

Отчёт по лабораторной работе 3.2.4.

**Свободные колебания в электрическом
контуре.**

Работу выполнил Громов Артём
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2021 г.

1. Аннотация

Цель работы: исследование свободных колебаний в электрическом колебательном контуре.

В работе используются: генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, катушка индуктивности, электронный осциллограф, универсальный измерительный мост.

Основное уравнение колебательного контура:

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0, \quad (1)$$

где $\gamma = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ — собственная частота контура. Решением этого уравнения являются затухающие колебания:

$$I = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta). \quad (2)$$

Здесь $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. Можно записать решение (??) и для напряжения:

$$U_C = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

В контуре со слабым затуханием ($\omega \simeq \omega_0$) верна **формула Томпсона** для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \simeq \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (4)$$

Режим работы контура, при котором $\gamma = \omega_0$, называется **критическим**. Его сопротивление равно

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

Потери затухающих колебаний принято характеризовать через **добротность** и **логарифмический декремент затухания**:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad - \quad \text{Добротность, потери энергии} \quad (6)$$

$$\Theta = \frac{1}{n} \gamma T = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad - \quad \text{Лог. декремент, потери амплитуды} \quad (7)$$

2. Экспериментальная установка

В работе исследуются свободные колебания, возбуждаемые в колебательном RLC-контуре. Конденсатор контура заряжается поступающими от специального генератора короткими одиночными импульсами, после каждого из которых в контуре возникают свободные затухающие колебания. По картине колебаний, наблюдаемой на экране электронного осциллографа, можно определить период свободных колебаний в контуре и коэффициент затухания, и вычислить параметры колебательного контура. Характеристики контура можно также определить, рассматривая затухающие колебания на фазовой плоскости системы на экране осциллографа.

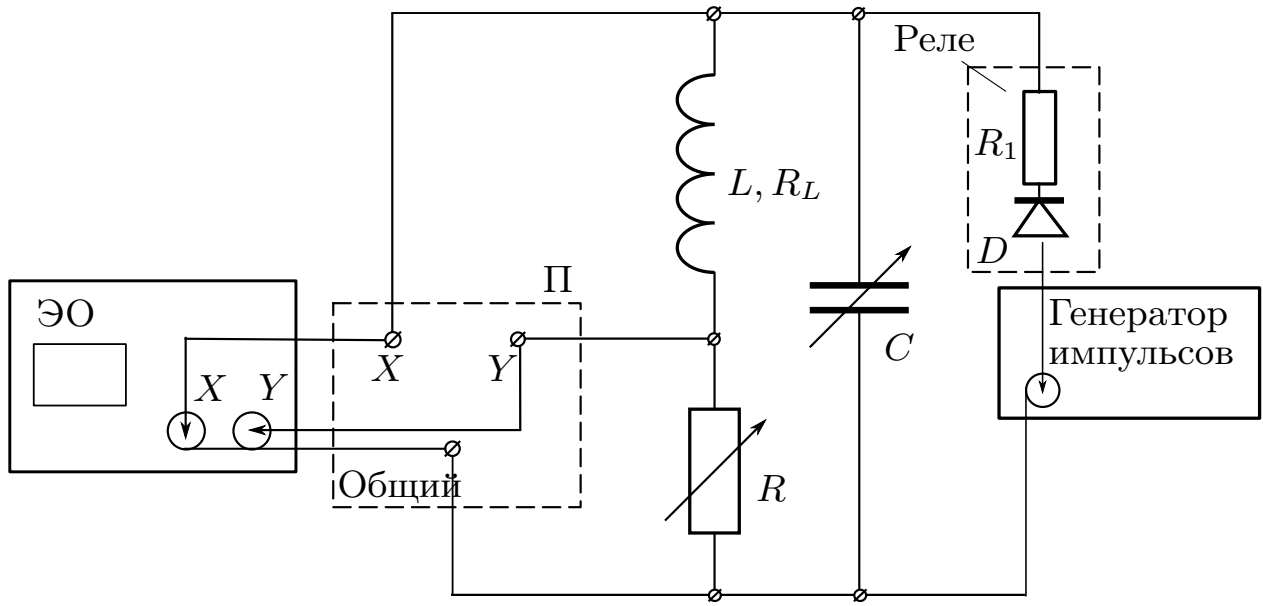


Рис. 1: Схема установки для исследования свободных колебаний.

На рисунке 1 приведена схема используемой установки. Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. Импульсы с частотой $\nu_0 = 100$ Гц ($T_0 = 0,01$ с) заряжают конденсатор. После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Осциллограф не оказывает влияния на цепь, имея сопротивление 1 МОм.

3. Результаты измерений и обработка данных

3.1. Измерение периодов свободных колебаний

Проведем измерения при $R = 0$. Будем изменять емкость от 0.02 до 0.90 мкФ, проводя измерения периода по формуле:

$$T_{\text{эксп}} = T_0 \frac{x}{nx_0}, \quad (8)$$

где $T_0 = 0,01$ с, x_0 — расстояние одного импульса, x — расстояние n импульсов. Погрешность $\sigma_x = \sigma_{x_0} = 0,1$, $\sigma_{T_0} = 0,001$ с. Тогда

$$\sigma_{T_{\text{э}}} = T_{\text{э}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2} \quad (9)$$

При расчёте $T_{\text{теор}}$ возьмём значение $L = 393 \pm 2$ мГн. Результаты сведём в таблицу 1 и построим график рис. 2.

В результате аппроксимации получим, что $k = 1.1598 \pm 0.0012$

3.2. Критическое сопротивление и декремент затухания

Приняв $L = 400$ мГн, вычислим емкость по формуле $\nu_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$, где $\nu_0 = 5$ кГц. Значит, $C = 5$ нФ. Тогда

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \approx 17.6 \text{ кОм} \quad (10)$$

Получим на осциллографе ситуацию соответствующую критическому режиму. Критический режим реализовался при $R = 17.6$ кОм.

Таблица 1.
Результаты измерений

C , мкФ	x_0	n	x	$T_{\text{эксп}}$, мс	σ_{T_z} , мс	$T_{\text{теор}}$, мс	σ_{T_T} , мс
0.02	6.0	2	0.7	0.58	0.2	0.56	0.01
0.09	3.0	2	0.6	1.00	0.39	1.18	0.02
0.15	6.0	4	3.5	1.46	0.17	1.52	0.02
0.22	6.0	3	3.0	1.67	0.21	1.84	0.02
0.35	6.0	3	3.3	1.83	0.22	2.32	0.03
0.48	6.0	3	4.0	2.22	0.26	2.72	0.04
0.59	6.5	3	4.5	2.31	0.26	3.02	0.04
0.75	6.5	2	3.4	2.62	0.32	3.4	0.04
0.87	6.5	2	4.3	3.31	0.38	3.66	0.05
0.90	6.5	2	4.6	3.54	0.4	3.72	0.05

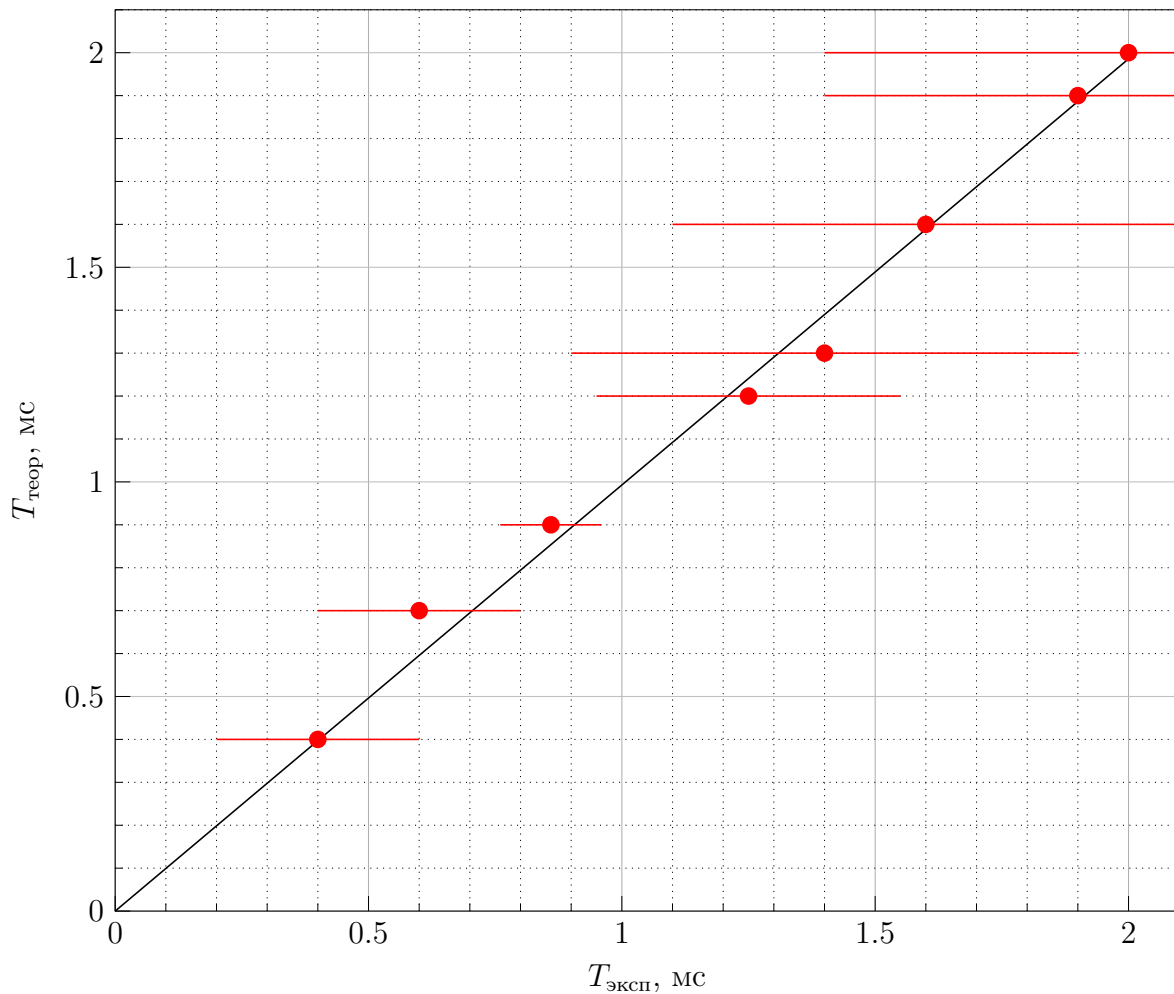


Рис. 2: Зависимость $T_{\text{эксп}}$ от $T_{\text{теор}}$.

Установим C на магазине емкостей, будем наблюдать картину затухающих колебаний, изменяя R от $0.1R_{\text{кр}}$ до $0.3R_{\text{кр}}$.

Таблица 2.
Результаты измерений

R , Ом	n	U_k	U_{k+n}	Θ	σ_Θ	R_k , Ом	σ_{R_k} , Ом
1100	3	3.0	0.9	0.40	0.05	1142	2
1400	3	3.0	0.6	0.54	0.09	1442	3
1800	2	2.9	0.8	0.64	0.08	1842	4
2200	2	2.8	0.6	0.77	0.13	2242	4
2500	1	2.7	1.0	0.99	0.11	2542	5
2700	1	2.6	0.9	1.06	0.12	2742	5
3300	1	2.5	0.8	1.14	0.15	3342	7
3600	1	2.5	0.7	1.27	0.19	3642	7

Теперь, изменяя сопротивление от примерно $0.1R_{кр}$ до $0.3R_{кр}$, будем измерять амплитуды колебаний, разделенных на n частей. Погрешности амплитуд $\sigma_{U_k} = \sigma_{U_{k+n}} = 0,1$, т.е.

$$\sigma_\Theta = \Theta \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_k}}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{k+n}}}{U_{k+n}}\right)^2} \quad (11)$$

Измерив на универсальном мосте сопротивление катушки при нашей частоте 5 кГц, добавим его к сопротивлению магазина, получив сопротивление контура R_k . Результаты сведем в таблицу 2. Теперь построим график $\frac{1}{\Theta^2}$ от $\frac{1}{R^2}$, считая погрешность $\sigma_{\frac{1}{\Theta^2}} = 2\frac{1}{\Theta^2} \frac{\sigma_\Theta}{\Theta}$. Данные для графика рис. 2 сведены в таблице 3.

Таблица 3.
Результаты измерений

$\frac{1}{\Theta^2}$	$\sigma_{\frac{1}{\Theta^2}}$	$\frac{1}{R^2}, 10^{-6} \text{ Ом}^{-2}$
6.21	0.75	0.77
3.47	0.68	0.48
2.41	0.63	0.29
1.69	0.57	0.2
1.01	0.22	0.15
0.89	0.21	0.13
0.77	0.2	0.09
0.62	0.18	0.08

После аппроксимации получим следующее значение $k = 7.86 \pm 0.03 \text{ Ом}^6$. Откуда $R_k = 17.62 \pm 0.07 \text{ кОм}$.

Таблица 4.
Результаты исследования $R_{кр}$

$R_{теор}$, кОм	$R_{подбор}$, кОм	$R_{эксп}$, кОм
17.6	17.6	17.62 ± 0.07

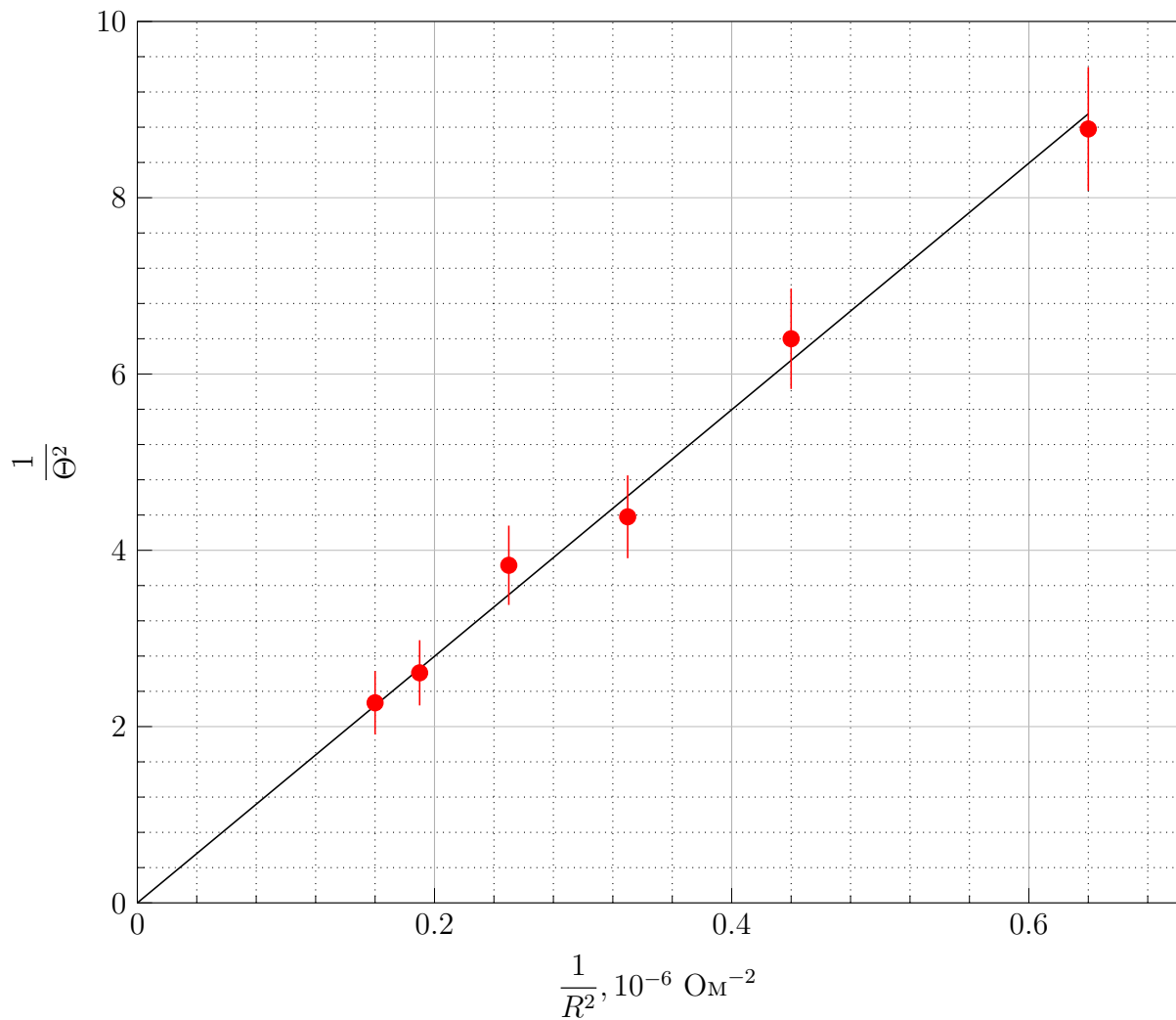


Рис. 3: Зависимость $\frac{1}{\Theta^2}$ от $\frac{1}{R^2}$.

3.3. Исследование добротности

Рассчитаем добротность системы тремя способами. Сначала воспользуемся формулой (6) для двух значений сопротивления. А затем для них же воспользуемся формулой (7), измерив на спирали расстояния между крайними витками. Третий способ заключается в применении (6) и значений Θ , полученных из графика на рисунке 3.

Таблица 5.
Результаты расчёта добротности

$R, \text{ Ом}$	$Q_{\text{теор}}$	$Q_{\text{спир}}$	$Q_{\text{граф}}$
1000	7.7 ± 0.2	7.8 ± 0.5	8.8 ± 0.2
3000	2.4 ± 0.1	2.5 ± 0.4	2.9 ± 0.1

4. Вывод

При исследовании периодов свободных колебаний и критического сопротивления результаты согласуются с теорией. Но при изучении добротности результаты расходятся.