CINEMÁTICA

Movimento retilíneo uniformemente variado - MRUV

MRUV

- Movimento cuja velocidade varia uniformemente no decorrer do tempo, isto é, varia de quantidades iguais em intervalos de tempos iguais.

- A aceleração do móvel (α) é constante no decorrer do tempo e diferente de zero.

- O espaço percorrido aumenta proporcionalmente ao quadrado do tempo.

- $V \neq cte.$
- $\alpha = cte$ e $\alpha \neq 0.$

Aceleração escalar

- Num movimento variado, seja v_1 a velocidade escalar do móvel no instante t_1, e v_2 a velocidade escalar no instante posterior t_2. Seja $\Delta V = V_2 - V_1$ a variação da velocidade no intervalo de tempo Δt. A aceleração escalar média $\boldsymbol{\alpha}$ no intervalo de tempo Δt é, por definição:

$$\boxed{\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}}$$

- Unidade no S.I.: m/s^2

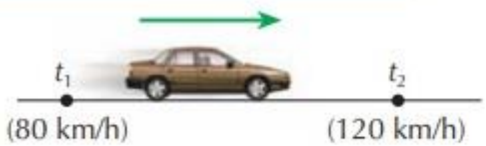
Classificação do MRUV

- Em Cinemática, de acordo com a orientação da trajetória, a velocidade escalar pode ser positiva ou negativa.
- Assim, ao nos referirmos a **acelerado** ou **retardado**, devemos trabalhar com o módulo da velocidade escalar.
- Quando aceleramos ou retardamos um veículo, estamos aumentando ou diminuindo o módulo da velocidade escalar.

Movimento **acelerado**: o **módulo** da velocidade escalar **aumenta** no decurso do tempo.
Movimento **retardado**: o **módulo** da velocidade escalar **diminui** no decurso do tempo.

Classificação do MRUV

Movimento acelerado



O **módulo** da velocidade escalar **aumenta** no decurso do tempo.

Dependendo da orientação da trajetória, podem ocorrer duas situações:

Acelerado progressivo

A favor da trajetória

$\boxed{v > 0}$, pois:

$v_1 = +80$ km/h e $v_2 = +120$ km/h

$\boxed{\alpha > 0}$, pois:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (+120) - (+80)$

$\Delta v = 40 \text{ km/h} > 0$

Assim, sendo $\Delta v > 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$$

Acelerado retrógrado

Contra a trajetória

$\boxed{v < 0}$, pois:

$v_1 = -80$ km/h e $v_2 = -120$ km/h

$\boxed{\alpha < 0}$, pois:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (-120) - (-80)$

$\Delta v = -40 \text{ km/h} < 0$

Assim, sendo $\Delta v < 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$$

Classificação do MRUV

Movimento retardado

O **módulo** da velocidade escalar **diminui** no decurso do tempo.

Dependendo da orientação da trajetória, podem ocorrer duas situações:

Retardado progressivo

A favor da trajetória

$\boxed{v > 0}$, pois:

$v_1 = +120$ km/h e $v_2 = +80$ km/h

$\boxed{\alpha < 0}$, pois:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (+80) - (+120)$
$\Delta v = -40 \text{ km/h} < 0$
Assim, sendo $\Delta v < 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$$

Retardado retrógrado

Contra a trajetória

$\boxed{v < 0}$, pois:

$v_1 = -120$ km/h e $v_2 = -80$ km/h

$\boxed{\alpha > 0}$, pois:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (-80) - (-120)$
$\Delta v = 40 \text{ km/h} > 0$
Assim, sendo $\Delta v > 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$$

Aceleração média

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_o}{t - t_o}$$

onde:

a = aceleração média

V_o = velocidade inicial

V = velocidade final

t_o = instante inicial

t = instante final

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado MRUV

- Movimento cuja velocidade varia uniformemente no decorrer do tempo, isto é, varia de quantidades iguais em intervalos de tempos iguais.

- A aceleração do móvel é constante no decorrer do tempo e diferente de zero.

- O espaço percorrido aumenta proporcionalmente ao quadrado do tempo.

Classificação

Sinal da *a*	Sinal da *V*	Produto *a . V*	Classificação
+	+	+	ACELERADO E PROGRESSIVO
-	-	+	ACELERADO E RETRÓGRADO
+	-	-	RETARDADO E RETRÓGRADO
-	+	-	RETARDADO E PROGRESSIVO

Equação horária das posições

$$s = S_o + V_o . t + \frac{at^2}{2}$$

Sorvetão ou **s**entado no **so**fá, **v**endo **t**elevisão **at**é **meia** noite

Equação horária da velocidade

$$V = V_o + at$$

Vi **vo**cê **a** **t**oa

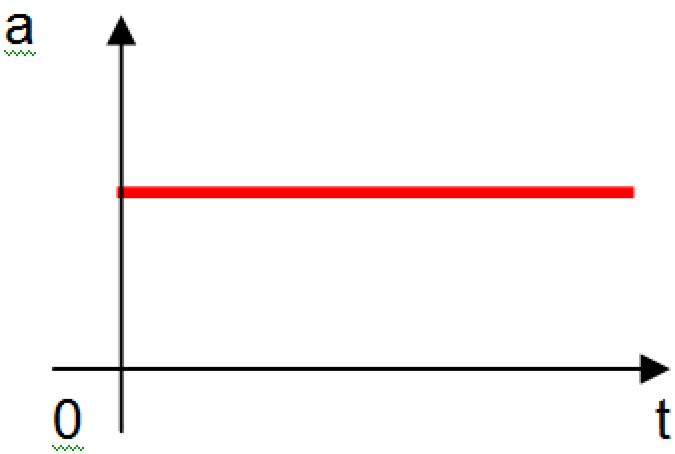
Equação de Torricelli

$$V^2 = {V_o}^2 + 2.a.\Delta S$$

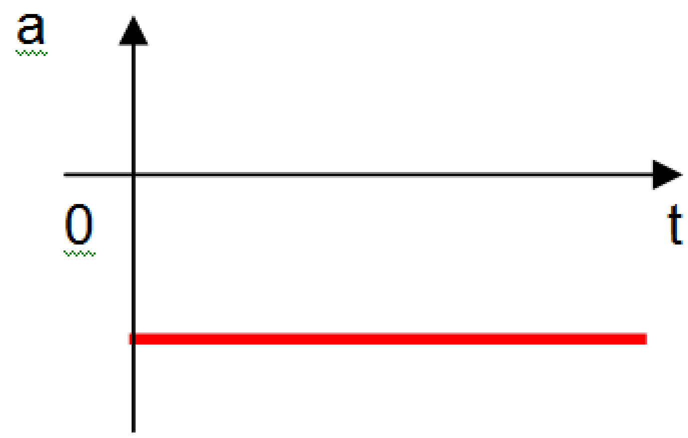
Vo**vô** na **a**sa **delta 2**

Gráficos do MRUV

1° Aceleração x tempo

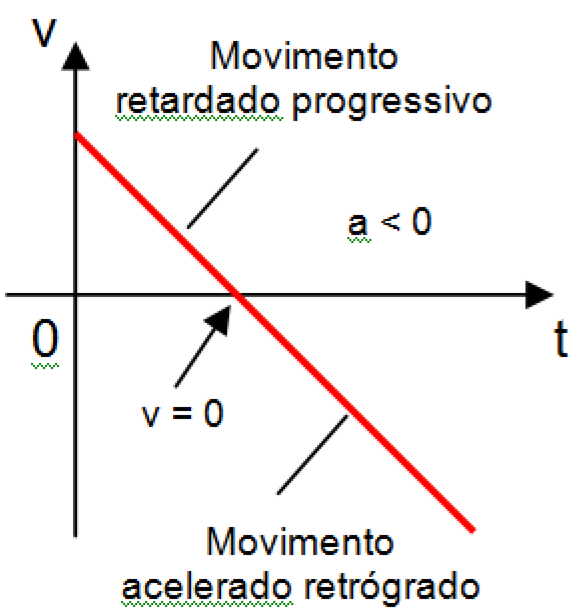


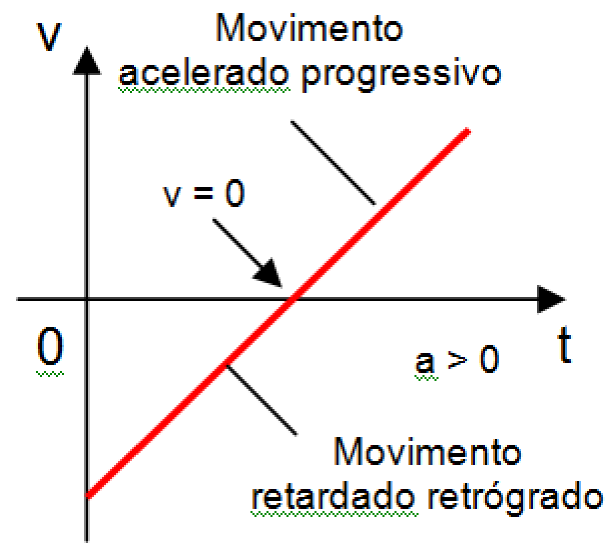
Acelerado



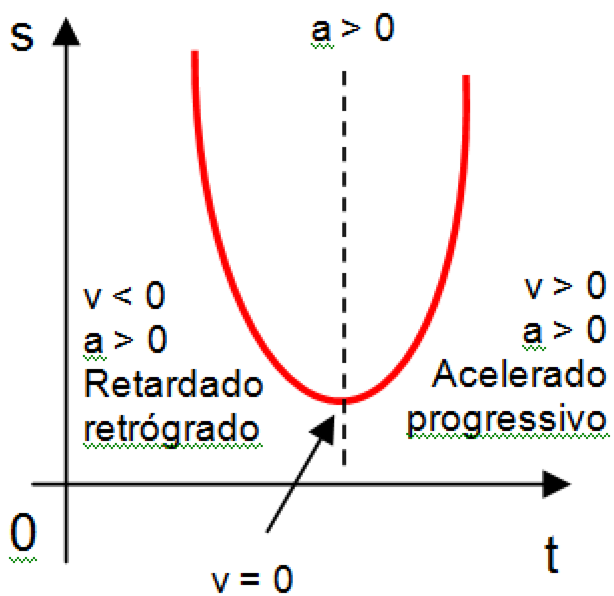
Retardado

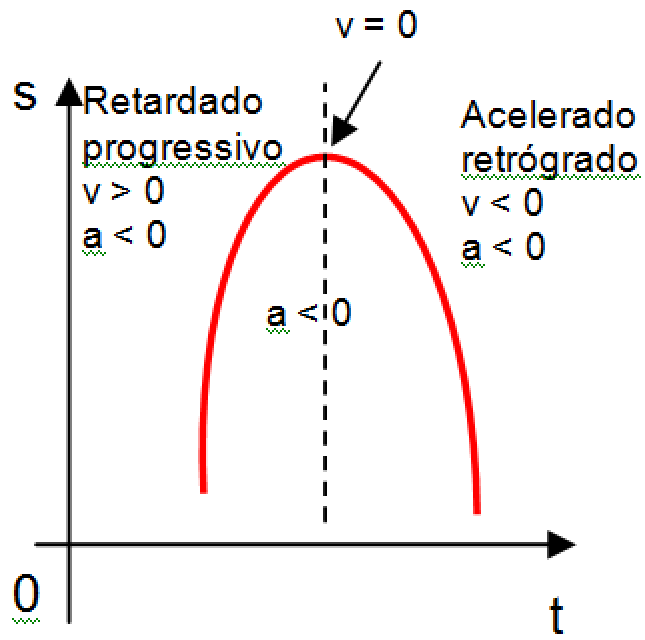
2° velocidade x tempo





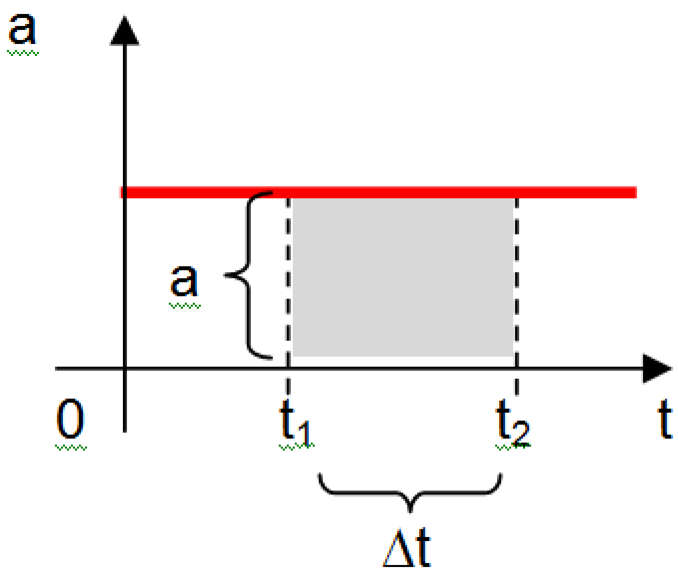
3° posição x tempo





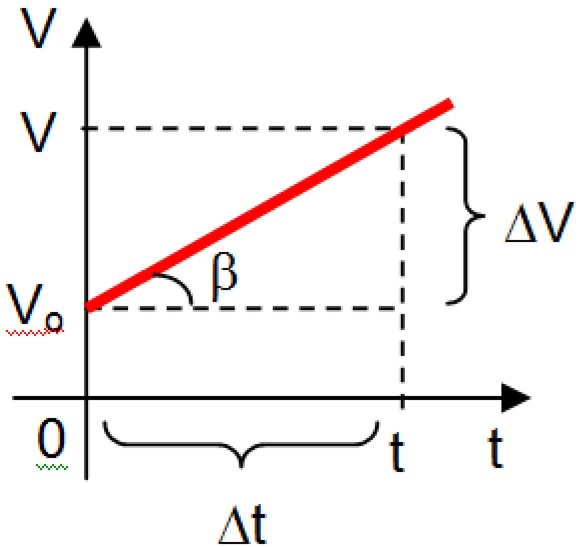
Propriedades nos gráficos no MRUV

1° aceleração x tempo



A área de um retângulo:	$A = b \cdot H$
Aplicando em nosso caso, temos:	$A = a \cdot \Delta t$
Sendo $a \cdot \Delta t = \Delta V$:	$\Delta V \equiv A$

2° velocidade x tempo



A definição de tangente:	$\text{tg } \beta = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$
Aplicando a definição de tangente no nosso caso, temos:	$\text{tg } \beta = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$
Sabendo que $a = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$, temos então:	$a = \text{tg } \beta$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Em um anúncio de certo tipo de automóvel, afirma-se que o veículo, partindo do repouso, atinge a velocidade de 108 km/h em 8 s. Qual é a aceleração escalar média desse automóvel?

Solução:

A variação da velocidade Δv = 108 km/h ocorre no intervalo de tempo Δt = 8 s. A aceleração escalar média do veículo, portanto, vale:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{108 \text{ km/h}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 13{,}5 \frac{\text{km/h}}{\text{s}}}$$

Esse resultado indica que, em média, a velocidade desse carro aumenta de 13,5 km/h a cada segundo. Para expressar o resultado em m/s^2, devemos converter a variação da velocidade para m/s:

$$\Delta_v = 108 \text{ km/h} = \frac{108}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = 30 \text{ m/s}$$

Assim:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 3{,}75 \text{ m/s}^2}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2. É dada a função $v = 12 - 2t$, na qual t é medido em segundos e v em metros por segundo.

a) Determine a velocidade escalar inicial e a aceleração escalar do movimento.

b) Discuta se o movimento é acelerado ou retardado, nos instantes 2 s e 8 s.

c) Verifique se há mudança de sentido do movimento (se houver, determine em que instante).

Solução:

a) O movimento proposto é MUV, pois sua velocidade escalar varia em função do tempo de acordo com uma função do tipo $v = v_0 + \alpha t$.

Comparando $v = v_0 + \alpha t$ com $v = 12 - 2t$ e identificando cada termo, obtemos:

$$\boxed{v_0 = 12 \text{ m/s}} \text{ e } \boxed{\alpha = -2 \text{ m/s}^2}$$

A aceleração escalar do movimento é constante (definição do MUV) e igual a -2 m/s².

b) Já sabemos que $v = 12 - 2t$. Então, temos:

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 12 - 2 \cdot 2 \Rightarrow v_2 = 8 \text{ m/s } (v_2 > 0) \quad \text{e} \quad t = 8 \text{ s} \Rightarrow v_8 = 12 - 2 \cdot 8 \Rightarrow v_8 = -4 \text{ m/s } (v_8 < 0)$$

No instante 2 s o movimento é retardado, pois a velocidade e a aceleração escalares têm sinais contrários ($v > 0, \alpha < 0$).

No instante 8 s o movimento é acelerado, pois a velocidade e a aceleração escalares têm o mesmo sinal ($v < 0, \alpha < 0$).

Observação:

Quando se dispõe de uma tabela da velocidade escalar em função do tempo, a discussão acelerado/retardado é feita pelo módulo da velocidade escalar; quando se dispõe da função da velocidade $v = v_0 - \alpha t$, a discussão acelerado/retardado é feita comparando-se os sinais de v e de α.

c) Mudança de sentido: se houver, devemos ter $v = 0$ no instante considerado. Substituindo v por zero em $v = 12 - 2t$, vem:

$$0 = 12 - 2t \Rightarrow 2t = 12 \Rightarrow \boxed{t = 6 \text{ s}}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Um ponto material parte do repouso em movimento uniformemente acelerado com aceleração escalar $\alpha = +5 \text{ m/s}^2$. Quais são os valores de sua velocidade e de seu espaço após 10 s?

Solução:

O móvel parte do repouso. Portanto, sua velocidade inicial é $v_0 = 0$. Vamos convencionar que no instante inicial o móvel se encontrava na própria origem dos espaços. Assim: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$ (parte do repouso); $\alpha = +5 \text{ m/s}^2$.

Substituindo esses valores nas funções horárias, para $t = 10$ s, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow s = \frac{5t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{5}{2} \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{s = 250 \text{ m}}$$

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 5t \Rightarrow v = 5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = 50 \text{ m/s}}$$

Resposta: O móvel se encontra a 250 m de sua posição de partida e com velocidade escalar de 50 m/s, no instante 10 s.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

4. Sobre uma mesma trajetória, dois móveis *A* e *B* se movimentam obedecendo às funções horárias $s_A = -10 + 20t$ e $s_B = 15 + 5t + 2t^2$ (s em metros e t em segundos). Determine:

a) em que instantes os móveis A e B se cruzam;

b) onde, na trajetória, ocorrem os cruzamentos dos móveis.

Solução:

a) Os espaços iniciais (em $t = 0$) dos móveis são, respectivamente, -10 m e $+15$ m e eles se movem a favor do sentido da trajetória. Esquematicamente:

Para determinar os instantes em que os móveis se cruzam, devemos igualar os espaços: $s_A = s_B$.

Temos: $s_A = -10 + 20t$ e $s_B = 15 + 5t + 2t^2$

Igualando: $-10 + 20t = 15 + 5t + 2t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2t^2 - 15t + 25 = 0$

Resolvendo essa equação do 2º grau:

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 200}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{15 \pm \sqrt{25}}{4} \Rightarrow t = \frac{15 \pm 5}{4}$$

$$t' = \frac{15 - 5}{4} \Rightarrow \boxed{t' = 2{,}5 \text{ s}} \text{ e}$$

$$t'' = \frac{15 + 5}{4} \Rightarrow \boxed{t'' = 5 \text{ s}}$$

Portanto, os móveis se cruzam duas vezes: no instante 2,5 s e no instante 5 s.

b) Para determinar as posições em que ocorrem esses cruzamentos, devemos substituir esses instantes numa das funções horárias. Assim:

$$s'_A = -10 + 20 \cdot 2{,}5 = -10 + 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{s'_A = 40 \text{ m}}$$

$$s''_A = -10 + 20 \cdot 5 = -10 + 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{s''_A = 90 \text{ m}}$$

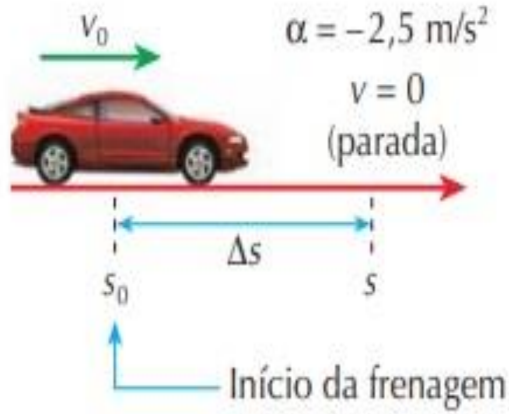
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

5. Um carro a 90 km/h é freado uniformemente com a aceleração escalar de 2,5 m/s^2 (em módulo) até parar. Determine a variação do espaço do móvel desde o início da frenagem até ele parar.

Solução:
O exercício pode ser resolvido com as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$. No entanto, com a equação de Torricelli a solução é mais rápida. A velocidade inicial do movimento retardado é $v_0 = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3{,}6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$; a aceleração de retardamento é $\alpha = -2{,}5 \text{ m/s}^2$ (negativa, pois o movimento é retardado e, portanto, v_0 e α devem ter sinais contrários). A velocidade final v é nula, pois o móvel para ao fim do percurso. Assim:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 25^2 - 2 \cdot 2{,}5 \cdot \Delta s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{25^2}{5} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 125 \text{ m}}$$



Resposta: 125 m

Exercício 6

Um carro partindo do repouso leva 5 s para alcançar a velocidade de 20 m/s, calcule sua aceleração média.

$V_o = 0$ m/s

$t = 5$ s

$V = 20$ m/s

$$V = V_o + at$$

$$20 = 0 + a \cdot 5$$

$$20 = 5a$$

$$a = \frac{20}{5} = 4 \text{ m/s}^2$$

Exercício 7

Um corpo realiza um movimento uniformemente variado segundo a equação horária $S = - 2t + 4t^2$ (SI).

Julgue os itens:

1 - A velocidade inicial do corpo é de -2 m/s.

2 - A aceleração do corpo é de 4 m/s^2.

3 - No instante $t = 2$ s o corpo estará na posição $S = 20$ m.

$$S = \boxed{0} \boxed{- \; 2\,.t} + \boxed{4t^2}$$

$$S = \boxed{S_o} \boxed{+ \; V_o t} + \boxed{\frac{at^2}{2}}$$

1- Verdadeiro pois, $V_o = -2$ m/s

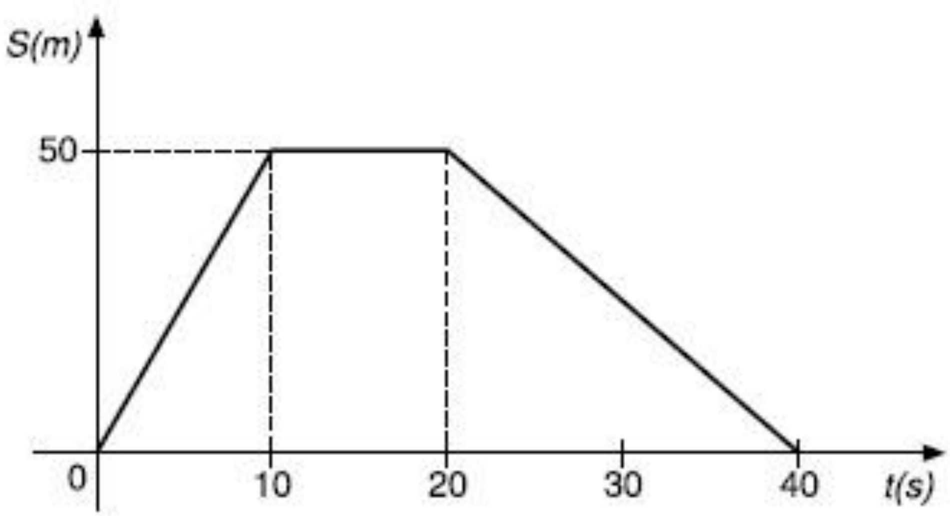
2- Falso pois, $a = 8$ m/s^2 ($8/2 = 4$)

$S = -2 \,.\, 2 + 4 \,.\, 2^2 = -4 + 4 \,.\, 4 = -4 + 16 = 12$ m

3- Falso $S = 12$ m

Exercício 8

No gráfico, representam-se as posições ocupadas por um corpo que se desloca numa trajetória retilínea, em função do tempo.
Pode-se, então, afirmar que o módulo da velocidade do corpo:



a) aumenta no intervalo de 0 s a 10 s;
b) diminui no intervalo de 20 s a 40 s;
c) tem o mesmo valor em todos os diferentes intervalos de tempo;
d) é constante e diferente de zero no intervalo de 10 s a 20 s;
e) é maior no intervalo de 0s a 10s

LETRA E

Explicação

No gráfico (S x t), demonstra em que posição (qual marco) o móvel estará em um determinado instante!

a)Para calcular a velocidade usaremos:

Vm= variação de espaço / variação de tempo

Vm trecho 1 =50 / 10

Vm trecho 1 = 5 m/s

(a velocidade não aumenta, o móvel mudou de posição de forma uniforme em intervalos de tempo iguais).

b) A velocidade não diminui durante o trecho dois, ele permanece 0 porque o móvel não andou, ficou parado no marco 50.

c)Não, tem trechos que o móvel está mudando de posição e há um em que ele fica parado em uma única posição.

d) Vm= variação de espaço / variação de tempo

Vm trecho 1 =50 / 10

Vm trecho 1 = 5 m/s

Vm= variação de espaço / variação de tempo

Vm trecho 2 =0 / 10

Vm trecho 2 = 0 m/s

Vm= variação de espaço / variação de tempo

Vm trecho 3 =50 / 20

Vm trecho 3 = 2,5 m/s

A resposta é a alternativa "e", a velocidade no trecho (1) é 5 m/s, maior em todos os trechos.

Exercício 9

Um barco, navegando a favor da correnteza de um rio, tem velocidade de 6 m/s e, contra a corrente, sua velocidade é 2 m/s, ambas em relação à Terra. Podemos afirmar corretamente que a velocidade da correnteza, em relação à Terra, e a velocidade do barco, em relação a correnteza, são, respectivamente:

a) 4 m/s e 2 m/s
b) 2 m/s e 4 m/s
c) 1 m/s e 2 m/s
d) 2 m/s e 1 m/s
e) 6 m/s e 4 m/s

A favor da correnteza a velocidade do barco em relação à Terra (V_{BT}) é dada pela soma da sua velocidade em relação ao rio (V_{BR})e da velocidade da correnteza em relação à Terra (V_{CT}). Ou seja, $V_{BR} + V_{CT} = V_{BT} = 6$ m/s.

Contra a correnteza a velocidade do barco em relação à Terra (V_{BT}) é dada pela diferença da sua velocidade em relação ao rio (V_{BR}) e da velocidade da correnteza em relação à Terra (V_{CT}). Ou seja, $V_{BR} - V_{CT} = V_{VT} = 2$ m/s.

Resolvendo o sistema:

$V_{BR} + V_{CT} = 6 \ \rightarrow \ V_{BR} = 6 - V_{CT}$

Substituindo:

$6 - V_{CT} - V_{CT} = 2 \ \rightarrow - 2 V_{CT} = - 4 \ \rightarrow \ V_{CT} = 2$ m/s

Portanto:

$V_{BR} = 6 – V_{CT} = 6 -2 = 4$ m/s Alternativa B

Questão 10

Um trem de 200 m de comprimento, com velocidade escalar constante de 60 km/h, gasta 36 s para atravessar completamente uma ponte.

A extensão da ponte, em metros, é de:

a) 200

b) 400

c) 500

d) 600

e) 800

Resolução

Dados:

L = 200 m

V = 60 km/h = 16,7 m/s

T = 36 s

S = v.t

S = x + 200

x + 200 = 16,7 . 36

x = 600 – 200

x = 400 m

Resposta: Alternativa b

Questão 11

No movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade inicial nula, a distância percorrida é:

a) diretamente proporcional ao tempo de percurso

b) inversamente proporcional ao tempo de percurso

c) diretamente proporcional ao quadrado do tempo de percurso

d) inversamente proporcional ao quadrado do tempo de percurso

e) diretamente proporcional à velocidade

Resolução

A equação que relaciona a velocidade inicial, a distância percorrida e o tempo é:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Quando v_0 é igual a zero e se considerarmos que S_0 também é zero no início movimento, podemos reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$S = \frac{1}{2} a t^2$$

Assim, podemos concluir que a distância percorrida é proporcional ao quadrado do tempo.

Alternativa C.