بنام خدا

گزارش فاز اول پروژه

آرشام لولوهری ۹۹۱۰۲۱۵۶

محمدرضاسیدنژاد ۹۹۱۰۱۷۵۱

:۱

:1.1

- تبدیل فوریه گسسته زمان با تناوب 2pi متناوب است. برای نشان دادن این موضوع از تعریف تبدیل فوریه گسسته استفاده میکنیم:

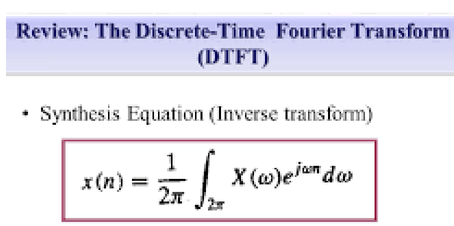
$$X(\Omega + 2\pi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j(\Omega+2\pi)n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j(\Omega)n}e^{-j(2\pi)n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j(\Omega)n} = X(\Omega)$$

- اگر سیگنال حقیقی باشد، ویژگی زیر برایش برقرار است:

$$X(\Omega) = X^*(-\Omega)$$

علت نیز آن است که تبدیل فوریه $x^*[n]$ به صورت $X^*(-\Omega)$ است و در سیگنال حقیقی داریم: $x[n] = x^*[n]$. در این حالت ما به ازای هر Ω از صفر تا π، تبدیل فوریه را میدانیم و در واقع $X(-\Omega)$ را به ازای Ω از صفر تا π میخواهیم. با استفاده از رابطه بالا کافیست به ازای هر Ω ی منفی، مقدار $X(-\Omega)$ را مزدوج مختلط کنیم (مقدار حقیقی را دست نزده و مقدار موهومی را قرینه کنیم.) بدین ترتیب مقدار $X(\Omega)$ در تمام بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ پیدا میشود و با استفاده از رابطه سنتز میتوان به سیگنال اصلی رسید:



:1.2

- *(با توجه به اشتباه تایپی صورت سوال، ما سیگنال متناوب را* $x(t)$ *و یک تناوب از آن را* $\tilde{x}(t)$ *مینامیم. ضمنا فرض میشود سوال، ضرایب فوریه را برحسب تبدیل فوریه یک تناوب میخواهد)* میتوان ضرایب فوریه سیگنال متناوب را به صورت زیر نوشت:

$$c_k = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t).\, e^{-jk\omega_0 t}dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \tilde{x}(t).\, e^{-jk\omega_0 t}dt = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t).\, e^{-jk\omega_0 t}dt$$

از طرفی طبق رابطه تبدیل فوریه داریم:

$$\tilde{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t).\, e^{-j\omega t}dt$$

از مقایسه این دو داریم:

$$c_k = \frac{1}{T}\tilde{X}(k\omega_0)$$

- شرط لازم و کافی بازسازی این است که N>=N1 باشد. فرض کنیم $\tilde{x}[n]$، حاصل از متناوب شدن x[n] با تناوب N باشد. در این صورت میتوان ضرایب فوریه این سیگنال را به صورت زیر نوشت:

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n]e^{-\frac{j2k\pi}{N}n}$$

در صورتی که N>=N1 باشد، در نتیجه تناوبی شدن سیگنال گسسته x[n]، مقادیر با هم تداخل نمیکنند و در نتیجه، x[n] عینا به صورت تناوبی، در $\tilde{x}[n]$ تکرار میشود. در نتیجه میتوان نوشت (با فرض اینکه x از صفر تا N1-1 مقدار دارد):

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-\frac{j2k\pi}{N}n} = \frac{1}{N}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-\frac{j2k\pi}{N}n} = X(\frac{2k\pi}{N})$$

که در آن $X(\Omega)$ تبدیل فوریه گسسته x[n] است. در نتیجه داریم:

$$X[k] = Na_k$$

حال برای بازسازی سیگنال اولیه از روی X[k] ها کافیست ابتدا سیگنال تناوبی $\tilde{x}[n]$ را با استفاده از رابطه بالا، و با تعریف سری فوریه گسسته، پیدا کنیم:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{\frac{j2k\pi}{N}n} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{\frac{j2k\pi}{N}n}$$

حال اگر شرط N>=N1 رعایت شده باشد، همانطور که گفته شد، یک تناوب از این سیگنال، دقیقا با x[n] برابر است چرا که تداخلی بین مقادیر x[n] در هنگام متناوب سازی، رخ نداده است. پس N>=N1 شرط لازم برای بازسازی است. از طرفی اگر این شرط را داشته باشیم، همواره میتوان با داشتن X[k] ها، با رابطه بالا،$\tilde{x}[n]$ را پیدا کرد و برای بازسازی نهایی ادعا کرد:

$$x[n] = \begin{cases} \tilde{x}[n], & 0 \le n \le N-1 \\ 0, & O.W \end{cases}$$

پس این شرط، کافی نیز هست.

به بیان دیگر، اگر این شرط برقرار نباشد، هنگام بازسازی با روابط بالا، $\tilde{x}[n]$ سیگنال متناوبی است که عینا برابر با x[n] نیست و به علت تداخل، در بازه $0 \le n \le N-1$ رابطه زیر را با آن پیدا کرده است:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[n+rN]$$

بدین ترتیب، صحت مراحل مذکور در سوال نیز تایید شد. توجه شود پریودیک کردن تبدیل فوریه گسسته با N، در مراحل بالا نیز در اصل رخ داده است چرا که وقتی سیگنال متناوب گسسته ی $\tilde{x}[n]$ را تعریف میکنیم، میدانیم در سری فوریه گسسته، ak ها با تناوب N متناوب اند و در ضمن دیدیم که

$$X[k] = Na_k$$

پس X[k] ها نیز با تناوب N متناوب اند.

- رابطه تبدیل فوریه گسسته Nنقطه ای، و عکس رابطه برای بدست آوردن x[n] ، به ترتیب به صورت زیر هستند:

$$X(k) \triangleq \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi nk/N}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, N-1$$

$$x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j2\pi nk/N}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots, N-1$$

- رابطه پارسوال به صورت زیر است:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2.$$

برای اثبات از تعریف رسمی DFT استفاده میکنیم:

$$|X[r]|^2 = X[r].X^*[r]$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1} x[k] e^{\frac{j2k\pi r}{N}} \sum_{k'=0}^{N-1} x^*[k'] e^{\frac{-j2k'\pi r}{N}}$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \sum_{k'=0}^{N-1} x^*[k'] e^{\frac{j2\pi r(k-k')}{N}}$$

بنابراین:

$$\sum_{r=0}^{N-1} |X[r]|^2$$
$$= \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \sum_{k'=0}^{N-1} x^*[k'] e^{\frac{j2\pi r(k-k')}{N}}$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \sum_{k'=0}^{N-1} x^*[k'] \sum_{r=0}^{N-1} e^{\frac{j2\pi r(k-k')}{N}}$$

آخرین زیگما، جمع N جمله ی دنباله هندسی است. بنابراین:

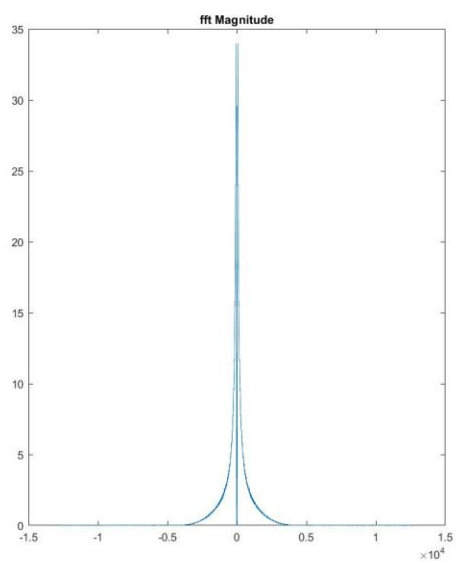
$$\sum_{r=0}^{N-1} e^{\frac{j2\pi r(k-k')}{N}} = \frac{1 - e^{j2\pi\left(k-k'\right)}}{1 - e^{\frac{j2\pi(k-k')}{N}}}$$

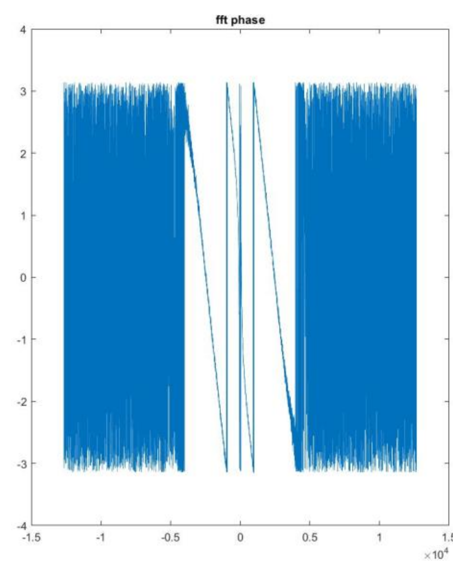
این جمله به ازای $k \neq k'$ صفر است چون در صورت کسر، یک نمایی با توان مضرب 2pi داریم و صورت کسر صفر میشود (مخرج به دلیل تقسیم بر N و اینکه k,k’ کمتر از N اند، صفر نخواهد شد). اما به ازای k=k’، این زیگما برابر با N تا عدد ۱ است و در نتیجه برابر با N میشود. ضمنا در این حالت، عملا دو زیگمای k,k’ به یک زیگما تبدیل میشوند چون k=k’. پس به ازای k=k’ داریم:

$$
\begin{aligned}
\sum_{r=0}^{N-1} |X[r]|^2 \\
&= N \sum_{k=0}^{N-1} x[k]x^*[k] \\
&= N \sum_{k=0}^{N-1} |x[k]|^2 = N \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2
\end{aligned}
$$

و قضیه اثبات میشود.

- تابع fft با استفاده از الگوریتم fft، ضرایب DFT سیگنال گسسته را محاسبه میکند. ابتدا با load فایل را میخوانیم و سپس آن را از struct به فرم برداری در می آوریم. سپس با fft ، ضرایب مذکور را بدست می آوریم (اگر فقط y را بعنوان ورودی بدهیم، DFT با تعداد نقطه یا سایز برابر با طول y محاسبه میشود). پس از شیفت fft به مرکز صفر، با abs,angle، اندازه و فاز این بردار محاسبه شده و نمودارهای مذکور به شکل زیر، به ازای k های مختلف حول نقطه صفر رسم شده اند:





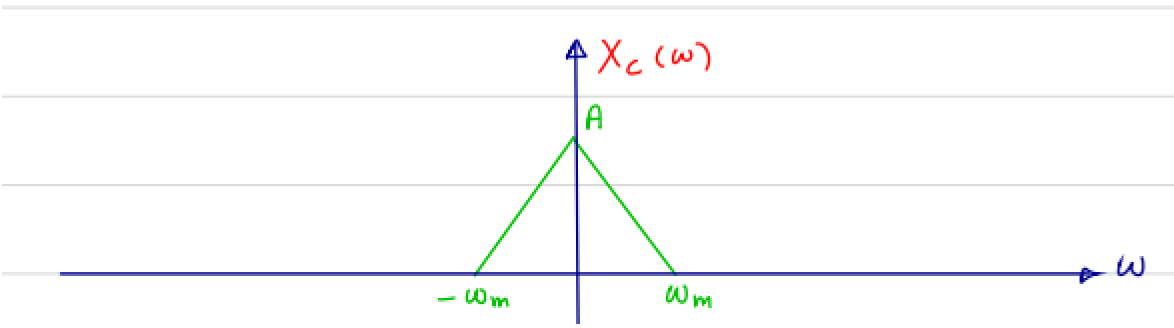
میدانیم برای یک سیگنال متناوب حقیقی، $a_k = a^*_{-k}$ است. بنابراین اندازه ضرایب فوریه، نسبت به مبدا، تقارن زوج، و فاز ضرایب فوریه، نسبت به مبدا تقارن فرد دارد. پس انتظار داریم برای یک سیگنال حقیقی مثل y نیز به همین شکل باشند. در بالا هم تقارن زوج در اندازه، و تقارن فرد در فاز، کاملا مشهود است.

فاز اول

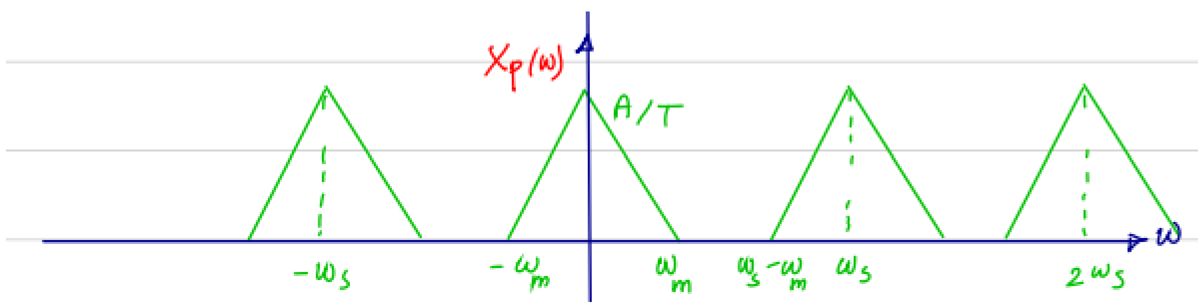
در ابتدا به توضیح تابع می پردازیم . تابع به گونه ای نوشته شده است که نمودار مربوط به تبدیل فوریه گسسته و تبدیل فوریه پیوسته نمونه برداری شده را به دست بیاورد . برای این کار ابتدا fft را به دست می آویم . fft برداری برای ما تولید می کند که اعضای آن از نمونه برداری تبدیل فوریه گسسته به دست می آید . نرخ ین نمونه برداری توسط ورودی دوم این تابع کنترل می شود .ماکسیمم این نمونه برداری برابر با طول سیگنال است که به همین ترتیب تعیین می شود . همینطور در Fs سیگنال را ضرب می کنیم چرا که دامنه تبدیل فوریه گسسته و پیوسته سیگنال نمونه برداری شده نسبت به سیگنال اصلی یک مضرب Fsدارد . باید توجه کرد که حاصل این تابع برای نمایش مناسب نیست و نمایش اشتباهی از تبدیل فوریه به ما می دهد . برای حل کردن مشکل نمایش لازم است از fftshift استفاده می کنیم . حال تقریبا کار تمام اسا و باید بر روی گسسته یا پیوسته بودن تبدیل متمرکز شویم . در حقیقت این دو تنها دو تفاوت با هم دارند. تفاوت اول در محور فرکانس است که برای یک بردار تبدیل فوریه در حالت گسسته محور فرکانس اسکیلینگی از Fs./2 مثبت تا Fs/2 منفی دارد . اندازه هر قدم هم از تقسیم این بازه بر طول سیگنال فوریه به دست می آید . برای مورد دوم اسکیلینگ متفاوت است و قرار است از صفر تا دو پی باشد . ابتدا دو بردار تبدیل فوریه را در کنار هم قرار می دهیم تا تبدیل فوریه معادل منفی پی تا سه پی به دست بیاید سپس بخش صفر تا دو پی را بر می داریم . همینطور اسکیلینگ محور فرکانس ما این بار از صفر تا پی است.

حال به سراغ فرکانس نایکوییست می رویم .

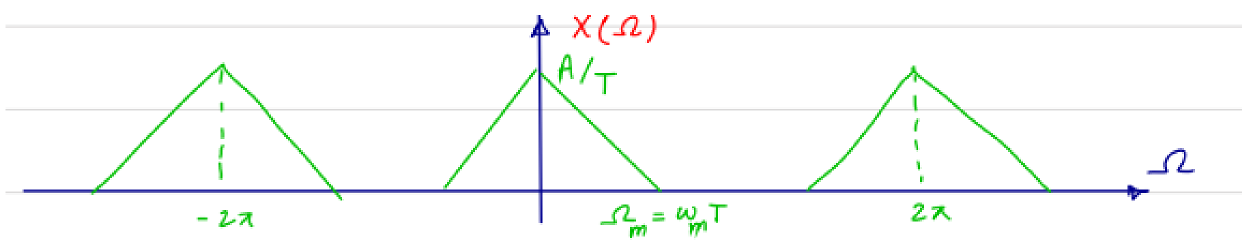
فرض می کنیم تبدیل فوریه سیگنال به شکل زیر است :



که در آن $w_m = 2\pi f_{max}$ است .



تصویر بالا معادل تبدیل پیوسته سیگنال نمونه برداری شده با ضربه است .



با ضرب کردن محور فرکانس در دوره تناوب نمونه برداری تبدیل گسسته سیگنال نمونه برداری شده به دست می آید . حال باید توجه کرد که ناحیه چپ مثلثی که راسش بر دو پی قرار دارد معادل $2pi - w_mT$ است . برای اینکه تداخل رخ ندهد لازم است دو مثلث با هم برخورد نداشته باشند .یعنی :

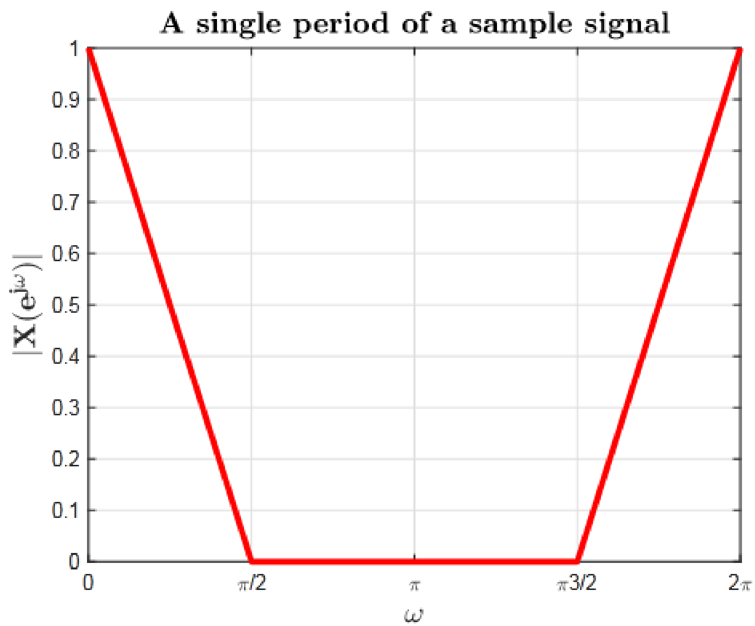
$$2\pi > 2\omega mT$$

پس نتیجه می گیریم :

$$\omega_s > 2\,\omega_m$$

این همان شرط نایکوئیست است .

شکل تبدیل به فرم زیر است :



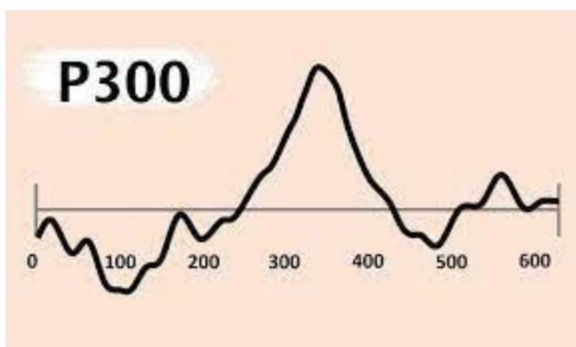
بنا به تصاویری که در بالا آمده قابل پیش بینی است که Ts = 2pi*6 = 12pi

W_m = pi/2 / 12pi   = 1/24 بنا به شرط نایکوییست فرکانس نمونه برداری باید حتما از 1/12 بیشتر باشد .

:۳

۱. Invasive EEG recording نوعی از داده گیری از سیگنال های مغزی است که توسط الکترود هایی انجام میشود که بر روی سطح یا در عمق مغز قرار داده میشوند. معمولا برای افراد دارای بیماری غش، لازم است این نوع داده گیری از مغز را قبل از انجام جراحی اصلی انجام دهند. الکترود هایی که روی سطح مغز قرار میگیرند،
Subdural EEG electrodes و آنها که در قسمت های عمیقتر قرار میگیرند Depth EEG electrodes نام دارند. این نوع داده گیری برای این است که ناحیه ای از مغز که عامل بیماری غش است، توسط الکترود ها مشخص شود. مکان این الکترودها عموما توسط عکس برداری MRI مشخص میشود. مشخصا این قرار گیری الکترودها، به جراحی نیاز دارد.
Non-invasive EEG recording بدین صورت است که الکترودها روی جمجمه قرار داده میشوند و از این طریق، سیگنال های مغزی دریافت میشوند. این داده گیری احتیاج به جراحی ندارد، و سریع و ارزان است اما واضحا معایبی دارد. از جمله اینکه دامنه سیگنال های مغزی دریافت شده کوچکتر میشود و نیز تحت تاثیر نویز های بیشتری نسبت به داده گیری invasive قرار خواهند گرفت. یکی از کاربردهای این نوع داده گیری، برای اعضای مصنوعی است که برای افراد دارای بیماری های عضلانی که توانایی حرکت دادن اعضا را ندارند استفاده میشود. سیگنال های مغز با این روش داده گیری میشوند و عضو مصنوعی، عملی که مغز فرمان میدهد را انجام میدهد.

۲. **P300** یک انحراف مثبت در مغز است که حدودا ۳۰۰ میلی ثانیه بعد از نمایش محرک هدف توسط نورون های مغز ایجاد میشود. محرک هدف اتفاق نادری است که برای کاربر حالت surprise دارد. برای مثال وقتی کاربر با یک صحنه یا یک صدای غیرمنتظره روبرو میشود، حدودا ۳۰۰ میلی ثانیه پس از شنیدن صدا یا دیدن تصویر سورپرایز کننده، نورون های مغز یک پیک در سیگنال های مغزی ایجاد میکنند که این انحراف را P300 مینامند. مثال آن وقتی است که پشت چراغ قرمز به مدت یک دقیقه متوقف هستیم و به یکباره چراغ راهنمایی از قرمز به سبز تغییر رنگ میدهد. ۳۰۰ میلی ثانیه پس از این تغییر رنگ، انحراف P300 پیک مذکور را در سیگنال های مغزی ایجاد میکند. نمونه ای از این انحراف به صورت زیر است:

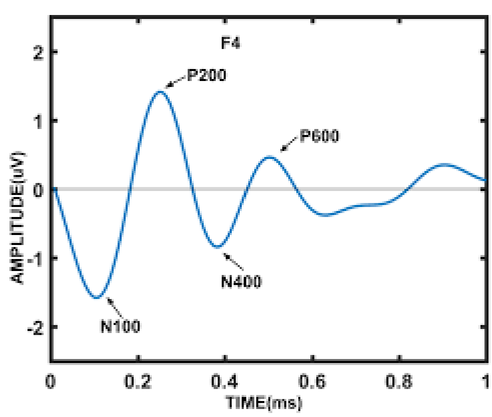


P600 نوعی دیگر از انحراف مثبت است که کلیتی مشابه با P300 دارد اما اینبار پیک سیگنال، ۶۰۰ میلی ثانیه بعد از حضور محرک هدف رخ میدهد. حضور اصلی این انحراف در تجزیه و تحلیل زبان و گرامر توسط مغز است. در واقع وقتی شخص در حال گوش دادن به صحبت یک فرد یا خواندن یک متن به یک زبان مشخص است، وقتی مغز متوجه یک اشتباه (کلمه ای غیر منتظره) گرامری یا سینتکسی شود، انحراف مثبتی در سیگنال مغزی فرد ایجاد میشود که شروع این انحراف، پس از حدود ۵۰۰ میلی ثانیه است و پیک آن پس از

۶۰۰ میلی ثانیه (نسبت به حضور کلمه ی غیر منتظره) رخ میدهد. این انحراف میتواند تا چندصد میلی ثانیه در سیگنال مغزی وجود داشته باشد.

N100 یک انحراف منفی در سیگنال های مغزی است که در بزرگسالان بین ۸۰ تا ۱۲۰ (میانگین ۱۰۰) میلی ثانیه پس از حضور محرک به پیک خود (در جهت منفی) میرسد. محرک اصلی در این انحراف، اصوات پیش بینی نشده ای است که به گوش کاربر میرسد اما محرک های دیگر مانند تصاویر، درد، گرما و.. نیز میتوانند این انحراف را ایجاد کنند. بزرگی این پتانسیل به عوامل مختلفی وابسته است. مثلا هرچه محرک هدف (صوت پیش بینی نشده) مکرر باشد و بیشتر تکرار شود، قابل پیش بینی تر شده و در نتیجه پیک ایجاد شده کوچکتر میشود. در حالت کلی اگر به کاربر از هر طریقی هشدار و اطلاع قبلی ای در مورد وجود محرک در آینده ای نزدیک داده شود، پیک این انحراف کوچکتر خواهد بود.

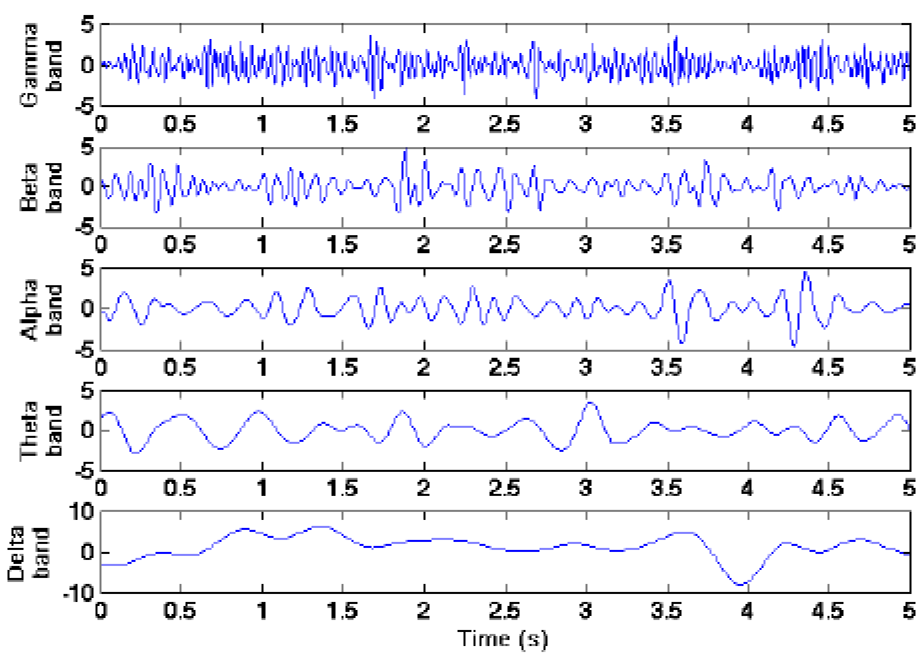
در سیگنال زیر، پیک برخی از مشخصه های زمانی، از جمله N100,P600 مشخص شده است:



۳. در امواج مغزی، محدوده های فرکانسی مختلف، نام های متفاوتی دارند. به امواج با فرکانس 0.5 تا 4 هرتز، دلتا میگویند. امواج ۴ تا ۸ هرتز، تتا، امواج ۸ تا ۱۴

هرتز،آلفا، امواج ۱۴ تا ۳۰ هرتز، بتا و امواج بالاتر از ۳۰ هرتز، گاما نام دارند. در کل امواج EEG، ترکیبی از انواع این موج ها هستند.

امواج دلتا، کند ترین نوع موج در سیگنال های EEG هستند که عموما حین خواب عمیق شخص (و به صورت رایج، در کودکان بالای یک سال) ایجاد میشوند. امواج تتا هم نسبتا آرام اند و در برخی وضعیت های خواب، و در مکان های آرام و ساکت ایجاد میشوند و در هنگام خواب کودکان بالای ۱۳ سال رایج اند. امواج آلفا میتوانند در هنگام استراحت با چشم بسته (اما در حالت بیداری) پدیدار شوند. این امواج در افراد بزرگسال و به ویژه بالای سی سال کاملا رایج است. امواج بتا در هنگام فعالیت های معمولی و تمرکز فعال و با دقت شخص بر روی چیزی رخ میدهند. در نهایت امواج گاما سیگنال هایی قوی تر اند و هنگامی رخ میدهند که شخص با یک محرک غیر منتظره و پیش بینی نشده (عموما بصری) مواجه شود. نمونه ای از هریک از این باند های فرکانسی در زیر آمده است:



به صورت دقیقتر، امواج گاما نیز محدوده فرکانسی ۳۰ تا ۸۰ هرتز را شامل میشوند. امواج ripples و fast ripples نیز به ترتیب محدوده ۸۰ تا ۲۰۰، و ۲۰۰ تا ۵۰۰ هرتز را شامل میشود. این دو بازه مربوط به موارد و بیماری های خاص هستند و رایج نیستند. برای مثال در بیماری صرع، فرکانس های fast ripple نیز گزارش شده است. با این حال، محدوده ی رایج فرکانسی که عموم تحلیل های سیگنال های EEG در این محدوده رخ میدهد، از 0.5 تا 70 هرتز است.

۴. برای نمونه برداری باید توجه داشت طبق قضیه نایکوئیست، برای رخ ندادن تداخل و امکان بازسازی سیگنال از روی نمونه ها، باید فرکانس نمونه برداری از دوبرابر فرکانس ماکزیمم سیگنال های اصلی بزرگتر باشد. به بیان دیگر:

$$\omega_s > 2 * \omega_m$$

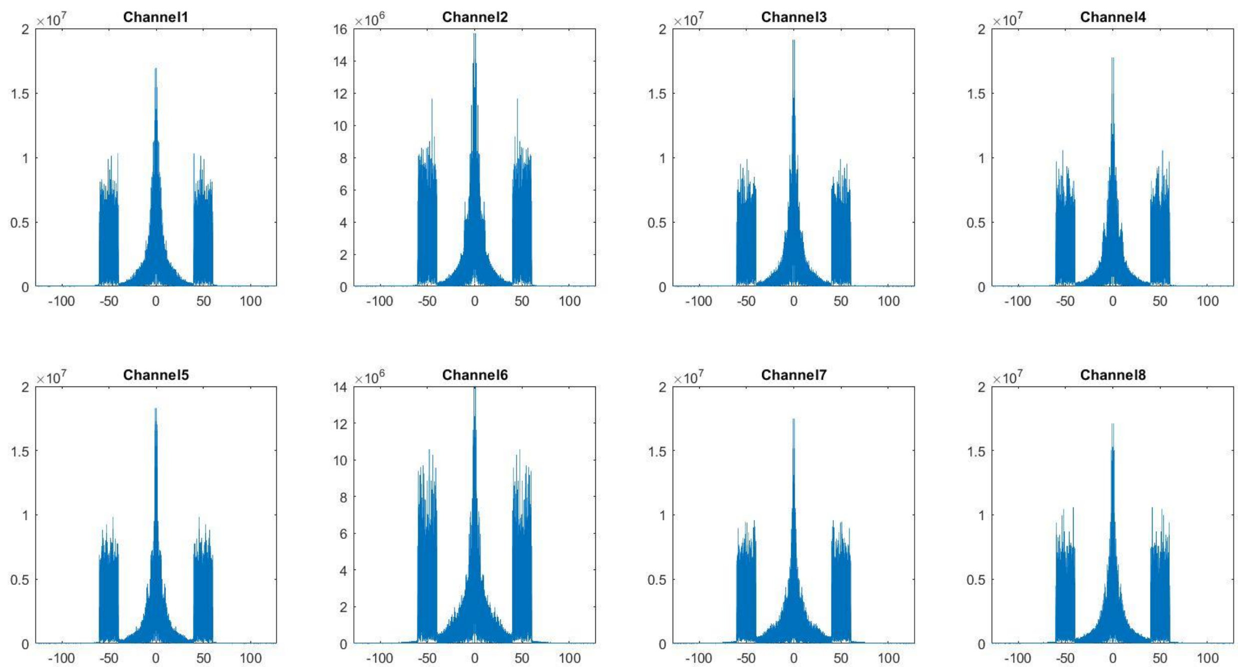
اگر ماکزیمم فرکانس سیگنال های مغزی در شرایط عادی و نرمال را طبق بخش قبل برابر ۷۰ هرتز در نظر بگیریم، فرکانس نمونه برداری ما حداقل باید ۱۴۰ هرتز باشد.

حال به سراغ داده های متلب میرویم:

۵. در فایل Subject1 میبینیم که سطر اول که زمان های نمونه برداری را نشان میدهد، در فاصله زمانی های 0.0039s نمونه برداری کرده است. در نتیجه فرکانس نمونه برداری برابر با $f_s = \frac{1}{T_s} \approx 256.41Hz$ و فرکانس زاویه ای برابر با $\omega_s = 2\pi f_s \approx 1611.07\ Rad/s$ میباشد.

۶. همانطور که ذکر شد، اکثر فرکانس های نرمال مغزی تا ماکزیمم ۷۰ هرتز هستند. بنابراین حدود فرکانس قطع ۷۰ هرتز مناسب است چراکه فرکانس های بالاتر، اکثرا نویز هستند.

۷. فایل داده شده را لود کرده و در sub میریزیم. فرکانس نمونه برداری را همان 256.41 میگیریم که در بالا بدست امد. آن را در fs میریزیم. سپس برای سطرهای ۲ تا ۹ از sub، تابع fftplot را با فلگ ۱ رسم میکنیم. نمودار های تبدیل فوریه بر حسب فرکانس، به صورت زیر هستند:



با دقت در نمودار ها میبینیم که ماکزیمم فرکانس اصلی بکار رفته در نمودار های بالا، به ترتیب در حدود 60.2 و 60.2 و 60.2 و 60.2 و 60.0 و 60.2 و 60.3 و 60.2 هرتز است. پس بنظر، فرکانس قطعی در حدود 61Hz خوب است که فرکانس های اصلی را نگه دارد و مابقی را حذف کند.

۸. فرکانسی را انتخاب میکنیم که تا آن فرکانس، بالای ۹۵ درصد انرژی سیگنال را داشته باشیم. از آنجا که محدوده فرکانسی به صورت متقارن است، کافیست این ۹۵ درصد در نیمه ی مثبت فرکانسی رخ بدهد تا فرکانس قطع مشخص شود.

میدانیم که fft، X[k] ها را به ما میدهد. انرژی سیگنال فیلتر شده را میتوان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\frac{1}{N}\sum_{n=<N>}|x[n]|^2 = \sum_{k=<N>}|a_k|^2$$

که چون ak=N*X[k]، میتوان گفت:

$$\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x[n]|^2 = \frac{1}{N^2}\sum_{n=0}^{N-1}|X[k]|^2$$

حال در یک تناوب از سیگنال با ضرایب فوریه ak، از طریق رابطه بالا، انرژی سیگنال به صورت زیر بدست می آید. اگر طول سیگنال N باشد:

$$Energy = \sum_{<N>}|x[n]|^2 = \frac{1}{N}\sum_{<N>}|X[k]|^2$$

پس کافیست با داشتن fft سیگنال، آن را در مزدوج مختلطش ضرب کنیم، sum بزنیم و بر سایز سیگنال تقسیم کنیم. در سکشن part2 از این سوال، اینکار برای ۸ کانال موجود، انجام شده است تا انرژی کل سیگنال محاسبه شود.

در هر کانال، سیگنال کانال در ch و fft آن در y ریخته شده است. برای فیلتر کردن، یک cut در نظر میگیریم که همان k ای است که تعیین میکند تا کدام X[k] را در سیگنال نگه داریم. ارتباط این k با فرکانس اصلی، بدین شکل است که:

$$k * \frac{f_s}{N} = f$$

که fs فرکانس نمونه برداری (256.41 Hz)، N طول سیگنال (در هر هشت کانال، 65282) و f فرکانس متناظر است. در نتایج کد مشاهده میشود اگر قرار دهیم k=15000، انرژی کات شده در تمام کانال ها، بیش از ۹۵ درصد انرژی کل است. این نسبت در r ها ریخته شده که مشاهده میشود از r1 تا r8، همگی بالای 0.95 اند.

در هر کانال، مقدار k مناسب در k ریخته شده و سپس با همین k ، کات (فیلتر) شده ی y در y_cut ریخته میشود. سپس برای حذف اثر DC در محاسبات انرژی، اولین المان y و y_cut (که قبل از شیفت متناظر با فرکانس صفر اند) را صفر میکنیم. انرژی سیگنال کات شده و سیگنال اصلی را با فرمولی که بالاتر ذکر شد، حساب میکنیم و به ترتیب در cutEn و totalEn میریزیم. توجه داریم در y_cut، فقط نیمه ی مثبت فرکانس ها را در نظر گرفته ایم و در نتیجه برای مقایسه انرژی ها ، در totalEn باید یک تقسیم بر ۲ انجام شود تا نصف انرژی سیگنال ها را با هم مقایسه کنیم.

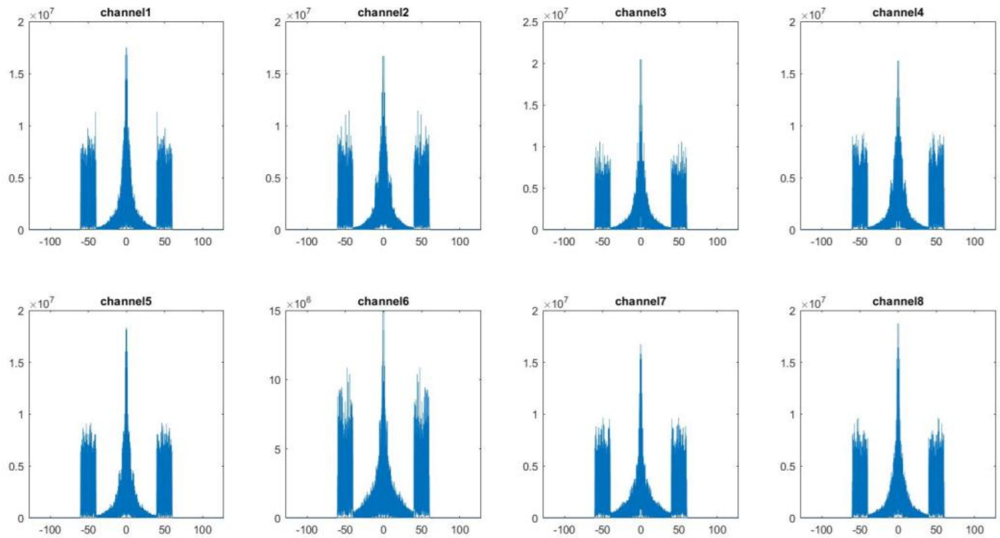
به ازای k=15000، فرکانس قطع متناظر را پیدا میکنیم:

$$f = k * \frac{f_s}{N} = 15000 * \frac{256.41}{65282} \approx 59Hz$$

پس از این روش، حدودا فرکانس ۵۹ هرتز مناسب است.

۱۰. در روش اول، بدون توجه به داده ها، فرکانس ۷۰ را انتخاب کردیم که دیدیم نسبت به داده ها دقت زیادی نداشت. روش دوم و سوم به ترتیب به فرکانس ۶۱ و ۵۹ هرتز رسیدند که برای اطمینان از اینکه اطلاعات را از دست نمیدهیم، همان ۶۱ هرتز را به عنوان فرکانس قطع در نظر میگیریم.

۱۱. تنها حذف فرکانس صفر برای از بین بردن اثر DC کافی نیست چرا که برخی سیگنال ها، مانند t+sin(t) هستند که اثر دیسی ثابتی ندارند. مثلا در مثال مذکور، فرم سینوسی ما به صورت خطی به سمت بالا حرکت میکند که ناشی از ترم t در سیگنال است. این ترم ها معمولا در حوزه فوریه، تبدیل فوریه ای از جنس ضربه و مشتقات آن در مبدا دارند و در نتیجه بهتر است برای حذف این آثار غیرخطی، یک فیلتر بالاگذر طراحی کنیم که اندکی از فرکانس های اطراف صفر را نیز حذف کند. البته فرکانس قطع این فیلتر نباید خیلی بزرگباشد چراکه منجر به حذف اطلاعات اصلی سیگنال میشود. در تحلیل های EEG، معمولا فرکانس حدودی 0.5Hz به عنوان فرکانس قطع، مناسب است. فیلتر مذکور توسط filterDesigner ساخته شده و به دو فرم و با نام های objFilt2 و coefFilt2 در فایل تحویلی آورده شده است. این فیلتر، fstop1=0.05 و fpass1=0.4 هرتز، و fpass2=60 و fstop2=61 هرتز دارد. در کد، در سکشن part3 ابتدا objFilt را لود کرده و از روی آن، پاسخ ضربه (Numerator.) را در h ریخته ایم. پس از تعیین فرکانس، طول سیگنال ها و لود کردن ماتریس اصلی، به هریک از کانال های هشت گانه، با استفاده از کانولوشن، این فیلتر h را اعمال کرده و با استفاده از تابع plotfft در بخش قبل، تبدیل فوریه هریک را رسم کرده ایم. مشاهده میشود فرکانس ها در حدود ۶۱ هرتز، کاملا قطع میشوند و از آنجا به بعد، سهم فرکانس ها تقریبا صفر است. همچنین در فرکانس های نزدیک به صفر نیز، اثرات دیسی مشاهده نمیشوند:



۱۲. دیدیم که باید یک فیلتر میان گذر با فرکانس قطع بالای ۶۱ هرتز برای سیگنال ها قرار دهیم. بدین ترتیب بزرگترین فرکانسی که در سیگنال ها باقی میماند، ۶۱ هرتز است و در نتیجه مینیمم فرکانس نمونه برداری ای که میتوان داشت، حدود ۱۲۲ هرتز خواهد بود که میتوانیم از ۲۵۶ هرتز، تا آن حد پایین بیاییم. برای واضح تر و راحت تر شدن نمونه برداری، و نیز اطمینان از عدم رخداد aliasing، میتوان فرکانس را به حدود ۱۲۸ هرتز رساند تا در حدود نصف فرکانس قبلی، نمونه برداریم. بدین ترتیب، برای کاهش نرخ نمونه برداری کافیست از هر دو نمونه در هر کانال، تنها یکی را انتخاب کنیم. این کار در سکشن part4 و در channels_resamped انجام شده است.

۱۳. در تابع epoching، در ورودی اول، ماتریس ۸ سطری شامل سیگنال های ۸ کانال داده میشود. ورودی های دوم و سوم، زمان ثبت داده ه، قبل و بعد از هر تحریک اند و ورودی آخر نیز سطر دهم ماتریس subject1 است که

تحریک ها را از روی آن میفهمیم. هرجا داده غیر صفری در این بردار بود، تحریک رخ داده است و هر تحریک نیز به اندازه ۴ خانه (4*0.0039 ثانیه) طول میکشد. پس تعداد درایه های ناصفر این بردار، تقسیم بر۴، تعداد کل تحریک ها (۲۷۰۰) را نشان میدهد. در backIndex و forIndex، محاسبه شده که با توجه به تناوب نمونه برداری برابر با 0.0039s، مدت زمان backSamps و forSamps معادل با چه تعداد ستون در ماتریس اصلی است. در trialTimeLength و trialLength هم مدت زمان، و تعداد کل ستونهایی که برای هر تحریک باید در یک epoch ذخیره شوند، مشخص میشود. بدین ترتیب ماتریس z که همان epoch است، سه بعد به طول های ، تعداد کانال ها، تعداد تحریک ها و تعداد داده های مربوط به هر epoch یا همان trialLength خواهد بود. اندیس هایی که در آنها در بردار stimuli ، درایه ناصفر وجود دارد (تحریک رخ داده)، توسط find پیدا شده و در excit ریخته میشود. سپس چون هر ۴ اندیس متوالی، معادل با یک تحریک اند، از هر ۴ اندیس فقط یکی را نگه میداریم. در نهایت کافیست به ازای تمام این اندیس ها، لایه های مختلف z را بسازیم. اگر در اندیس i ام باشیم، داده های تمام کانال ها در لایه i ام، اندیس های excit(i)-backIndex تا excit(i)+forIndex را شامل میشود.

در سکشن part5 ، ماتریس subject گرفته شده است. زمان قبل از تحریک روی 0.2 و زمان بعد آن روی 0.8 ثانیه تنظیم شده، و کانال ها و بردار تحریک ها نیز توسط sub به تابع epoching داده شده است و خروجی آن، ماتریس ایپاک z خواهد بود.

۱۴. فرکانس نمونه برداری را قبل از فیلتر کردن نباید کاهش داد زیرا فرکانس های بسیار ناچیزی از حدود ۶۱ هرتز به بعد هستند که در نقش نویز اند و طی فرایند کاهش نرخ نمونه برداری، اگر فرکانس نمونه برداری جدید از دو برابر فرکانس ماکزیمم، کوچکتر باشد، این نویز های فرکانس بالا با هم تداخل میکنند و باعث از دست رفتن اطلاعات سیگنال اصلی میشوند و سیگنال اصلی قابل بازیابی نخواهد بود. بنابراین باید ابتدا فیلتر را اعمال کنیم که فرکانس های بالای ۶۱ هرتز حذف شوند تا با تنظیم فرکانس نمونه برداری، از aliasing جلوگیری کنیم.

۱۵. برای اعمال فیلتر، میتوان پاسخ ضربه فیلتر را با ورودی کانوالو کرد، یعنی:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

با توجه به این نکته، در مثال مذکور اگر مثلا بخواهیم y[200] را پیدا کنیم، باید ابتدا نمودار h را قرینه کرده، به اندازه ۲۰۰ واحد به جلو شیفت داده و سپس حاصلضرب درایه های نظیر به نظیر با x را با هم جمع کنیم. چون h از h[0] تا h[99] ناصفر است، مقادیری از x که در این محاسبه نقش دارند، از x[101] تا x[200] خواهد بود. با توجه به اینکه این مقادیر مجهول اند، محاسبه خروجی ممکن نخواهد بود چون در مورد نمونه های کمتر از ۲۰۰ برای x اطلاعاتی نداریم. به همین ترتیب، از y[1] تا محاسبه y[299] این مشکل ادامه دارد چون همواره به داده هایی از x که مجهولند نیاز داریم. اما اگر کل سیگنال برای ما مشخص باشد، مشکلی برای فیلتر کردن در هیچ جای خروجی ایجاد نمیشود.

این شرایط، زمانی ایجاد میشود که ما ابتدا epoch کنیم و سپس فیلتر را اعمال کنیم چراکه در این شرایط، ما فقط داده های نزدیک هر تحریک را خواهیم داشت، نه کل سیگنال. در این شرایط اگر بخواهیم فیلتر را بر هریک از epoch ها اعمال کنیم، در خروجی های ابتدایی (و یا انتهایی، بسته به اینکه فیلتر ما در نمونه های مثبت یا منفی ناصفر باشد)، نتیجه مورد اعتمادی نخواهیم گرفت (داده های مجهول را میتوانیم صفر بگیریم یا فرض های دیگری بکنیم که در هر صورت نامطمئن است).

با توجه به همین توضیح، لازم است وقتی داده گیری های کلاه آغاز میشود، مدتی بعد آزمایش ها را شروع کنیم. زیرا در این صورت خروجی سیگنال پس از عبور از فیلتر، در حوالی تحریک ها (که حوزه تحقیق ماست)، توسط داده های قبلی قابل دستیابی است.

۱۶. اگر بخواهیم پس از epoch کردن فیلتر کنیم، حداقل کار لازم برای اینکه خروجی داده های اواسط هر epoch به درستی محاسبه شود، این است که طول فیلتر، از طول هر epoch کمتر باشد تا در داده های وسط، تمام نمونه های مورد نیاز را در اختیار داشته باشیم (منظور از طول فیلتر، تعداد نمونه های ناصفر آن است). البته بدیهی است که اگر بخواهیم قبل از epoch کردن فیلتر کنیم، طول فیلتر باید از طول سیگنال اصلی نیز کمتر باشد اما معمولا این شرط برقرار است چون طول سیگنال هایی که اندازه میگیریم بسیار زیاد است.

۱۷. تابع freqband ابتدا فیلتر BPfilter.mat را لود کرده و پاسخ ضربه آن را در h میریزد. Excits تعداد تحریک های موجود در هر کانال از ماتریس z است. با یک فور، در هر مرحله تحریک i ام را انتخاب کرده و ماتریس دوبعدی متناظرش را x میگیریم. سپس با یک فور ۸ تایی، برای تمام کانال ها و در

تحریک متناظر، خروجی را از کانوالو کردن پاسخ ضربه با ایپاک متناظر با آن کانال و ترایال، بدست می آوریم (برای تغییر نکردن سایز ماتریس، از ورودی 'same' نیز استفاده شده). در نهایت در سکشن part6، ماتریس z به این تابع داده شده و ماتریس فیلتر شده در y ریخته شده است.

:۴

۱. فرم انتگرال قضیه کوشی شوارتز به صورت زیر است که معادل با خواسته سوال است:

$$\left(\int_a^b X(t)\,Y(t)dt\right)^2 \le \left(\int_a^b X^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right)$$

$$\sqrt{\int_a^b X^2(t)\,dt} := A, \sqrt{\int_a^b Y^2(t)\,dt} := B, \quad A, B \ge 0$$

$$H := AY - BX \to H^2 \ge 0 \to$$

$$H^2 = A^2Y^2 + B^2X^2 - 2ABXY \ge 0$$

پس با انتگرال گیری از طرفین:

$$\int_a^b (A^2Y^2 + B^2X^2 - 2ABXY)dt$$

$$= A^2 \int_a^b Y^2(t)\,dt + B^2 \int_a^b X^2(t)\,dt - 2AB \int_a^b X(t)Y(t)\,dt$$

$$= 2A^2B^2 - 2AB \int_a^b X(t)Y(t)\,dt$$

$$= 2AB(AB - \int_a^b X(t)Y(t)\,dt) \ge 0$$

حال با توجه به اینکه AB>=0 است:

$$\int_a^b X(t)Y(t)\,dt \le AB \xrightarrow{yields}$$

$$\int_a^b X(t)Y(t)\,dt \le \sqrt{\left(\int_a^b X^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right)} \qquad (1)$$

حال با جایگذاری $X' = -X$ داریم:

$$\int_a^b X'(t)Y(t)\,dt = -\int_a^b X(t)Y(t)\,dt \le$$

$$\sqrt{\left(\int_a^b X'^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right)} = \sqrt{\left(\int_a^b X^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right)}$$

$$\rightarrow \int_a^b X(t)Y(t)\,dt \ge -\sqrt{\left(\int_a^b X^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right)} \qquad (2)$$

از جمع بندی (۱) و (۲) داریم:

$$\left|\int_a^b X(t)Y(t)\,dt\right| \le \sqrt{\left(\int_a^b X^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right)} \xrightarrow{yields}$$

$$\left(\int_a^b X(t)Y(t)\,dt\right)^2 \le \left(\int_a^b X^2(t)\,dt\right)\left(\int_a^b Y^2(t)\,dt\right) \xrightarrow{\lim\limits_{a,b\to\infty}}$$

$$\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t)\,dt\right|}{\sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} X^2(t)\,dt\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} Y^2(t)\,dt\right)}} \le 1$$

که خواسته سوال است.

۲. فرض کنیم r=1 باشد. پس:

$$AB = \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} X^2(t)\,dt\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} Y^2(t)\,dt\right)} = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t)\,dt$$

قبلتر دیدیم که:

$$\int_a^b H^2(t)dt = 2AB(AB - \int_a^b X(t)Y(t)\,dt)$$

با توجه به r=1 و میل دادن a,b به مثبت و منفی بینهایت، داریم:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H^2(t)dt = 0 \xrightarrow{yields} H(t) = 0$$

پس طبق تعریف اولیه H داریم:

$$AY - BX = 0 \xrightarrow{yields} \frac{X}{Y} = \frac{A}{B} := \alpha(const) \xrightarrow{yields} X = \alpha Y$$

به شکل مشابه یک H' تعریف میکنیم:

$$H' := AY + BX$$

اگر r=-1، داریم:

$$AB = -\int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t)\,dt$$

و به شکل مشابه میتوان گفت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H'^2(t)dt = 2AB\left(AB + \int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t)\,dt\right) = 0 \xrightarrow{yields} H'(t) = 0$$

پس:

$$AY + BX = 0 \xrightarrow{yields} \frac{X}{Y} = -\frac{A}{B} = \alpha \xrightarrow{yields} X = \alpha Y$$

البته بخش دوم را به نحو دیگری نیز میتوان اثبات کرد:

$$if < X,Y >= \int_{-\infty}^{\infty} XY^* dt$$

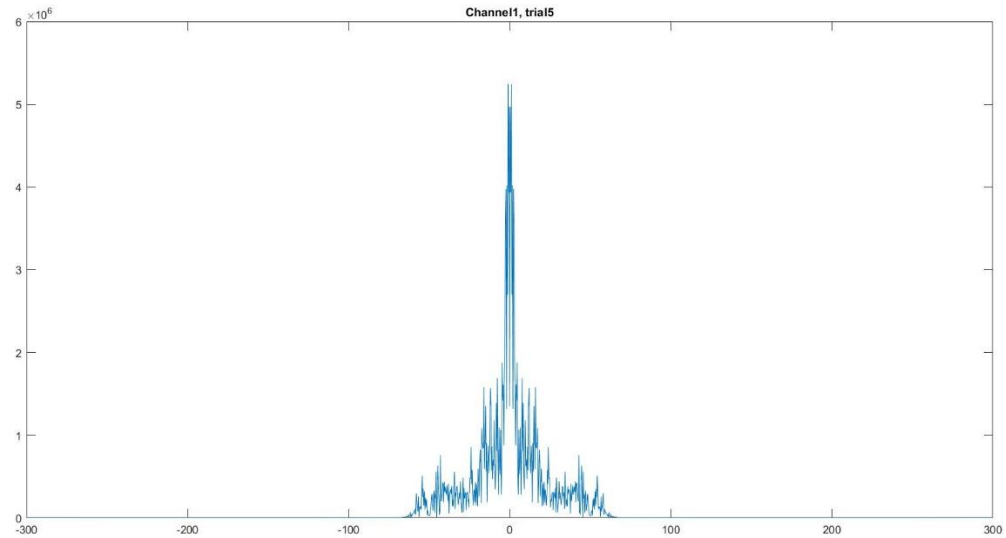
داریم:

$$r = \frac{\|X\|\|Y\|cos\theta}{\|X\|\|Y\|} = cos\theta$$

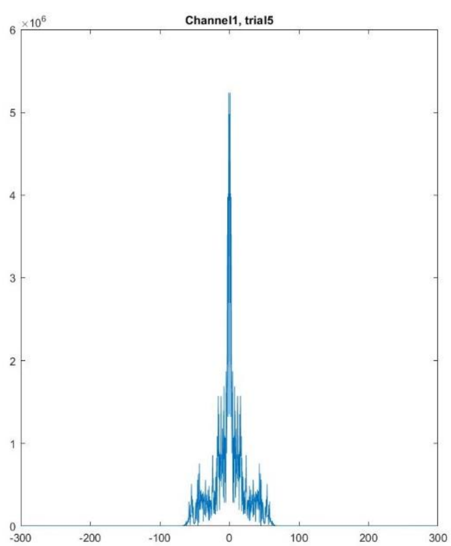
که $cos\theta$ ضریبی کمتر از یک است. اگر r=1 باشد، $cos\theta = 1$ است و در نتیجه: $X = \pm\alpha Y$. با توجه به شهود ضرب برداری مطرح شده و نتایج بدست آمده، مقدار |r| عددی است که در صورتی که X ضریبی از Y باشد، به مقدار ماکزیمم خود یعنی ۱ میرسد و قابل پیش بینی است که بر مبنای شهود ضرب برداری، این نسبت به ازای X,Y های بسیار متفاوت (به اصطلاح عمود بر هم)، میتواند تا صفر هم پایین بیاید.

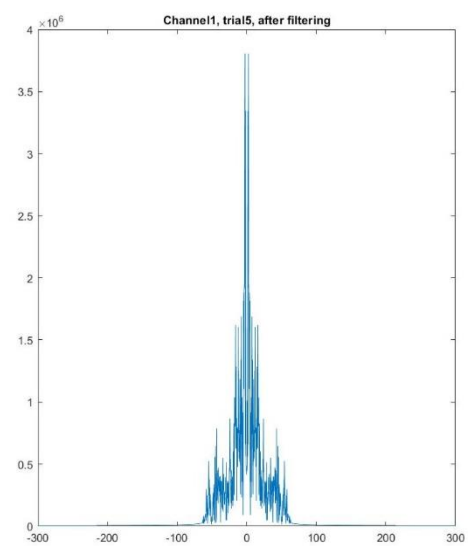
حال به سراغ فایل 64channeldata میرویم:

۳. در سکشن part1 از کد این سوال، فایل بالا را در data لود کرده ایم و سپس کانال اول از ۶۳ کانال را انتخاب کرده و در ch1 ریخته ایم. خود ch1 یک ماتریس است که ۴۴ ترایال دارد و در هر ترایال، ۱۸۰۰ نمونه از کانال، ثبت شده است. بدین ترتیب، مثلا ترایال پنجم را انتخاب کرده و با نمونه هایش، طیف فرکانسی را با استفاده از plotfft سوال دو، رسم میکنیم. نمودار به صورت زیر است:



با توجه به این نمودار، تا حدود فرکانس 63.6 هرتز باید حفظ شود و مابقی حذف شود. برای حذف اثر دیسی نیز تا حدود فرکانس 1 هرتز را حذف میکنیم. بر این اساس، فیلتر BPfilt_Q4 ساخته شده است و بر سیگنال اعمال شده است. در زیر، نمودار قبل و بعد از فیلترینگ را میبینیم، که به دلیل اینکه ابتدا ایپاک کرده و سپس فیلتر کرده ایم، اثرش به خوبی حالت برعکس نیست (توجه داریم طول پاسخ ضربه ی h کمتر از طول هر ایپاک است: 1519<1800)





اینکار را با استفاده از for، برای تمام ترایال ها و در تمام کانال ها با کانوالو کردن تکرار میکنیم. دیتا های فیلتر شده را در data_filt میریزیم.

۴. فرکانس نمونه برداری، با توجه به قضیه نایکوئیست و مشابه سوال ۳، حداقل باید دوبرابر ماکزیمم فرکانس موجود در سیگنال ها باشد. با توجه به اینکه فرکانس ماکزیمم در بالا حدود ۶۴ هرتز بود، اگر فقط به این کانال و ترایال خاص نگاه کنیم، تا ۱۲۸ هرتز میتوان کاهش داد اما با توجه به اینکه داده های تمام ترایال ها و کانال ها یکسان نیستند، ممکن است فرکانس های بالاتر از ۶۴ هرتز نیز وجود داشته باشد. برای اطمینان، و برای ساده تر بودن کاهش نرخ، میتوان فرکانس ۱۵۰ هرتز را بعنوان فرکانس جدید انتخاب کرد. بدین ترتیب در کاهش از ۶۰۰ به ۱۵۰ هرتز، باید از هر ۴ نمونه، فقط یکی را برداریم. اینکار انجام شده و دیتاهای جدید در data_filt_resamp ریخته شده است.

۵. در ادامه همین سکشن، ماتریس همبستگی ساخته شده است. برای اینکار تابع corrCal را تعریف کرده ایم که مطابق فرمول مذکور در بالا، تابع همبستگی را بین دو بردار ورودی، محاسبه میکند. البته چون در اینجا سیگنال ها گسسته اند، این محاسبه به صورت زیگما (بجای انتگرال) انجام میشود. Num صورت کسر همبستگی و den مخرج آن است و از تقسیمشان، r بدست می آید. با for، تمام کانال ها را پیمایش میکنیم و ماتریس R را با محاسبه همبستگی ترایال اول از کانال های مختلف، توسط corrCal حساب میکنیم.
البته پیمایش j برای سرعت بیشتر محاسبات، از ۱ تا i-1 است. میدانیم روی قطر اصلی، همبستگی سیگنال ها با خودشان حساب میشود که همان ۱ است. پس بجای محاسبه، قطر اصلی را مستقیما ۱ میگذاریم. نیمه ی بالای قطر اصلی نیزبه دلیل تقارن تابع همبستگی، مشابه نیمه پایین است (R نسبت به قطر اصلی متقارن است). اینکار را هم مستقیما انجام میدهیم و ساخت ماتریس R کامل میشود. ضمنا R را با استفاده از داده هایی محاسبه کرده ایم که هم فیلتر شده و هم نرخ نمونه برداریشان کاهش یافته است (data_filt_resamp).

۶. در ادامه سشکن part1، ماتریس کورلیشن برای ماتریس ۶۴ کاناله ساخته شده است. به اندازه channels=63 کانال داریم. میدانیم این ماتریس متقارن است یعنی R(I,j)=R(j,i) و همچنین درایه های قطر اصلی، ۱ هستند (چون کورلیشن یک سیگنال با

خودش محاسبه میشود). پس یک تابع corrCal مینویسیم تا فقط برای درایه های زیر قطر اصلی، کورلیشن را حساب کند. بدین ترتیب در دوتا for، اولی از 1 تا channels و دومی فقط تا i-1 تغییر میکند و برای بدست آوردن R(i,j)، به تابع corrCal ، ترایال اول از سطر ها (کانال ها)ی i ام و j ام را میدهیم. بدین ترتیب R(j,i) نیز به صورت متقارن بدست می آید. در نهایت درایه های روی قطر اصلی را نیز برای افزایش سرعت محاسبه، به صورت دستی برابر با ۱ میگذاریم و ماتریس R ساخته میشود.

تابع corrCal نیز فرم گسسته فرمول کورلیشن که در سوال ذکر شده را میسازد. دو سیگنال گسسته گرفته، صورت و مخرج (num,den) را مطابق فرمول میسازد و آنها را بر هم تقسیم میکند.

۷. با توجه به الگوریتم ذکر شده در سوال، نیاز به معیاری برای فاصله کانال ها و نیز فاصله خوشه ها از هم داریم. معیار فاصله کانال ها از یکدیگر، میتواند همان کورلیشن آنها باشد که هرچه به ۱ نزدیکتر باشد، دو کانال به هم نزدیکتر اند. اما برای فاصله خوشه ها از هم (که هرکدام میتوانند بیش از یک کانال داشته باشند)، معیار های متفاوتی وجود دارد که هر کدام ممکن است در کاربرد خاصی، بهتر باشد. برای مثال، اگر خوشه A کانال های a1,a2,a3 و خوشه B کانال های b1,b2 را داشته باشد، و d(a1,b1) را فاصله کانال های a1,b1 بنامیم، یک روش برای تعیین فاصله خوشه ها این است که d را بین تمام کانال های A و تمام کانال های B حساب کنیم (که در این مثال، در واقع ۶ مقدار خواهد شد)، و سپس ماکزیمم این فاصله ها را به عنوان فاصله دو خوشه بیان کنیم. بطور مشابه، میتوان بجای فاصله خوشه ها، با کورلیشن خوشه ها کار کرد. یعنی ماکزیمم d ها، همان مینیمم این ۶ کورلیشن خواهد بود که ما آن را بعنوان کورلیشن دو خوشه در نظر میگیریم. سپس نزدیک ترین خوشه ها به هم، آنهایی اند که ماکزیمم کورلیشن را دارند. یک روش دیگر برای تعیین فاصله خوشه ها، برعکس این فرایند است که ما مینیمم d ها را بعنوان فاصله دو خوشه بگیریم. روش سوم هم این است که میانگین کورلیشن کانال ها را بعنوان کورلیشن دو خوشه در نظر بگیریم. در متلب، ما روش اول را برای تعیین کورلیشن خوشه ها انتخاب کردیم (در واقع روش های مختلف تست شده اند و بهترین

نتیجه از این روش گرفته شده است). در حالت کلی و برای خوشه های دلخواه، الگوریتم های زیر رایج اند (A و B ، خوشه ها و a,b، اعضای آنها هستند):

نام روش پیوند	شیوه محاسبه
دورترین فاصله یا پیوند کامل (Complete-Linkage)	$\max\{\,d(a,b) : a \in A,\, b \in B\,\}$
نزدیکترین فاصله یا پیوند تکی (Single-Linkage)	$\min\{\,d(a,b) : a \in A,\, b \in B\,\}$
پیوند میانگین – UPGMA Unweighted Pair Group Method with Arithmetic) (Mean	$\frac{1}{\|A\|.\,\|B\|}\sum_{a\in A}\sum_{b\in B} d(a,b)$
پیوند مرکزی یا فاصله بین نقاط مرکزی هر خوشه – UPGMC (Unweighted Pair Group Method with Arithmetic Mea)	$\|\|c_s - c_t\|\|$
روش Ward	محاسبه براساس تابع هدف و کمینه سازی واریانس خوشه‌های ترکیبی

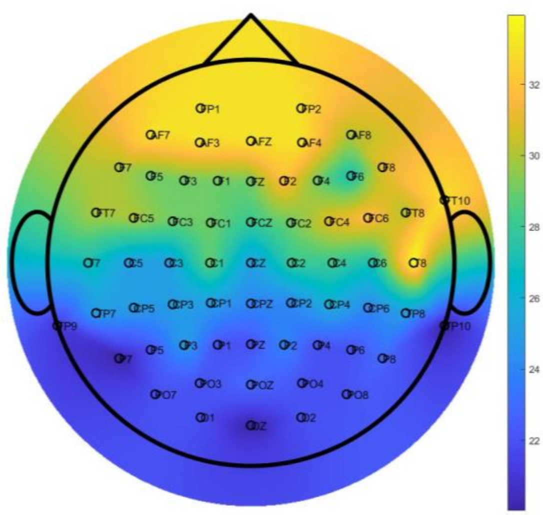
تابع clusCorr برای تعیین کورلیشن خوشه ها نوشته شده. روشی مشابه آنچه در ابتدا توضیح داده شد، بکار رفته است. نحوه کار ما در خوشه بندی بدین شکل است که یک ماتریس ۶۳ سطر و ۶۴ ستونی در نظر میگیریم، چراکه در ابتدا ۶۳ خوشه مختلف داریم. هر سطر نمایانگر یک خوشه است و شماره کانال های داخل هر خوشه، در ستون ها قرار میگیرد. ستون اول ، صرفا یک عدد باینری است. اگر این عدد صفر باشد، یعنی آن خوشه با خوشه دیگری ادغام شده و از بین رفته است و در نتیجه، دیگر نباید وجود داشته باشد. بدین ترتیب ورودی های clusCorr، دو بردار سطری 1*64 اند که هر کدام، یکی از خوشه ها هستند (clus1,clus2). Channels1,2، تعداد کانال های داخل هریک از cluster1,2 را نشان میدهد. یک بردار corr تعریف میکنیم که تمام کورلیشن های کانال های دو خوشه را در آن میریزیم. از آنجا که قرار است در انتها، ماکزیمم فواصل (مینیمم کورلیشن) کانال ها را انتخاب کنیم، مقدار اولیه بردار را ۱ میدهیم تا در فرایند بی تاثیر باشد. سپس کافیست با دوتا for، روی تمام کانال های هردو خوشه حرکت کنیم و R(i,j) را به بردار قبلی corr، اضافه کنیم (concatenate). خروجی تابع، مینیمم بردار corr است.

حال به سراغ تابع اصلی میرویم که correlationCluster است. برای این تابع دو وردی منظور شده. یکی ماتریس کورلیشن کانال ها، و دیگری finalClusts که تعداد خوشه ای است که میخواهیم در انتها داشته باشیم (میدانیم فرایند خوشه بندی، تا زمانی که فقط یک خوشه باقی بماند پیش میرود. اما برای خوشه بندی، باید در یک مرحله، فرایند را متوقف کنیم). Channels تعداد کانال های کلاه است و cluster نیز همان ماتریس ۶۴*۶۳ مذکور است. در مرحله اول، هر ۶۳ خوشه وجود دارند و در نتیجه کل ستون اول را ۱ میگذاریم. ضمنا در ابتدا، در سطر i ام، کانال i ام قرار دارد (مرحله اول الگوریتم). در clusters، پیوسته تعداد خوشه های باقی مانده ریخته و آپدیت میشود. یک while میزنیم که فرایند تا زمانی ادامه پیدا کند که clusters>finalClusts شود. مشابه ماتریس کورلیشن، یک ماتریس clustersCorr میسازیم که کورلیشن خوشه ها را در آن میریزیم. مقدار اولیه درایه ها را ۱- میگذاریم تا درایه های بی اهمیت، در محاسبه ماکزیمم این ماتریس، بی تاثیر باشند. چون باز هم به وضوح، این ماتریس نسبت به قطر اصلی متقارن است و اینکه ما به فاصله یک خوشه از خودش نیازی نداریم، تنها درایه های زیر قطر اصلی این ماتریس را حساب میکنیم. بدین ترتیب توسط دوتا for، clustersCorr(I,j) را با تابعی که نوشته بودیم، حساب میکنیم. سپس سطر و ستون متناظر با درایه ماکزیمم این ماتریس را در row,col میریزیم. این سطر و ستون، شماره های دو خوشه ای اند که از همه به هم نزدیکتر اند. اگر خوشه شماره row را خوشه اول و خوشه شماره col را خوشه دوم فرض کنیم، rowChannels,colChannels، تعداد کانال های این دو خوشه اند. تعداد کانال های خوشه ادغام شده را نیز در combinedChannels میریزیم. سپس در ماتریس cluster، به خوشه شماره row، خوشه شماره col را اضافه میکنیم (یعنی کانال هایش را با استفاده از cat، اضافه میکنیم). حال، وجود خوشه col دیگر معنایی ندارد و آن را حذف میکنیم. در واقع ادغام شده ی خوشه row و col را در row ریختیم. در نهایت هم باید clusters مجددا مقدارش را آپدیت کند. در ماتریس خروجی y نیز ستون اول که صرفا یک مقدار باینری داشت را حذف میکنیم.

۸. معیار انتخاب تعداد خوشه

۹. در بسیاری از خوشه ها، کانال هایی که در خوشه هستند، از نظر مکان قرارگیری روی کلاه نیز شباهت دارند. برای مثال، پس از خوشه بندی با ۱۵ خوشه، کانال های ۴۰ و ۴۴ و ۱۱

۳۵ و ۶ در یک خوشه اند. اگر به مکان مشخص شده برای این کانال ها (که در شکل سوال آمده) توجه کنیم، این ۵ کانال، نواحی شمال شرقی و غربی سر را، تقریبا به صورت متقارن پوشش میدهند. در واقع مطابق انتظار، عملکرد این بخش های سر و سیگنال های تولیدی در این بخش ها، مشابهت خوبی با هم دارند. مثال دیگر، کانال های ۱ تا ۵ و نیز ۳۴ است که همگی در بخش مرکز و بالای سر قرار دارند و انتظار مشابهت زیادی بین آنها داریم. در خوشه بندی نیز این کانال ها در یک خوشه قرار گرفته اند. بدین ترتیب، میتوان گفت ارتباطی بین مکان الکتوردها و خوشه هایشان برقرار است و آن اینکه اگر الکترودها نزدیک به هم بوده یا در جاهای مشابه و متقارنی از سر قرار گرفته باشند، احتمالا سیگنال های مشابهی دریافت میکنند و تا حد خوبی در یک خوشه قرار میگیرند. نمودار حاصل از تابع plottopography نیز برای ۶۴ الکترود به صورت زیر است که دو مثال بالا را نیز در مشابهت رنگ های دو بخش مذکور، میتوان دید:

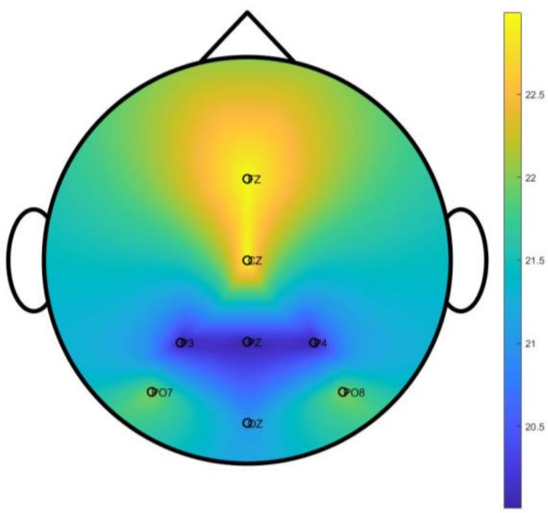


۱۰. حال همین مراحل را برای دیتای ۸ کاناله تکرار میکنیم. این کار در سکشن part3 انجام شده است. مراحل فیلتر کردن، تقریبا عین سوال ۳ انجام شده است. سپس با تابع epoching، داده ها را ایپاک میکنیم و مشابه ۶۴ کاناله، عمل کاهش نمونه برداری را نیز انجام میدهیم (البته در سوال ۳ هم ذکر شد که در ۸ کاناله، نرخ نمونه برداری را کمتر از نصف نمیتوان کرد) و ماتریس جدید را در z_resamp میریزیم. فرایند تولید ماتریس همبستگی R مشابه قبل است. سپس با تابع correlationCluster، خوشه

بندی مربوطه را در y میریزیم. اگر با ۴ خوشه بندی اینکار را انجام دهیم، به ماتریس زیر میرسیم:

۲	۱	۰	۰	۰
۴	۳	۰	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۰
۸	۷	۵	۰	۰

اگر این ماتریس را با مکان ۸ الکترود ذکر شده در سوال، روی کلاه EEG مقایسه کنیم، میتوان به صورت تقریبی، حدس زد که کدام کانال از کانال های ۱ تا ۸، مربوط به کدام الکترود کلاه است. برای این منظور به مکان الکترودها در شکل زیر توجه میکنیم (فعلا با رنگ بندی کاری نداریم):



بر این اساس، خوشه ای که ۳ کانال دارد، احتمالا مربوط به ۳ کانال P3,PZ,P4 در بالاست چرا که این ۳ کانال به یکدیگر نزدیک اند و تقریبا در یک ناحیه اند. دو خوشه دو کاناله داریم که احتمالا مربوط به کانال های FZ,CZ ، و PO7,PO8 اند چون دو کانال اول، نزدیک به هم اند و دو کانال دوم نیز در مکان های متقارن و روبروی هم اند که انتظار میرود عملکرد یکسانی داشته باشند. تک کانالی که در یک خوشه دیگر هست نیز میتواند مربوط به OZ باشد. بدین ترتیب برای رسم تابع plottopography، ترتیب کانال ها را بر اساس توضیحات بالا قرار میدهیم تا نمودار منطقی ای حاصل شود. بدین شکل رنگ های بالا بدست می آید.