به نام خداوند تئوری یادگیری ماشین دکتر سیدصالحی جلسه دهم و یازدهم دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

# ۱ شرح مسئله

در این قسمت به بررسی عوامل موثر بر یادگیری مدل میپردازیم که هرکدام تاثیر متفاوتی بر روی مدل دارند. هدف ما در این بخش کم کردن خطا از طریق کاهش بایاو و واریانس است که با استفاده از داده validation میتوان بین حالات مختلف برای مدل بهترین را انتخاب کرد. انتخاب پارامتر ها از این طریق در قسمت های مختلفی مانند Regularization و Optimization انجام میشود. همین طور به بررسی داده هایی که برای آموزش مدل استفاده میشود میپردازیم که چگونه باعث بهبود عملکرد و دقت مدل شده و رابطه آن با پیچیدگی مدل به چه صورت است.

#### Regularization \(\mathbf{Y}\)

وقتی فضای فرضیه پیچیده ای داریم و با استفاده از regularization باعث محدود کردن زیرفضای جشت و جو در حین فرآیند یادگیری می شود که از این طریق از overfit شدن جلوگیری می کند. برای استفاده از این روش انواع مختلفی وجود دارد که در آن ها به اندازه وزن ها یا توان دو آن ها یک ضریب اختصاص می دهیم. هر چه این ضریب بیشتر باشد اثر قسمت مربوط به regularization نیز بیشتر می شود و فضای جست و جوی ما محدود تر می گردد.

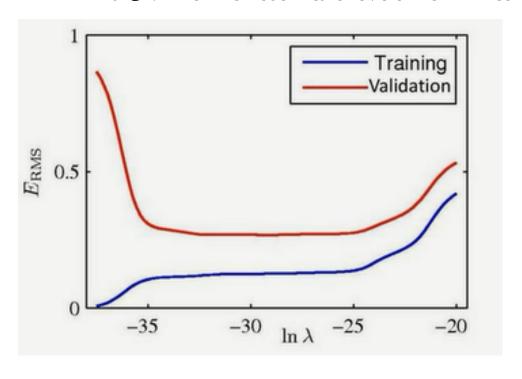
## Optimization \*

در فرآیند بهینه سازی پارامتر های متفاوتی دخیل هستند، مانند نقطه شروع، نرخ یادگیری و ... ممکن است در طی فرآیند یادگیری، مدل ما در یک *localoptimum* قرار بگیرد که در نتیجه با ادامه دادن فرآیند مدل ما یادگیری بیشتری نخواهد داشت و این در حالی است که یک نقطه *globaloptimum* داریم که دقت بهتری به ما داده و در *generalization* بهتری عمل می کند.

از عوامل موثر در رسیدن به globaloptimum میتوان به انتخاب نقطه شروع مناسب اشاره کرد. نقطه شروعی که مقدار loss آن کمتر باشد به احتمال بیشتری به globaloptimum میرسد. راهکار موجود دیگر تغییر میزان نرخ یادگیری است که با جلو رفتن فرآیند یادگیری میزان آن کم شده تا با دقت بهتری به وضعیت مناسب برای مدل از نظر generalization برسیم.

#### Hyperparameters $\mathbf{f}$

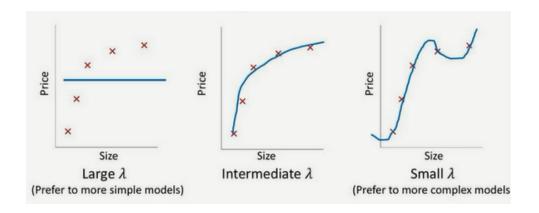
یک سری دیگر از پارامتر هایی که در فرآیند یادگیری موثر هستند، این پارامتر ها هستند که مقادیر گسسته ای به خود گرفته که تنظیم آن ها به یادگیری بهتر کمک میکند. این پارامتر ها می توانند در دامنه های متفاوت مورد بررسی قرار بگیرند که بفهمیم در کدام دامنه از مقادیر یادگیری مدل ما بهینه خواهد بود. از راه هایی که برای پیداکردن بهترین تنظیمات برای hyperparameter ها استفاده می شود، خواهد بود. از راه هایی که برای پیداکردن بهترین تنظیمات برای سری قسمت تقسیم کرده و همه تقسیم کرده و همه تقسیم دره و آن قسمت از داده های train را جدا کرده و آن قسمت از داده را validation می نامیم. سپس مدل را با استفاده از داده های train آموزش داده و بر روی داده validation تست می کنیم. در ادامه این فرآیند را روی دیگر قسمت های ایجاد شده انجام داده تا هر قسمت یک بار به عنوان validation استفاده فرآیند را روی دیگر قسمت های ایجاد شده انجام داده تا هر قسمت یک بار به عنوان validation استفاده شروع و انجام داده تا هر تست میگیریم. با ثابت گرفتن نقطه شروع و انجام بررسی قرار داد که با زیاد کردن پارامتر و تست مقادیر متفاوت آن، میتوان مسئله biasvariancetradeoff را مورد بررسی قرار داد که با زیاد کردن پارامتر مورد نظر واریانس به سرعت کم می شود.



#### Example 2

در این بخش به بررسی چند مثال در زمینه بهبود عملکرد مدل در زمینه یادگیری میپردازیم:

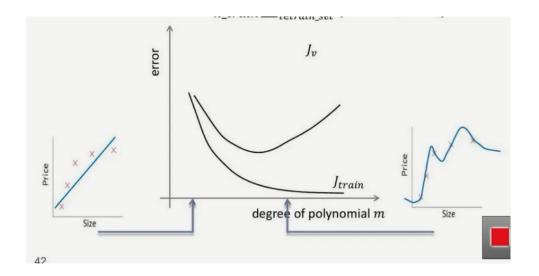
### Regularization Parameters



#### ModelComplexity

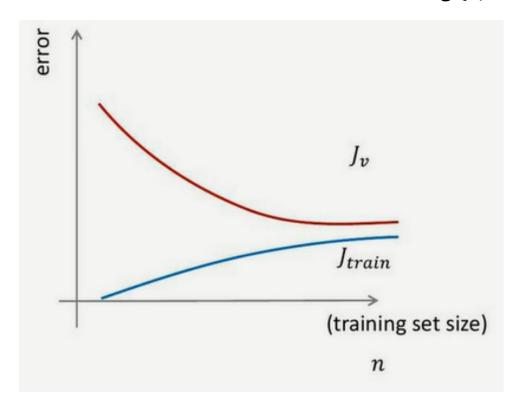
در ادامه پارامتر دیگری که در یادگیری مدل موثر است را بررسی میکنیم که آن میزان پیچیدگی مدل است. در این مثال میزان پیچیدگی را با درجه چند جمله ای که میخواهیم آموزش دهیم مدل میکنیم زیرا هرچه درجه چند جمله ای بیشتر باشد مدل نیز پیچیده تر خواهد بود.

در این جا هرچه درجه مدل را بالاتر میبریم، مدل روی داده های آموزشی عملکرد بهتری خواهد داشت و بایاس مدل کم میشود که در نتیجه عملکرد روی داده validation نیز بهتر میشود. از یک نقطه به بعد واریانس زیاد شده و مدل شروع به overfit کردن می کند. در این جا هرچه پیچیدگی مدل زیاد شود باعث می شود که عملکرد مدل روی داده های تست کم شده و generalization به خوبی انجام نشود.



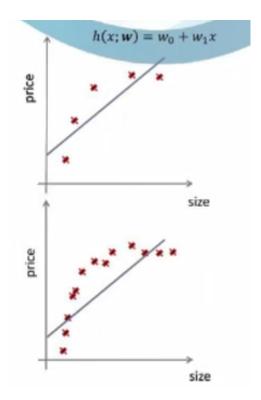
TrainingData

از عوامل موثر دیگر داده ای است که برای آموزش مدل استفاده میکنیم. در زیر نشان داده شده که با افزایش تعداد نمونه ها در داده آمئزشی عملکرد مدل بهبود مییابد که به این دلیل است که بایاس ثابت میماند زیرا فضای داده ها با افضایش نمونه های ثابت است و ازطرفی میزان واریان کاهس مییابد که دقت را برای validation بهتر میکند.



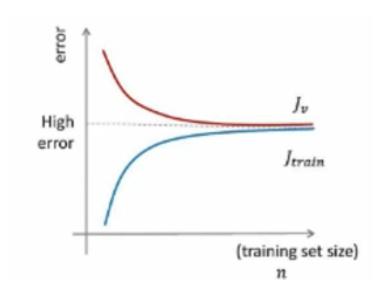
این دو نمودار با زیاد شدن داده آموزش به هم نزدیک میشوند که اگر تعداد نمونه ها در داده آموزشی زیاد شود، دقت مدل بر روی داده آموزش میتواند تخمینی از عملکرد آن روی داده های validation با شد.

البته زیاد شدن تعداد نمونه ها به شرطی می تواند تاثیر گذار باشد که مدل نیز پیچیدگی لازم برای تحلیل داده ها را داشته باشد و اگر مدل ما برای تحلیل فضا ساده باشد، زیاد کردن نمونه های داده برای آموزش مدل تاثیری نخواهد داشت:



در تصویر زیر میبینیم که مدل توانایی پردازش داده های بیشتر را ندارد و نمیتواند عملکرد بهتری نسبت به حالتی که داده کمتری در اختیار دارد داشته باشد.

در واقع می توان گفت که زیاد شدن تعداد داده ها برای آموزش مدل تا یک حد می تواند به بهبود مدل کمک کند:



در تصویر بالا دیده می شود که بعد از این که تعداد نمونه ها را زیاد کردیم، دقت روی داده آموزش و validation همگرا می شوند و بعد از آن زیاد کردن تعداد نمونه های تاثیری در عملکرد مدل نخواهد داشت. همچنین می توان اثر تعداد نمونه ها را بر روی مدل های مختلف دید، هرچه مدل پیچیده تر باشد و فضای پیچیده تری را یادبگیرد، اضافه کردن یک نمونه باعث تغییر در عملکرد مدل می شود. این مورد را می توان در مثال بعدی دید که در آن گپ بین نمودار ها و شیب متفاوت نشان دهنده پیچیده بودن فضا دارد که به زیاد کردن داده خیلی زود به همگرایی نمیرسیم و تغییرات عملکرد با اضافه کردن داده جدید بیشتر است زیرا با فضای پیچیده تر مدل های متفاوت بیشتری می توان استفاده کرد که به همین دلیل اضافه کردن نمونه جدید باعث می شود مدل جدید در فضای حالت، عملکرد بهتری داشته باشد و generalization بهتر انجام شود.