

Отчёт по лабораторной работе 2.2.1.

Исследование взаимной диффузии газов.

Работу выполнил Громов Артём
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2021 г.

1. Аннотация

Цель работы:

- 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов;
- 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

В работе используются: измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

Диффузией называется самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их хаотичного теплового движения. При перемешивании молекул разного сорта говорят о взаимной (или концентрационной) диффузии. Для наблюдения взаимной диффузии необходимо равенство давлений во всей системе (в противном случае возникнет гораздо более быстрое макроскопическое течение газа как сплошной среды).

В системе, состоящей из двух компонент a и b , плотность потока вещества любого компонента в результате взаимной диффузии определяется законом Фика:

$$j_a = -D_{ab} \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D_{ba} \frac{\partial n_b}{\partial x}, \quad (1)$$

где $D_{ab} = D_{ba} = D$ — коэффициент взаимной диффузии компонентов, а $j_{a,b}$ — плотности потока частиц соответствующего сорта (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени).

В данной работе исследуется диффузия примеси лёгкого газа (гелия) на фоне воздуха. Концентрация воздуха n_v в условиях опыта предполагается значительно большей, чем концентрация примеси n_{He} , и её относительное изменение в результате взаимной диффузии будет незначительным. Поэтому мы будем описывать только диффузию примеси (гелия) на стационарном фоне воздуха и в дальнейшем, если не оговорено особо, под n будем иметь в виду концентрацию примеси n_{He} .

Для исследования взаимной диффузии газов и определения коэффициента диффузии используется установка, изображённая на рис. 1. Два сосуда с объёмами V_1 и V_2 соединены трубкой длины l и сечения S . Сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии концентрации каждого из компонентов в обоих сосудах с течением времени выравниваются.

Рассмотрим процесс выравнивания концентрации. В общем случае концентрация зависит от координат и времени во всей установке. В наших условиях решение задачи упрощается, поскольку объём соединительной трубки мал по сравнению с объёмами сосудов. В связи этим концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объёму сосуда, и предположить, что процесс выравнивания концентраций происходит в основном благодаря диффузии в трубке.

Если бы концентрация в сосудах V_1 и V_2 поддерживались постоянными и равными n_1 и n_2 , то в трубке установился бы стационарный поток частиц $J = -DS \frac{\partial n}{\partial x}$, одинаковый в каждом сечении трубки. Следовательно, $n(x)$ была бы линейной функцией координаты и $dn/dx = \Delta n/l$, где l — длина трубки, откуда получаем

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}. \quad (2)$$

Предположим, что процесс выравнивания концентраций в сосудах происходит достаточно медленно, так что всё время успевает установиться стационарный (линейный) профиль концентрации и в каждый момент времени справедливо соотношение (2). Исходя из этого получим зависимость концентраций в каждом сосуде n_1 и n_2 от времени. Такое приближение называют квазистационарным.

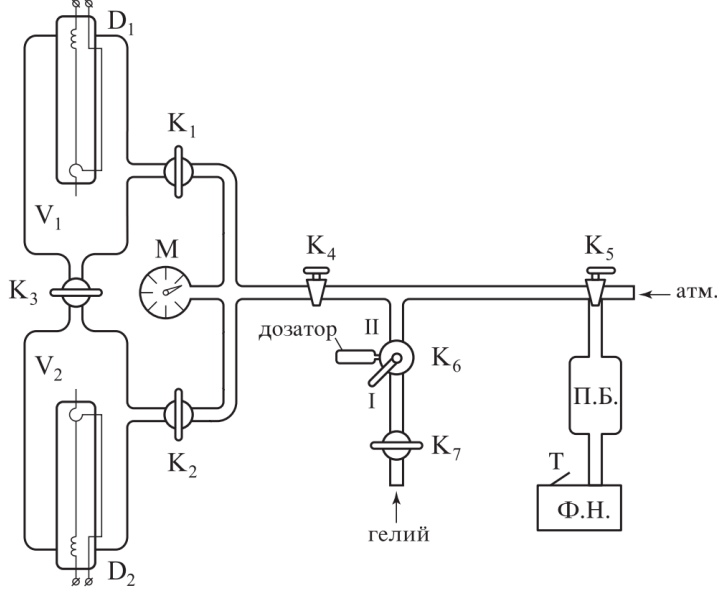


Рис. 1: Схема установки для исследования взаимной диффузии газов

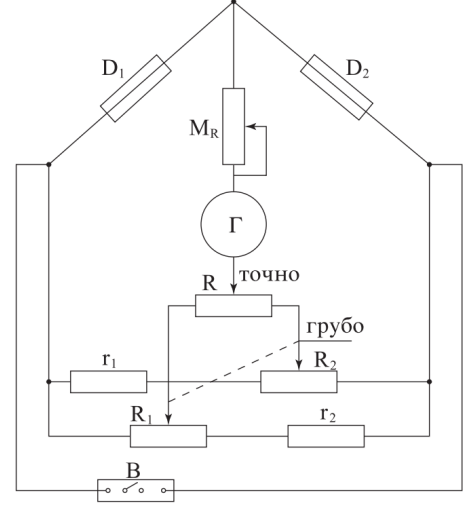


Рис. 2: Мостовая схема с датчиками теплопроводности для измерения разности концентраций газов

Обозначим через Δn_1 и Δn_2 изменения концентрации в объёмах V_1 и V_2 за время Δt . Тогда $V_1 \Delta n_1$ равно изменению количества компонента в объёме V_1 , а $V_2 \Delta n_2$ — изменению количества этого компонента в V_2 . Из закона сохранения вещества следует, что $V_1 n_1 + V_2 n_2 = \text{const}$ откуда $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$. Эти изменения происходят вследствие диффузии, поэтому

$$V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2 = J \Delta t = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \Delta t. \quad (3)$$

Деля это равенство на Δt , получим

$$V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}, \quad V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l}. \quad (4)$$

Разделив первое из этих уравнений на V_1 , а второе на V_2 и вычтя эти равенства друг из друга, найдём

$$\frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right). \quad (5)$$

Введём новую переменную $\Delta n = n_1 - n_2$, после чего уравнение легко интегрируется:

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau}, \quad (6)$$

где Δn_0 — разность концентраций в начальный момент времени,

$$\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{DS}. \quad (7)$$

Формула (6) показывает, что разность концентраций убывает по экспоненциальному закону и тем быстрее, чем меньше τ (постоянная времени процесса). Величина τ определяется

геометрическими размерами установки (l, S, V_1, V_2) и величиной коэффициента диффузии D .

Для проверки применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время τ много больше характерного времени диффузии одной частицы вдоль трубки длиной l : $t_{\text{диф}} \frac{l^2}{D} \ll \tau$.

Для измерения концентраций в данной установке применяются датчики теплопроводности D_1, D_2 (рис. 1) и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от её состава. Тонкая проволока радиуса $r_{\text{пр}}$, протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра радиуса $R_{\text{ц}}$, нагревается током. Тепло от проволоки к стенке цилиндра переходит главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. Количество тепла, передающееся стенке в единицу времени, посчитаем с помощью следующей формулы:

$$Q = \kappa \frac{2\pi L}{\ln(R_{\text{ц}}/r_{\text{пр}})} (T_1 - T_2), \quad (8)$$

где κ — теплопроводность, L — длина нити, T_1, T_2 — температуры проволоки и стенки. При заданном режиме нагревания ($Q = \text{const}$) температура проволоки и соответственно её сопротивление определяются теплопроводностью газа и, следовательно, его составом.

Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема (рис. 2). Здесь D_1 и D_2 — датчики теплопроводности, расположенные в сосудах V_1 и V_2 . Сопротивления R_1, R_2 и R служат для установки прибора на нуль (балансировка моста). В одну из диагоналей моста включён гальванометр, к другой подключается небольшое постоянное напряжение. Мост балансируется при заполнении сосудов (и датчиков) одной и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста, зависящий от разности концентраций.

Зависимость теплопроводности смеси газов от её состава, вообще говоря, довольно сложна. Однако при достаточно малых изменениях концентраций можно ожидать, что величина тока, проходящего через гальванометр G , будет пропорциональна разности концентраций (первый член разложения функции в ряд Тейлора). Эксперименты показывают, что при разности концентраций, равной 15%, поправка к линейному закону не превышает 0.5%, что для наших целей вполне достаточно.

В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону (6). По тому же закону изменяются во времени показания гальванометра (например, в делениях шкалы), т. е.

$$N = N_0 e^{-t/\tau}, \quad (9)$$

где N_0 — показание в начальный момент времени.

Отметим некоторые особенности методики, применённой в данной работе.

Во-первых, для устранения тепловой конвекции датчик выполнен в виде длинной стеклянной трубки, внутри которой натянута нагреваемая током платиновая нить. Внутренняя полость датчика сообщается с объёмом камеры через специально сделанные отверстия. Размер отверстий и объём датчика таковы, что скорость диффузии газов из объёма сосуда в полость датчика значительно больше скорости диффузии из одного объёма в другой. Таким образом, состав газа в датчике практически совпадает с составом газа в объёме.

Во-вторых, в силу неполного обмена энергией между молекулами газа и поверхностью нити её температура несколько выше, чем температура прилегающих слоёв газа — на её поверхности возникает температурный скачок. Величина температурного скачка зависит от давления. Вследствие этого, а также потому, что датчики не абсолютно идентичны, баланс моста несколько зависит от давления. Для повышения точности опытов рекомендуется балансировать мост, заполнив установку воздухом при давлении, близком к рабочему.

2. Экспериментальная установка

Общий вид конструкции установки приведён на рис. 1. Схема электрических соединений показана на рис. 2. На рис. 3 изображена конструкция многоходового крана K_6 .

Установка состоит из двух сосудов V_1 и V_2 , соединённых краном K_3 , форвакуумного насоса Ф.Н. с выключателем Т, манометра М и системы напуска гелия, включающей в себя краны K_6 и K_7 . Кран K_5 позволяет соединять форвакуумный насос либо с установкой, либо с атмосферой. Между форвакуумным насосом и краном K_5 вставлен предохранительный баллон П.Б., защищающий кран K_5 и установку при неправильной эксплуатации её от попадания форвакуумного масла из насоса Ф.Н. Сосуды V_1 и V_2 и порознь и вместе можно соединять как с системой напуска гелия, так и с форвакуумным насосом. Для этого служат краны K_1 , K_2 , K_4 и K_5 . Манометр М регистрирует давление газа, до которого заполняют тот или другой сосуды.

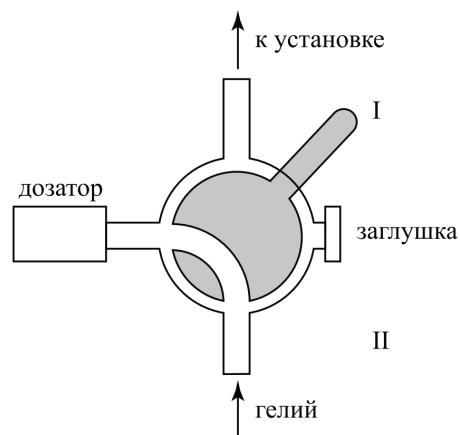


Рис. 3: Кран K_6

Давление гелия в трубопроводе больше атмосферного. Это необходимо для того, чтобы из-за возможных неплотностей в трубопроводе гелий оставался бы в нём без примесей воздуха. А система напуска гелия, особенно многоходовой кран K_6 , как правило, имеет утечки. Для сохранения гелия, а также для уменьшения неконтролируемого попадания гелия в установку (по протечкам в кране K_6) между трубопроводом подачи гелия и краном K_6 поставлен металлический кран K_7 . Его открывают только на время непосредственного заполнения установки гелием. Все остальное время он закрыт.

В силу того, что в сосуд требуется подавать малое давление гелия, между кранами K_7 и K_4 стоит кран K_6 , снабженный дозатором. Дозатор — это маленький объём, который заполняют до давления гелия в трубопроводе, а затем уже эту порцию гелия с помощью крана K_6 впускают в установку. Подробно разрез крана K_6 приведён на рис. 3, где показано соединение трубопровода гелия с дозатором. Рычажок Р (рис. 1 и 3), показанный пунктиром, находится в квадранте I. Для подачи гелия из дозатора в установку необходимо рычажок Р перевести из квадранта I в квадрант II. Если при этом окажется, что однократной подачи недостаточно, то процедуру надо повторить. Если же окажется, что гелия напущено больше необходимого, излишки можно откачать форвакуумным насосом. Устройство крана K_6 не на всех установках одинаково, но на всех установках одинаков его принцип — гелий в установку подаётся малыми порциями.

Кран K_4 обладает повышенной вакуумоплотностью. Как отмечалось выше, кран K_6 такой плотностью не обладает. Поэтому после заполнения сосудов V_1 и V_2 рабочей смесью кран K_4 надо обязательно закрыть, чтобы в рабочей части установки давление в процессе измерений сохранялось постоянным.

На рис. 2 приведена схема электрического соединения. D_1 и D_2 — сопротивления проводов датчиков парциального давления, которые составляют одно плечо моста. Второе плечо моста составляют сопротивления r_1 , R_1 и r_2 , R_2 . $r_1 \ll R_1$, $r_2 \ll R_2$, R_1 и R_2 — спаренные, их подвижные контакты находятся на общей оси. Оба они используются для грубой регулировки моста. Точная балансировка моста выполняется потенциометром R . Последовательно с гальванометром Γ , стоящим в диагонали моста, поставлен магазин сопротивлений M_R . Когда мост балансируют, магазин сопротивлений выводят на ноль. В

процессе же составления рабочей смеси в сосудах V1 и V2 мост разбалансирован. Чтобы не сжечь при этом гальванометр, магазин M_R ставят на максимальное сопротивление.

3. Результаты измерений и обработка данных

В нашей работе установка компьютеризирована, поэтому данные снимались компьютером каждую секунду. Измерения были проведены при четырёх значениях давления. Для определения коэффициента диффузии построим графики, откладывая по оси абсцисс время, а по оси ординат — логорифм от показаний гальванометра. Для определения угловых коэффициентов и их погрешностей воспользуемся методом наименьших квадратов.

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad b = \langle y \rangle - k \langle x \rangle, \quad \sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2}, \quad (10)$$

Из формулы (9) следует, что $k = -1/\tau$, значит мы можем получить выражение для D через k

$$D = -k \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{S}, \quad \mathcal{E}_D = \sqrt{\mathcal{E}_k^2 + \mathcal{E}_{l/S}^2 + \mathcal{E}_{V_1}^2 + \mathcal{E}_{V_2}^2 + \mathcal{E}_{V_1+V_2}^2}. \quad (11)$$

Характеристики установки следующие: $V_1 = 420 \pm 10 \text{ см}^3$, $V_2 = 420 \pm 10 \text{ см}^3$, $l/S = 9.0 \pm 0.1 \text{ 1/см}$.

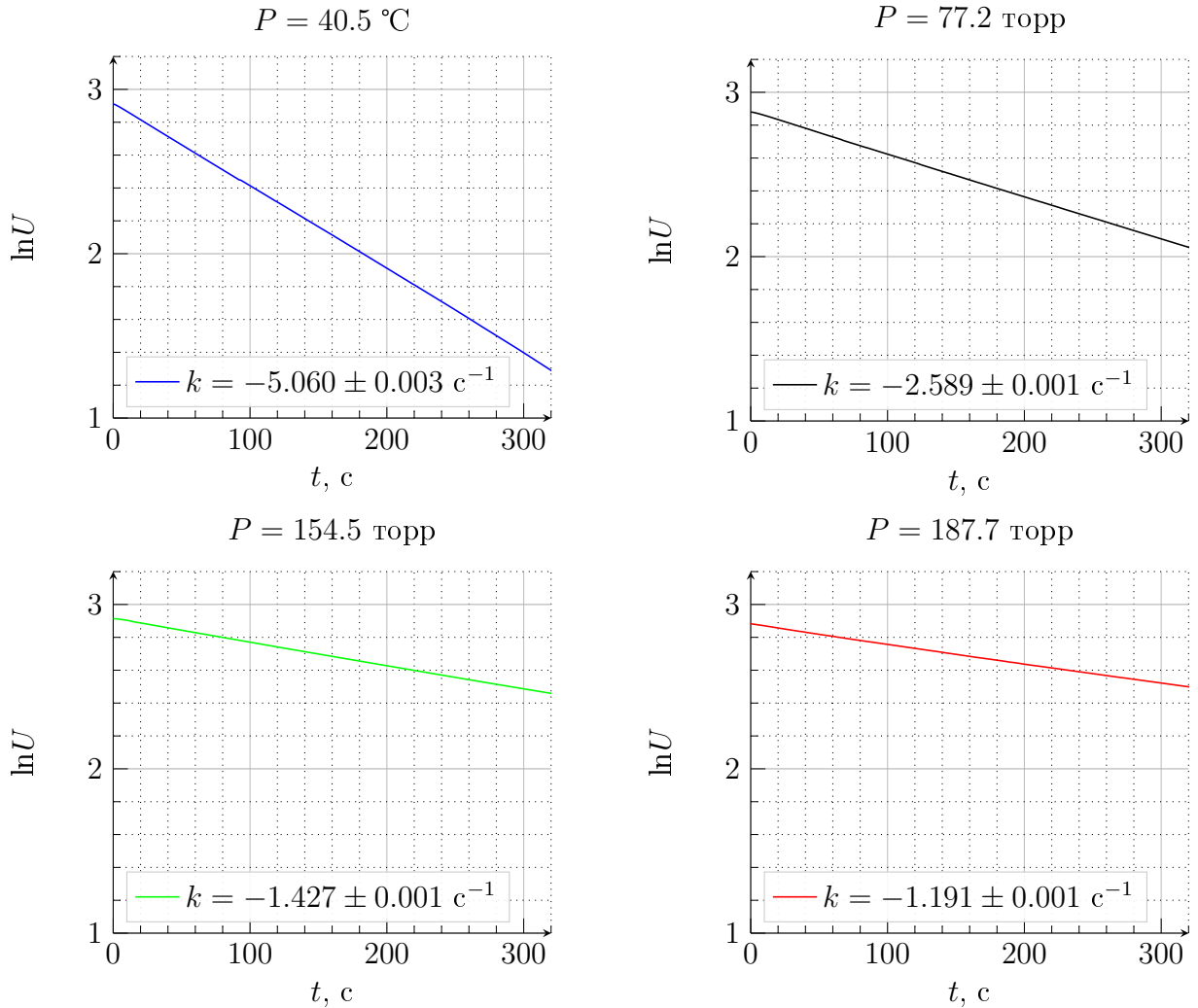


Рис. 4: Графики зависимости $\ln U$ от t

Зная угловые коэффициенты, вычислим коэффициент взаимной диффузии при каждом давлении. Данные занесём в таблицу 1.

Таблица 1.
Коэффициенты взаимной диффузии при разных давлениях

P , торр	40.5	77.2	154.5	187.7
D , $\text{см}^2/\text{с}$	9.56 ± 0.05	4.89 ± 0.05	2.70 ± 0.05	2.25 ± 0.05

Построим график зависимости D от $1/P$.

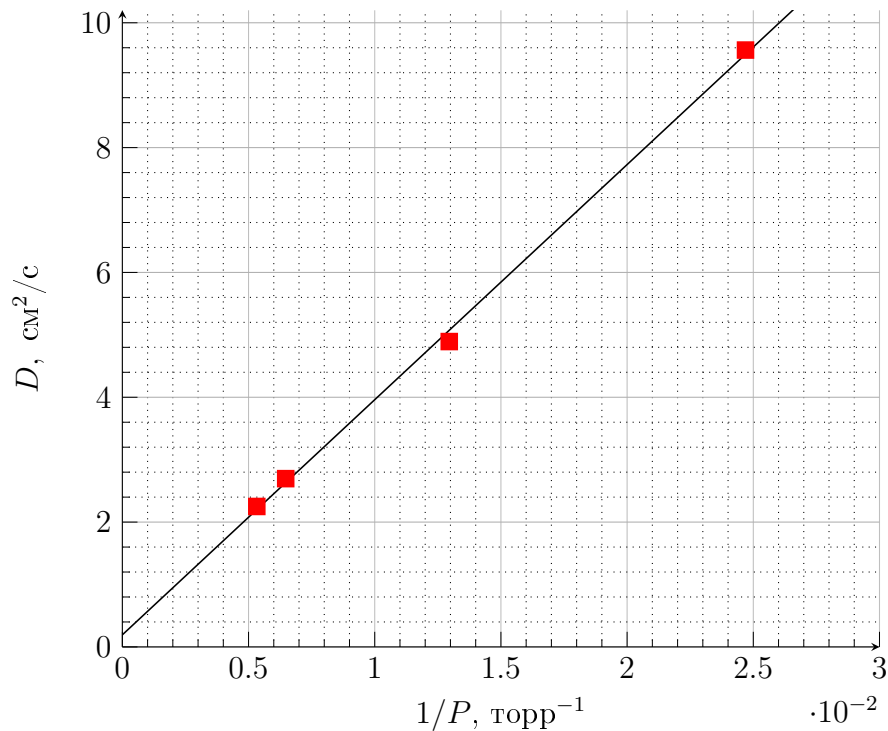


Рис. 5: Графики зависимости D от времени $1/P$

Определим угловой коэффициент этого графика с помощью метода наименьших квадратов $k = 377 \pm 7 \text{ торр} \cdot \text{см}^2/\text{с}$, $b = 0.19 \pm 0.05 \text{ см}^2/\text{с}$. Посчитаем коэффициент диффузии при атмосферном давлении $D_{\text{атм}} = 0.69 \pm 0.05 \text{ см}^2/\text{с}$.

4. Обсуждение результатов

Целью работы было определение коэффициента взаимной диффузии между гелием и воздухом. Итоговое значение, которое можно сравнить со справочным материалом — значение коэффициента диффузии при атмосферном давлении. По результатам эксперимента он оказался равен $D_{\text{атм}} = 0.69 \pm 0.05 \text{ см}^2/\text{с}$. Полученное значение хорошо совпадает с табличным при комнатной температуре. О погрешностях измерений судить сложно, так как они производились компьютером. Однако благодаря этому удалось получить очень низкую случайную погрешность (порядка 0.01%). Итоговая погрешность косвенных вычислений равняется 7%, что является довольно хорошим результатом. В ходе проведения опыта была выявлена высокая чувствительность установки к внешним возмущениям. На рис. 6 изображены несколько примеров этого.

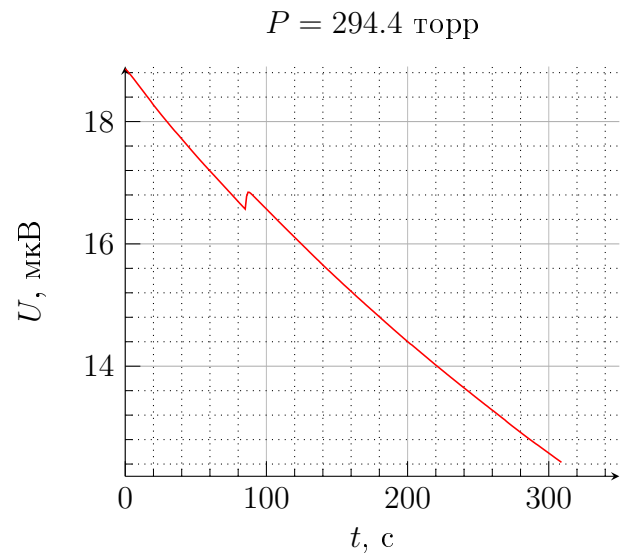
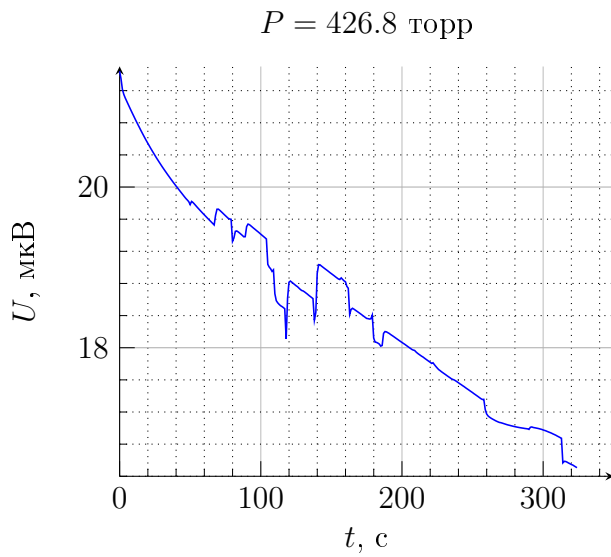


Рис. 6: Неудачные опыты

5. Вывод

Проведённый эксперимент можно считать удачным. Он хорошо совпал с теоретическими предсказаниями и известными табличными значениями. Для повышения точности во время работы нужно быть предельно аккуратным и не оказывать сильных воздействий на установку (удары по столу).