



ITMO UNIVERSITY

Группа \_\_\_\_\_ Р3114 \_\_\_\_\_ К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент \_\_\_\_\_ Гиниятуллин Арслан Рафаилович \_\_\_\_\_ Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_ Куксова Полина Алексеевна \_\_\_\_\_ Отчет принят \_\_\_\_\_

# Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе №1

## Исследование распределения случайной величины

### 1. Цель работы.

- 1) Провести измерения конкретного интервала времени
- 2) Построить гистограмму результатов измерения
- 3) Вычислить среднее значение и дисперсию
- 4) Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с таким же распределением средним значением и дисперсией

### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- 1) Провести 50 измерений времени выполнения программы на языке программирования C++.
- 2) Построить гистограмму распределения времени исполнения программ;
- 3) По данным таблицы вычислить выборочное значение среднего  $\langle t \rangle N$  и выборочное среднеквадратичное отклонение  $\sigma N$ ;
- 4) Записать результаты в таблицу;
- 5) По формуле вычислить максимальное значение плотности распределения  $\rho_{max}$  соответствующее  $t = \langle t \rangle$ , занести его в таблицу;
- 6) Найти значение  $t$ , соответствующие серединам выбранных ранее интервалов, занести их в столбец новой таблицы номер 2. Для этих значений, используя параметры  $\langle t \rangle N$  и  $\sigma N$  в качестве  $\langle t \rangle$  и  $\sigma$ , вычислить значение плотности распределения  $\rho(t)$ , занести их в новую таблицу номер 2. Нанести все расчетные точки на график, на котором изображена гистограмма и провести через них плавную кривую;
- 7) Проверить, насколько точно выполняется в наших опытах соотношение между вероятностями и долями  $\frac{\Delta N_1}{N}, \frac{\Delta N_2}{N}, \frac{\Delta N_3}{N}$ . Для этого вычислить границы интервалов для найденных нами значений  $\langle t \rangle N$  и  $\sigma N$ , занести их в таблицу номер 3;
- 8) По данным первой таблицы подсчитать и занести в таблицу номер 3 количество  $\Delta N$  измерений, попадающих в каждый из этих интервалов, и отношение  $\frac{\Delta N}{N}$  этого количества к общему числу измерений. Сравнить их с соответствующими нормальному распределению значениями  $P$  вероятности;
- 9) Рассчитать среднеквадратичное отклонение среднего значения

10) Найди табличное значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha,N}$  для доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$ . Записать доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени

### 3. Объект исследования.

Время исполнения программы.

### 4. Метод Экспериментального исследования

Пользуясь встроенными функциями языка программирования, определить время исполнения программы.

### 5. Рабочие формулы и исходные данные

$\langle t \rangle N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$	$\langle t \rangle N$ - выборочное значение
$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\rho(t)$ - плотность вероятности или закон распределения исследуемой величины
$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$	$\sigma N$ - выборочное среднеквадратичное отклонение
$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$	$\rho_{\max}$ - максимальная высота гистограммы
$[\langle t \rangle_N - \sigma_N, \langle t \rangle_N + \sigma_N],$ $[\langle t \rangle_N - 2\sigma_N, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N],$ $[\langle t \rangle_N - 3\sigma_N, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N]$	$P$ - вероятность попадания результата каждого измерения в интервал $[t_1, t_2]$
$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$	$\sigma$ - среднеквадратичное отклонение среднего значения
$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}, \alpha = 0,95$	$t_{\alpha,N}$ - коэффициент Стьюдента, $\alpha$ - доверительная вероятность

## 6. Результаты измерений и их обработки

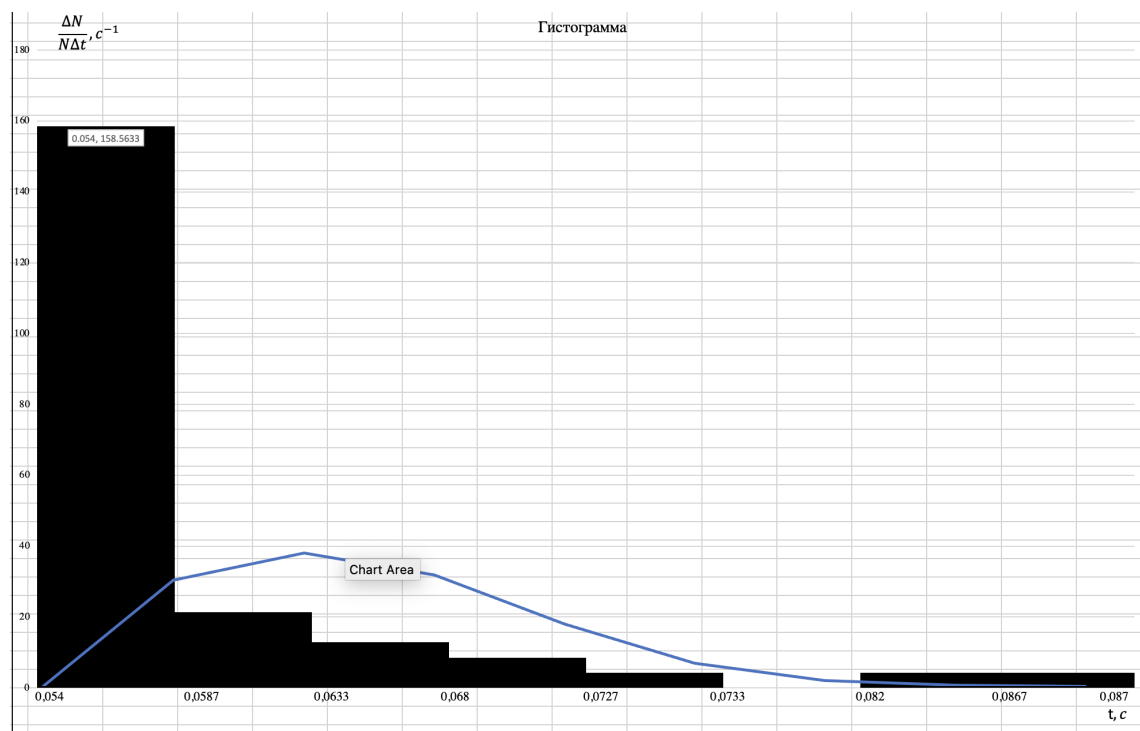
№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	0.076	0.0171	0.0003
2	0.066	0.0071	0.0000
3	0.056	-0.0029	0.0000
4	0.055	-0.0039	0.0002
5	0.057	-0.0019	0.0001
6	0.056	-0.0029	0.0001
7	0.055	-0.0039	0.0002
8	0.054	-0.0049	0.0000
9	0.084	0.084	0.0006
10	0.06	0.0011	0.0002
11	0.056	-0.0029	0.0002
12	0.063	0.0041	0.0001
13	0.055	-0.0039	0.0000
14	0.055	-0.0039	0.0000
15	0.055	-0.0039	0.0000
16	0.055	-0.0039	0.0000
17	0.061	0.0021	0.0000
18	0.056	-0.0029	0.0000
19	0.055	-0.0039	0.0000
20	0.057	-0.0019	0.0000
21	0.068	0.0091	0.0001
22	0.071	0.0121	0.0001
23	0.056	-0.0029	0.0000
24	0.055	-0.0039	0.0000
25	0.055	-0.0039	0.0000
26	0.056	-0.0029	0.0000
27	0.055	-0.0039	0.0000
28	0.056	-0.0029	0.0000
29	0.055	-0.0039	0.0000
30	0.055	-0.0039	0.0000
31	0.056	-0.0029	0.0000
32	0.055	-0.0039	0.0000
33	0.056	-0.0029	0.0000
34	0.07	0.0111	0.0001
35	0.087	0.0281	0.0008
36	0.064	0.0051	0.0000
37	0.055	-0.0039	0.0000
38	0.055	-0.0039	0.0000
39	0.061	0.0021	0.0000
40	0.057	-0.0019	0.0000
41	0.063	0.0041	0.0000
42	0.056	-0.0029	0.0000
43	0.055	-0.0039	0.0000
44	0.055	-0.0039	0.0000
45	0.056	-0.0029	0.0000
46	0.055	-0.0039	0.0000
47	0.056	-0.0029	0.0000
48	0.055	-0.0039	0.0000
49	0.056	-0.0029	0.0000
50	0.055	-0.0039	0.0000
	$\langle t \rangle_N = 0.0589$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 7.5634\text{e} - 16$	$\sigma_N = 0.00733 \quad \rho_{max} = 54.425$

Таблица 1: Результаты прямых измерений.

## 7. Расчет результатов косвенных измерений.

Границы интервалов, с	$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, c^{-1}$	$t, c$	$\rho, c^{-1}$
[0.054; 0.0587]	37	158.5633	0.0563	43.3684
[0.0587; 0.0633]	5	21.4275	0.061	54.3871
[0.0633; 0.068]	3	12.8565	0.0657	45.475
[0.068; 0.0727]	2	8.571	0.0703	25.352
[0.0727; 0.0773]	1	4.2855	0.075	9.423
[0.0773; 0.082]	0	0.0	0.0797	2.335
[0.082; 0.0867]	1	4.2855	0.0843	0.386
[0.0867; 0.087]	1	4.2855	0.0868	0.0425

Таблица 2: Данные для построения гистограммы.



## 8. Расчет погрешностей измерений

№	Интервал, с	$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N}$	$P$
1	[0.0516; 0.0663]	44	0.88	0.683
2	[0.0443; 0.0736]	47	0.94	0.954
3	[0.0369; 0.0809]	48	0.96	0.997

Таблица 3: Стандартные доверительные интервалы.

## 9. Выводы и анализ результатов работы.

Во время эксперимента было исследовано распределение случайной величины. Были вычислены среднее значение и дисперсия полученной выборки. С помощью гистограммы распределения результатов мной был наглядно изучен закон распределения случайной величины. У гистограммы и графика совпадают динамики возрастания и убывания, однако из-за довольно малого числа опытов гистограмма и график соответствуют друг другу не до конца.