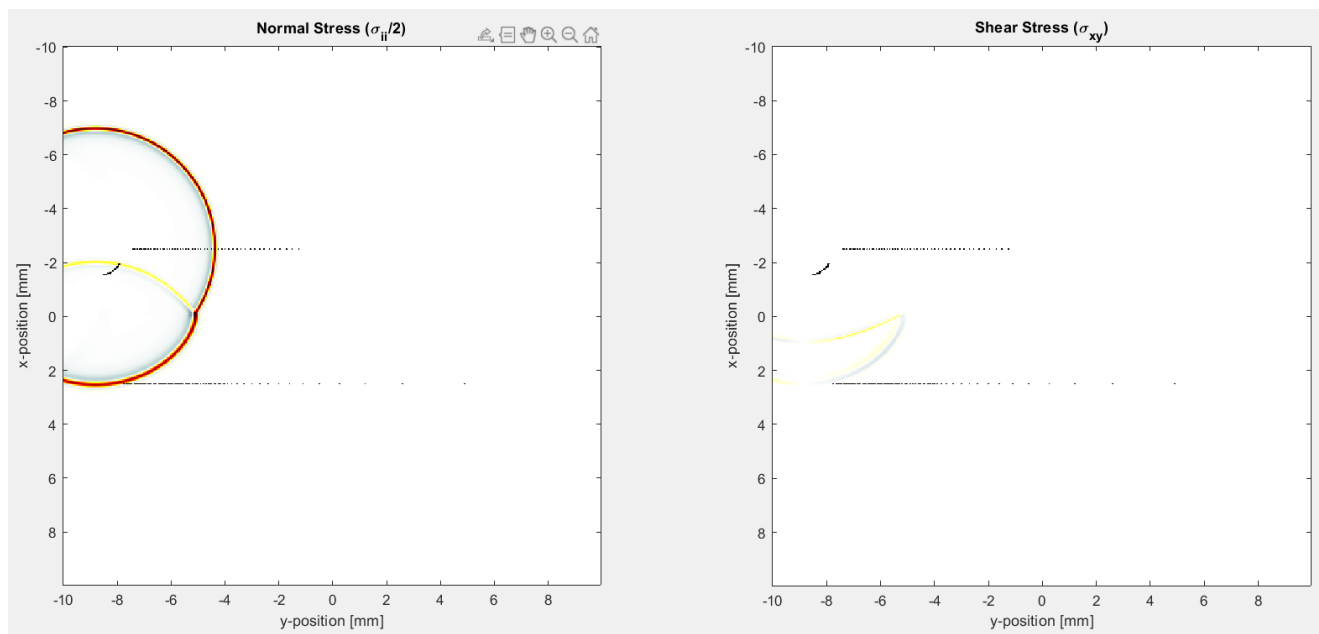
$$- \tan(\gamma) \times source_y$$

$$or - \tan(\beta) \times source_y$$

علامت منفی بدین دلیل است که این موج ها در سمت مخالف سورس عبور کرده و به مسیرشان ادامه میدهند.

برای سنس کردن موج ارسالی نیز ابتدا فاصله این سنسورها از سورس را تعیین میکنیم، و سپس مثلث قائمی با رئوس سورس و سنسور گیرنده تصور میکنیم که این مثلث، زاویه غیر قائم برابر با α دارد. در نتیجه با استفاده از $\sin(\alpha)$ و $\cos(\alpha)$ ، میتوان x, y این سنسور را نیز بدست آورد.

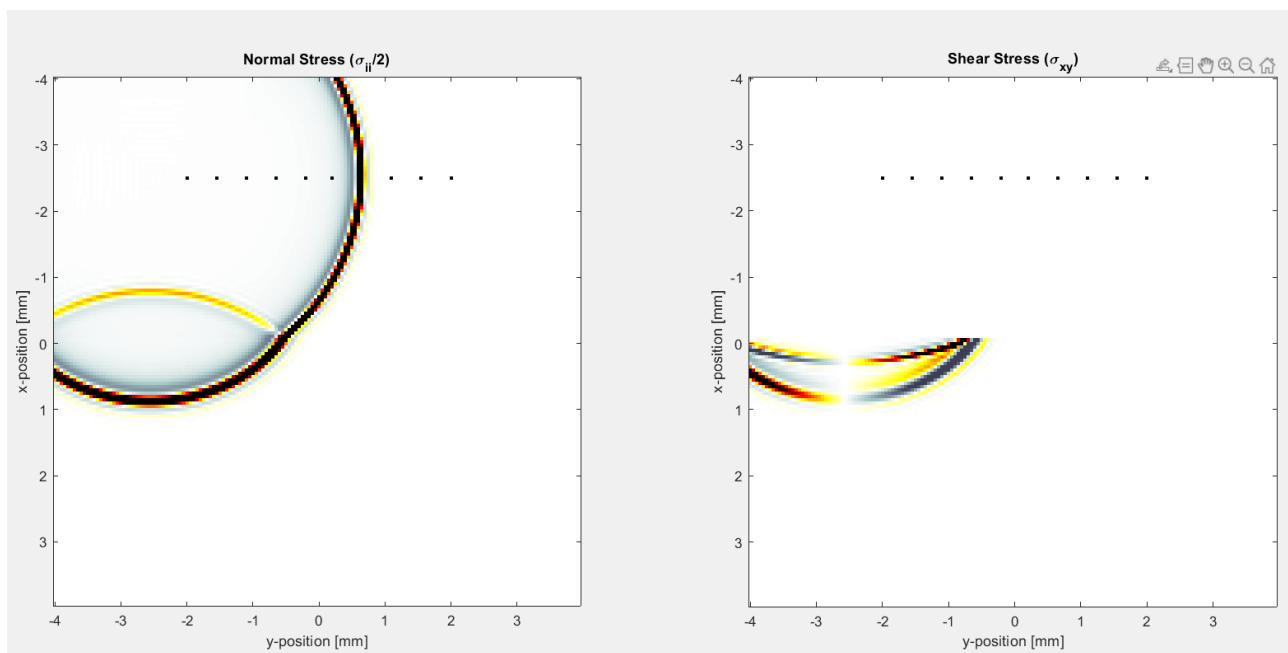
شماتیک کلی این شبیه سازی به صورت زیر است:



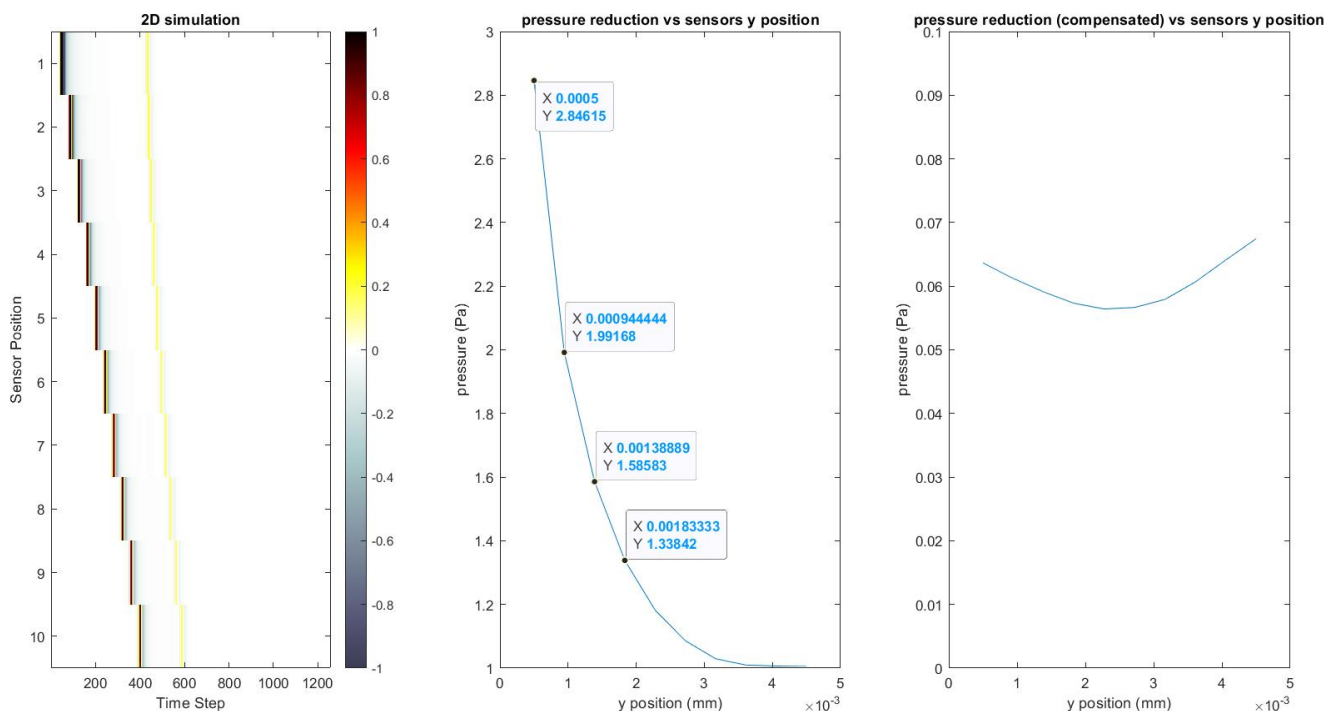
۲) برای شبیه سازی این بخش، محیط و سورس و grid را مشابه قبل تعریف میکنیم، اما برای محیط، ضرایب جذب را صفر میکنیم

(همان α_{coeff_shear} و $\alpha_{coeff_compression}$).

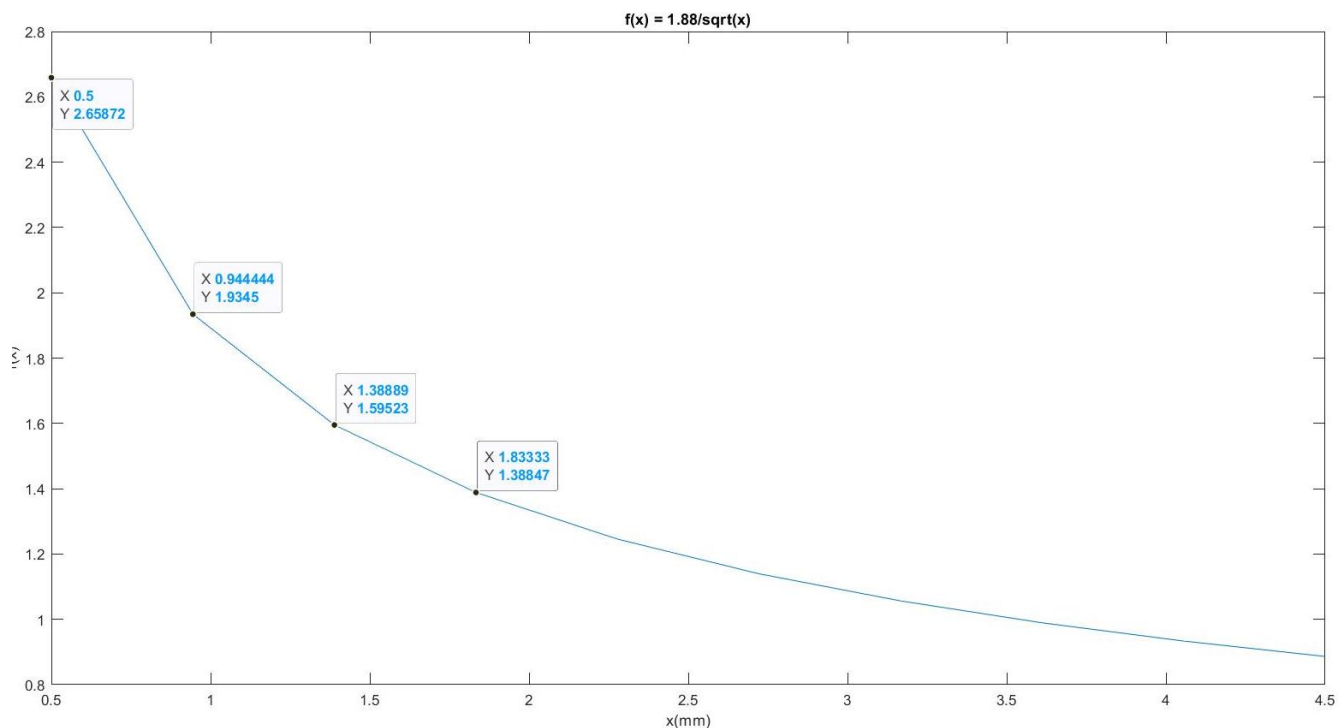
سنسورها را به صورت خطی، از نزدیکی مکان سورس تا سمت مقابل این مکان در صفحه، به صورت یک آرایه خطی قرار میدهم (کل طول خط سنسورها، ۴ میلیمتر است). صفحه شبیه سازی به صورت زیر خواهد بود:



حال ماکزیمم فشار دریافتی توسط سنسور ها را، بر حسب موقعیت مکانی آنها (روی محور y) رسم میکنیم (مقادیر محور افقی بر حسب فاصله از سورس نوشته شده اند. ضمناً نمودار سوم مربوط به زمانی است که این افت فشار جبران شده. این نمودار جلوتر توضیح داده خواهد شد):



از نظر تئوری نیز چون انرژی کل (بخاطر صفر بودن جذب محیط) ثابت است و در عین حال مساحت دایره ی موج پیوسته در محیط ۲ بعدی به صورت $2\pi r$ زیاد میشود، انرژی در واحد سطح (و در نتیجه I) به صورت $\frac{1}{r}$ کاهش می یابد. پس فشار باید به صورت $\frac{1}{\sqrt{r}}$ کاهش یابد (چون $I = \frac{p^2}{2Z}$). پس نموداری به فرم کلی زیر ایجاد میشود (در واقع نمودار رسم شده، $\frac{1.88}{\sqrt{r}}$ است به این دلیل که ضریب فشار اولیه ی شبیه سازی ما نیز در نمودار حساب شود. چون در نمودار بالا میبینیم که اگر مقیاس $\frac{1}{\sqrt{r}}$ را رعایت کنیم، حدودا به ازای مکان ۱، فشار ۱٫۸۸ داریم):



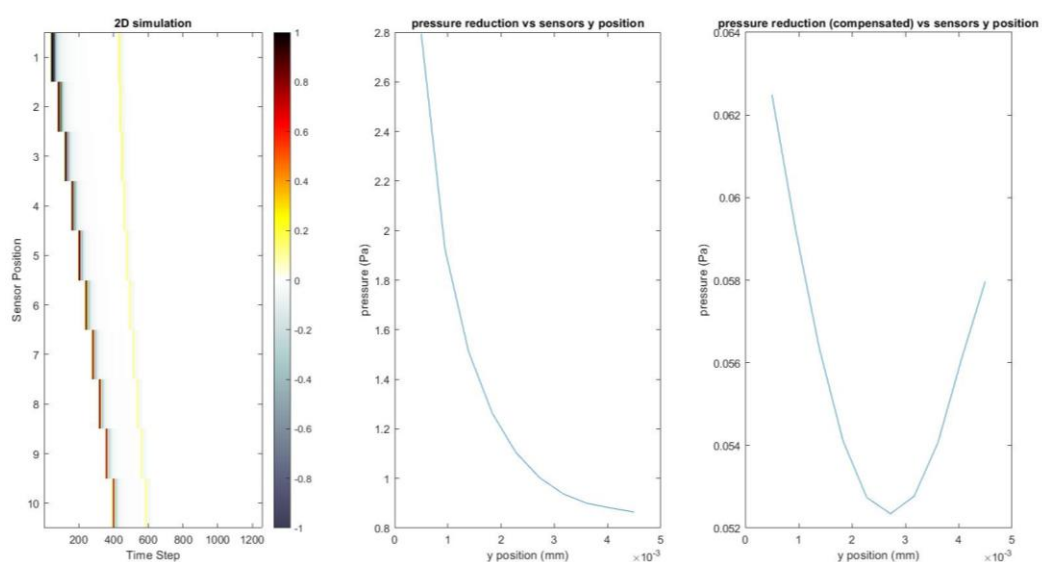
میبینیم که شباهت بسیاری بین دو نمودار وجود دارد. البته واضحاً در مقادیر بسیار نزدیک به صفر مقایسه نمیکنیم چون فشار اولیه برخلاف تابع $\frac{1.88}{\sqrt{x}}$ بینهایت نیست.

پس برای جبران این تضعیف، میتوان فشار دریافت شده توسط هر سنسور را در جذر شعاع آن سنسور ضرب کرد. در اینجا منظور از شعاع، فاصله سنسور از سورس تولید فشار است که تابع محاسبه ی شعاع در انتهای کد نوشته شده است. بدین ترتیب نمودار دوم در تصویر بالا را، در بردار شامل جذر شعاع سنسور ها ضرب میکنیم تا به نمودار سوم برسیم. میبینیم که فشار دریافت شده سنسورهای مختلف بسیار نزدیک به هم شد (به scale بسیار کوچک نمودار توجه شود).

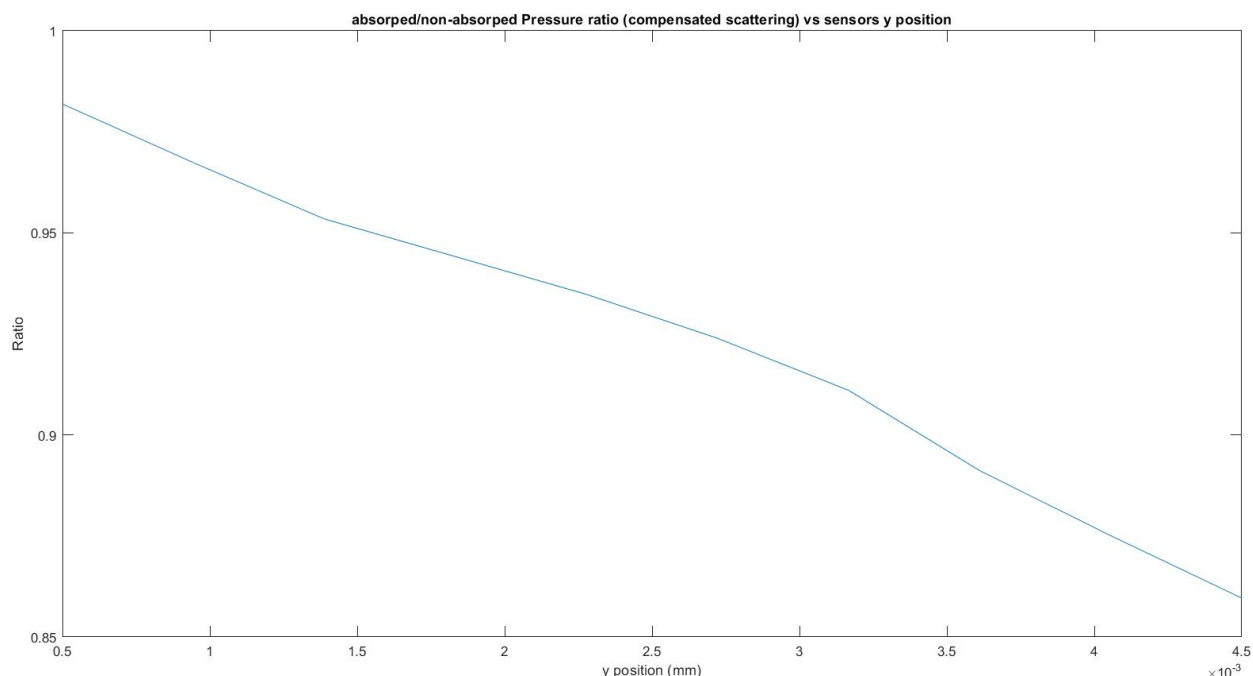
(۳)

در section بعدی از کد، همان کار های section قبل انجام شده، با این تفاوت که ضرایب جذب مذکور در مثال نیز وارد شده اند و دیگر صفر نیستند.

دیتای سنسورها را در جذر شعاع ضرب کرده و مجددا نمودارها را رسم میکنیم:



بطور شهودی، افت فشار در هردو نمودار (بدون جبران، و با جبران scattering wave) مشخص است. اما برای بررسی دقیقتر میتوان بردار بدست آمده در قسمت قبل را، بر بردار بدست آمده در این بخش تقسیم کرد و اثر تضعیف را دید:



می‌بینیم که برای تمام سنسورها، نسبتی کمتر از ۱ داریم که البته با افزایش فاصله نیز جذب بیشتری صورت گرفته. علت این است که هرچه موج بیشتر روی محیط حرکت کند، طبیعتاً جذب بیشتری نیز صورت خواهد گرفت. اما بدلیل نزدیکی سنسورها، تفاوت میزان جذب چندان زیاد نیست.

۴:

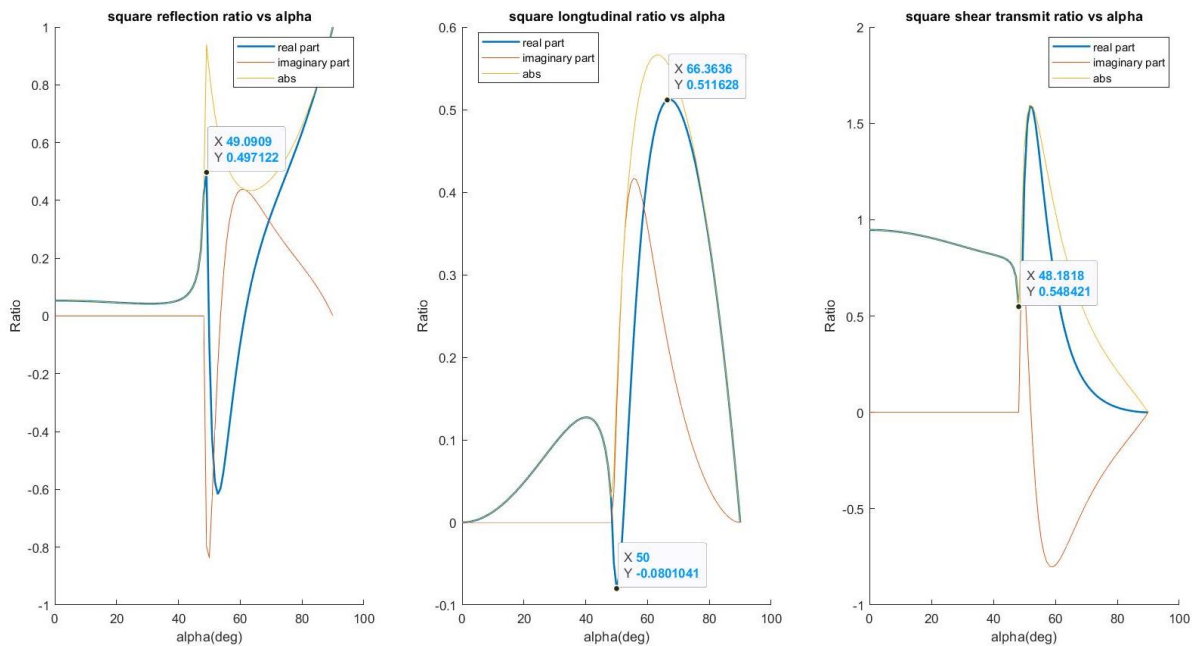
طبق روابط اثبات شده در درس:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{R_L}{I_L}\right)^2 &= \left[\frac{1-G(1-2A)}{1+G(1-2A)}\right]^2 \\ \left(\frac{T_L}{I_L}\right)^2 &= \frac{4BG}{[1+G(1-2A)]^2} \\ \left(\frac{T_S}{I_L}\right)^2 &= \frac{4\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \cdot D}{[1+G(1-2A)]^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A &= \sin \gamma \cdot \sin 2\gamma \cdot \left[\cos \gamma - \frac{c_{s2}}{c_{L2}} \cos \beta \right] \\ B &= (\cos 2\gamma)^2 \\ G &= \frac{\rho_2 \cdot C_{L2} \cdot \cos \alpha}{\rho_1 \cdot C_{L1} \cdot \cos \beta} \\ D &= \left(\frac{c_{s2}}{c_{L1}}\right)^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin 2\gamma \end{aligned}$$

و قانون Snell:

$$\frac{C1}{\sin(\alpha)} = \frac{C2_L}{\sin(\beta)} = \frac{C2_s}{\sin(\gamma)}$$

میتوان برداری از مقادیر مختلف α را به متلب داد و برحسب همین روابط تئوری، تابع ضرایب بازگشت و عبور را رسم کرد. اینکار در متلب انجام شده و نمودارهای تئوری به صورت زیر هستند:



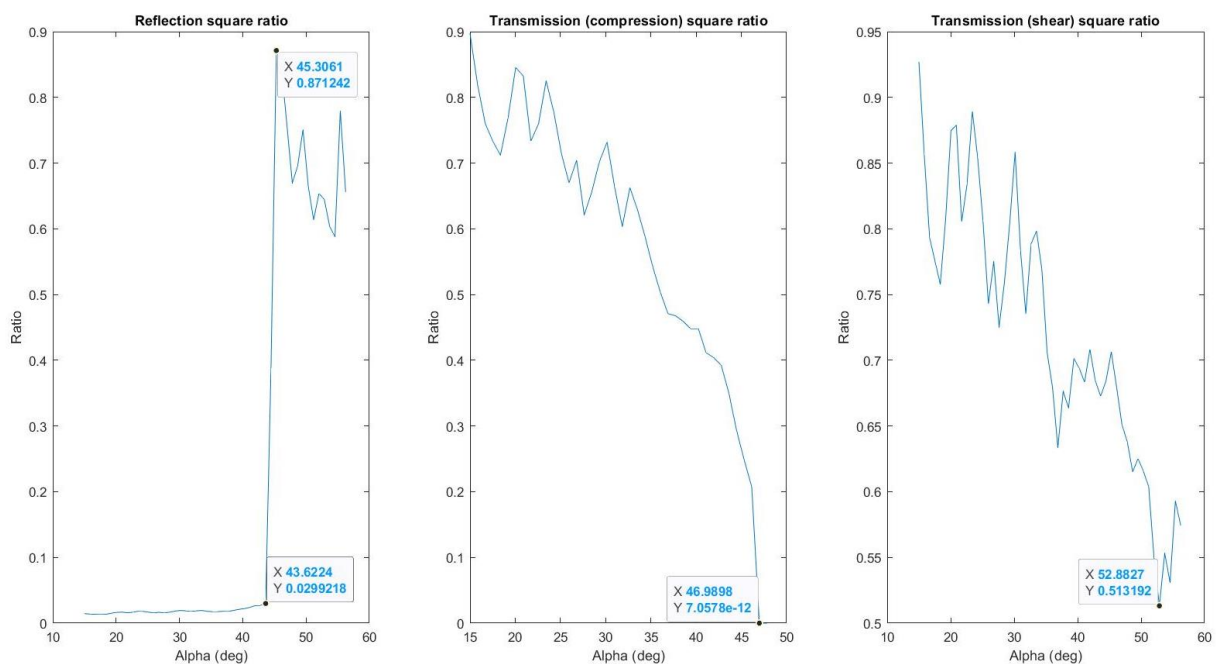
۵ و ۶

کد نوشته شده در section1 را کامل کرده ایم و دیتاهای دریافت شده را ترسیم میکنیم. توجه شود برای بخش محاسبه زوایای β ، چون سرعت موج طولی عبوری، از سرعت ارسالی بیشتر است، ممکن است در زوایای بزرگتر، $\beta > 90^\circ$ شود. این یعنی موج طولی در جامد منتشر نخواهد شد و در نتیجه در خط بعد از محاسبه β ، زوایای β ای که مختلط شده اند را از بردارمان حذف کرده ایم (پیش از رسم نمودار مربوط به موج عبوری

طولی نیز، پارامترهایی با پیشوند tmp و مشابه پارامترهای اصلی تعریف شده اند، با این تفاوت که اندیس های مختلط در آنها حذف شده).

برای سنسور های موج بازتابی نیز دومین ماکزیمم (زیرا اولین ماکزیمم مربوط به موج اولیه است و نه بازتابی) بدست آمده را، نسبت به ماکزیمم سنسورهای impinging حساب کرده و مجذور میکنیم و در نهایت شعاع سنسورها را نیز به ترتیبی که در سوال ۴ داشتیم، ضرب میکنیم تا اثر scattering wave جبران شود.

برای سنسورهای موج عبوری عرضی نیز بطور مشابه عمل میکنیم. در نهایت ۳ بردار داریم که میتوان آنها را بر حسب زاویه alpha ی متناظر با خودشان رسم کرد:



این نمودارها در واقع متناظر با نمودارهای real (اندازه حقیقی) در سوال ۴ هستند. میبینیم که فرم کلی این نمودارها شباهت زیادی به سوال ۴ دارد:

برای ضریب بازتاب، در سوال ۴ در زاویه حدود ۴۹ درجه به ماکزیمم میرسیدیم و همان زاویه نیز به تقریب زاویه بحرانی بود چون مقدار ضریب بازتاب در آن برای اولین بار مختلط میشد (یعنی زاویه بازتاب از ۹۰ درجه بیشتر میشود، بدین معنی که بازتاب نداریم). در نمودار متناظر در سوال ۵، این زاویه در حدود ۴۵ درجه قرار دارد.

برای ضریب عبور طولی، در سوال ۴ به زاویه بحرانی ای در حدود ۵۰ درجه رسیدیم که در آن مقدار ضریب به مینیمم ممکن میرسید و مختلط نیز میشد. در نمودار سوال ۵ نیز مشابه سوال ۴، مقدار ضریب تا حدود ۴۰ درجه عدد بزرگیست و از آن حوالی به بعد، شروع به افت میکند. زاویه بحرانی بدست آمده در این حالت حدود ۴۷ درجه است.

برای ضریب عبور عرضی، نمودار مشابه سوال قبل، تا حوال ۵۰ درجه دائم در حال افت است. زاویه بحرانی در سوال ۴ حدود ۴۸ درجه بود و در این نمودار در حوالی ۵۲ درجه به این زاویه میرسیم.

در کل نتایج زوایای بحرانی بسیار مشابه در آمد. ضمناً scale عمودی نمودارها نیز مشابه سوال ۴ است اما ضرایب اندکی کمتر از سوال ۴ است که ناشی از جذب انرژی توسط محیط است (مقدار جذب بدلیل کوچک بودن ضرایب، جزئی بوده است).