

**Лабораторная работа 1.04 «Изучение  
равноускоренного вращательного  
движения»**

Группа: Р3114  
Студент: Гиниятуллин Арслан Рафаилович  
Преподаватель: Куксова Полина Алексеевна  
Работа выполнена: 28.04.2022  
К работе допущен:  
Отчёт принят:

## 1 Цель работы

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

## 2 Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Измерить время падения груза при разной массе груза и радиусом положения утяжелителей на крестовине.
2. Найти среднее время падения гири для всех масс гири и при всех положениях утяжелителей на крестовине.
3. Рассчитать ускорение  $a$  груза, угловое ускорение  $\varepsilon$  крестовины и момент силы  $M$  натяжения нити.
4. Построить график зависимости на основе результатов измерений.

## 3 Объект исследования

- Маятник Обербека.
- Равноускоренное вращательное движение.

## 4 Метод экспериментального исследования

Провести многократные косвенные и прямые измерения времени опускания грузов различных масс, связанных со ступицей крестовины, в зависимости от положения утяжелителей на осях крестовины.

## 5 Используемые формулы

1.  $a = \frac{2h}{t^2}$ , где  $h$  - расстояние пройденное грузом за время  $t$  от начала движения
2.  $\varepsilon = \frac{2a}{d}$ , где  $d$  - диаметр ступицы
3.  $M = \frac{md}{2}(g - a)$ , где  $d$  - диаметр ступицы
4.  $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$ , где  $M_{\text{тр}}$  - момент силы трения.
5.  $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$ , где  $I_0$  - сумма моментов инерции крестовины без утяжелителей,  $m_{\text{ут}}$  - масса утяжелителя,  $R$  - радиус между центром крестовины и центром утяжелителя
6.  $M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$
7.  $R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{1}{2}b$ , где  $l_1$  - расстояние от оси вращения до первой риски;  $n$  - номер риски, на которой установлены утяжелители;  $l_0$  - расстояние между соседним рисками;  $b$  - размер утяжелителя вдоль спицы

## 6 Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Шкала	Механический	0 - 0.7 м	0.0005 м
2	Секундомер	Цифровой	0 - 10 с	0.01 с

Таблица 1: Измерительные приборы

## 7 Схема установка

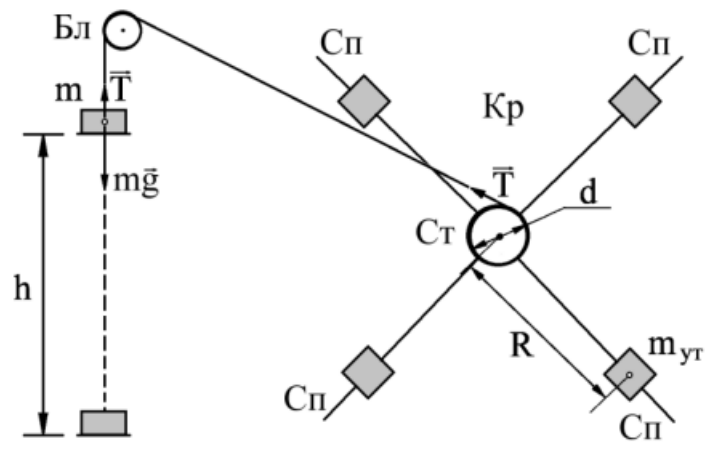


Рис. 1: Схема измерительного стенда

Наименование	Величина	Значение	Погрешность	Единица измерения
Масса шайбы	$m_1$	220	0.5	г
Расстояние первой риски от оси	$l_1$	57	0.5	мм
Расстояние между рисками	$l_0$	25	0.2	мм
Диаметр груза на крестовине	b	40	0.5	мм

Таблица 2: Исходные данные

## 8 Результаты прямых измерений и их обработки

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$m_1 = 220\text{г}$	4.00	4.68	5.26	6.12	7.47	8.11
	4.05	4.50	5.83	6.42	7.35	8.52
	3.89	4.03	5.35	6.15	7.39	8.32
	3.98	4.70	5.48	6.23	7.40	8.32
$m_2 = 440\text{г}$	2.86	3.34	3.76	4.66	5.66	6.72
	2.99	3.56	3.98	4.60	5.46	6.84
	2.93	3.51	3.69	4.72	5.39	6.76
	2.93	3.47	3.81	4.66	5.50	6.77
$m_3 = 660\text{г}$	2.45	2.81	3.36	3.71	4.39	5.57
	2.40	2.85	3.33	3.69	4.59	5.80
	2.44	2.82	3.39	3.81	4.66	5.72
	2.43	2.86	3.36	3.74	4.55	5.69
$m_4 = 880\text{г}$	2.02	2.40	3.04	3.27	3.77	4.43
	2.11	2.47	3.24	3.32	3.82	4.37
	2.07	2.83	3.29	3.31	3.80	4.39
	2.07	2.47	3.26	3.30	3.80	4.42

Таблица 3: Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разным положении утяжелителей на крестовине

## 9 Расчёт результатов косвенных измерений

		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$m_1 = 220\text{г}$	a	0.088	0.063	0.047	0.037	0.026	0.02
	$\varepsilon$	3.826	2.739	2.043	1.609	1.13	0.87
	M	49.241	49.368	49.449	49.499	49.555	49.585
$m_2 = 440\text{г}$	a	0.163	0.116	0.096	0.063	0.046	0.031
	$\varepsilon$	7.087	5.043	4.174	2.739	2	1.348
	M	97.724	98.199	98.402	98.736	98.908	99.06
$m_3 = 660\text{г}$	a	0.237	0.171	0.124	0.096	0.068	0.043
	$\varepsilon$	10.304	7.435	5.391	4.174	2.957	1.87
	M	145.462	146.464	147.178	147.603	148.028	148.407
$m_4 = 880\text{г}$	a	0.327	0.229	0.132	0.128	0.097	0.072
	$\varepsilon$	14.217	9.957	5.739	5.565	4.217	3.13
	M	192.128	194.112	196.075	196.156	196.783	197.289

Таблица 4: Значение ускорения, углового ускорения, момента силы для каждой риски

	R, м	$R^2, \text{м}^2$	$I \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
1 риска	0.077	0.005929	13.819
2 риска	0.102	0.010404	20.055
3 риска	0.127	0.016129	35.942
4 риска	0.152	0.023104	36.636
5 риска	0.177	0.031329	47.653
6 риска	0.202	0.040804	63.199

Таблица 5: Расчет радиусов и моментов инерции для каждой риски

Найдём ускорение гири  $a$ , угловое ускорение крестовины  $\varepsilon$ , момент силы натяжения нити  $M$  для первого значения времени  $t_{\text{ср}}$

1. Ускорение гири:

- $a = \frac{2h}{t^2}; h = 0,7\text{м}; t = 3,98\text{с}$
- $a = \frac{2 \cdot 0,7}{3,98^2} = 0,088\text{м/с}^2$

2. Угловое ускорение крестовины:

- $\varepsilon = \frac{2a}{d}; d = 0,046\text{м}; a = 0,088\text{м/с}^2$
- $\varepsilon = \frac{2 \cdot 0,088}{0,046} = 3,826\text{рад/с}^2$

3. Момент силы натяжения нити:

- $M = \frac{md(g-a)}{2}; a = 0,088\text{м/с}^2; m = 220\text{г}; d = 0,046\text{м}$
- $M = \frac{220 \cdot 0,088 \cdot (9,81 - 0,088)}{2} = 49,241\text{Н} \cdot \text{м}$

4. Рассчитаем радиус и его квадрат для каждой риски по формула:  
 $R_n = l_1 + l_0 \cdot (n - 1) + \frac{1}{2}b; l_1 = 0,057\text{м}, \text{ где } l_0 = 0,025\text{м}; b = 0,04\text{м}$

- $R_1 = 0,077\text{м}$
- $R_1^2 = 0,005929\text{м}^2$
- $R_2 = 0,102\text{м}$
- $R_2^2 = 0,010404\text{м}^2$
- $R_3 = 0,127\text{м}$
- $R_3^2 = 0,016129\text{м}^2$
- $R_4 = 0,152\text{м}$
- $R_4^2 = 0,023104\text{м}^2$
- $R_5 = 0,177\text{м}$
- $R_5^2 = 0,031329\text{м}^2$
- $R_6 = 0,202\text{м}$
- $R_6^2 = 0,040804\text{м}^2$

5. Найдём момент инерции  $I$  для каждой риски при помощи МНК и формулы  $M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$  и запишем в таблицу 5.

## 10 Расчёт погрешностей измерений

1.  $t_{1\text{ср}} = 3,98\text{с}$

- Вычислим оценку среднего квадратичного отклонения

$$S_{t_{1\text{ср}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t^2)}{n(n-1)}} = 0,05\text{м}; n = 3\text{шт}$$

- Вычислим доверительный интервал случайной погрешности

$$\Delta_{t_1} = t_{0,95,3} \cdot S_{t_{1\text{ср}}} = 4,3 \cdot 0,05 = 0,215\text{с}$$

- Вычислим абсолютную погрешность измерений

$$\Delta_t = \sqrt{\Delta_{t_1}^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0,2 \cdot t_{1\text{ср}}\right)^2} = 0,573\text{с}$$

- Вычислим относительную погрешность измерений

$$\varepsilon_{t_{1\text{ср}}} = \frac{\Delta_t}{t_{1\text{ср}}} \cdot 100\% = \frac{0,573}{3,98} \cdot 100\% = 14,4\%$$

- $t = (3,98 \pm 0,573)\text{с}, \varepsilon_t = 14,4\%; \alpha = 0,95$

2.  $a = \frac{2h}{t^2}; h = (0,7 \pm 0,01)\text{м}; t = (3,98 \pm 0,573)\text{с}$

- Вычислим абсолютную погрешность измерений  

$$\Delta_a = \sqrt{\left(\frac{\delta a}{\delta h} \cdot \Delta_h\right)^2 + \left(\frac{\delta a}{\delta t} \cdot \Delta_t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3,98^2} \cdot 0,01\right)^2 + \left(\frac{-2 \cdot 0,7}{3,98^2} \cdot 0,573\right)^2} = 0,0127 \text{ м/с}^2$$
  - Вычислим относительную погрешность измерений  

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} \cdot 100\% = \frac{0,0127}{0,088} \cdot 100\% = 14,4\%$$
  - $a = (0,088 \pm 0,0127) \text{ м/с}^2$ ,  $\varepsilon_a = 14,4\%$ ,  $\alpha = 0,95$
3.  $\varepsilon = \frac{2a}{d}$ ;  $d = (0,046 \pm 0,0005) \text{ м}$ ;  $a = (0,088 \pm 0,0127) \text{ м/с}^2$
- Вычислим абсолютную погрешность измерений  

$$\Delta_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\delta \varepsilon}{\delta a} \cdot \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\delta \varepsilon}{\delta d} \cdot \Delta_d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{0,046} \cdot 0,0127\right)^2 + \left(\frac{-2 \cdot 0,088}{0,046^2} \cdot 0,0005\right)^2} = 0,55 \text{ рад/с}^2$$
  - Вычислим относительную погрешность измерений  

$$\varepsilon_\varepsilon = \frac{\Delta_\varepsilon}{\varepsilon} \cdot 100\% = \frac{0,55}{3,826} \cdot 100\% = 14,4\%$$
  - $\varepsilon = (3,826 \pm 0,55) \text{ рад/с}^2$ ,  $\varepsilon_\varepsilon = 14,4\%$ ,  $\alpha = 0,95$
4. Вычислим абсолютную погрешность измерений  

$$M = \frac{md(g-a)}{2}, d = (0,046 \pm 0,0005) \text{ м}, a = (0,088 \pm 0,0127) \text{ м/с}^2, m = (220 \pm 0,5) \text{ г}$$
- Вычислим абсолютную погрешность измерений  

$$\Delta_M = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{\delta a} \cdot \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\delta M}{\delta m} \cdot \Delta_m\right)^2 + \left(\frac{\delta M}{\delta d} \cdot \Delta_d\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{220 \cdot 0,046}{2} \cdot 0,0127\right)^2 + \left(\frac{0,447}{2} \cdot 0,5\right)^2 + \left(\frac{2138}{2} \cdot 0,0005\right)^2} = 0,55 \text{ Н} \cdot \text{м}$$
  - Вычислим относительную погрешность измерений  

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta_M}{M} \cdot 100\% = \frac{0,55}{49,241} \cdot 100\% = 1,1\%$$
  - $M = (49,241 \pm 0,55) \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\varepsilon_M = 1,1\%$ ,  $\alpha = 0,95$

## 11 Графики

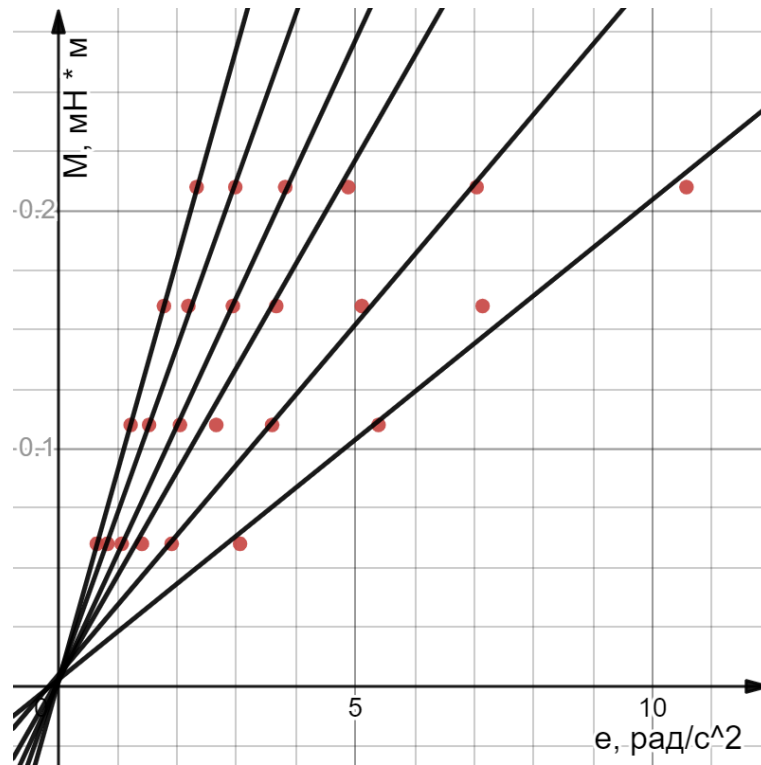


Рис. 2: График зависимости  $M(\varepsilon)$

График зависимости  $M(\varepsilon)$  построен при помощи значений из таблицы 5 и МНК по формуле  $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$ .

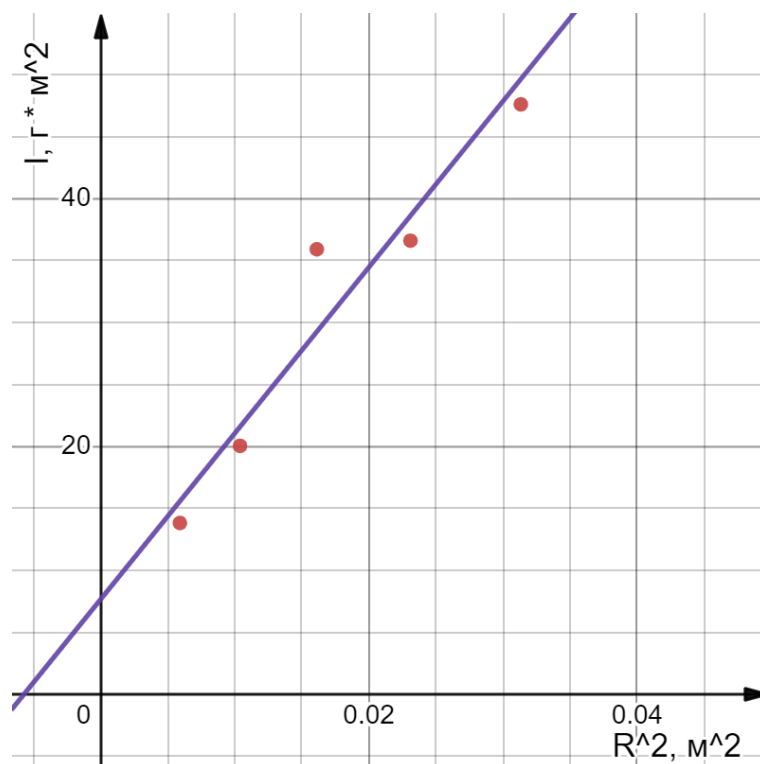


Рис. 3: График зависимости  $I(R^2)$

График зависимости  $I(R^2)$  построен при помощи значений из таблицы 4 и МНК по формуле  $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$ .

## 12 Окончательные результаты

1.  $t = (3,9 \pm 0,6)\text{с}, \varepsilon_t = 14,4\%, \alpha = 0,95$
2.  $a = (0,088 \pm 0,013)\text{м/с}^2, \varepsilon_a = 14,4\%, \alpha = 0,95$
3.  $\varepsilon = (3,8 \pm 0,6)\text{рад/с}^2, \varepsilon_\varepsilon = 14,4\%, \alpha = 0,95$
4.  $M = (49,2 \pm 0,6)\text{Н} \cdot \text{М}, \varepsilon_m = 1,1\%, \alpha = 0,95$
5.  $m_{\text{ут}} = (335,9 \pm 32,5)\text{г}, \varepsilon_m = 9,7\%, \alpha = 0,95$
6.  $I = 7,6 + 1340R^2$
7.  $I_0 = (7,6 \pm 3,2)\text{г} \cdot \text{м}^2, \varepsilon_{I_0} = 42\%, \alpha = 0,95$

## 13 Выводы и анализ результатов работы.

В ходе лабораторной работы было измерено время падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине. Было найдено среднее время падения груза, рассчитано ускорение  $a$ , угловое ускорение  $\varepsilon$  крестовины и момент силы  $M$  натяжения нити. Для каждого положения утяжелителей было найдено расстояние МНК были найдены зависимости  $M(\varepsilon)$  и  $I(R^2)$  и построены графики этих зависимостей с намешением точек из косвенных измерений.