



ITMO UNIVERSITY

Группа \_\_\_\_\_ Р3114 \_\_\_\_\_ К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент \_\_\_\_\_ Гиниятуллин Арслан Рафаилович \_\_\_\_\_ Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_ Куксова Полина Алексеевна \_\_\_\_\_ Отчет принят \_\_\_\_\_

## Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе №1

### Исследование распределения случайной величины

#### 1. Цель работы.

- 1) Провести измерения конкретного интервала времени
- 2) Построить гистограмму результатов измерения
- 3) Вычислить среднее значение и дисперсию
- 4) Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с таким же распределением средним значением и дисперсией

#### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- 1) Провести 50 измерений времени выполнения программы на языке программирования C++.
- 2) Построить гистограмму распределения времени исполнения программ;
- 3) По данным таблицы вычислить выборочное значение среднего  $\langle t \rangle_N$  и выборочное среднеквадратичное отклонение  $\sigma_N$ ;
- 4) Записать результаты в таблицу;
- 5) По формуле вычислить максимальное значение плотности распределения  $\rho_{max}$  соответствующее  $t = \langle t \rangle$ , занести его в таблицу;
- 6) Найти значение  $t$ , соответствующие серединам выбранных ранее интервалов, занести их в столбец новой таблицы номер 2. Для этих значений, используя параметры  $\langle t \rangle_N$  и  $\sigma_N$  в качестве  $\langle t \rangle$  и  $\sigma$ , вычислить значение плотности распределения  $\rho(t)$ , занести их в новую таблицу номер 2. Нанести все расчетные точки на график, на котором изображена гистограмма и провести через них плавную кривую;
- 7) Проверить, насколько точно выполняется в наших опытах соотношение между вероятностями и долями  $\frac{\Delta N_{\sigma}}{N}$ ,  $\frac{\Delta N_{2\sigma}}{N}$ ,  $\frac{\Delta N_{3\sigma}}{N}$ . Для этого вычислить границы интервалов для найденных нами значений  $\langle t \rangle_N$  и  $\sigma_N$ , занести их в таблицу номер 3;
- 8) По данным первой таблицы подсчитать и занести в таблицу номер 3 количество  $\Delta N$  измерений, попадающих в каждый из этих интервалов, и отношение  $\frac{\Delta N}{N}$  этого количества к общему числу измерений. Сравнить их с соответствующими нормальному распределению значениями  $P$  вероятности;
- 9) Рассчитать среднеквадратичное отклонение среднего значения

10) Найди табличное значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha,N}$  для доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$ . Записать доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени

### 3. Объект исследования.

Время исполнения программы.

### 4. Метод Экспериментального исследования

Пользуясь встроенными функциями языка программирования, определить время исполнения программы.

### 5. Рабочие формулы и исходные данные

|  |  |
|--|--|
| $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$  | $\langle t \rangle_N$ - выборочное значение                                      |
| $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$  | $\rho(t)$ - плотность вероятности или закон распределения исследуемой величины   |
| $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$   | $\sigma_N$ - выборочное среднеквадратичное отклонение                            |
| $\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  | $\rho_{\max}$ - максимальная высота гистограммы                                  |
| $[\langle t \rangle_N - \sigma_N, \langle t \rangle_N + \sigma_N],$<br>$[\langle t \rangle_N - 2\sigma_N, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N],$<br>$[\langle t \rangle_N - 3\sigma_N, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N]$ | $P$ - вероятность попадания результата каждого измерения в интервал $[t_1, t_2]$ |
| $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$  | $\sigma$ - среднеквадратичное отклонение среднего значения                       |
| $\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}, \alpha = 0,95$  | $t_{\alpha,N}$ - коэффициент Стьюдента,<br>$\alpha$ - доверительная вероятность  |

## 6. Результаты измерений и их обработки

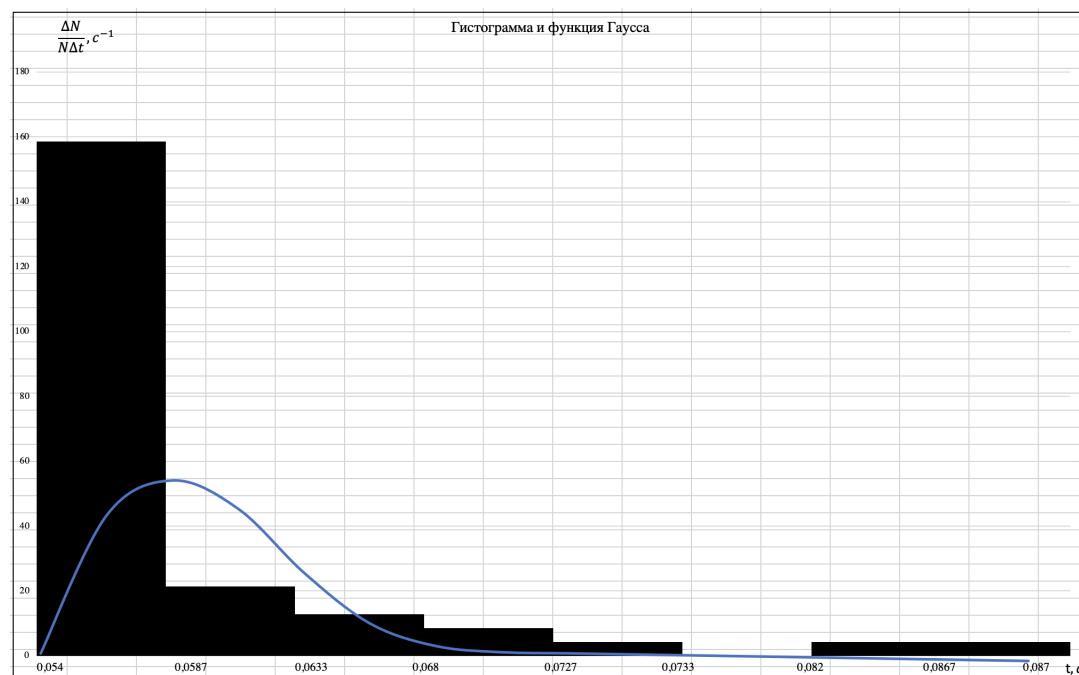
| №  | $t_i, \text{с}$                | $t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$                        | $(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$           |
|----|--------------------------------|--|---|
| 1  | 0.076                          | 0.0171   | 0.0003  |
| 2  | 0.066                          | 0.0071   | 0.0000  |
| 3  | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 4  | 0.055                          | -0.0039  | 0.0002  |
| 5  | 0.057                          | -0.0019  | 0.0001  |
| 6  | 0.056                          | -0.0029  | 0.0001  |
| 7  | 0.055                          | -0.0039  | 0.0002  |
| 8  | 0.054                          | -0.0049  | 0.0000  |
| 9  | 0.084                          | 0.084  | 0.0006  |
| 10 | 0.06                           | 0.0011   | 0.0002  |
| 11 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0002  |
| 12 | 0.063                          | 0.0041   | 0.0001  |
| 13 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 14 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 15 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 16 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 17 | 0.061                          | 0.0021   | 0.0000  |
| 18 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 19 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 20 | 0.057                          | -0.0019  | 0.0000  |
| 21 | 0.068                          | 0.0091   | 0.0001  |
| 22 | 0.071                          | 0.0121   | 0.0001  |
| 23 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 24 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 25 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 26 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 27 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 28 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 29 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 30 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 31 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 32 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 33 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 34 | 0.07                           | 0.0111   | 0.0001  |
| 35 | 0.087                          | 0.0281   | 0.0008  |
| 36 | 0.064                          | 0.0051   | 0.0000  |
| 37 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 38 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 39 | 0.061                          | 0.0021   | 0.0000  |
| 40 | 0.057                          | -0.0019  | 0.0000  |
| 41 | 0.063                          | 0.0041   | 0.0000  |
| 42 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 43 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 44 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 45 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 46 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 47 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 48 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
| 49 | 0.056                          | -0.0029  | 0.0000  |
| 50 | 0.055                          | -0.0039  | 0.0000  |
|    | $\langle t \rangle_N = 0.0589$ | $\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 7.56\text{e-}16$ | $\sigma_N = 7.33\text{e-}3 \quad \rho_{max} = 54.425$ |

Таблица 1: Результаты прямых измерений.

## 7. Расчет результатов косвенных измерений.

| Границы интервалов, с | $\Delta N$ | $\frac{\Delta N}{N \Delta t}, c^{-1}$ | $t, c$ | $\rho(t), c^{-1}$ |
|-----------------------|------------|---------------------------------------|--------|-------------------|
| [0.054; 0.0587]       | 37         | 158.5633                              | 0.0563 | 43.3684           |
| [0.0587; 0.0633]      | 5          | 21.4275                               | 0.061  | 54.3871           |
| [0.0633; 0.068]       | 3          | 12.8565                               | 0.0657 | 45.475            |
| [0.068; 0.0727]       | 2          | 8.571                                 | 0.0703 | 25.352            |
| [0.0727; 0.0773]      | 1          | 4.2855                                | 0.075  | 9.423             |
| [0.0773; 0.082]       | 0          | 0.0                                   | 0.0797 | 2.335             |
| [0.082; 0.0867]       | 1          | 4.2855                                | 0.0843 | 0.386             |
| [0.0867; 0.087]       | 1          | 4.2855                                | 0.0868 | 0.0425            |

Таблица 2: Данные для построения гистограммы.



## 8. Расчет погрешностей измерений

| № | Интервал, с      | $\Delta N$ | $\frac{\Delta N}{N}$ | $P$   |
|---|------------------|------------|----------------------|-------|
| 1 | [0.0516; 0.0663] | 44         | 0.88                 | 0.683 |
| 2 | [0.0443; 0.0736] | 47         | 0.94                 | 0.954 |
| 3 | [0.0369; 0.0809] | 48         | 0.96                 | 0.997 |

Таблица 3: Стандартные доверительные интервалы.

## 9. Выводы и анализ результатов работы.

Во время эксперимента было исследовано распределение случайной величины. Были вычислены среднее значение и дисперсия полученной выборки. С помощью гистограммы распределения результатов мной был наглядно изучен закон распределения случайной величины. У гистограммы и графика совпадают динамики возрастания и убывания, однако из-за довольно малого числа опытов гистограмма и график соответствуют друг другу не до конца.