



تمرین اول

کار با ماتریس ها

برنامه سازی پیشرفته

پاییز 1401

استاد: مهندس نرگس بطحائیان

مهلت تحویل: 20 آذر 1401

زبان C++



ماتریس؟!

ماتریس‌ها یکی از مفاهیم پرکاربرد در دنیای مدرن به شمار می‌روند. در واقع ماتریس‌ها ساختارهای مستطیلی یا مربعی از اعداد، عبارت، نماد، یا داده‌هایی هستند که در تعدادی سطر و ستون چیده شده‌اند و برای کاربردهای متفاوت به کار می‌روند.

از ماتریس معمولاً برای بیان داده‌ها و یا به عنوان ابزاری مفید برای حل مسائل در زمینه‌های مختلف علم و زندگی از جمله حل سیستم‌های معادلات خطی، نظریه گراف، نظریه بازی‌ها، مدیریت جنگل، ژنتیک، رمزنگاری داده‌ها، شبکه‌های الکتریکی و خیلی چیزهای دیگر استفاده می‌شود.

ماتریس یا ماتریکس؟؟

در زبان انگلیسی، به ماتریس matrix می‌گویند، اما توی فرانسوی بهش matrice گفته می‌شود و ما هم ماتریس رو استفاده می‌کنیم.

مقدمه تمرین

توی این تمرین قراره کار با ماتریس ها رو مرور کنیم و اونهارو وارد دنیای دیجیتال و صفر و یک کنیم. در ادامه چند تا از خاصیت های ماتریس ها گفته میشه (که یاتون بیاد) و بعدش یه سری تابع و پیاده سازی رو مطرح میکنیم که نیازه شما انجام بدید.

برنامه ای که قراره توسط شما نوشته بشه باید مثل خط فرمان عمل کنه، یعنی یک منو داره که به کاربر در ابتدای برنامه نمایش داده میشه و یه سری دستور خاص توش نوشته که اگر هرکدوم توسط کاربر وارد شد، اعمال مربوط به اون دستور انجام بشه. مثلاً اگر توی خط فرمان کاربر وارد کرد `add matrix` شما باید مراحل گرفتن یک ماتریس از کاربر رو انجام بدید و ماتریس رو به صورت کامل و صحیح دریافت و ذخیره کنید. همه دستورات و مراحل و حالت ها در ادامه گفته میشن.

تیتريهای زرد مربوط به تعاریف، و **تیتريهای سبز** بخش هایی هستن که شما باید پیاده سازی کنید.

ماتریس های مربعی:

به ماتریسی که تعداد سطر و ستون اون یکی باشه ماتریس مربعی می‌گیم، یعنی ماتریسی با مربعی 3 تایی به این شکل نمایش داده میشه:

$$\text{Square Matrix } M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

به همین ترتیب ماتریس های مربعی رو میشه به این شکل هم نمایش داد:

$$A_{n \times n} = [a_{ij}] \quad | \quad i, j = 1, 2, 3, 4, \dots$$

توی این تمرین ماتریس ها رو به شکل دنباله ای از اعداد هم نمایش میدیم، جلوتر برای ورودی گرفتن و ذخیره ماتریس ها از این روش استفاده میکنیم، مثلاً برای ماتریس 3 در 2:

$$A_{3 \times 2} = [2, 5, 6, 7, 8, 9]$$

که دو عدد اول (2 و 5) مربوط به سطر اول، دو عدد دوم (6 و 7) مربوط به سطر دوم، و دو عدد سوم (8 و 9) مربوط به سطر سوم میشن. توجه کنید فاصله ای بین اعداد وجود نداره.

دریافت انواع ماتریس از کاربر:

همونجور که قبلا هم گفته شد، ما انواع ماتریس رو داریم که چند سطر و چند ستون دارن. اولین دستوری که باید پیاده سازی کنید دستور `add matrix` هستش.

نحوه پیاده سازی به این صورته که بعد از نام دستور، یک نام به همراه تعدادی عدد وارد میشه که نمایانگر تعداد سطر و ستون هست.

در حالت اول، دو عدد بعد از دستور خواهد اومد. مثلا با دستور زیر، ما آماده دریافت یک ماتریس با 4 سطر و 7 ستون از کاربر میشیم:

```
add matrix fisrt_mat 4 7
```

در حالت دیگه، اگر فقط یک عدد بعد از دستور اومد، یک ماتریس مربعی ساخته میشه:

```
add matrix secodn_mat 5
```

واضحه که بعد از این دستورات، باید خونه های ماتریس به ترتیب و دونه دونه از کاربر با پیغام های مناسب گرفته بشه. یعنی پیام اول داده میشه، بعد خونه اول گرفته میشه، بعد پیام دوم و بعد خونه دوم و همینجوری...

البته چون دونه دونه گرفتن خونه های آرایه در دستور بالا برای اعداد بزرگ خیلی خسته کننده میشه، به این فکر افتادیم که یک نوع دیگه از این دستور داشته باشیم، و اوننوع دیگه به این صورته:

```
add matrix thrid_mat 2 3 [1,2,3,4,5,22]
```

و همونجور که قبلا گفتیم این نوع نمایش ماتریس به کارمون میاد خیلی راحت و در یک دستور کل ماتریس رو از کاربر میگیریم.

این مدل دستور برای حالت تک عدد هم باید کار کنه، یعنی این حالت:

```
add matrix fuorth_mat 2 [4,6,7,1085]
```

نامها فاصله ندارن، ولی بین کلمه add و matrix و همچنین سایر قسمت های دستور فقط یک فاصله وجود داره.

تضمین میشه همه خونه های ماتریس از یک نوع هستن، یعنی همه یا int یا float یا char یا string و....

در حالت های ناصحیح دیگه، باید پیغام های خطای مناسبی به کاربر نمایش داده بشه.

ماتریس قطری:

اگر همه خونه‌های خارج از قطر یک ماتریس صفر باشند، ماتریس قطری در اختیار داریم. معلومه که ماتریسی میتونه قطری باشه که مربعی باشه.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

قطری است؟؟

یکی از کارهایی که بعد از دریافت و ذخیره کامل ماتریس، باید کاربر قادر باشه انجام بده، چک کردن این موضوعه که آیا ماتریسی که وارد کرده قطری هست یا نه؟ برای اینکار از دستور زیر استفاده میکنه:

```
is_diagonal firts_mat
```

اگر قطری بود میگیم آره و اگر نبود نه گفته میشه

ماتریسی که همه اعضای اون 0 باشه هم قطری حساب میشه.

ماتریس بالا مثلثی و پایین مثلثی:

ماتریسی که همه اعضای بالایی قطر اون صفر باشه: پایین مثلثی؛

و ماتریسی که همه اعضای پایینی قطر اون صفر باشه، ماتریس بالا مثلثی گفته میشه.

شکل زیر مثالی از ماتریس پایین مثلثی هست:

1	0	0
4	2	0
6	5	1

بالا یا پایین؟

احتمالا میتونید این رو حدس بزنید... آفرین این پیاده سازی برای تشخیص بالا یا

پایین مثلثی بودن ماتریسه. دستورات مورد نیاز برای این بخش به صورت زیره:

```
is_upper_triangular second_mat
```

```
is_lower_triangular second_mat
```

برای این دو نوع دستور، اره یا نه برگردونده میشه، ولی برای حالت جامع یعنی دستور زیر باید گفته بشه که بالا مثلثی هست یا پایین؟ یا شایدم هر دو؟!

```
is_triangular third_mat
```

ماتریس همانی:

اگر یک ماتریس قطری باشد و همه اعضای قطر آن 1 باشند، ماتریس همانی بهش گفته میشه.

همونی یا همینی؟

این هم شبیه همون قبلی هاست، باید با دستور مناسب، چک کنید که آیا ماتریس همانی هست یا نه. دستور به شکل زیره:

```
is_identity fisrt_mat
```

ماتریس متقارن:

اگر جای سطر و ستون یک ماتریس رو با هم عوض کنیم و به همون ماتریس قبلی برسیم، می‌گیم ما یه ماتریس متقارن در اختیارمون هست. ماتریس زیر رو داشته باشید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & 6 \end{bmatrix}.$$

ماتریس پادمتقارن:

این ماتریس شبیه همین قبلیه، فقط یه تفاوت کوچیک که داره اینکه انگار در یک منفی هم ضرب شده. مثال زیر رو در نظر داشته باشید، بالایی ماتریس اولیه و پایینی ماتریس پادمتقارن نسبت به بالایی هست:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix} = -A$$

پادمتقارن یا بدون-پادمتقارن:

توی این بخش باید چک کنید ماتریس متقارن هست یا نه، و دستور دیگه هم پادمتقارن بودن یا نبودن. در زیر مشاهده میکنید:

```
is_normal_symmetric sixth_mat
```

```
is_skew_symmetric sixth_mat
```

شبیه همون قبلی ها، برای این مورد هم یک دستور جامع داریم که باید مشخص کنه متقارن هست یا نه، و اگر هست چه نوع تقارنی داره:

```
is_symmetric sixth_mat
```

معکوس:

در تعاریف اصلی ماتریس ها، برای معکوس کردن یک ماتریس، باید جای چند خونه با هم عوض بشه و بعضی-ها ثابت بمونن، بعد بعضی-ها در منفی ضرب بشن و بعد همه خونه ها تقسیم بر دترمینان ماتریس بشن. ما اینجا از یک تعریف دیگه برای معکوس کردن استفاده میکنیم، فقط کافیه جای سطر و ستون عوض بشه. همین. در واقع چیزی که توی بخش متقارن بودن چک میکردید رو اینجا باید ذخیره کنید.

معکوسینگ:

با دستور زیر، ماتریس معکوس شده و ذخیره میشه.

اگر نامی در ادامه دستور داده شد، ماتریس فعلی دست نخورده نگه داشته میشه و معکوس آن به عنوان یک ماتریس جدید ذخیره میشه. اگر نامی آورده نشده بود همون ماتریس تبدیل به معکوس خودش میشه. به این صورت ها:

```
inverse mat_1
```

```
inverse mat_2 mat_5
```

نمایش ماتریس:

باید با گرفتن نام ماتریس بعد از کلمه show اون رو به صورت مناسب چاپ کنید.

حذف ماتریس:

کاربر باید بتونه با دستور delete و بعد از اون نام ماتریس، اون رو به کلی حذف کنه.

ویرایش یک خانه:

برای ویرایش یک خانه از ماتریس دستور زیر اجرا میشه:

```
change mat_name 4 3 1563
```

اول نام ماتریس ذکر میشه، بعد شماره سطر و بعد شماره ستون، در آخر هم مقدار جدید.

نکات قابل توجه:

- استفاده از کامنت و تهیه گزارش کار **اجباریه**، بخش زیادی از نمره به کامنت و نحوه گزارش نویسی مناسب اختصاص دارد. البته این هم بدونید اینکه فقط به خط کامنت یا گزارش نوشته باشید و رفع مسئولیت کرده باشید مورد قبول نیست و بخش زیادی از نمره رو از دست خواهید داد. کامنت ها باید معنا دار و اصولی باشن، و گزارش کار باید درست و اصولی و همچنین زیبا باشه.
- استفاده از گیت و بیلد سیستم، شبیه **cmake** و **اجباریه** و بخش زیادی از نمره رو به خودش اختصاص میده.
- ساختار برنامه ای که خواهید نوشت باید به این صورت باشه که یک تابع **main** دارید، در اون یک تابع برای تشخیص نوع دستور فراخوانی میکنید، و بعد از اینکه دستور رو تشخیص دادید تابع مخصوص به اون حالت دستور رو فراخوانی میکنید.
- راه حل های ابداعی خودتون در صورتی که جواب درست بدن و جالب باشن نمره مثبت دارن.
- استفاده از توابع بازگشتی برای حل سوالات، نمره مثبت اضافه دارن.
- برای نوشتن برنامه از تابع استفاده کنید، برنامه باید **ماژولار** بوده و تا حد امکان تابع **main** خلوت باشه.
- از متغیرها با اسامی با معنا استفاده کنید.
- واضحه که برای حالات استثنای و خطا، باید ارور مناسب نمایش داده و فعالیت درست و مناسب انجام شود.

- استفاده از function overloading مجاز **نیست**، باید از default argument ها برای تمیز حالات استفاده کنید.
- برای کسانی که متذکر بشن اسم ماتریس ها در نمونه ها اشتباه تایپی داره نمره منفی اعمال خواهد شد. (:
- اگر تشخیص دستورات و کار با استرینگ ها براتون سخته، میتونید یه منو تهیه کنید و برای هر آیتم شماره بذارید، و از کاربر به جای دستور، شماره ی اون دستور رو بگیرید. از حالت قبلی راحت تره و سریع تر پیاده سازی میشه. باید توجه داشته باشید که نحوه دریافت اطلاعات هم در این روش باید کامل و شبیه حالت قبلی باشه. البته اگر با این روش نوشتید، 35% نمره رو از دست میدید و نمره شما از 65 محاسبه میشه، ولی اگر اون خیلی سختتونه اینجوری بنویسید.



موفق باشید..!