

Отчёт по лабораторной работе 4.7.3.

Изучение поляризованного света.

Работу выполнил Громов Артём
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2022 г.

1. Аннотация

Цель работы: ознакомление с методами получения и анализа поляризованного света.

В работе используется: оптическая скамья с осветителем; зеленый светофильтр; два поляроида; черное зеркало; полированная эбонитовая пластина; стопа стеклянных пластинок; слюдяные пластины разной толщины; пластины в 1/4 и 1/2 длины волны; пластина в одну длину волны для зеленого света (пластина чувствительного оттенка).

Естественный и поляризованный свет. Как известно, световые волны поперечны: электрический вектор \mathbf{E} и магнитный вектор \mathbf{H} (или \mathbf{B}) взаимно перпендикулярны и располагаются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (лучу \mathbf{S}). Во всякой данной точке пространства ориентация пары векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в плоскости, перпендикулярной лучу \mathbf{S} , может, вообще говоря, изменяться со временем. В зависимости от характера такого изменения различают естественный и поляризованный свет.

Обычные источники света являются совокупностью огромного числа быстро высвечивающихся ($10^{-10} \div 10^{-9}$ с) элементарных источников (атомов или молекул), испускающих свет независимо друг от друга, с разными фазами и с разными ориентациями векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} . Ориентация векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в результирующей волне поэтому хаотически изменяется во времени, так что в плоскости, перпендикулярной лучу \mathbf{S} , все направления оказываются в среднем равноправными. Такой свет называют естественным или неполяризованным.

При помощи специальных приспособлений (поляризаторов), о которых речь будет идти дальше, естественный свет может быть превращен в линейно поляризованный (или, как иногда говорят, в плоскополяризованный). В линейно поляризованной световой волне пара векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} не изменяет с течением времени своей ориентации. Плоскость \mathbf{E} , \mathbf{S} называется в этом случае плоскостью колебаний.

Наиболее общим типом поляризации является эллиптическая поляризация. В эллиптически поляризованной световой волне конец вектора \mathbf{E} (в данной точке пространства) описывает некоторый эллипс. Линейно поляризованный свет можно рассматривать как частный случай эллиптически поляризованного света, когда эллипс поляризации вырождается в отрезок прямой линии; другим частным случаем является круговая поляризация (эллипс поляризации является окружностью).

При теоретическом рассмотрении различных типов поляризации часто бывает удобно проектировать вектор \mathbf{E} в некоторой точке пространства на два взаимно перпендикулярных направления (рис. 1). В том случае, когда исходная волна была поляризованной, E_x и E_y когерентны между собой и могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0} \cos kz - \omega t, \\ E_y &= E_{y0} \cos kz - \omega t - \phi, \end{aligned} \quad (1)$$

где амплитуды E_{x0} , E_{y0} , волновой вектор k , частота ω и сдвиг фаз ϕ не зависят от времени. Формулы (1) описывают монохроматический свет. Немонохроматический свет может быть представлен суммой выражений типа (1) с различными значениями частоты ω .

Ориентация эллипса поляризации определяется отношением амплитуд E_{y0}/E_{x0} и разностью фаз ϕ . В частности, при $\phi = 0, \pm\pi$ эллипс вырождается в отрезок прямой (линейная поляризация). При $\phi = \pm\pi/2$ главные оси эллипса совпадают с осями x , y . Если при этом отношение амплитуд $E_{y0}/E_{x0} = 1$, эллипс поляризации вырождается в окружность.

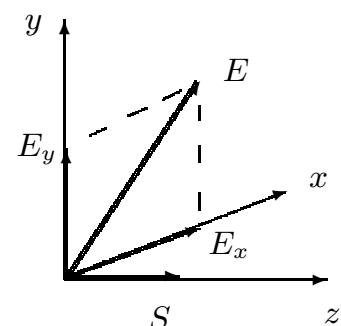


Рис. 1: Представление световой волны в виде двух линейно поляризованных волн.

В плоскости $z = z_0$ вектор \mathbf{E} волны (1) вращается против часовой стрелки (при наблюдении навстречу волне), если $0 < \phi < \pi$. В этом случае говорят о левой эллиптической поляризации волны. Если же $\pi < \phi < 2\pi$, вращение вектора \mathbf{E} происходит по часовой стрелке, и волна имеет правую эллиптическую поляризацию.

В фиксированный момент времени $t = t_0$ концы вектора \mathbf{E} при различных z лежат на винтовой линии. При этом для левой эллиптической поляризации образуется левый винт, а для правой — правый винт.

Неполяризованный свет также может быть разложен на две линейно поляризованные компоненты; однако в этом случае разность фаз ϕ испытывает быстрые хаотические изменения, так что колебания E_x и E_y оказываются некогерентными.

2. Экспериментальная установка

Методы получения линейно поляризованного света. Для получения линейно поляризованного света применяются специальные оптические приспособления — поляризаторы. Направление колебаний электрического вектора в волне, прошедшей через поляризатор, называется разрешенным направлением поляризатора.

Всякий поляризатор может быть использован для исследования поляризованного света, т. е. в качестве анализатора. Интенсивность I линейно поляризованного света после прохождения через анализатор зависит от угла, образованного плоскостью колебаний с разрешенным направлением анализатора:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (2)$$

Соотношение (2) носит название закона Малюса.

Опишем несколько способов получения плоскополяризованного света.

Отражение света от диэлектрической пластиинки. Отраженный от диэлектрика свет всегда частично поляризован. Степень поляризации света, отраженного от диэлектрической пластиинки в воздух, зависит от показателя преломления диэлектрика n и от угла падения i . Как следует из формул Френеля, полная поляризация отраженного света достигается при падении под углом Брюстера, который определяется соотношением

$$\operatorname{tg} i = n. \quad (3)$$

В этом случае плоскость колебаний электрического вектора в отраженном свете перпендикулярна плоскости падения.

Преломление света в стеклянной пластиинке. Поскольку отраженный от диэлектрической пластиинки свет оказывается частично (или даже полностью) поляризованным, проходящий свет также частично поляризуется. Преимущественное направление колебаний электрического вектора в прошедшем свете совпадает с плоскостью преломления луча. Максимальная поляризация проходящего света достигается при падении под углом Брюстера. Для увеличения степени поляризации преломленного света используют стопу стеклянных пластинок, расположенных под углом Брюстера к падающему свету.

Преломление света в двоякпреломляющих кристаллах. Некоторые кристаллы обладают свойством двойного лучепреломления. Это связано с различием поляризуемости молекул в разных направлениях (диэлектрическая проницаемость ϵ определяет показатель преломления среды n).

Двоякпреломляющий кристалл называют одноосным, если в нём существует одно направление с экстремальным значением ϵ , а в другие (перпендикулярных) направлениях значения ϵ одинаковы (тензор диэлектрической проницаемости образует эллипсоид вращения). Направления вдоль осей эллипсоида называют главными, одно из них — с экстремальным значением ϵ — оптической осью. Линейно поляризованная волна, в которой

вектор \mathbf{E} перпендикулярен оптической оси, называется обыкновенной; если же вектор \mathbf{E} имеет проекцию на оптическую ось, это необыкновенная волна. Показатели преломления этих волн обозначают через n_o (ординарная волна) и n_e (экстраординарная).

Преломляясь в таких кристаллах, световой луч разделяется на два луча со взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний. Отклоняя один из лучей в сторону, можно получить плоскополяризованный свет, — так устроены поляризационные призмы (Николя, Глана).

Поглощение света в дихроических пластинках. У некоторых двоякпреломляющих кристаллов (например, турмалина) коэффициенты поглощения света для двух взаимно перпендикулярно поляризованных лучей отличаются настолько сильно, что уже при небольшой толщине кристалла один из лучей гасится практически полностью, и из кристалла выходит линейно поляризованный пучок света. Это явление носит название дихроизма. В настоящее время дихроические пластиинки изготавливаются в виде тонких пленок, закрытых стёклами — поляроидов.

Если поляроиды используются для создания поляризованного света, их называют поляризаторами, если для определения характера поляризации — анализаторами.

Определение направления разрешенной плоскости колебаний поляроида. Определить направление разрешенных колебаний поляроида проще всего с помощью чёрного зеркала.

При падении света на отражающую поверхность под углом Брюстера свет в отражённом луче полностью поляризован, а вектор \mathbf{E} параллелен отражающей поверхности («правило иголки»). Луч света, прошедший поляроид и отразившийся от чёрного зеркала, имеет минимальную интенсивность при выполнении двух условий: во-первых, свет падает на отражающую поверхность под углом Брюстера, и во-вторых, в падающем пучке вектор \mathbf{E} лежит в плоскости падения.

Вращая поляроид вокруг направления луча и чёрное зеркало вокруг оси, перпендикулярной лучу, методом последовательных приближений можно добиться минимальной яркости луча, отражённого от зеркала, и таким образом определить разрешённое направление поляроида.

Измеряя угол поворота зеркала (угол Брюстера), нетрудно определить коэффициент преломления материала, из которого изготовлено зеркало. Описанный метод часто используется для измерения коэффициента преломления непрозрачных диэлектриков.

Получение эллиптически поляризованного света.

Эллиптически поляризованный свет можно получить из линейно поляризованного с помощью двоякпреломляющих кристаллических пластиинок.

Двоякпреломляющая пластиинка имеет два взаимно перпендикулярных главных направления, совпадающих с осями эллипсоида диэлектрической проницаемости. Волны, поляризованные вдоль главных направлений, распространяются в пластиинке с разными скоростями, не изменяя характера своей поляризации. Эти волны называются главными. Мы будем обозначать показатели преломления для главных волн через n_ξ и n_η , где ξ и η — главные направления кристаллической пластиинки (рис. 2).

Пусть на пластиинку падает линейно поляризованная волна, электрический вектор которой ориентирован под некоторым углом α к оси ξ . Разложим вектор \mathbf{E} на составляющие E_ξ и E_η . На входе пластиинки E_ξ и E_η находятся в фазе. На выходе из-за разности скоростей между ними появляется разность хода (выразим её в долях длины волны, например:

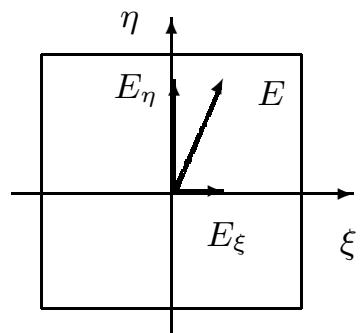


Рис. 2: Разложение линейно поляризованного света по главным направлениям двоякпреломляющей пластиинки.

$\lambda/2, \lambda/3, \dots)$

$$\frac{\lambda}{m} = d(n_\xi - n_\eta),$$

при этом сдвиг фаз определяется соотношением

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{m} = kd(n_\xi - n_\eta), \quad (4)$$

где k — волновое число для вакуума, d — толщина кристаллической пластинки. Как уже отмечалось, при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний, обладающих некоторым сдвигом фаз, образуется колебание, поляризованное по эллипсу.

Рассмотрим практически важные частные случаи.

а) Пластинка дает сдвиг фаз 2π (пластинка в длину волны). В результате сложения волн на выходе пластиинки образуется линейно поляризованная волна с тем же направлением колебаний, что и в падающей волне.

б) Пластинка дает сдвиг фаз π (пластинка в полдлины волны). На выходе пластиинки снова образуется линейно поляризованная волна. Направление bb' колебаний этой волны повернуто относительно направления aa' колебаний падающей волны (рис. 3). Как нетрудно сообразить, направление bb' является зеркальным отображением направления aa' относительно одного из главных направлений пластиинки. Такую пластиинку используют для поворота направления колебаний линейно поляризованного света.

в) Пластиинка создает между колебаниями сдвиг фаз $\pi/2$ (пластиинка в четверть длины волны). При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний, имеющих разность фаз $\pi/2$, образуется эллипс, главные оси которого совпадают с координатными осями ξ и η . При равенстве амплитуд $E_{\xi_0} = E_{\eta_0}$ возникает круговая поляризация.

Анализ эллиптически поляризованного света. Анализ эллиптически поляризованного света сводится к нахождению главных осей эллипса поляризации и к определению направления вращения электрического вектора.

Главные оси эллипса поляризации определяются с помощью анализатора по максимуму и минимуму интенсивности проходящего света. Направление вращения электрического вектора может быть найдено с помощью пластиинки в четверть длины волны, для которой известно, какая из главных волн, E_ξ или E_η , имеет большую скорость распространения (и, соответственно, меньшее значение показателя преломления).

Выберем для определенности координатные оси ξ и η на пластиинке так, чтобы $n_\xi < n_\eta$. В этом случае главная волна E_ξ имеет большую скорость распространения. Поместим такую пластиинку на пути эллиптически поляризованного света и совместим главные оси эллипса поляризации с главными направлениями пластиинки $\lambda/4$. На выходе из этой пластиинки сдвиг фаз между E_ξ и E_η вместо $\pi/2$ станет равным нулю или π . Свет окажется линейно поляризованным. Из двух возможных значений сдвига фаз, 0 или π , реализуется одно: то, которое соответствует имеющемуся в волне направлению вращения электрического вектора.

Рассмотрим, например, случай, когда электрический вектор в эллиптически поляризованной волне вращается против часовой стрелки, если смотреть навстречу лучу. В этом случае, очевидно, в волне, падающей на пластиинку в $\lambda/4$, колебание E_η отстает по фазе на $\pi/2$ от колебания E_ξ . При прохождении через пластиинку разность фаз увеличивается

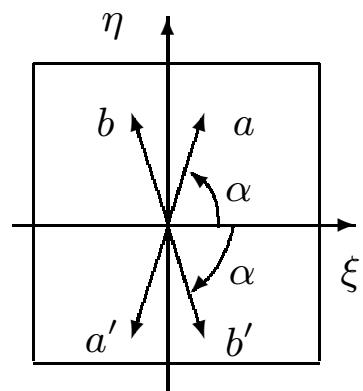


Рис. 3: Поворот направления колебаний с помощью пластиинки в $\lambda/4$.

до π . На выходе из пластинки, таким образом, возникают линейно поляризованные волны со сдвигом фаз π . Сложение этих волн дает плоскополяризованную волну, электрический вектор которой располагается во втором и четвертом квадрантах координатной системы ξ, η .

Рассуждая аналогичным образом, найдем, что при вращении электрического вектора по часовой стрелке направление колебаний в линейно поляризованной волне, выходящей из пластинки, располагается в первом и третьем квадрантах. Определяя направление колебаний на выходе из пластинки с помощью поляроида, можно, таким образом, определить характер эллиптической поляризации (вращение против или по часовой стрелке).

Пластинка чувствительного оттенка. Выше предполагалось известным, какому из двух главных направлений пластинки в четверть длины волны соответствует большая скорость распространения света. Установить это можно различными способами, например с помощью пластинки чувствительного оттенка (так называют пластинку в λ для зеленой спектральной компоненты, $\lambda = 560$ нм).

Пластинка имеет форму стрелы (рис. 4), вдоль оси которой расположено главное направление, соответствующее большей скорости распространения.

Если пластинка чувствительного оттенка помещена между скрещенными поляроидами и главные направления пластинки не параллельны направлениям разрешенных колебаний поляроидов, то при освещении белым светом пластинка кажется окрашенной в лилово-красный цвет. Это объясняется тем, что зеленая компонента линейно поляризованного света при прохождении пластинки не меняет поляризации и задерживается вторым поляроидом. Для красной и фиолетовой компонент пластинка создает сдвиг фаз, несколько отличный от 2π . На выходе из пластинки красная и фиолетовая компоненты оказываются поэтому эллиптически поляризованными и частично проходят через второй поляроид. Таким образом, в известном смысле наблюдаемый в указанном опыте цвет пластинки дополнителен к зеленому.

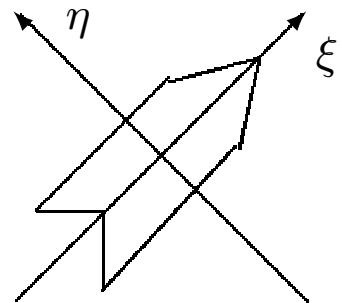


Рис. 4: Пластинка чувствительного оттенка.

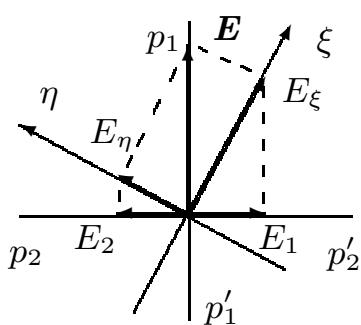


Рис. 5: К объяснению интерференции поляризованных лучей.

Изменение цвета позволяет, таким образом, определить, какое из главных направлений пластинки в $\lambda/4$ соответствует большей скорости распространения.

Интерференция поляризованных лучей. Тонкие двоякотреплоемляющие пласти-

ки, помещенные между поляроидами, кажутся окрашенными. Эта окраска может быть истолкована как результат интерференции поляризованных лучей. На рис. 5 представлена схема для случая скрещенных поляроидов.

Здесь $p_1 p'_1$ — разрешенное направление колебаний поляризатора (первого поляроида); ξ, η — координатная система, связанная с главными направлениями двоякотрепломляющей пластинки; $p_2 p'_2$ — разрешенное направление колебаний анализатора (второго поляроида). Волны E_ξ и E_η на выходе из пластинки когерентны, но не могут интерферировать, так как $E_\xi \perp E_\eta$. Волны E_1 и E_2 на выходе второго поляроида также являются когерентными и к тому же поляризованы в одной плоскости. Эти волны интерферируют между собой. Результат интерференции определяется зависящим от длины волны сдвигом фаз между E_1 и E_2 . В результате интерференции поляризованных лучей пластина, освещаемая белым светом, кажется окрашенной.

Если поворачивать двоякотрепломляющую пластинку, расположенную между скрещенными поляроидами, то соотношение амплитуд волн E_1 и E_2 и разность фаз между ними не изменяются. Это означает, что цвет пластины при ее поворотах не меняется, а меняется только интенсивность света. За один оборот пластины интенсивность четыре раза обращается в нуль, — это происходит при совпадении главных направлений ξ и η с разрешенными направлениями колебаний поляроидов.

Если же двоякотрепломляющую пластинку оставить неподвижной, а второй поляроид повернуть так, чтобы разрешенные направления $p_1 p'_1$ и $p_2 p'_2$ совпали, то волны E_1 и E_2 приобретают дополнительный фазовый сдвиг на π для всех спектральных компонент; поэтому цвет пластины изменится на дополнительный.

3. Результаты измерений и обработка данных

3.1. Определение разрешённых направлений поляроидов

Разместим на оптической скамье осветитель S , поляроид P_1 и чёрное зеркало (пластина из чёрного стекла) так, чтобы плоскость падения была горизонтальна (рис. 6). Свет, отражённый от зеркала, будем рассматривать сбоку, расположив глаз таким образом, чтобы вблизи оси вращения зеркала можно было увидеть изображение диафрагмы осветителя.

Поворачивая поляроид вокруг направления луча, добьёмся наименьшей яркости отражённого пятна. Оставим поляроид в этом положении и вращением зеркала вокруг вертикальной оси снова добьёмся минимальной интенсивности отражённого луча. При повороте зеркала необходимо перемещать глаз по горизонтали, чтобы следить за отражённым, а не рассеянным пучком. Уточним положения поляроида и зеркала, соответствующие минимуму интенсивности, и определим разрешённое направление поляроида.

Разрешённое направление второго поляроида определим, скрестив поляроиды: после поляроида с известной поляризацией поставим второй поляроид и, глядя навстречу лучу, вращением второго поляроида добьёмся минимальной яркости луча. Запишем отсчёт по лимбу поворота поляроидов $\phi_1 = 170^\circ \pm 5^\circ$, $\phi_2 = 50^\circ \pm 5^\circ$.

3.2. Определение угла Брюстера для эbonита

Поставим на скамью вместо чёрного зеркала (рис. 6) эbonитовую пластину с круговой шкалой.

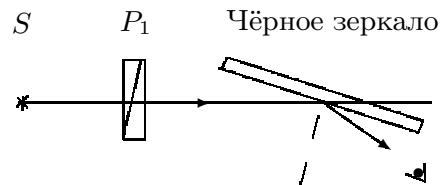


Рис. 6: Определение разрешённого направления поляроида.

Повернём эbonитовое зеркало вокруг вертикальной оси так, чтобы его плоскость была перпендикулярна лучу, и попытаемся совместить отражённое от эbonита пятно с отверстием осветителя (это можно сделать только в полной темноте, поэтому установим перпендикулярность на глаз). Отметим начало отсчёта по лимбу $\phi_0 = 87^\circ$.

Установим направление разрешённых колебаний поляроида P_1 горизонтально и найдём угол поворота эbonита $\phi_1 = 146^\circ \pm 1^\circ$, при котором интенсивность отражённого луча минимальна. Значит угол Брюстера равен $\phi_B = 59^\circ \pm 1^\circ$.

Рассчитаем по формуле (3) показатель преломления эbonита. Получим $n = 1.66 \pm 0.07$.

Повторим измерения, добавив светофильтр Φ . Измерения дали следующие значения $\phi_0 = 87^\circ$, $\phi_1 = 145^\circ \pm 1^\circ$. Значит $\phi_B = 58^\circ \pm 1^\circ$, и по формуле (3) $n = 1.60 \pm 0.06$. Значения совпали в пределах погрешности.

Согласно справочной таблице показатель преломления Эbonита находится в пределах 1.6-1.7, что согласуется с нашими результатами.

3.3. Исследование стопы

Поставим стопу стеклянных пластинок вместо эbonитового зеркала (рис. 7) и подобрём для неё такое положение, при котором свет падает на стопу под углом Брюстера. Осветим стопу неполяризованным светом и, рассматривая через поляроиды свет, отражённый от стопы, определим ориентацию вектора E в отражённом луче; затем определим характер поляризации света в преломлённом луче: отражённый луч поляризован в вертикальной плоскости, преломлённый поляризован нелинейно, так как при повороте поляроида он становится тусклее, но не исчезает полностью.

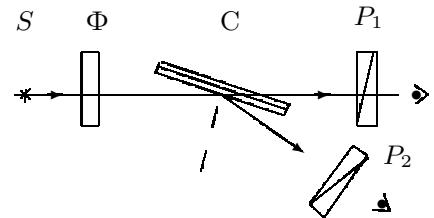


Рис. 7: Исследование стопы.

3.4. Определение главных плоскостей двоякопреломляющих пластин

Поставим кристаллическую пластинку между скрещенными поляроидами P_1 и P_2 (рис. 8).

Вращая пластинку вокруг направления луча и наблюдая за интенсивностью света, проходящего сквозь второй поляроид, определим, при каком угле по лимбу главные направления пластиинки совпадают с разрешёнными направлениями поляроидов. Получим $\phi_1 = 56 \pm 1$.

Повторяя опыт для второй пластиинки получим угол равный $\phi_2 = 74 \pm 1$

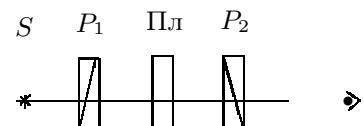


Рис. 8: Определение главных направлений в пластиинках.

3.5. Выделение пластин $\lambda/2$ и $\lambda/4$

Добавим к схеме, изображённой на рис. 8, зелёный фильтр; установим разрешённое направление поляроида горизонтально, а главные направления исследуемой пластиинки — под углом 45° к горизонтали.

С помощью второго поляроида установите, какую поляризацию имеет свет, прошедший пластиинку: круговую или линейную с переходом в другой квадрант.

Для первой пластиинки освещённость менялась, но не исчезала полностью, значит поляризация была не линейной, а круговой и толщина пластиинки равна $\lambda/4$.

Для второй пластиинки при поо=воротах поляроида свет пропадал полностью, значит поляризация была линейной, и толщина пластиинки равна $\lambda/2$.

3.6. Определение направлений большей и меньшей скорости в пластиинке $\lambda/4$

Поставим между скрещенными поляроидами пластиинку чувствительного оттенка (λ для зелёного света), имеющую вид стрелки. Световой вектор, ориентированный вдоль направления стрелки, проходит с большей скоростью, перпендикулярный — с меньшей.

Установим разрешённое направление первого поляроида горизонтально и убедимся с помощью второго поляроида, что эта пластиинка не меняет поляризацию зелёного света в условиях предыдущего опыта. Это связано с тем, что зелёный свет задерживается вторым поляроидом, а красная и синяя компоненты проходят.

Уберём зелёный фильтр и поставим между скрещенными поляроидами пластиинку λ (стрелка под углом 45° к разрешённым направлениям поляроидов). Глядя сквозь второй поляроид на стрелку, убедимся, что она имеет пурпурный цвет (зелёный свет задерживается вторым поляроидом, а красная и синяя компоненты проходят).

Добавьте к схеме пластиинку $\lambda/4$ (рис. 9), главные направления которой совпадают с главными направлениями пластины λ и ориентированы под углом 45° к разрешённым направлениям скрещенных поляроидов.

При повороте рейтера со стрелкой на 180° вокруг вертикальной оси цвет стрелки меняется от зелёно-голубого до оранжево-жёлтого. При совпадении быстрой оси стрелки и главного направления пластиинки суммарная разность хода для зеленого света составит $5\lambda/4$, что приблизительно равно длине волны в красном спектре, поэтому красный свет будет задерживаться поляроидами, что объясняет зелёно-голубой цвет стрелки. При совпадении медленной оси с главным направлением пластиинки разность хода $3\lambda/4$ будет составлять длину волны для фиолетово-голубой части спектра, поэтому в результате увидим оранжево-жёлтый цвет.

3.7. Интерференция поляризованных лучей

Расположим между скрещенными поляроидами мозаичную слюянную пластиинку. Она собрана из 4-х узких полосок слюды, лежащих по сторонам квадрата (две полоски «толщиной» $\lambda/4$ и по одной — $\lambda/2$ и $3\lambda/4$).

В центральном квадратике слюды нет. Главные направления всех пластиинок ориентированы параллельно сторонам квадрата.

Вращая пластиинку, заметим, что интенсивность света меняется с периодом $\pi/4$.

Теперь, не трогая пластиинки, будем вращать второй поляроид. Получим следующие два варианта изображения (рис. 10), повторяющиеся с периодом $\pi/2$.

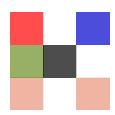


Рис. 10

4. Обсуждение результатов

Большая часть опытов в данной работе носила качественный характер, поэтому нельзя сказать о качестве их проведения. Однако измерение показателя преломления эбонита

получилось выполнить с неплохой точностью порядка 5%.

5. Вывод

Было исследовано много свойств связанных с поляризацией света.

Измерения для лабораторной работы 4.7.3

In []:

```
import pandas as pd
```

In []:

```
df = pd.read_csv('data.csv')
```

Определение разрешенных направлений полароидов

In []:

```
display(df[df.columns[0:2]])
```

	ϕ_1	ϕ_2
0	170	50

Определение угла Броостера для эбонита

In []:

```
display(df[df.columns[3:7]])
```

	ϕ_{b1}	ϕ_{b2}	ϕ_{bc1}	ϕ_{bc2}
0	146	87	145	87

Исследование стопы

In []:

```
display(df[df.columns[9:11]])
```

	ϕ_1	ϕ_2
0	75	125