

Отчёт по лабораторной работе 3.6.1.

**Петля гистерезиса (динамический метод).**

Работу выполнил Громов Артём  
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2021 г.

# 1. Аннотация

**Цель работы:** изучение петель гистерезиса различных ферромагнитных материалов в переменных полях.

**В работе используются:** автотрансформатор, понижающий трансформатор, интегрирующая цепочка, амперметр, вольтметр, электронный осциллограф, делитель напряжения, тороидальные образцы с двумя обмотками.

Ферромагнитные материалы часто применяются в трансформаторах, дросселях, машинах переменного тока, то есть в устройствах, где они подвергаются периодическому перемагничиванию, — поэтому изучение магнитных характеристик ферромагнетиков в переменных полях представляет большой практический интерес. Основные характеристики ферромагнетиков — их коэрцитивное поле  $H_c$ , магнитная проницаемость  $\mu$ , рассеиваемая в виде тепла при перемагничивании мощность — зависят от частоты перемагничивающего поля. В данной работе кривые гистерезиса ферромагнитных материалов изучаются в поле частоты  $\nu_0 = 50$  Гц с помощью электронного осциллографа.

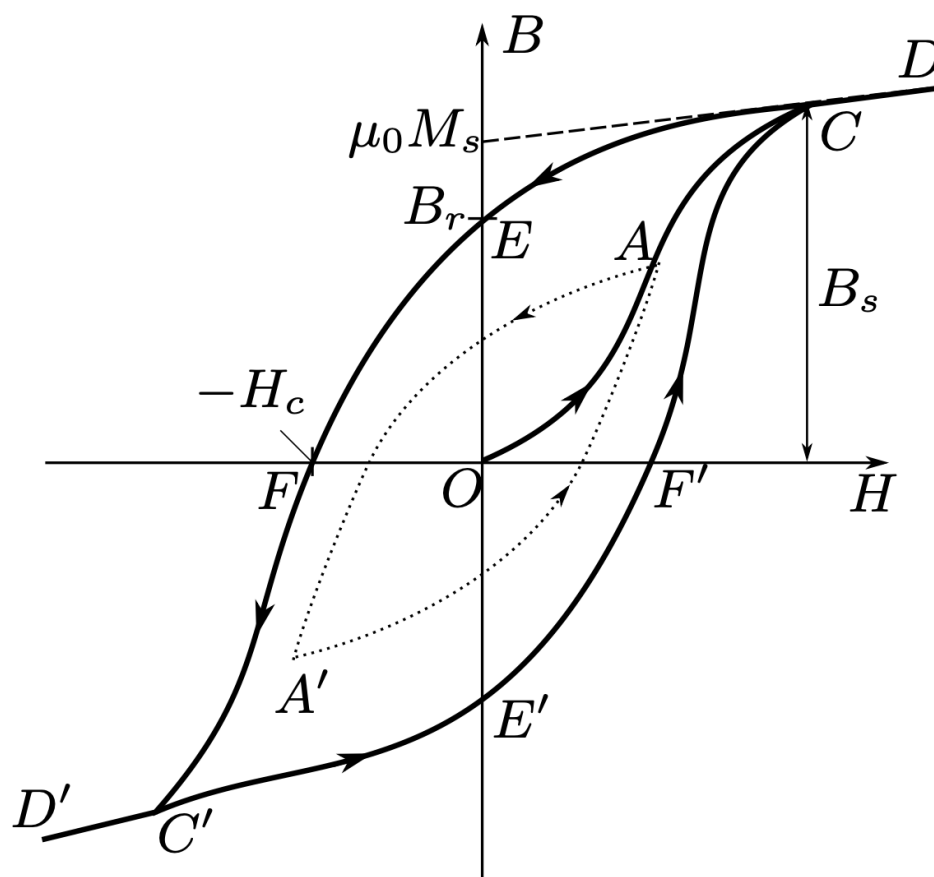


Рис. 1: Петля гистерезиса ферромагнетика.

Магнитная индукция  $B$  и напряжённость поля  $H$  в ферромагнитном материале неоднозначно связаны между собой: индукция зависит не только от напряжённости, но и от предыстории образца. Связь между  $B$  и  $H$  для типичного ферромагнетика иллюстрирует рис. 1.

Если к ферромагнитному образцу прикладывать переменное внешнее магнитное поле, то его состояние на плоскости  $H - B$  будет изменяться по замкнутой кривой — *петле*

*гистерезиса*. Размер петли определяется максимальным значением напряжённости  $H$  в цикле (напр., петля  $AA'$ , обозначенная пунктиром на рис. 1). Если амплитуда напряжённости достаточно велика, то образец будет периодически достигать насыщения, что на рисунке соответствует кривой  $CEFC'E'F'C$  (предельная петля гистерезиса). Пересечение предельной петли с вертикальной осью соответствует остаточной индукции  $B_r$ , пересечение с горизонтальной осью — коэрцитивному полю  $H_c$ . Крайние точки петель, соответствующие амплитудным значениям  $H$  (например, точка  $A$  на рис. 1), лежат на начальной кривой намагничивания (ОАС).

**Измерение магнитной индукции.** Магнитную индукцию  $B$  удобно определять с помощью ЭДС, возникающей при изменении магнитного потока  $\Phi$  в катушке, намотанной на образец. Пусть катушка с  $N$  витками плотно охватывает образец сечением  $S$ , и индукция  $B$  в образце однородна. Тогда имеем

$$|B| = \frac{1}{SN} \int \varepsilon dt. \quad (1)$$

Таким образом, для определения  $B$  нужно проинтегрировать сигнал, наведённый меняющимся магнитным полем в измерительной катушке, намотанной на образец.

Для интегрирования в работе используется интегрирующая  $RC$ -цепочка (рис. 2). «Входное» напряжение от источника  $U_{\text{вх}}(t)$  подаётся на последовательно соединённые  $U_{\text{вх}}$  резистор  $R_{\text{и}}$  и конденсатор  $C_{\text{и}}$ . «Выходное» напряжение  $U_{\text{вых}}(t)$  снимается с конденсатора. Предположим, что 1) сопротивление источника мало по сравнению с  $R_{\text{и}}$ , 2) выходное сопротивление (сопротивление на выходе осциллографа), напротив, велико:  $R_{\text{вых}} \gg R_{\text{и}}$  и, наконец, 3) сопротивление  $R_{\text{и}}$  достаточно велико, так что почти всё падение напряжения приходится на него, а  $U_{\text{вых}} \ll U_{\text{вх}}$ . В таком случае ток цепи равен  $I = (U_{\text{вых}} - U_{\text{вх}})/R_{\text{и}} \approx U_{\text{вх}}/R_{\text{и}}$ , и входное и выходное сопротивление связаны соотношением

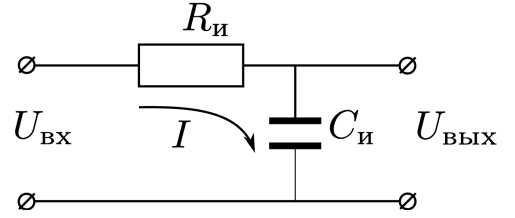


Рис. 2: Интегрирующая ячейка.

$$U_{\text{вых}} = \frac{q}{C_{\text{и}}} = \frac{1}{C_{\text{и}}} \int_0^t I dt \approx \frac{1}{\tau_{\text{и}}} \int_0^t U_{\text{вх}} dt. \quad (2)$$

где  $\tau_{\text{и}} = R_{\text{и}}C_{\text{и}}$  — постоянная времени  $RC$ -цепочки. Для индукции поля из (1) получаем

$$|B| = \frac{1}{SN} \int U_{\text{вх}} dt = \frac{\tau_{\text{и}}}{SN} U_{\text{вых}}, \quad (3)$$

**Замечание.** Уточним критерий применимости соотношения (2). Пусть на вход интегрирующей ячейки подан синусоидальный сигнал с частотой  $\omega_0$ . Тогда, пользуясь методом комплексных амплитуд, нетрудно найти отношение амплитуд входного и выходного напряжений:

$$\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{1/(\omega_0 C)}{\sqrt{R^2 + 1/(\omega_0 C)^2}}.$$

Видно, неравенство  $U_{\text{вых}} \ll U_{\text{вх}}$  реализуется, если

$$\tau \equiv RC \gg \frac{1}{\omega_0} \quad (4)$$

(импеданс конденсатора мал по сравнению сопротивлением резистора). В таком случае для синусоидального сигнала имеем

$$\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} \approx \frac{1}{\omega_0 \tau}. \quad (5)$$

В общем случае, если  $\omega_0$  — частота самой низкой гармоники в спектре произвольного входного сигнала, то при  $\omega_0\tau \gg 1$  неравенство  $U_{\text{вых}} \ll U_{\text{вх}}$  выполняется на любой частоте  $\omega > \omega_0$ .

## 2. Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рис. 3. Напряжение сети (220 В, 50 Гц) с помощью трансформаторного блока Т, состоящего из регулирующего автотрансформатора и разделительного понижающего трансформатора, подаётся на намагничивающую обмотку  $N_0$  исследуемого образца.

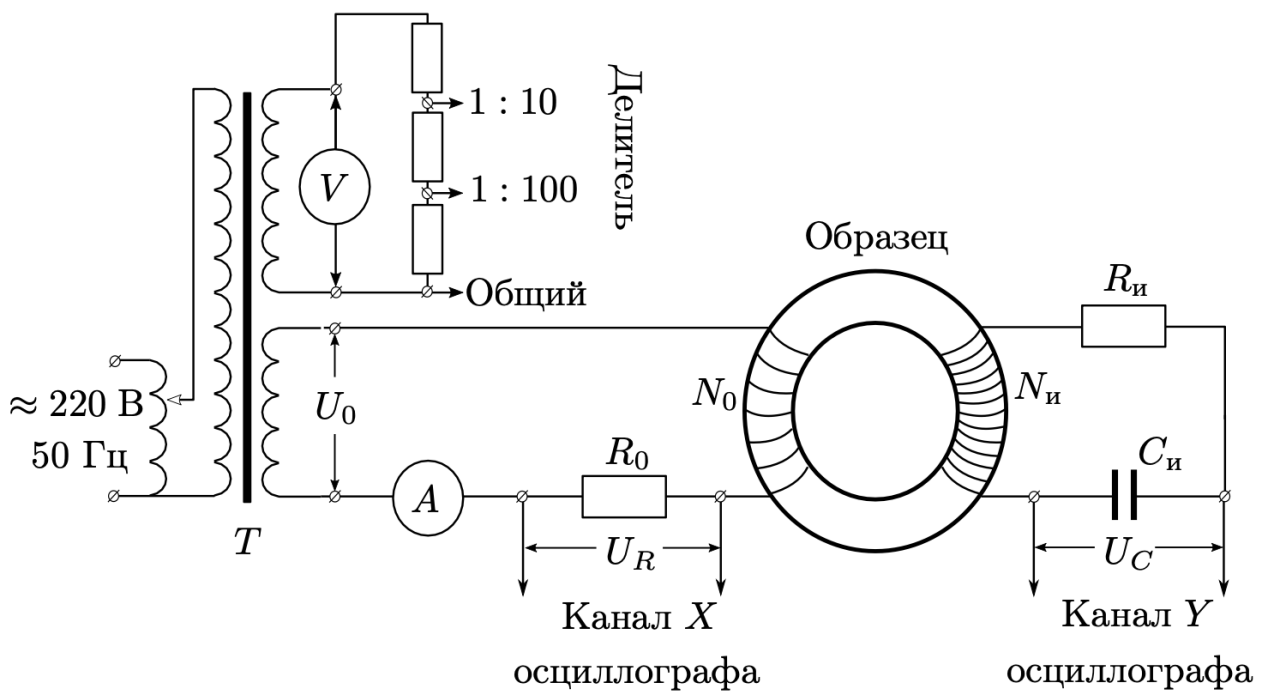


Рис. 3: Схема установки для исследования намагничивания образцов.

В цепь намагничивающей катушки, на которую подаётся некоторое напряжение  $U_0$ , последовательно включено сопротивление  $R_0$ . Напряжение на  $R_0$ , равное  $U_R = R_0 I_0$ , где  $I_0$  — ток в намагничивающей обмотке  $N_0$ , подаётся на канал  $X$  осциллографа. Связь напряжённости  $H$  в образце и тока  $I_0$  рассчитывается по теореме о циркуляции. Действующее значение переменного тока в обмотке  $N_0$  измеряется амперметром  $A$ .

Для измерения магнитной индукции  $B$  с измерительной обмотки  $N_{\text{и}}$  на вход  $RC$ -цепочки подаётся напряжение  $U_{\text{и}}$  ( $U_{\text{вх}}$ ), пропорциональное производной  $dB/dt$ . С интегрирующей ёмкости  $C_{\text{и}}$  снимается напряжение  $U_C$  ( $U_{\text{вых}}$ ), пропорциональное величине  $B$ , и подаётся на вход  $Y$  осциллографа. Значение индукции поля  $B$  рассчитывается по формуле (3).

Замкнутая кривая, возникающая на экране, воспроизводит в некотором масштабе (различном для осей  $X$  и  $Y$ ) петлю гистерезиса. Чтобы придать этой кривой количественный смысл, необходимо установить масштабы изображения, т. е. провести калибровку каналов  $X$  и  $Y$  осциллографа.

**Калибровка осциллографа.** Калибровка канала  $X$  осциллографа производится с помощью амперметра  $A$ . Предварительно необходимо замкнуть обмотку  $N_0$  (так как

катушка с ферромагнитным образцом является нелинейным элементом, ток в ней не имеет синусоидальной формы, поэтому связать амплитуду тока с показаниями амперметра можно лишь с довольно большой погрешностью). При закороченной обмотке  $N_0$  показания эффективного тока, умноженные на  $2\sqrt{2}$ , дадут значение удвоенной амплитуды тока, подаваемого на ось  $X$ , соответствующего ширине горизонтальной развёртки на экране (осциллограф должен работать в режиме  $X - Y$ ).

Калибровка вертикальной оси  $Y$ , как правило, не нужна (переключатель масштабов осциллографа откалиброван при изготовлении — при условии, что ручка плавной регулировки находится в положении калибровки). Тем не менее, она может проводиться с помощью сигнала, снимаемого через делитель напряжения со второй катушки понижающего трансформатора (рис. 3). Вольтметр  $V$  может достаточно точно измерить эффективное напряжение, подаваемое на вход осциллографа. После этого можно сравнить показания осциллографа и вольтметра.

**Измерение параметров интегрирующей ячейки.** Постоянную времени  $RC$ -цепочки можно определить экспериментально. С обмотки  $U_0$  на вход интегрирующей цепочки подаётся синусоидальное напряжение с частотой цепи  $\nu_0 = \omega_0/2\pi = 50$  Гц. На вход  $Y$  осциллографа или цифрового вольтметра поочерёдно подаются сигналы со входа ( $U_{\text{вх}} = U_0$ ) и выхода ( $U_{\text{вых}} = U_C$ )  $RC$ -цепочки. Измерив амплитуды этих сигналов, можно рассчитать постоянную времени  $\tau_{\text{и}} = R_{\text{и}}C_{\text{и}}$  по формуле (5). Кроме того, сопротивление и ёмкость можно независимым образом измерить цифровым мультиметром.

### 3. Результаты измерений и обработка данных

Запишем параметры установки:  $R_0 = 0.3$  Ом,  $R_{\text{и}} = 20$  кОм,  $C_{\text{и}} = 20$  мкФ.

#### 3.1. Исследования образца феррита.

Исследуемый образец обладает следующими параметрами:  $N_0 = 40$  витков,  $N_{\text{и}} = 400$  витков,  $S = 3.0$  см<sup>2</sup>,  $2\pi R = 25$  см.

Определим значения коэффициентов для преобразования показаний осциллографа. Для этого воспользуемся следующими формулами:

$$K_x = 2\sqrt{2}R_0I/(2x), \quad (6)$$

$$K_y = 2\sqrt{2}U_{\text{вых}}/(2y). \quad (7)$$

Необходимые данные и результаты занесём в таблицу 1.

**Таблица 1.**  
Определение коэффициентов калибровки

$I$ , мА	$2x$ , дел	$K_x$ , мВ/дел	$U_{\text{вых}}$ , мВ	$2y$ , дел	$K_y$ , мВ/дел
$179.4 \pm 0.1$	$8 \pm 0.1$	$19.0 \pm 0.2$	$34.3 \pm 0.1$	$5 \pm 0.1$	$19.4 \pm 0.4$

Используя полученные коэффициенты, найдём значения  $H_s$ ,  $B_s$ ,  $H_c$ ,  $B_r$ . Для этого воспользуемся следующими формулами:

$$H = X \cdot \frac{K_x N_0}{2\pi R R_0}, \quad (8)$$

$$B = Y \cdot \frac{K_y R_{\text{и}} C_{\text{и}}}{S N_{\text{и}}}. \quad (9)$$

Необходимы данные и полученные результаты занесём в таблицу 2.

**Таблица 2.**

Определение коэффициентов калибровки

$2X_s$ , дел	$H_s$ , А/м	$2Y_s$ , дел	$B_s$ , мТ	$2X_c$ , дел	$H_c$ , А/м	$2Y_r$ , дел	$B_r$ , мТ
$8 \pm 0.1$	$40.6 \pm 0.5$	$4.5 \pm 0.1$	$142 \pm 3$	$1.3 \pm 0.1$	$6.6 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$	$61 \pm 1$

При разных значениях токов запишем значения координат точек А и А' и построим график в координатах  $X$  и  $Y$ .

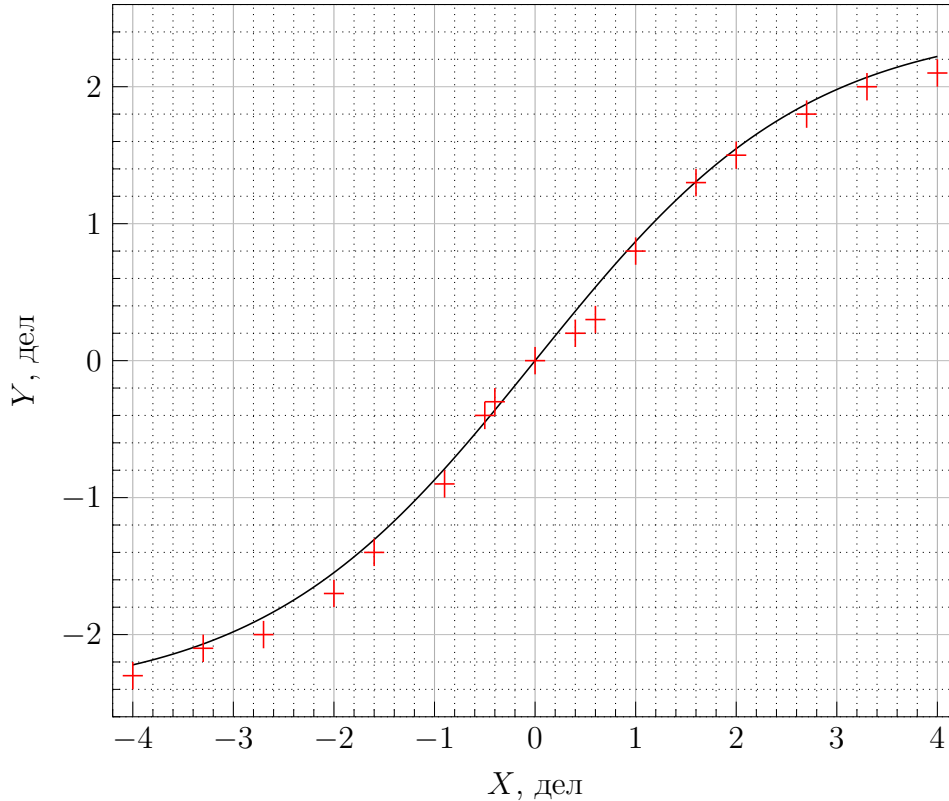


Рис. 4: Кривая начального намагничивания феррита.

Для аппроксимации воспользуемся следующей функцией:  $y = A \tanh(Bx)$ . В результате получим следующие значения:  $A = 2.47 \pm 0.02$  дел,  $B = 0.369 \pm 0.001$  дел<sup>-1</sup>.

Из графика видно, что наибольшее значение намагничиваемости и начальное совпадают, поэтому  $\mu_{нач} = \mu_{max} = (4.6 \pm 0.2) \cdot 10^3$ .

### 3.2. Исследования образца пермаллоя.

Исследуемый образец обладает следующими параметрами:  $N_0 = 35$  витков,  $N_U = 220$  витков,  $S = 3.8$  см<sup>2</sup>,  $2\pi R = 24$  см.

Определим значения коэффициентов для преобразования показаний осциллографа. Для этого воспользуемся формулами (6)-(7):

Необходимые данные и результаты занесём в таблицу 3.

Таблица 3.

Определение коэффициентов калибровки

$I$ , мА	$2x$ , дел	$K_x$ , мВ/дел	$U_{\text{вых}}$ , мВ	$2y$ , дел	$K_y$ , мВ/дел
$452.0 \pm 0.1$	$8 \pm 0.1$	$48 \pm 1$	$160.0 \pm 0.1$	$4.8 \pm 0.1$	$94 \pm 2$

Используя полученные коэффициенты, найдём значения  $H_s$ ,  $B_s$ ,  $H_c$ ,  $B_r$ . Для этого воспользуемся формулами (8)-(9):

Необходимы данные и полученные результаты занесём в таблицу 4.

Таблица 4.

Определение коэффициентов калибровки

$2X_s$ , дел	$H_s$ , А/м	$2Y_s$ , дел	$B_s$ , мТ	$2X_c$ , дел	$H_c$ , А/м	$2Y_r$ , дел	$B_r$ , мТ
$5 \pm 0.1$	$58.26 \pm 0.03$	$4.6 \pm 0.1$	$1038 \pm 2$	$2.2 \pm 0.1$	$25.64 \pm 0.02$	$4.4 \pm 0.1$	$992 \pm 2$

При разных значениях токов запишем значения координат точек А и А' и построим график в координатах  $X$  и  $Y$ .

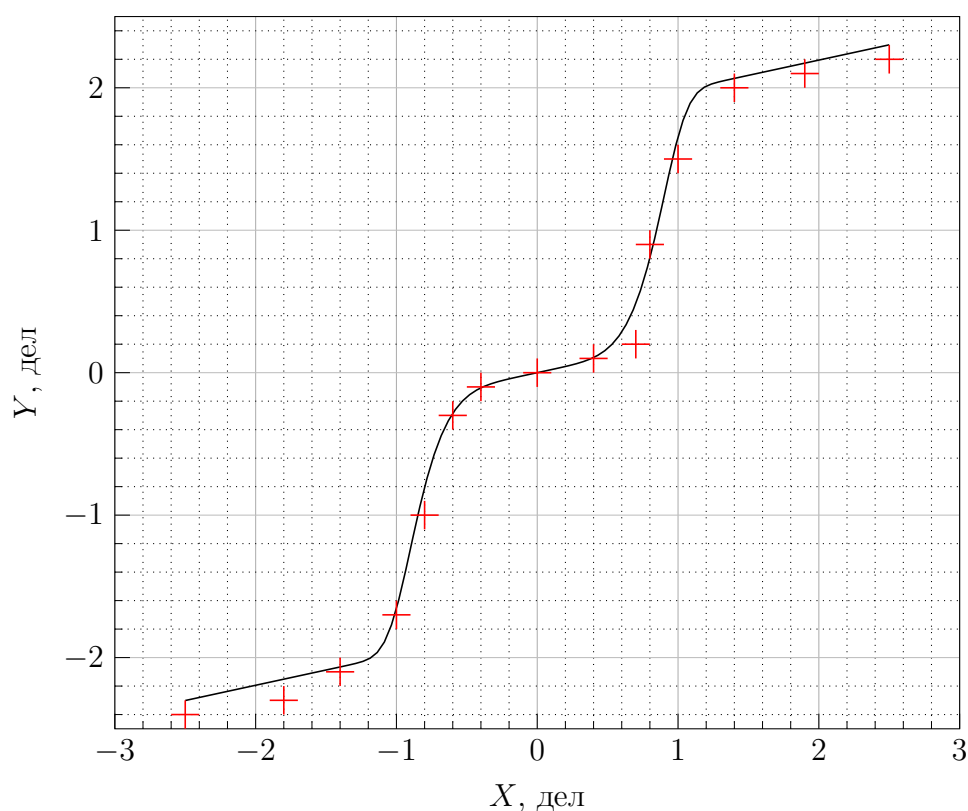


Рис. 5: Кривая начального намагничивания пермаллоя.

Для аппроксимации воспользуемся следующей функцией:  $y = A \tanh(Bx^5) + Cx$ . В результате получим следующие значения:  $A = 1.77 \pm 0.03$  дел,  $B = 1.15 \pm 0.02$  дел<sup>-1</sup>,  $C = 0.54 \pm 0.05$  дел<sup>-1</sup>.

Дифференцируя, находим, что  $\mu_{\text{нач}} = (3.2 \pm 0.3) \cdot 10^3$  и  $\mu_{\text{max}} = (6.8 \pm 0.7) \cdot 10^4$ .

### 3.3. Исследования образца кремнистого железа.

Исследуемый образец обладает следующими параметрами:  $N_0 = 40$  витков,  $N_U = 400$  витков,  $S = 1.2 \text{ см}^2$ ,  $2\pi R = 10 \text{ см}$ .

Определим значения коэффициентов для преобразования показаний осциллографа. Для этого воспользуемся формулами (6)-(7):

Необходимые данные и результаты занесём в таблицу 3.

**Таблица 5.**

Определение коэффициентов калибровки

$I$ , мА	$2x$ , дел	$K_x$ , мВ/дел	$U_{\text{вых}}$ , мВ	$2y$ , дел	$K_y$ , В/дел
$1327.0 \pm 0.1$	$6 \pm 0.1$	$0.188 \pm 0.003$	$7.2 \pm 0.1$	$0.2 \pm 0.1$	$0.10 \pm 0.05$

Используя полученные коэффициенты, найдём значения  $H_s$ ,  $B_s$ ,  $H_c$ ,  $B_r$ . Для этого воспользуемся формулами (8)-(9):

Необходимы данные и полученные результаты занесём в таблицу 4.

**Таблица 6.**

Определение коэффициентов калибровки

$2X_s$ , дел	$H_s$ , А/м	$2Y_s$ , дел	$B_s$ , Т	$2X_c$ , дел	$H_c$ , А/м	$2Y_r$ , дел	$B_r$ , Т
$7 \pm 0.1$	$876 \pm 3$	$5.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$0.6 \pm 0.1$	$75.1 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.1$	$0.89 \pm 0.05$

При разных значениях токов запишем значения координат точек А и А' и построим график в координатах  $X$  и  $Y$ .

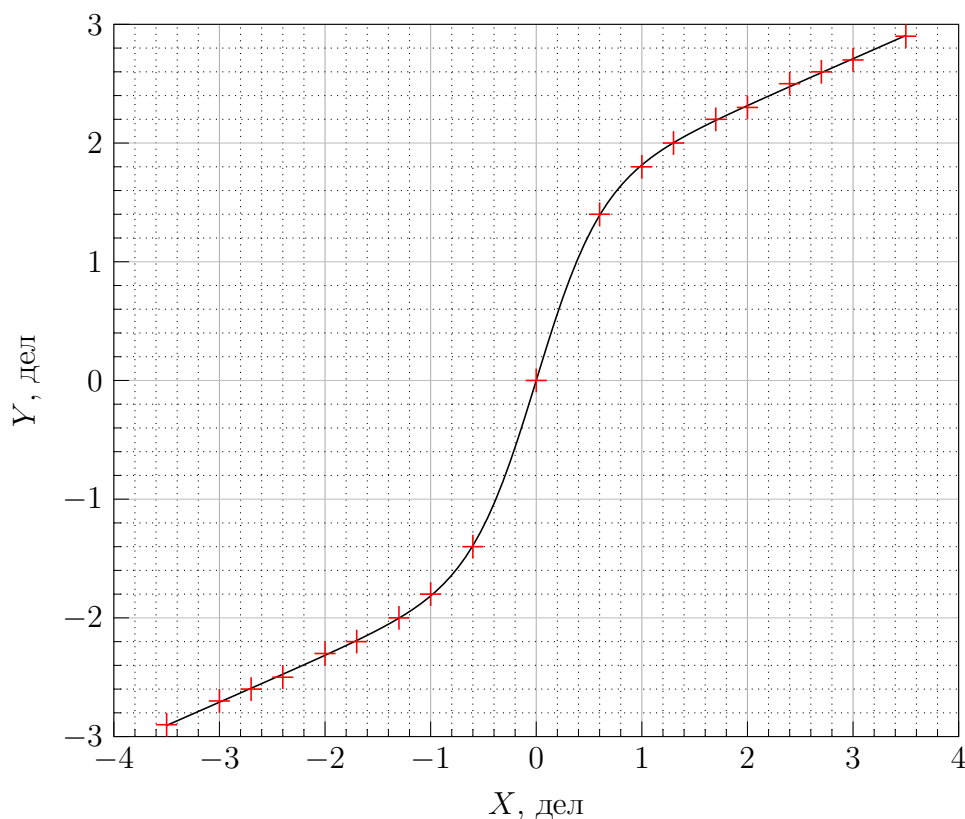


Рис. 6: Кривая начального намагничивания пермаллоя.



Для аппроксимации воспользуемся следующей функцией:  $y = A \tanh(Bx) + Cx$ . В результате получим следующие значения:  $A = 1.538 \pm 0.0$  дел,  $B = 1.631 \pm 0.001$  дел<sup>-1</sup>,  $C = 1.3677 \pm 0.0004$  дел<sup>-1</sup>.

Из графика видно, что наибольшее значение намагничиваемости и начальное совпадают, поэтому  $\mu_{\text{нач}} = \mu_{\text{max}} = (7.8 \pm 0.8) \cdot 10^3$ .

### 3.4. Вычисление временной константы

Вычислим временную константу и сравним со значением полученным из характеристик установки. Результаты занесём в таблицу 7.

**Таблица 7.**  
Определение коэффициентов калибровки

$2Y_{\text{вх}}, \text{ дел}$	$K_{\text{вх}}, \text{ В/дел}$	$U_{\text{вх}}, \text{ В}$	$2Y_{\text{вых}}, \text{ дел}$	$K_{\text{вх}}, \text{ В/дел}$	$U_{\text{вых}}, \text{ мВ}$
$6.0 \pm 0.1$	1	$6.0 \pm 0.1$	$4.8 \pm 0.1$	0.01	$48 \pm 1$

Вычислим значение временной константы по следующей формуле:

$$\tau = \frac{U_{\text{вх}}}{2\pi\nu U_{\text{вых}}} \quad (10)$$

где  $\nu = 50$  Гц. В итоге получим  $\tau = 0.40 \pm 0.01$  с, что совпадает со значением из параметров установки  $\tau = 0.4$  с.

## 4. Обсуждение результатов

В данной работе исследовались магнитные характеристики нескольких веществ. Результаты не очень сошлись с табличными (только по порядку величины). Наиболее трудной частью работы стало снятие показаний с осциллографа, так как прибор является довольно грубым (погрешность порядка 4%).

## 5. Вывод

В целом лабораторную работу стоит считать проделанной качественно, однако можно улучшить результаты при использовании более точного оборудования. Также особый интерес представляет исследования кривой начальной намагниченности кремнистого железа, так как в данной работе не был обнаружен максимум, но на него указывают справочные материалы.