



Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC INFORMATIQUE

Session Principale 2021

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabes / Djerba



Exercice 1



45' min

5 pt



- 1) On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 - (5-3i)z + 2-9i = 0$.
 - a- Vérifier que $(3+i)^2 = 8+6i$.
 - b- Résoudre l'équation (E).
- 2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B et K d'affixes respectives $z_A = 1 - 2i$, $z_B = 4 - i$ et $z_K = 2$.
 - a- Soit C le symétrique de A par rapport à K. Montrer que $z_C = 3 + 2i$.
 - b- Dans l'annexe ci-jointe figure 1, placer les points A, B, C et K.
 - c- Calculer $\overline{(z_B - z_A)}(z_B - z_C)$.
 - d- Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.
- 3) La droite (AB) coupe l'axe (O, \vec{u}) en un point F. on pose $z_F = a$ ou a est un réel.
 - a- Montrer que $(z_B - z_A)(z_F - z_A) = 3a - 1 + (7 - a)i$.
 - b- Déterminer alors le réel a .
 - c- Vérifier que B est le milieu du segment [AF].
 - d- Soit G le point d'intersection des droites (FK) et (BC). Déterminer l'affixe du point G.

Exercice 2



40' min

4,5 pt



On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{3+5u_n}{5+3u_n} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- 1)
 - a- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 1$.
 - b- Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \frac{3(1-u_n^2)}{5+3u_n}$. Dédurre que la suite (u_n) est croissante.
 - c- Montrer que la suite (u_n) est convergente puis calculer sa limite.
- 2) Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par : $v_n = \frac{1-u_n}{1+u_n}$.
 - a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$.
 - b- Exprimer v_n en fonction de n puis montrer que $u_n = \frac{4^n - 1}{4^n + 1}$.
 - c- A partir de quelle valeur de n , $u_n \geq 0.99$?

Exercice 3



40' min

4,5 pt



- 1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $-2x + 3y = 10$
 - a- Vérifier que le couple (7,8) est solution de l'équation (E).
 - b- Résoudre l'équation (E).

On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 1.



73.832.000

On pose $a_n = 7 + 3 \cdot 6^n$, $b_n = 8 + 2 \cdot 6^n$ et $d_n = \text{PGCD}(a_n, b_n)$.

- 2) **a-** Vérifier que le couple (a_n, b_n) est solution de l'équation (E).
b- En déduire que d_n divise 10.
- 3) **a-** Montrer que $6^n \equiv 0[5]$.
b- Prouver que $a_n \equiv 0[5]$ et $b_n \equiv 0[5]$.
c- Déduire que $d_n=5$ ou $d_n=10$.
- 4) **a-** Montrer par récurrence que $6^n \equiv 6[10]$.
b- en déduire que $a_n \equiv 5[10]$.
c- Montrer que $d_n=5$.

Exercice 4

🕒 55' min

6 pt



Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} + \ln x$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $O, (\vec{i}, \vec{j})$.

- 1) **a-** Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
b- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.
- 2) **a-** montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) > 0$.
b- Dresser le tableau de variation de f .
c- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $]0, +\infty[$ une unique solution α et que $0.5 < \alpha < 0.6$.
- 3) **a-** Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f''(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.
b- Montrer que le point $G(1, 1)$ est un point d'inflexion de la courbe (C).
c- Montrer que la droite $T: y = 2x - 1$ est la tangente à (C) au point G.
- 4) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = f(x) - (2x - 1)$.
a- Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$ et en déduire que la fonction g est croissante.
b- Calculer $g(1)$ et déterminer le signe de g sur $]0, +\infty[$.
c- Déduire la position relative de T et (C).
- 5) Dans l'annexe ci-jointe figure 2. Tracer T et (C).

Figure 1

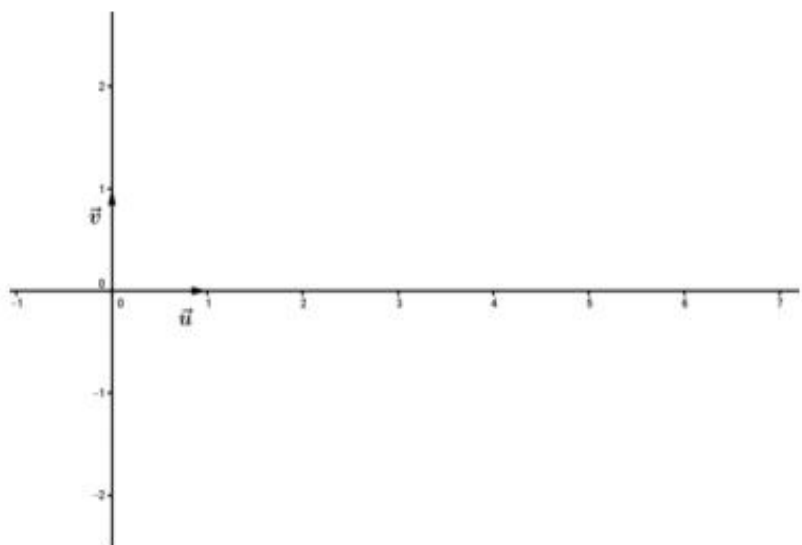
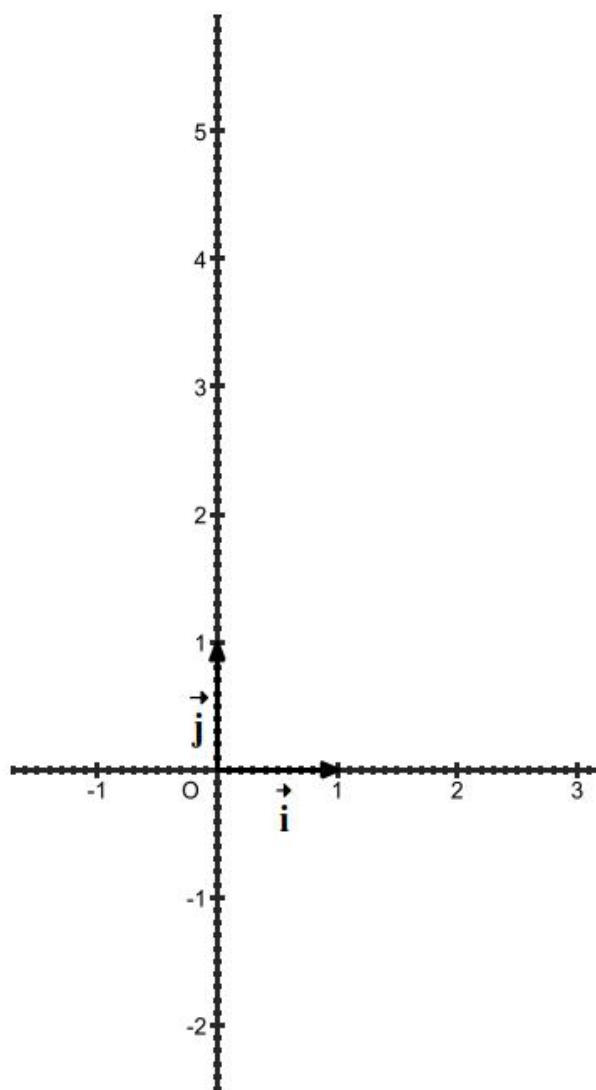


Figure 2





Taki Academy
www.takiacademy.com



Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabes / Djerba



www.takiacademy.com



73.832.000