بنام خدا

گزارش تمرین دوم

آرشام لؤلؤهری

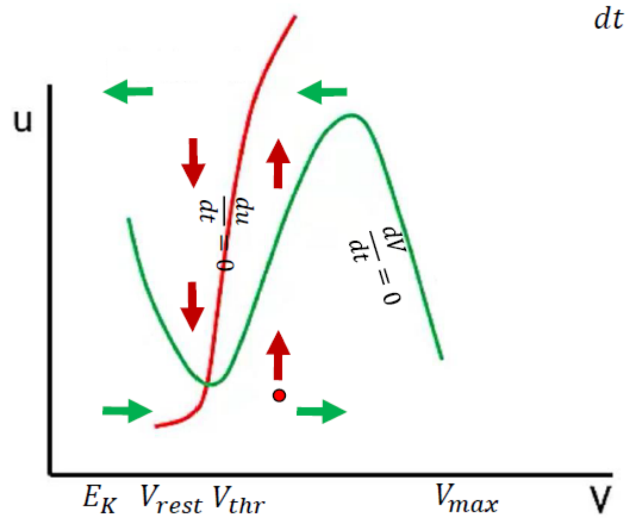
۹۹۱۰۲۱۵۶

سوال ۱)

۱. در این مدل سعی شده برای نمودار nullcline متغیر های V (ولتاژ نورون یا همان membrane potential) و n (احتمال باز شدن گیت ها یون پتاسیم) که نمودارهای دقیق‌شان به صورت دستی بدست آمده، تقریب چندجمله ای زده شود. برای nullcline متغیر V از چندجمله ای درجه ۳ (cubic) و برای متغیر n (در ناحیه ی اسپایک های نورون و نقطه‌ی تعادل) از تقریب خطی استفاده شده که در معادلات این مدل، w نقش همان n را دارد. I نیز جریان ورودی به نورون است.

در واقع معادلات میتوانند فرم و تابعیت کلی ای به صورت زیر داشته باشند:

$$\frac{dV}{dt} = f(V) + G(u) + I(t)$$
$$\frac{du}{dt} = -u + H(V)$$



که به صورت چند جمله ای های زیر تقریب زده میشوند:

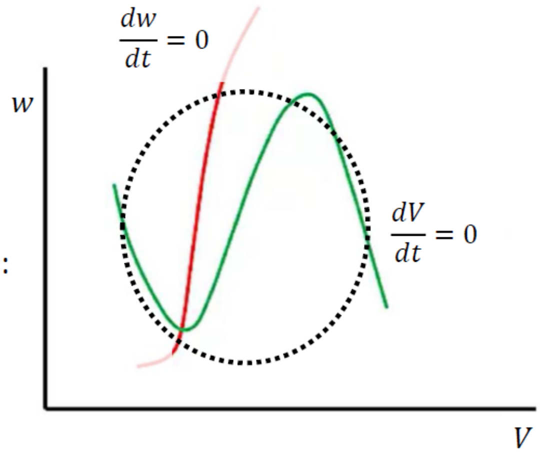
- Voltage dynamics can be approximated by a ***cubic*** function:

$$\frac{dV}{dt} = V(a-V)(V-1) - w + I$$

with a linear (negative) coupling to w

- Dynamics of w are linear in V and w:

$$\frac{dw}{dt} = -cw + bV$$



برای پیدا کردن معادلات nullcline، باید سمت چپ این معادلات را برابر با صفر بگذاریم که به نتایج زیر میرسیم (با فرض جریان ورودی برابر صفر):

Assume $I = 0 \rightarrow$ Fixed point at $(0, 0)$

- V-nullcline:

$$f(V,w) = V(a-V)(V-1) - w$$
$$= -V^3 + (a+1)V^2 - aV - w = 0$$

- w-nullcline:

$$g(V,w) = -cw + bV = 0$$

Note: In order to calculate the derivatives for the Jacobian matrix, one needs to write the nullcline equations this way

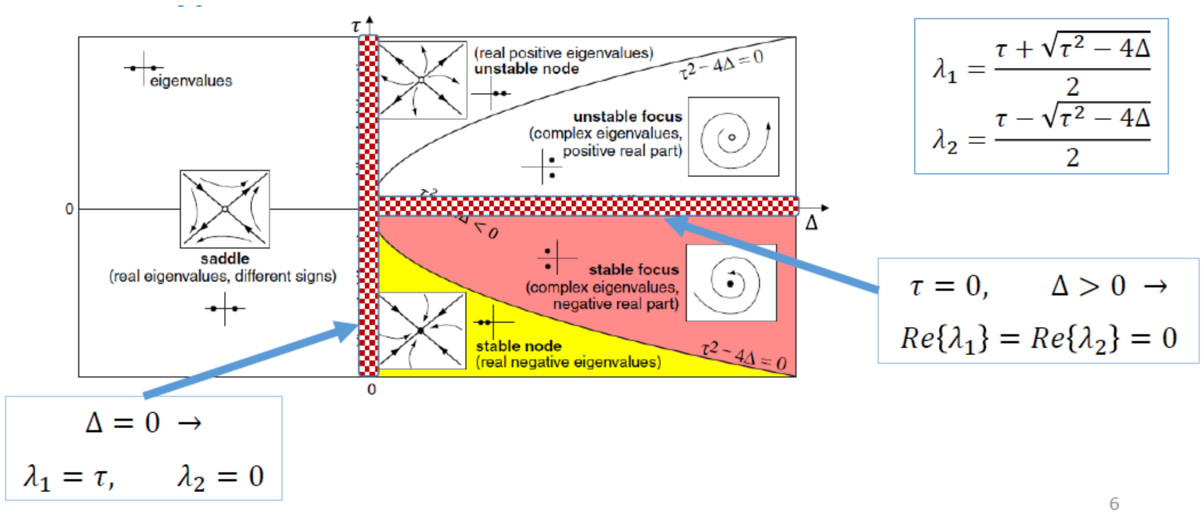
- Jacobian matrix at $(0, 0)$:

$$L = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f}{\partial V}\right|_{(0,0)} & \left.\frac{\partial f}{\partial w}\right|_{(0,0)} \\ \left.\frac{\partial g}{\partial V}\right|_{(0,0)} & \left.\frac{\partial g}{\partial w}\right|_{(0,0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -1 \\ b & -c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \tau = trace(L) = -a - c$$
$$\Delta = \det(L) = ac + b$$

31

مقادیر ویژه ی ماتریس به صورت زیر بدست می آیند و طبق علامت آنها و حقیقی یا مختلط بودنشان، میتوان در مورد پایداری پاسخ نهایی به نتایج زیر رسید:



در نتیجه طبق معادلات بدست آمده، زمانی پاسخ پایدار در این مدل خواهیم داشت که : $\tau<0, \Delta>0$. یعنی:

$$-a-c<0$$
$$ac+b>0$$

از مقایسه‌ی معادله ی داده شده در تمرین با معادلات بالا، میتوان به این نتیجه رسید که:

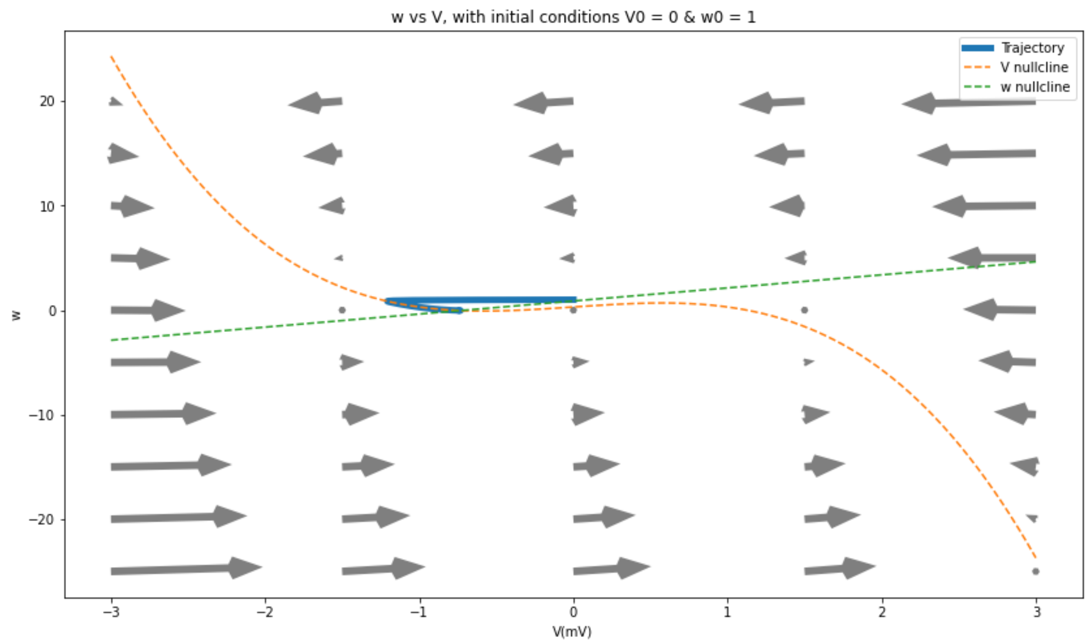
$$a=-1, b=0.08, c=0.064$$

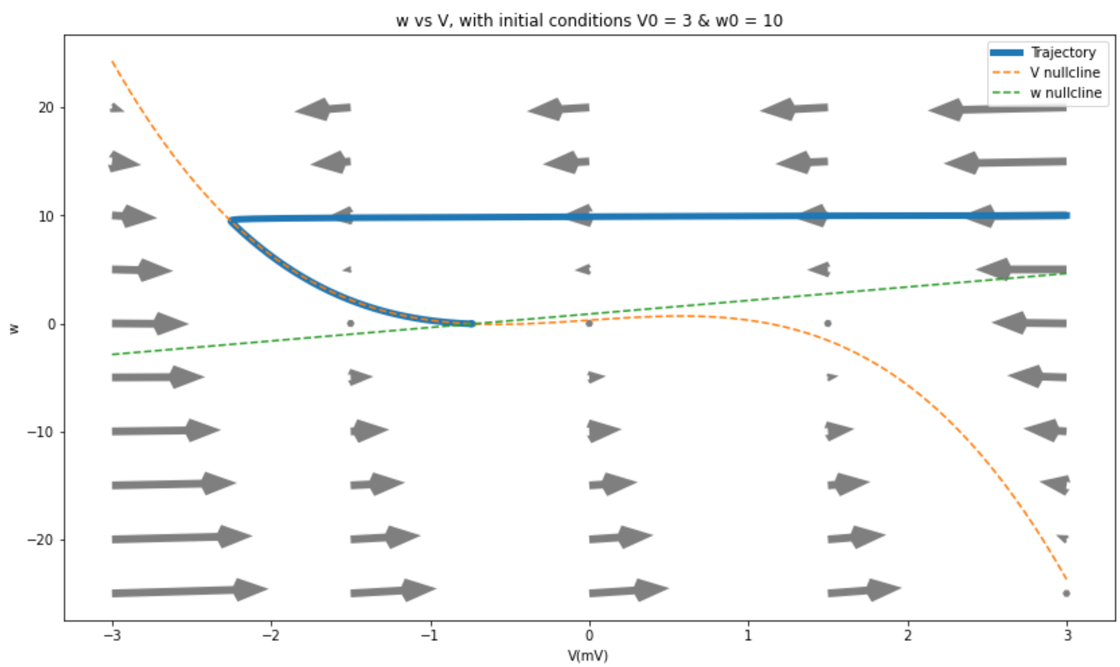
البته در معادله‌ی w، یک ترم ثابت هم داریم (d=0.056) که با توجه به مشتق گیری، در شروط پایداری جواب بی تاثیر است.

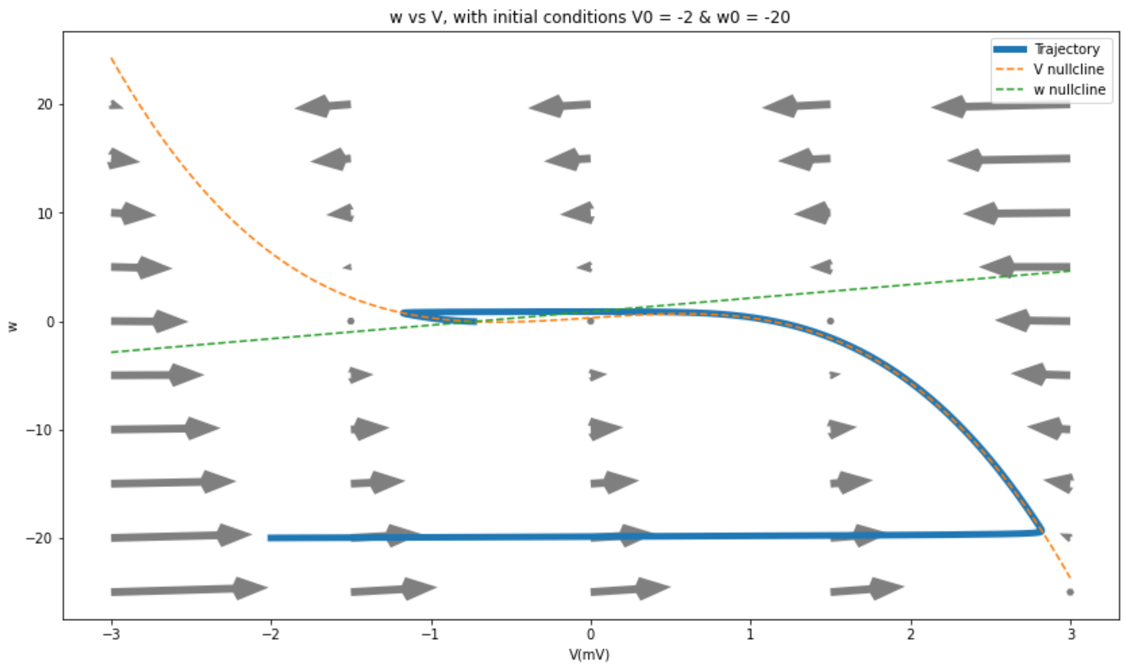
۲.

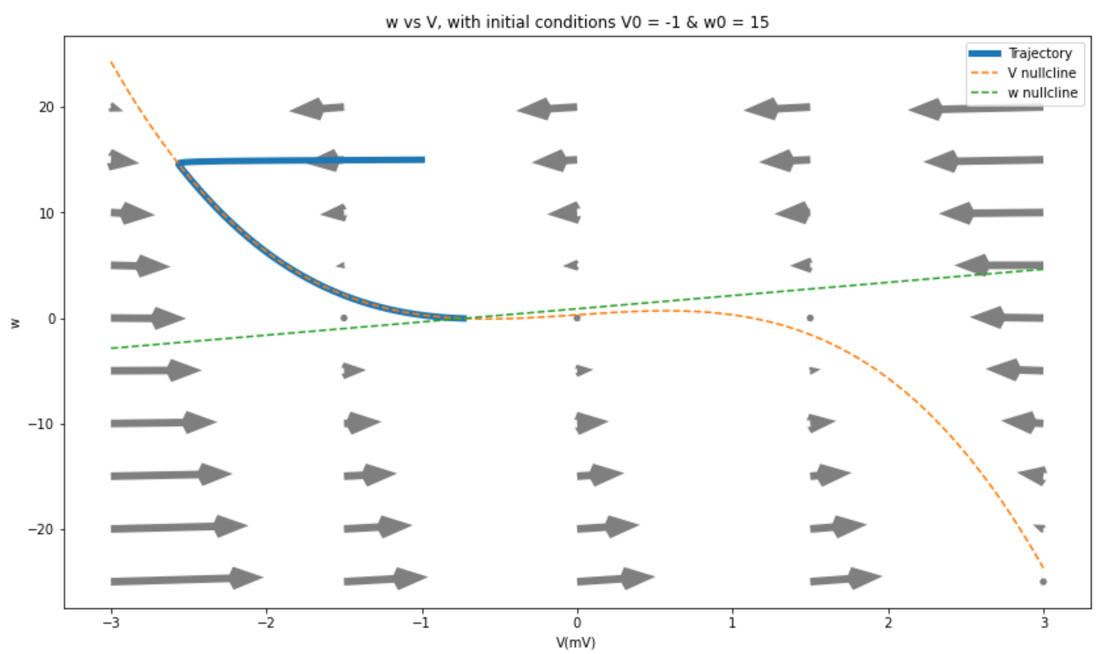
ابتدا در تابع FN، معادلات دیفرانسیل مدل را وارد میکنیم و بردار y (شامل V,w) را بعنوان خروجی برمیگردانیم. پس از تعیین پارامتر های ثابت اولیه مثل جریان و پارامترهای a,b,c,d، تابعی که نوشتیم را به odeint میدهیم تا معادلات را حل کند و V,w بدست آیند. مطابق معادلات دیفرانسیل مذکور، nullcline ها را نیز رسم میکنیم. Arrow های دیاگرام فاز را نیز با تشکیل

یک grid در صفحه و با تابع quiver رسم میکنیم. به ازای مقادیر مختلف برای نقطه اولیه، دیاگرام فاز را رسم میکنیم (شروط اولیه در title دیاگرام ها نوشته شده اند):









میبینیم در تمام حالات، دیاگرام به nullcline ها نزدیک شده و روی یکی از آنها حرکت میکند تا دوباره به نقطه تعادل خود بازگردد.

۳. در نقطه تعادل باید هر دو مشتق برابر با صفر باشند:

$$\dot{w} = 0.08\ (V + 0.7 - 0.8w) = 0$$
$$w = 1.25V + 0.875$$

$$\dot{V} = \ V - V^3 - w + I = 0$$
$$V - V^3 - (1.25V + 0.875) + 0.3 = 0$$
$$V^3 + 0.25V + 0.575 = 0$$
$$V \approx -0.732,\ \ 0.366 \pm 0.807j$$

که بعنوان نقاط برخورد دو نمودار، تنها جواب حقیقی قابل قبول است. در نتیجه:

$$w = \ -0.04$$

حال طبق معادلات ذکر شده در سوال اول، ماتریس ژاکوبین را (با مشتق گیری از دو معادله نسبت به V,w) برای این نقطه تعادل (-0.732, -0.04) تشکیل میدهیم (توجه داریم برخلاف ماتریس سوال اول، اینجا باید حاصل مشتق ها را در نقطه ی (-0.732, -0.04) محاسبه کنیم) :

$$L = \begin{pmatrix} -3V^2 + 2(a+1)V - a & -1 \\ b & -c \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -0.607 & -1 \\ 0.08 & -0.064 \end{pmatrix}$$
$$\tau = trace(L) = \ -0.671 < 0$$
$$\Delta = \det(L) = 0.119 > 0$$

مطابق توضیحات سوال اول، علامت $\tau < 0, \Delta > 0$ بدین معناست که نقطه تعادل ما، همواره پایدار است. حال برای مقادیر ویژه طبق روابط سوال ۱ داریم:

$$\lambda = \frac{\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta}}{2}$$

چون زیر رادیکال منفی است، پس مقادیر ویژه مختلط با قسمت حقیقی منفی داریم و نقطه تعادل پایدار، stable focus است. در سوال دوم نیز دیدیم که به ازای شروط اولیه دلخواه، پاسخ همواره به نقطه تعادل همگرا میشد و پایدار بود. پس نتایج با شبیه سازی نیز تطابق دارد.

۴. در معادلات بخش سوم، بجای 0.3 در حل معادلات از I استفاده میکنیم:

$$\dot{V} = V - V^3 - w + I = 0$$
$$V - V^3 - (1.25V + 0.875) + I = 0$$
$$V^3 + 0.25V + (0.875 - I) = 0$$

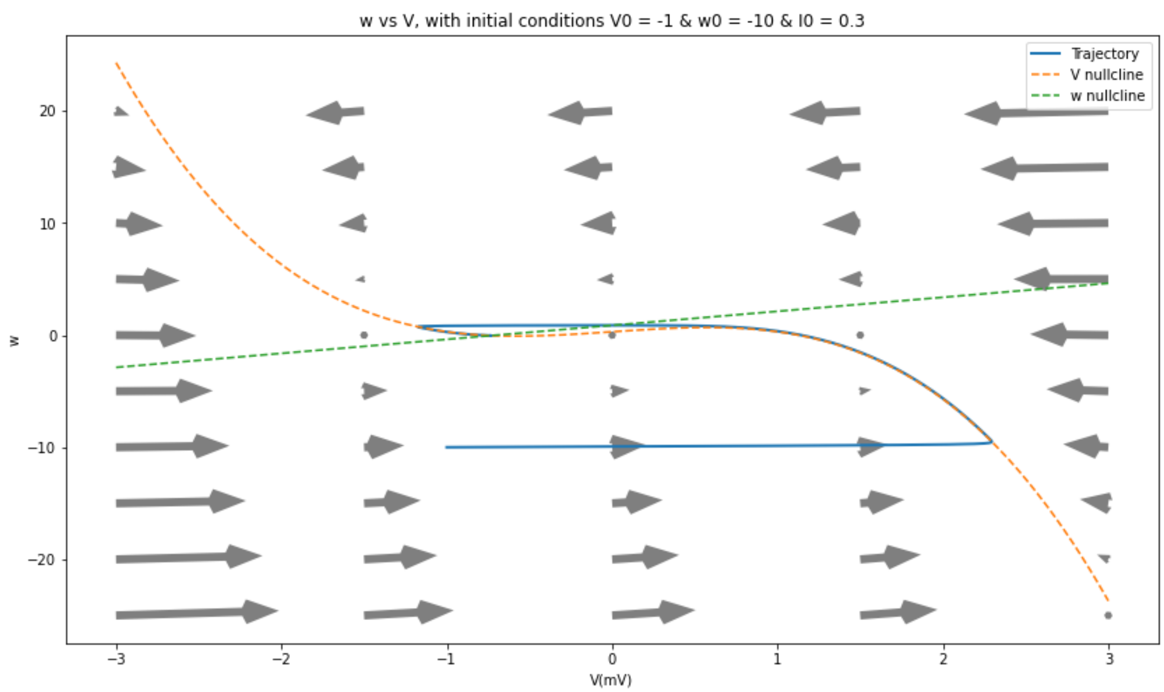
این معادله سه جواب دارد که دو جواب آن، حتما مختلط اند. پاسخ حقیقی آن به صورت زیر است:

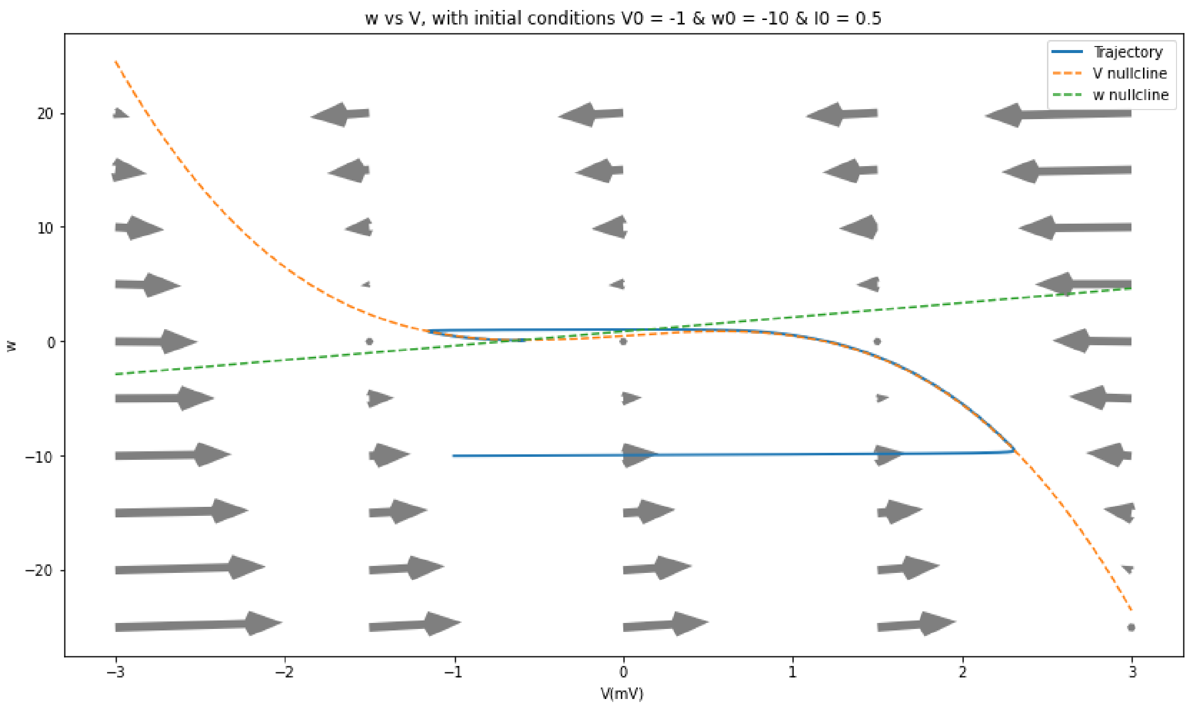
$$V =$$
$$-0.794\ \left(-I + \sqrt{(0.875 - I)^2 + 0.002} + 0.875\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$+ \frac{0.105}{\left(-I + \sqrt{(0.875 - I)^2 + 0.002} + 0.875\right)^{\frac{1}{3}}}$$

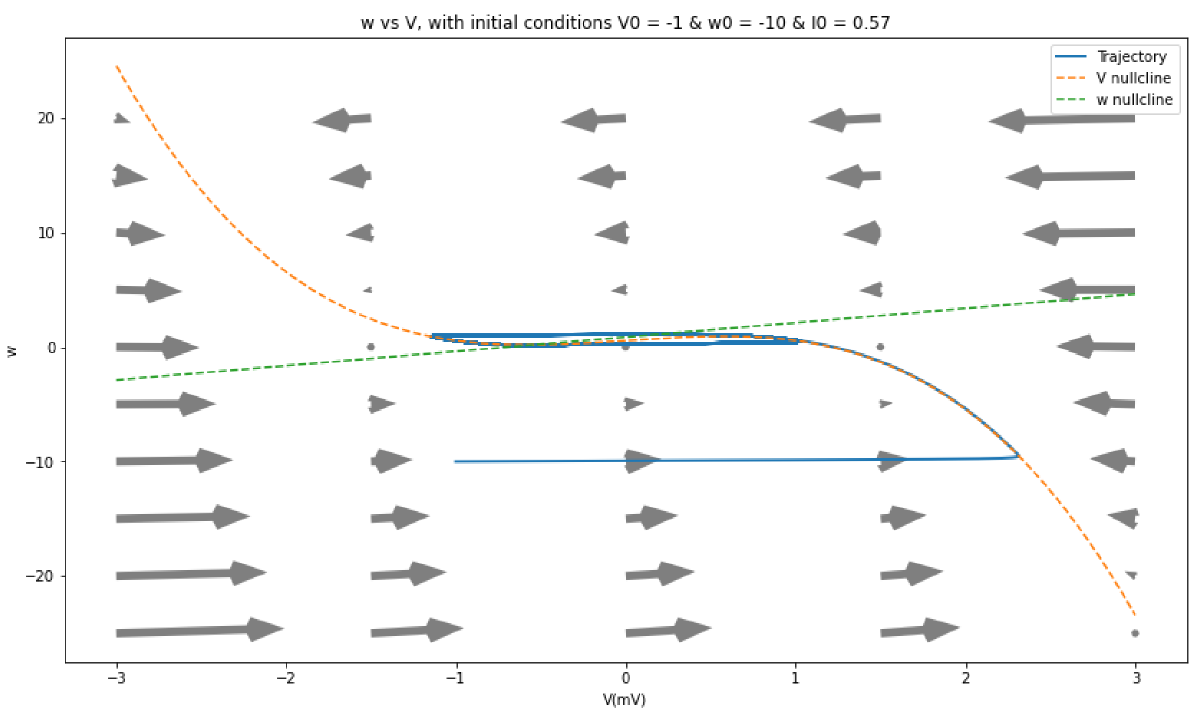
با استفاده از این V، ماتریس ژاکوبین را میسازیم:

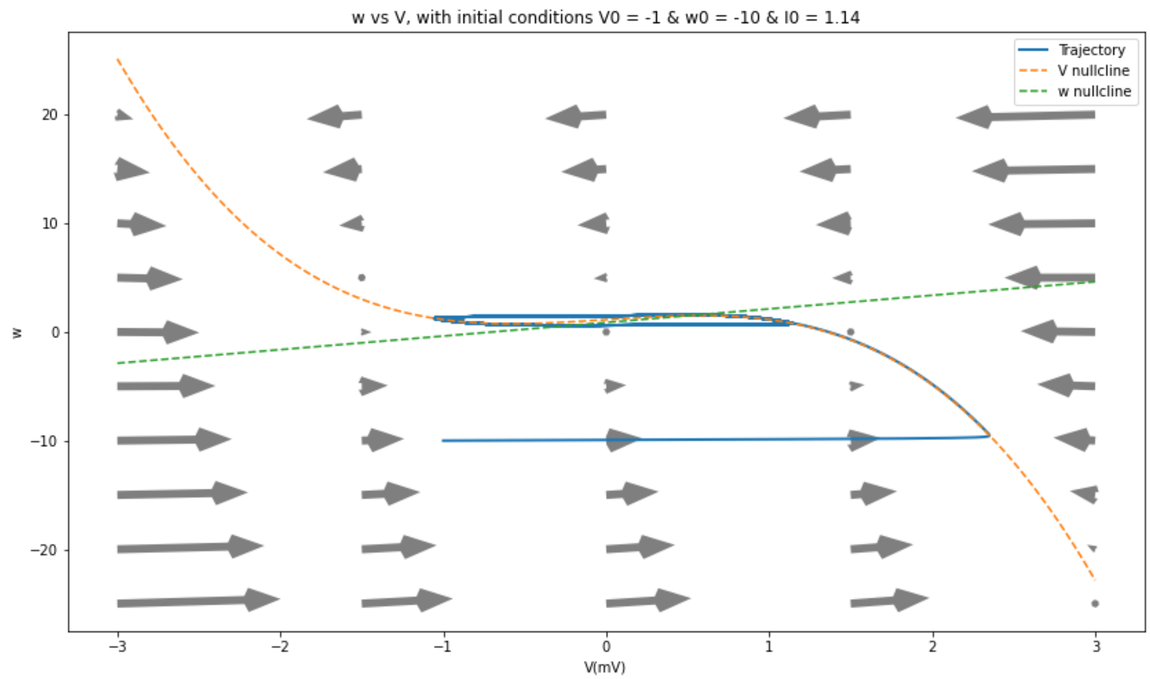
$$L = \begin{pmatrix} -3V^2 + 1 & -1 \\ 0.08 & -0.064 \end{pmatrix}$$
$$\tau = trace(L) = -3V^2 + 0.936$$
$$\Delta = \det(L) = -0.064\ (-3V^2 + 1) + 0.08$$

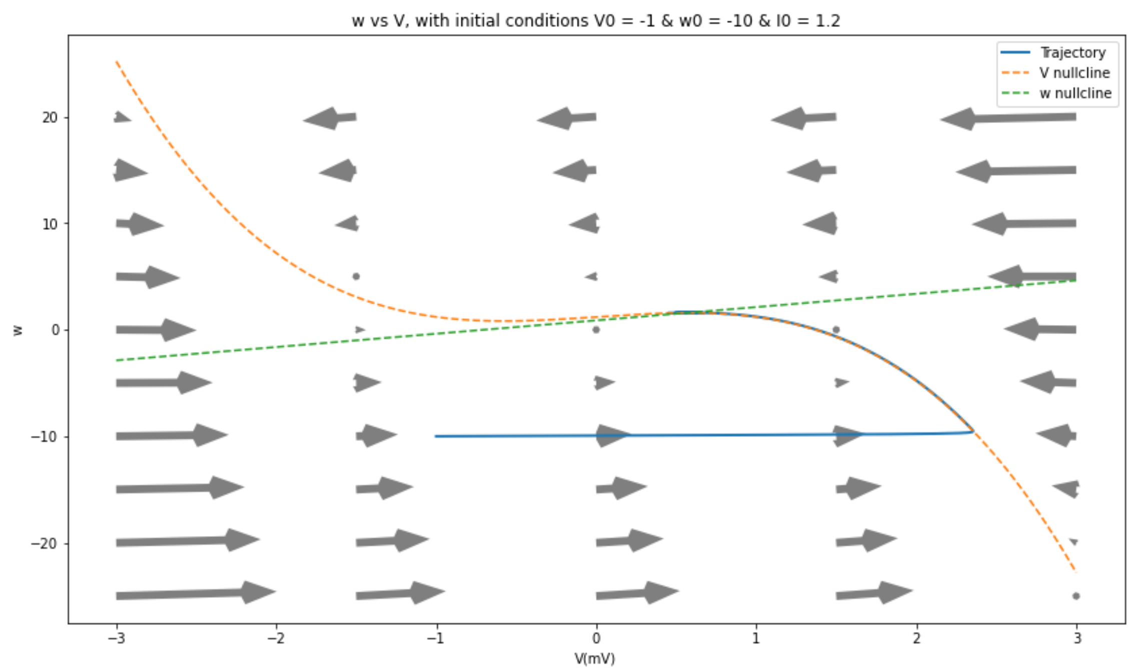
با توجه به عبارت بدست آمده برای V، توابع مربوط به τ, Δ را تعیین علامت میکنیم. میتوان با هر نرم افزاری اینکار را انجام داد و یا حتی به صورت دستی با مشتق گیری این کار را کرد. در نهایت خواهیم دید Δ همواره مثبت است، و τ در بازه ی حدود I=0.561 تا I=1.146 مثبت، و سایر جاها منفی است. پس در نزدیکی این دو مرز، انتظار داریم Andronov-Hopf bifurcation رخ دهد و میدانیم در این نوع bifurcation، یعنی زمانی که $\Delta > 0$ است و τ از منفی به مثبت تغییر علامت میدهد، و هنگامی که $\tau > 0$ باشد، Limit cycle رخ میدهد چون از حالت پایدار و همگرا به تدریج خارج میشویم. حال نمودار را برای مقادیر مختلف I در این محدوده رسم میکنیم (مقدار I در عنوان نمودارها آمده):




w vs V, with initial conditions V0 = -1 & w0 = -10 & I0 = 0.5
Trajectory
V nullcline
w nullcline
w
V(mV)
20
10
0
−10
−20
−3
−2
−1
0
1
2
3


w vs V, with initial conditions V0 = -1 & w0 = -10 & I0 = 0.57
Trajectory
V nullcline
w nullcline
w
V(mV)
20
10
0
−10
−20
−3
−2
−1
0
1
2
3





در جریان های 1.146 نیز همچنان پایداری خواهیم داشت اما دیگر limit cycle نمیبینیم.

۵. بله. در بخش قبل توضیح داده شد.

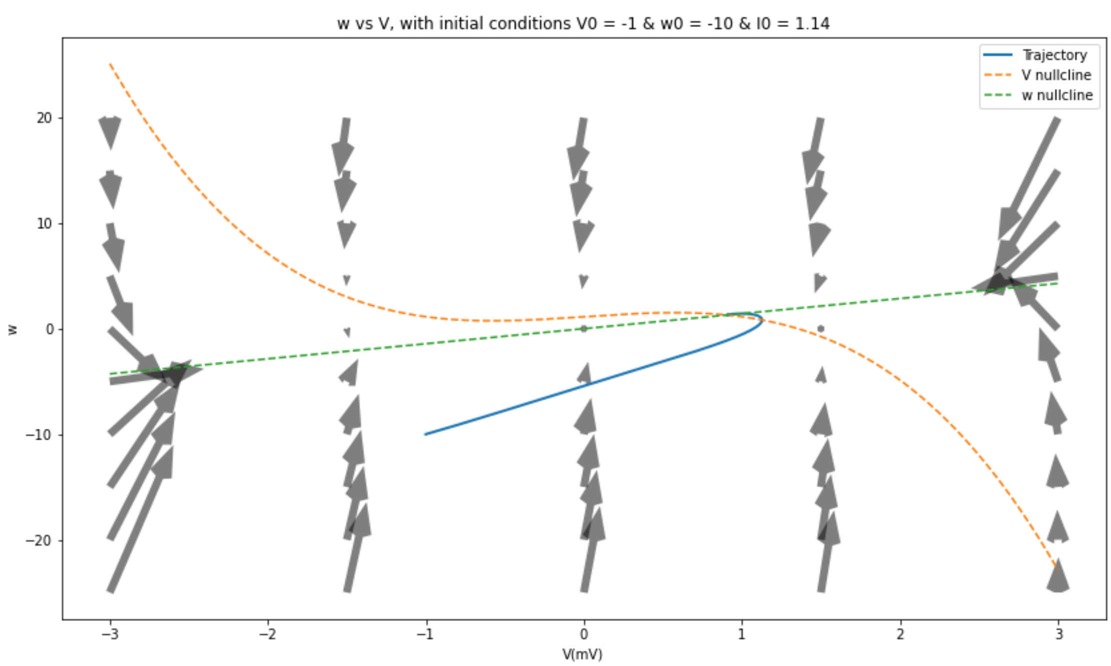
۶. در این حالت ماتریس ژاکوبین مطابق روابط بخش چهارم، به صورت زیر در می‌آید (توجه داریم این a در نقطه تعادل سیستم بی تاثیر است و آن را تغییر نمیدهد.):

$$L = \begin{pmatrix} -3V^2+1 & -1 \\ a & -0.8\,a \end{pmatrix}$$

$$\tau = trace(L) = -3V^2 + 1 - 0.8\,a$$

$$\Delta = \det(L) = -0.8\,a\,(-3V^2+1) + a = 0.2\,a + 2.4\,aV^2$$

اگر a>>1 باشد، در روابط بالا خواهیم داشت: $\Delta > 0, \tau < 0$. یعنی τ هرگز صفر نمیشود. در نتیجه هیچگاه Andronov-Hopf bifurcation رخ نمیدهد و همواره در حالت پایدار هستیم و به نقطه تعادل میل میکنیم. پس limit cycle رخ نمیدهد. برای مثال با جریان I=1.14 که قبلا Limit cycle داشتیم، این بار به ازای a=8 نمودار را رسم میکنیم:



سوال ۲)

۱. مشابه سوال ۱، تابعی برای تعریف معادلات دیفرانسیل مذکور به نام WTA تعریف میکنیم تا odeint با استفاده از آن، معادله را حل کند. ضمنا تابع S_fun نیز همان S در معادلات دیفرانسیل است. این تابع ورودی های isScalar و isVect دارد که مشخص میکنند ورودی x، اسکالر و یا بردار هست یا خیر. اگر هردو flase باشند، x یک ماتریس است که در ساختن grid مشابه سوال قبل استفاده میشود. حالت isVect=true نیز برای پیدا کردن nullcline ها استفاده میشود. در E1Null_E1Arr، برداری از مقادیر مختلف برای E2 (E2_arr) به ورودی تابع E1_nullcline داده میشود و به ازای هر مقدار از E2، nullcline محاسبه میشود:

$$-E1 + S_{k1-3E2} = 0$$

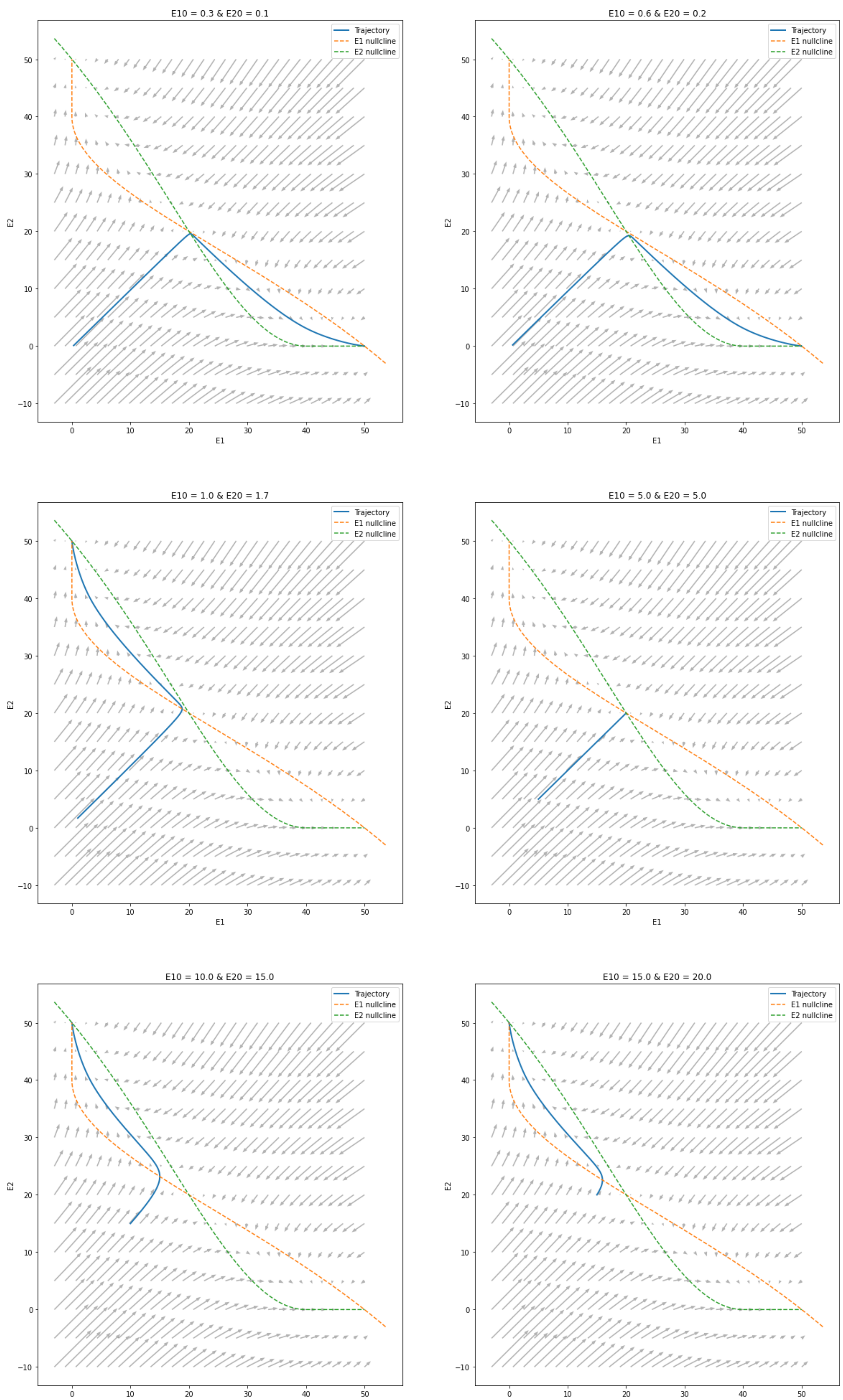
$$S_{k1-3E2} = E1$$

به همین ترتیب و با دادن مقادیر مختلف E1 (E1_arr) بعنوان ورودی به E2_nullcline، nullcline مربوط به E2 را نیز حساب میکنیم:

$$S_{k2-3E1} = E2$$

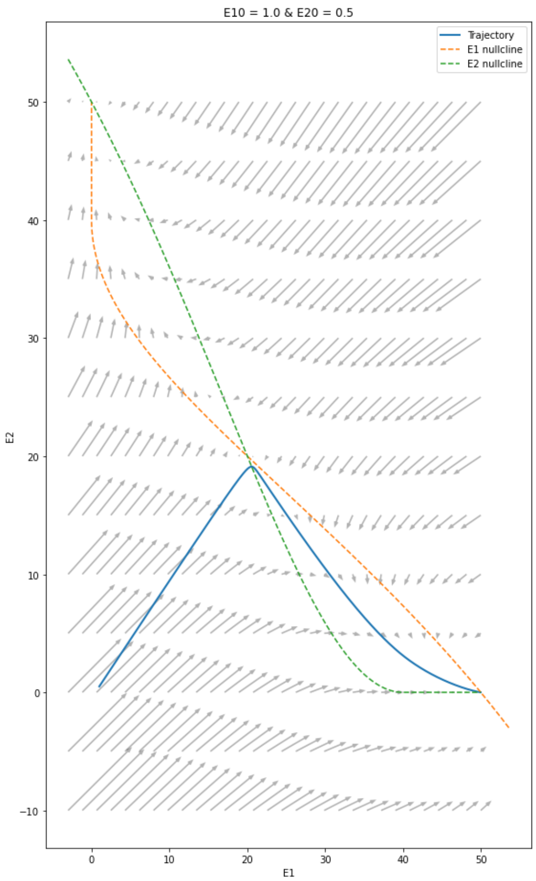
توجه داریم در تابع اول، بردار E1 ها و در تابع دوم، بردار E2 ها بعنوان خروجی برگردانده میشود.

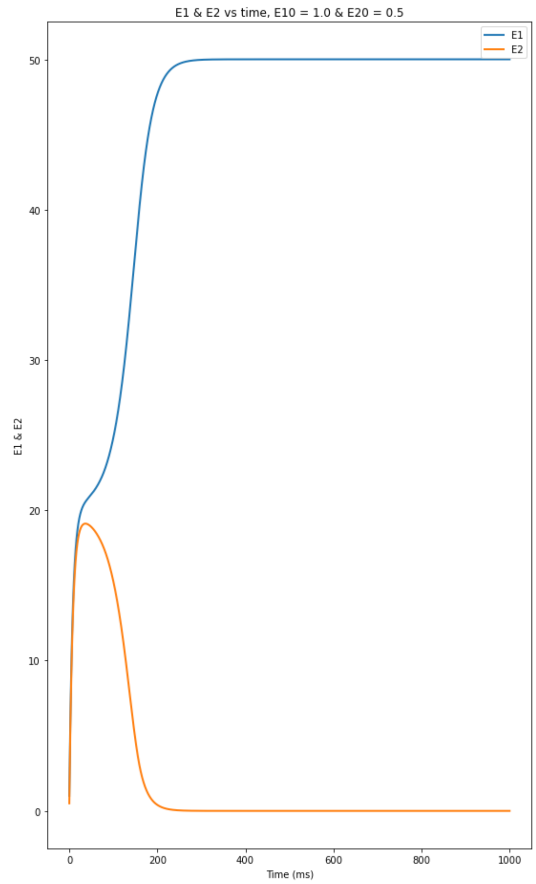
حال پارامتر های مورد نیاز و نیز grid را مشابه سوال قبل تعریف کرده و دیاگرام ها را نیز به طور مشابه رسم میکنیم. مقدار اولیه های E1,E2 تحت عنوان E10,E20 در title نمودار ها آمده است:

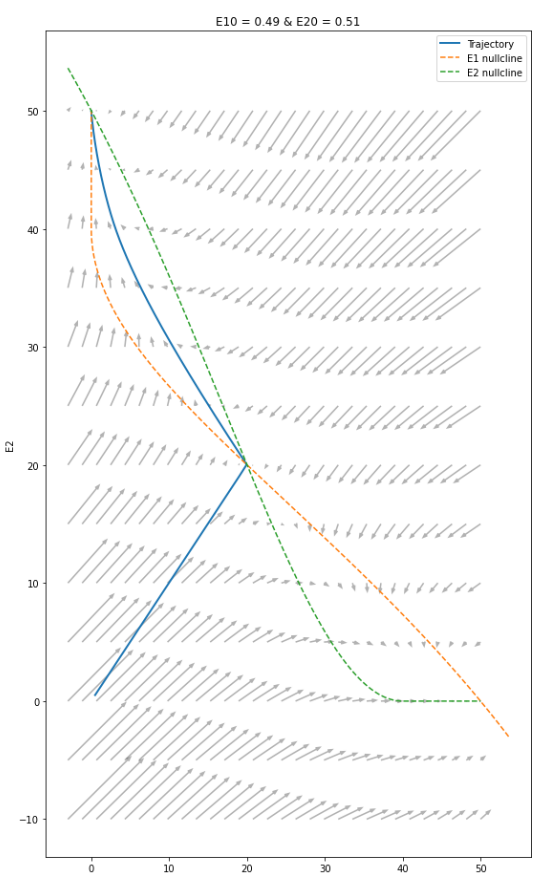

E10 = 0.3 & E20 = 0.1
E10 = 0.6 & E20 = 0.2
E10 = 1.0 & E20 = 1.7
E10 = 5.0 & E20 = 5.0
E10 = 10.0 & E20 = 15.0
E10 = 15.0 & E20 = 20.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2

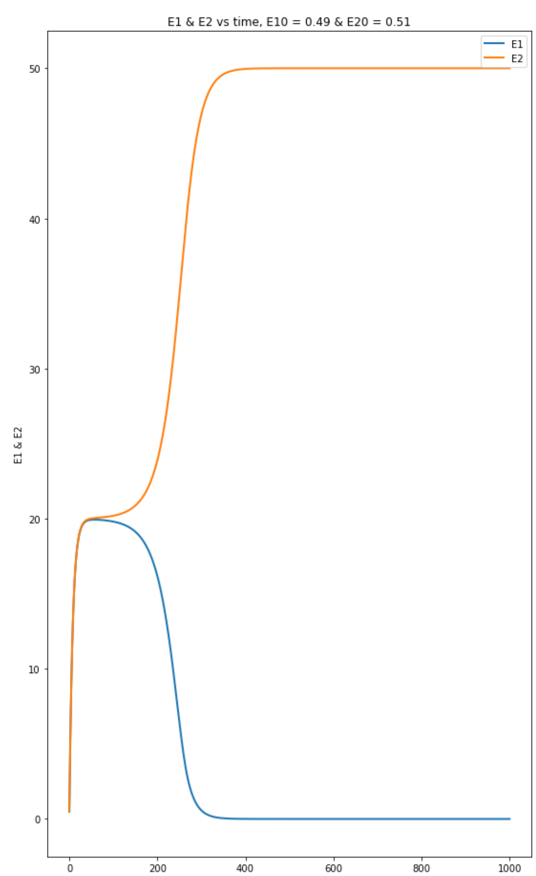
مشاهده میشود زمانی که E20 از E10 بزرگتر است، دیاگرام فاز به نحوی پیش میرود که در نهایت E1 نرخ اسپایکش کاهش می‌یابد اما E2 دائما نرخ اسپایکش افزایش می‌یابد. به همین ترتیب برای زمانی که E10 بزرگتر است، شرایط برعکس است. در واقع چون بین دو معادله ی موجو، تقارن داریم و نیز k1=k2، تعیین کننده ی مقدار نهایی E1,E2، همان مقادیر اولیه هستند. زمانی هم که E10=E20، به تدریج به نقطه تعادل (تقاطع دوتا nullcline) میرسیم و در همان جا نمودار متوقف میشود.

۲. برای این قسمت، مشابه کد قسمت قبل را داریم. برای شرایط اولیه‌ی جدید، دوباره E10_arr و E20_arr را تعریف کرده و این بار علاوه بر دیاگرام فاز، خود E1,E2 بر حسب t را نیز رسم میکنیم. نتایج به صورت زیر هستند. مطابق توضیحات بخش قبل، وقتی E10 بیشتر است، مقدار نهایی E1 زیاد است و مقدار نهایی E2 به حالت استراحت نزدیک میشود، و برعکس برای وقتی که E20 بیشتر است:


E10 = 1.0 & E20 = 0.5
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E2
E1
−10
0
10
20
30
40
50


E1 & E2 vs time, E10 = 1.0 & E20 = 0.5
E1
E2
E1 & E2
Time (ms)
0
200
400
600
800
1000
10
20
30
40
50


E10 = 0.49 & E20 = 0.51
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E2
E1
−10
0
10
20
30
40
50


E1 & E2 vs time, E10 = 0.49 & E20 = 0.51
E1
E2
E1 & E2
Time (ms)
0
200
400
600
800
1000
10
20
30
40
50

ضمنا میبینیم که تا قبل از رسیدن مسیر حرکت به یکی از nullcline ها، بدلیل نزدیک بودن مقادیر اولیه، نرخ اسپایک ها به صورت تقریبا مشابه افزایش می‌یابد. در حالت اول، ابتدا مسیر حرکت با E2 nullcline برخورد میکند، و چون هنوز پایین نمودار E1 nullcline هستیم، مسیر حرکت به راست منحرف شده و سپس طبقجهت فلشها به سمت پایین حرکت میکند. در حالت دوم، ابتدا به E1 nullcline برخورد میکنیم و برعکس این اتفاق رخ میدهد.

۳.

در نقطه تعادل باید هردو معادله برابر با صفر باشند. در نتیجه:

$$S_{k1-3S_{k2-3E1}} = E1$$

ابتدا حالات خاصی را در نظر میگیریم که تابع S در جایی برابر با صفر شود. اگر E1=0 ، آنگاه:

$$E2 = \ S_{k2} = 50$$

و اگر E2=0، آنگاه:

$$E1 = \ S_{k1} = 50$$

پس دو نقطه ی (50,0) و (0,50) را داریم. در حالت سوم و کلی تر داریم:

$$\frac{100\ (k1 - 3E2)^2}{120^2 + \ (k1 - 3E2)^2} = E1$$

چون دو معادله کاملا تقارن دارند، به راحتی میتوان نتیجه گرفت E2=E1. پس:

$$\frac{100\ (120 - 3E1)^2}{120^2 + \ (120 - 3E1)^2} = E1$$

با حل این معادله درجه دو در نهایت خواهیم داشت:

$$E1 = E2 = 20$$

برای بررسی نوع نقطه تعادل، مشابه سوال ۱ ماتریس ژاکوبین را با مشتق گیری بدست می آوریم:

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{200x(120^2 + x^2) - 100x^2(2x)}{(120^2 + x^2)^2} = \frac{200 \times 120^2 x}{(120^2 + x^2)^2}$$

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial E1} & \frac{\partial f}{\partial E2} \\ \frac{\partial g}{\partial E1} & \frac{\partial g}{\partial E2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \times \frac{\partial S}{\partial x} \\ -3 \times \frac{\partial S}{\partial x} & -1 \end{pmatrix}$$

برای نقطه تعادل اول (50,0) ، داریم

$$L = \begin{pmatrix} -1 & -3 \times \left(\frac{\partial S}{\partial x}\bigg| x = 120\right) \\ -3 \times \left(\frac{\partial S}{\partial x}\bigg| x = -30\right) & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -3 \times \frac{5}{12} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\tau = trace(L) = -2 < 0$$

$$\Delta = \det(L) = 1 > 0$$

پس طبق توضیحات قبلی، این نقطه تعادل پایدار است.

بطور معادل و مشابه، میتوان نشان داد نقطه (0,50) نیز پایدار است.

برای نقطه (20,20) داریم:

$$L = \begin{pmatrix} -1 & -3 \times \left(\frac{\partial S}{\partial x}\middle| x = 60\right) \\ -3 \times \left(\frac{\partial S}{\partial x}\middle| x = 60\right) & -1 \end{pmatrix}$$

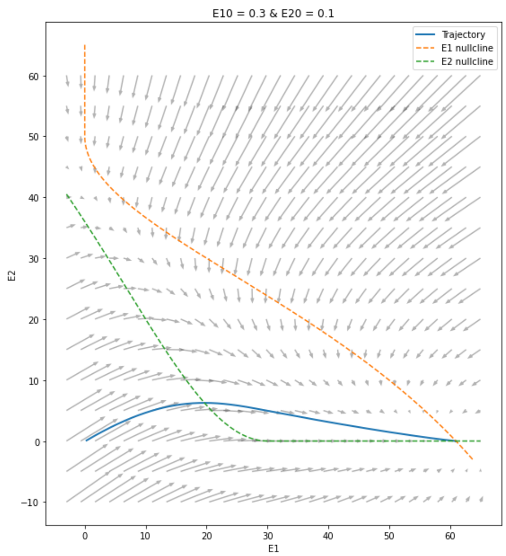
$$= \begin{pmatrix} -1 & \frac{-3 \times 200 \times 120^2 \times 60}{(120^2 + 60^2)^2} \\ \frac{-3 \times 200 \times 120^2 \times 60}{(120^2 + 60^2)^2} & -1 \end{pmatrix}$$

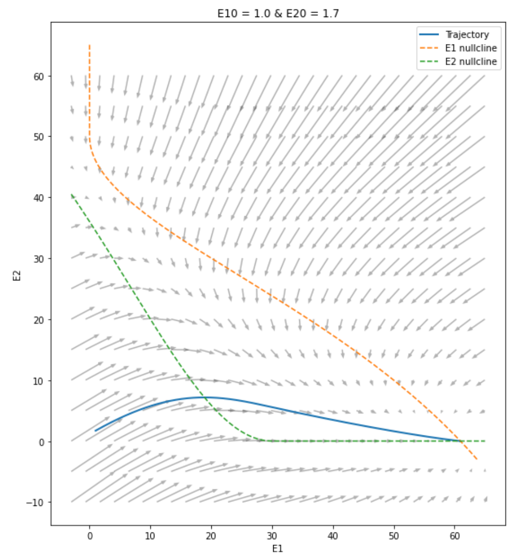
$$= \begin{pmatrix} -1 & -1.6 \\ -1.6 & -1 \end{pmatrix}$$

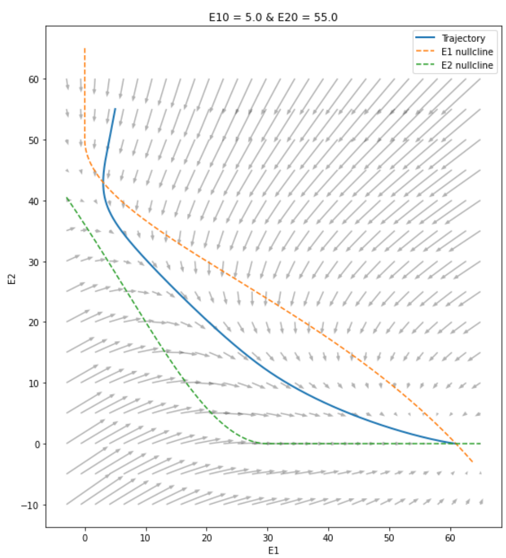
$$\tau = trace(L) = -2 < 0$$
$$\Delta = \det(L) < 0$$

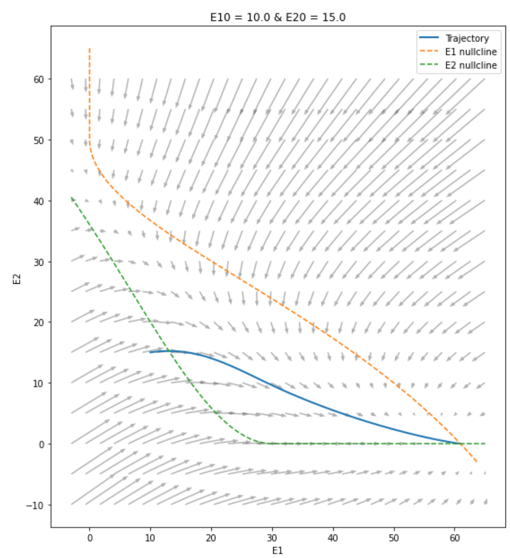
بنابراین این نقطه تعادل، زین اسبی (saddle point) است.

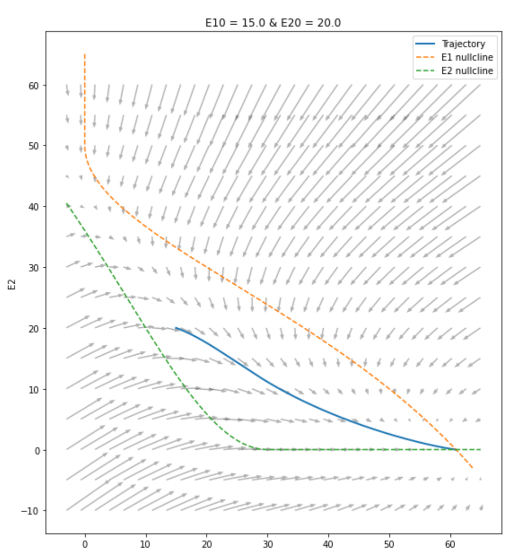
۴. در قسمت بعدی کد، همان کار های بخش های قبل را با k1,k2 جدید انجام میدهیم. دیاگرام‌های فاز به ازای مقادیر اولیه مختلف به صورت زیر است:

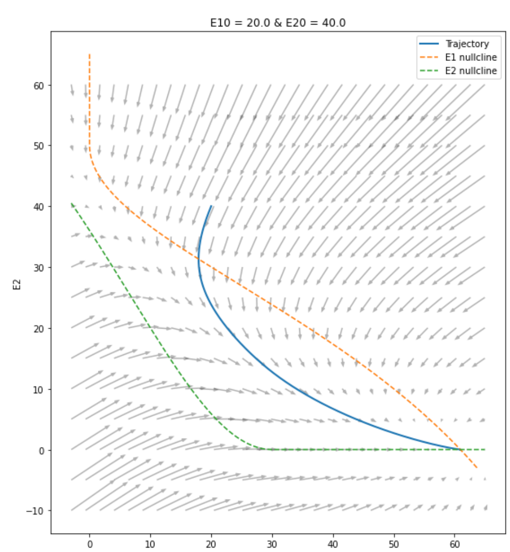

E10 = 0.3 & E20 = 0.1
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 1.0 & E20 = 1.7
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2

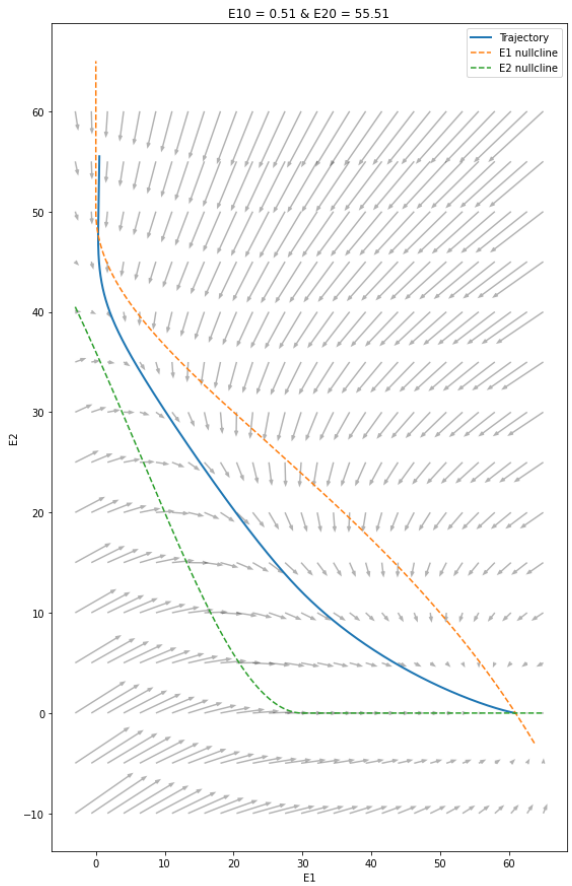

E10 = 5.0 & E20 = 55.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2

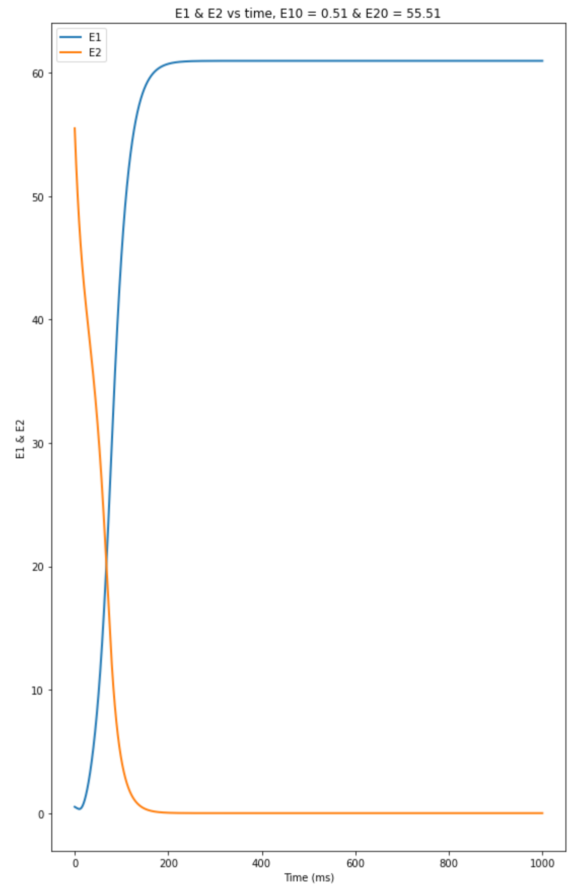

E10 = 10.0 & E20 = 15.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 15.0 & E20 = 20.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 20.0 & E20 = 40.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2

نمودار های مربوط به بخش 2,2، با شرایط اولیه مذکور، به صورت زیر است:





در تمام نمودارهای بالا میبینیم که حتی وقتی E20>E10 است، در نهایت نرخ اسپایک نهایی E1 به مقدار بالایی رسیده و نرخ اسپایک E2 به صفر میل میکند. در واقع اینکه k1>k2 شده، باعث شده که نورون برنده در شرایط مختلف اولیه، همچنان E1 باشد.

حال نقطه تعادل را بطور دقیق حساب میکنیم. ابتدا حالات خاص برابری با صفر:

اگر E1=0، آنگاه:

$$E2 = S_{k2} = 36$$

این عبارت یک تناقض است چون اگر E2=36، $k1-3E2>0$ است و این یعنی $E1\neq 0$. در نتیجه چنین نقطه تعادلی نداریم.

حال اگر E2=0، آنگاه:

$$E1=S_{k1}=60.98$$

که این قابل قبول است چون $k2-3E1<0$ و با E2=0 تناقضی ندارد.

برای حالت سوم مشابه توضیحات بخش قبل داریم:

$$\frac{100\ (k1-3E2)^2}{120^2+\ (k1-3E2)^2}=E1$$

$$\frac{100\ \left(k1-3*\frac{100(k2-3E1)^2}{120^2+(k2-3E1)^2}\right)^2}{120^2+\ \left(k1-3*\frac{100(k2-3E1)^2}{120^2+(k2-3E1)^2}\right)^2}=E1$$

این یک معادله درجه ۴ با تک متغیر E1 است که جواب حقیقی آن به صورت زیر است:

$$E1=45.68$$

پس:

$$E2=S(-47.04)=0$$

این تناقض است چون اگر E2=0، خواهیم داشت:

$$E1=S(k1)=60.97\ \neq 45.68$$

پس این جواب نیز قابل قبول نیست.

پس تنها نقطه تعادل، نقطه (60.98,0) است.

حال برای بررسی پایداری، مشابه قبل ژاکوبین را تشکیل میدهیم:

$$L = \begin{pmatrix} -1 & -3 \times \left(\frac{\partial S}{\partial x} \middle| x = 150 \right) \\ -3 \times \left(\frac{\partial S}{\partial x} \middle| x = -92.94 \right) & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & \frac{-3 \times 200 \times 120^2 \times 150}{(120^2 + 150^2)^2} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -0.95 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

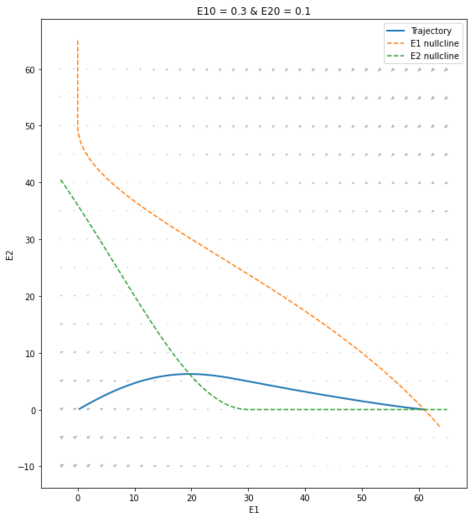
$$\tau = trace(L) = -2 < 0$$

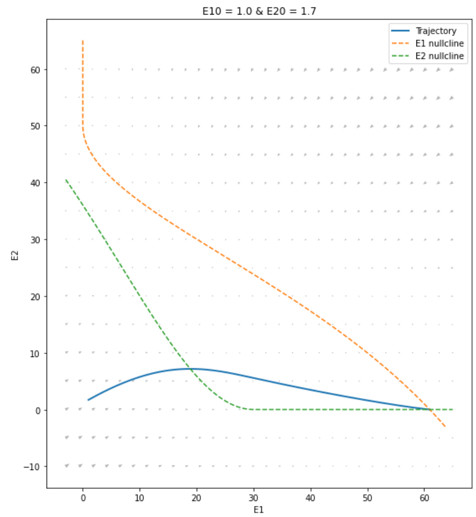
$$\Delta = \det(L) > 0$$

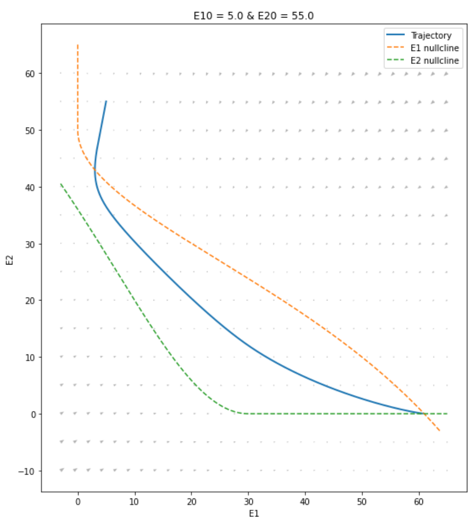
بنابراین این نقطه تعادل، پایدار است.

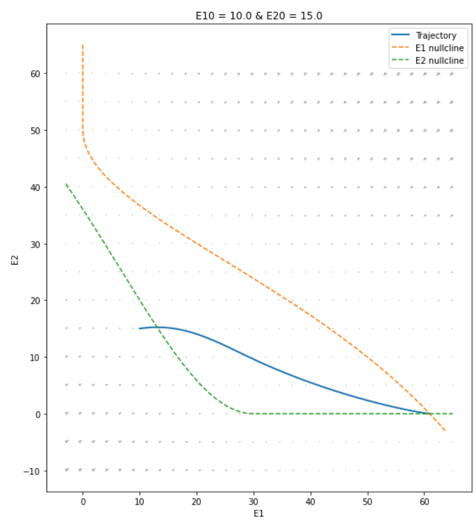
۵. ثابت زمانی را به ۲۲۰ تغییر داده و مجددا بخش ۴ را انجام میدهیم.

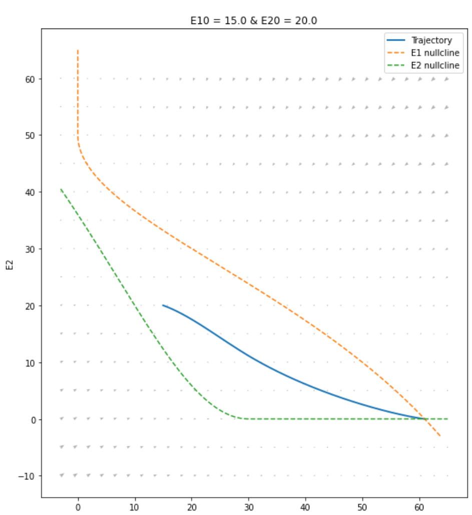
نمودار ها برای شروط اولیه مختلف به صورت زیر هستند (بدلیل افزایش ثابت زمانی، مدت زمان شبیه سازی را نیز از ۱۰۰۰ به ۱۵۰۰ میلی ثانیه افزایش داده ایم). مطابق انتظار، مسیر حرکت Trajectory تغییری نمیکند. هرچند این مسیر بسیار کندتر شکل میگیرد.

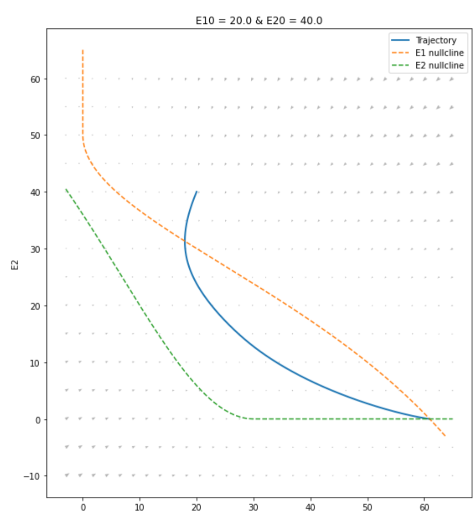

E10 = 0.3 & E20 = 0.1
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 1.0 & E20 = 1.7
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2

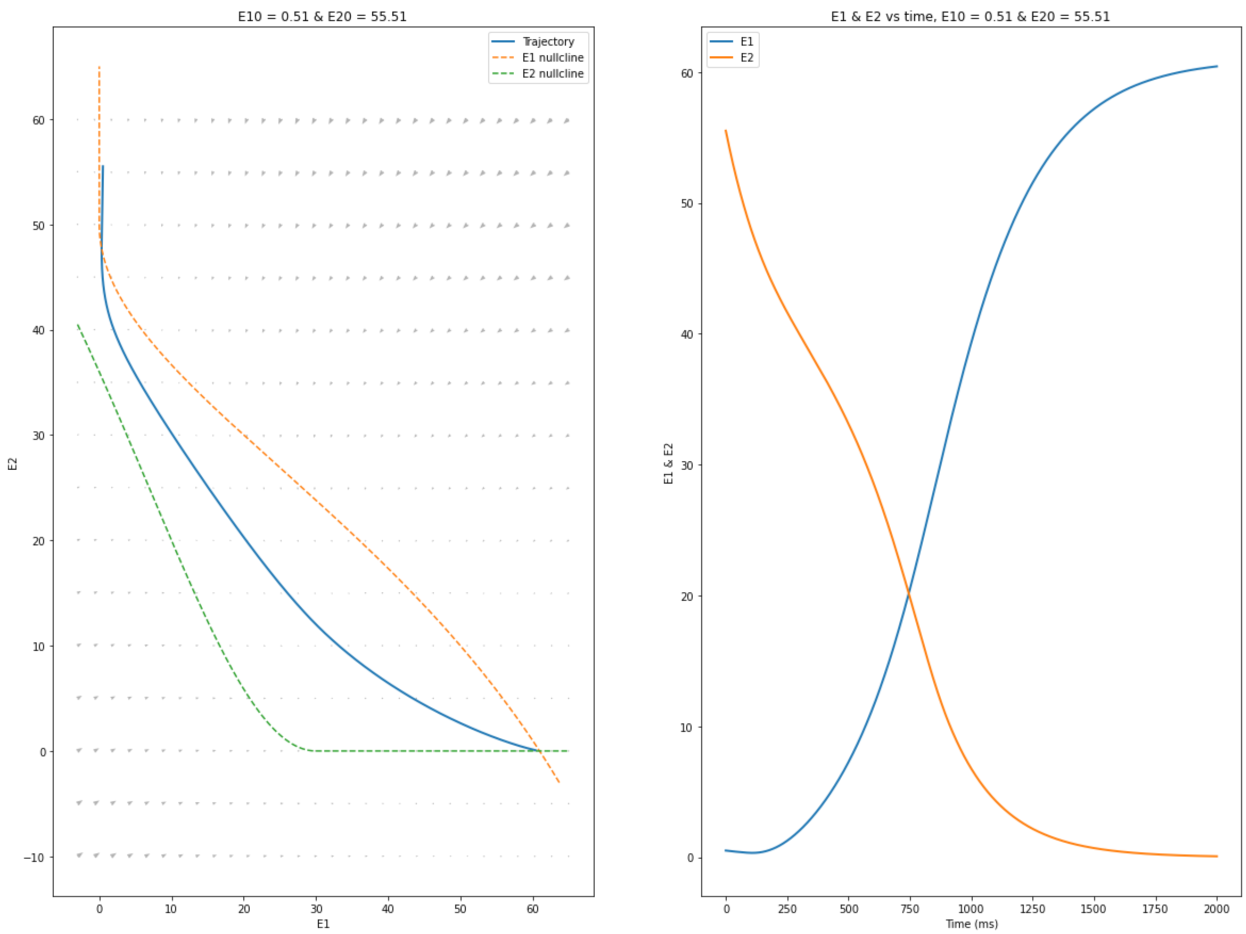

E10 = 5.0 & E20 = 55.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 10.0 & E20 = 15.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 15.0 & E20 = 20.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2


E10 = 20.0 & E20 = 40.0
Trajectory
E1 nullcline
E2 nullcline
E1
E2

نمودار های مربوط به بخش ۲ نیز به صورت زیر هستند. میبینیم این بار حتی بعد از ۱,۵ ثانیه نیز به نقطه تعادل نرسیده ایم (در بخش قبل تقریبا بعد از ۲۰۰ میلی ثانیه به مقدار نهایی رسیدیم). در واقع به دلیل افزایش ثابت زمانی در دو معادله دیفرانسیل، E1,E2 بسیار دیرتر به مقدار نهایی خود میرسند:



نحوه محاسبه نقاط تعادل و پایداری آنها مشابه بخش ۴ است و در نتیجه پاسخ تفاوتی نمیکند.

۶. در شرایطی که k1=k2، دو نورون شانس برابری برای برنده شدن دارند و برنده را شرایط اولیه مشخص میکند. یعنی نورونی که در زمان ابتدایی،

نرخ اسپایک بیشتری داشته باشد، در نهایت در نرخ بالایی به تعادل میرسد و نورون دیگر، به نرخ صفر نزدیک میشود.

اما اگر k در یکی از نورون ها بزرگتر باشد، آن نورون قدرت بیشتری دارد و میتواند حتی در شرایط اولیه ضعیف‌تر نیز برنده شود. ضمنا ثابت زمانی τ در تعیین برنده بی‌تاثیر است و صرفا مدت زمان موردنیاز برای رسیدن به تعادل نهایی را مشخص میکند.