

Отчёт по лабораторной работе 2.2.6.

**Определение энергии активации по
температурной зависимости вязкости
жидкости.**

Работу выполнил Грмов Артём
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2021 г.

1. Аннотация

Цель работы:

- 1) измерение скорости падения шариков при разной температуре жидкости;
- 2) вычисление вязкости жидкости по закону Стокса и расчёт энергии активации.

В работе используются: стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью (глицерин); термостат; секундомер; микроскоп; мелкие шарики (диаметром около 1 мм).

По своим свойствам жидкости сходны как с газами, так и с твердыми телами. Подобно газам, жидкости принимают форму сосуда, в котором они находятся. Подобно твердым телам, они обладают сравнительно большой плотностью, с трудом поддаются сжатию.

Двойственный характер свойств жидкостей связан с особенностями движения их молекул. В жидкостях, как и в кристаллах, каждая молекула находится в потенциальной яме электрического поля, созданного окружающими молекулами. Глубина потенциальной ямы в жидкостях больше средней кинетической энергии колеблющейся молекулы, поэтому молекулы колеблются вокруг более или менее стабильных положений равновесия. Однако у жидкостей различие между этими двумя энергиями невелико, так что молекулы нередко высакивают из «своей» потенциальной ямы и занимают место в другой.

В отличие от твердых тел, жидкости обладают «рыхлой» структурой. В них имеются свободные места — «дырки», благодаря чему молекулы могут перемещаться, покидая свое место и занимая одну из соседних дырок. Таким образом, молекулы медленно перемещаются внутри жидкости, пребывая часть времени около определенных мест равновесия и образуя картину меняющейся со временем пространственной решетки. На современном языке принято говорить, что *в жидкости присутствует ближний, но не дальний порядок*, расположение молекул упорядочено в небольших объемах, но порядок перестает замечаться при увеличении расстояния.

Как уже отмечалось, для того чтобы перейти в новое состояние, молекула должна преодолеть участки с большой потенциальной энергией, превышающей среднюю тепловую энергию молекул. Для этого тепловая энергия молекул должна — вследствие флюктуаций — увеличиться на некоторую величину W , называемую *энергией активации*.

Отмеченный характер движения молекул объясняет как медленность диффузии в жидкостях, так и большую (по сравнению с газами) их вязкость. В газах вязкость объясняется происходящим при тепловом движении молекул переносом количества направленного движения. В жидкостях такие переходы существенно замедлены. Количество молекул, имеющих энергию больше W , в соответствии с формулой Больцмана экспоненциально зависит от W . Температурная зависимость вязкости выражается формулой:

$$\eta \sim Ae^{W/kT}. \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что вязкость жидкости при повышении температуры должна резко уменьшаться. Если отложить на графике логарифм вязкости $\ln\eta$ в зависимости от $1/T$, то согласно (1) должна получиться прямая линия, по угловому коэффициенту которой можно определить энергию активации молекулы W исследуемой жидкости. Экспериментальные исследования показывают, что в небольших температурных интервалах эта формула неплохо описывает изменение вязкости с температурой.

Для исследования температурной зависимости вязкости жидкости в данной работе используется метод Стокса, основанный на измерении скорости свободного падения шарика в жидкости.

На всякое тело, двигающееся в вязкой жидкости, действует сила сопротивления. Стоком было получено строгое решение задачи о ламинарном обтекании шарика безграничной жидкостью. В этом случае сила сопротивления F определяется формулой:

$$F = 6\pi\eta rv, \quad (2)$$

где η — вязкость жидкости, v — скорость шарика, r — его радиус.

Рассмотрим свободное падение шарика в вязкой жидкости. На шарик действуют три силы: сила тяжести, архимедова сила и сила вязкости, зависящая от скорости.

Найдем уравнение движения шарика в жидкости. По второму закону Ньютона:

$$Vg(\rho - \rho_{ж}) - 6\pi\eta rv = V\rho \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

где V — объём шарика, ρ — его плотность, $\rho_{ж}$ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения. Решая это уравнение, найдём

$$v(t) = v_{уст} - [v_{уст} - v(0)]e^{-t/\tau}. \quad (4)$$

В формуле (4) приняты обозначения: $v(0)$ — скорость шарика в момент начала его движения в жидкости,

$$v_{уст} = \frac{Vg(\rho - \rho_{ж})}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9}gr^2 \frac{(\rho - \rho_{ж})}{\eta}, \quad \tau = \frac{V\rho}{6\pi\eta r} = \frac{2r^2\rho}{9\eta} \quad (5)$$

Как видно из (4), скорость шарика экспоненциально приближается к установившейся скорости $v_{уст}$. Установление скорости определяется величиной τ , имеющей размерность времени и называемой *временем релаксации*. Если время падения в несколько раз больше времени релаксации, процесс установления скорости можно считать закончившимся.

Измеряя на опыте установившуюся скорость падения шариков $v_{уст}$ и величины r , ρ , $\rho_{ж}$, можно определить вязкость жидкости по формуле, следующей из (5):

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{(\rho - \rho_{ж})}{v_{уст}}. \quad (6)$$

2. Экспериментальная установка

Для измерений используется стеклянный цилиндрический сосуд В, наполненный исследуемой жидкостью (глицерин). Диаметр сосуда ≈ 3 см, длина ≈ 40 см (точные размеры указаны на установке). На стенках сосуда нанесены две метки на некотором расстоянии друг от друга. Верхняя метка должна располагаться ниже уровня жидкости с таким расчетом, чтобы скорость шарика к моменту прохождения этой метки успевала установиться. Измеряя расстояние между метками с помощью линейки, а время падения с помощью секундомера, определяют скорость шарика $v_{уст}$. Сам сосуд В помещен в рубашку D, омыываемую водой из термостата. При работающем термостате температура воды в рубашке D, а потому и температура жидкости 12 равна температуре воды в термостате.

Радиусы шариков измеряются микроскопом. Для каждого шарика рекомендуется измерить несколько различных диаметров и вычислить среднее значение. Такое усреднение целесообразно, поскольку в работе используются шарики, форма которых может несколько отличаться от сферической.

Схема прибора (в разрезе) и внешний вид термостата показаны на рис. 1 и рис. 2.

Термостат и прибор для определения коэффициента вязкости жидкости показаны на рис. 1 (фотография термостата представлена на рис. 2, обозначения на рис. 1 и рис. 2 совпадают).

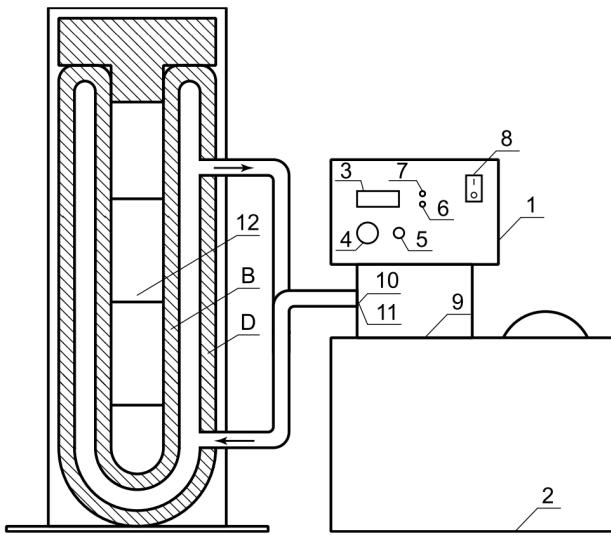


Рис. 1: Установка для определения коэффициента вязкости жидкости

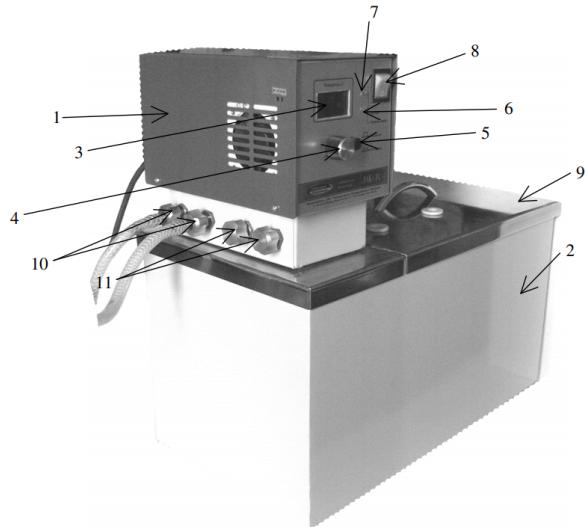


Рис. 2: Термостат

1 — блок терморегулирования; 2 — ванна; 3 — индикаторное табло; 4 — ручка установки температуры; 5 — кнопка переключения режимов установки/контроля температуры; 6 — индикатор уровня жидкости; 7 — индикатор включения нагревателя; 8 — сетевой выключатель прибора; 9 — крышка; 10 — входной и выходной патрубки насоса; 11 — входной и выходной патрубки теплообменника.

3. Результаты измерений и обработка данных

3.1. Измерение диаметров шаров

Определим с помощью микроскопа ($\sigma_{\text{мик}} = 0.02 \text{ мм}$) диаметры 20 шариков, участвующих в эксперименте. Будем проводить по три измерения для каждого шарика, затем вычислим средний диаметр. Занесём результаты измерений в таблицу 1.

Таблица 1.
Результаты измерения диаметра шариков

№ шара	Серия измерений d , мм			$d_{\text{ср}}$, мм	$\sigma_{\text{случ}}$, мм	$\sigma_{\text{полн}}$, мм
	1	2	3			
1	2.14	2.06	2.10	2.10	0.02	0.03
2	2.10	2.10	2.10	2.10	0.00	0.02
3	0.78	0.78	0.78	0.78	0.00	0.02
4	2.08	2.10	2.04	2.07	0.02	0.02
5	0.80	0.80	0.78	0.79	0.01	0.02
6	0.64	0.68	0.66	0.66	0.01	0.02
7	0.80	0.80	0.80	0.80	0.00	0.02
8	2.02	2.04	2.10	2.05	0.02	0.03
9	2.10	2.10	2.10	2.10	0.00	0.03
10	2.08	2.10	2.08	2.09	0.01	0.02
11	0.90	0.88	0.88	0.89	0.01	0.02
12	0.58	0.58	0.56	0.57	0.01	0.02
13	2.08	2.08	2.08	2.08	0.00	0.02

14	2.10	2.08	2.08	2.09	0.01	0.02
15	0.80	0.80	0.84	0.81	0.01	0.02
16	0.76	0.78	0.80	0.78	0.01	0.02
17	2.08	2.10	2.10	2.09	0.01	0.02
18	2.10	2.08	2.08	2.09	0.01	0.02
19	0.80	0.78	0.80	0.79	0.01	0.02
20	0.76	0.74	0.76	0.75	0.01	0.02

Случайные и полные погрешности вычислим по формулам:

$$\sigma_{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (d_i - d_{\text{ср}})^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{поли}} = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{мик}}^2}. \quad (8)$$

полученные данные также занесём в таблицу 1.

3.2. Измерение установившейся скорости

Следующим шагом работы станет определение скоростей установившегося движения шаров при разных температурах глицерина. Для этого будем брасать их в сосуд и измерять время прохождения от одной метки до другой. Расстояние между меткой составляет $l = 20 \pm 0.05$ см.

Так же нам необходимо знать плотность шариков и плотность глицерина в зависимости от температуры. Согласно справочникам $\rho_{\text{стек}} = 2.5 \text{ кг}/\text{м}^3$ и $\rho_{\text{стал}} = 7.8 \text{ кг}/\text{м}^3$. Шарики с диаметром больше 2 мм сделаны из стекла, остальные из стали. Данные о глицерине возьмём из учебника.

Полученные данные занесём в таблицу 2.

Таблица 2.
Результаты измерения диаметра шариков

№ шара	Материал	$T, ^\circ\text{C}$	$t, \text{с}$	$\rho_{\text{ж}}, \text{кг}/\text{м}^3$	$\eta, \text{г}/(\text{с} \cdot \text{см})$	\mathcal{E}_η
1	стекло	20	73.2	1.260	10.91	0.03
2	стекло	20	74.0	1.260	11.03	0.03
3	сталь	20	95.1	1.260	10.31	0.08
4	стекло	30	37.2	1.254	5.43	0.03
5	сталь	20	91.7	1.260	10.29	0.08
6	сталь	30	64.3	1.254	5.00	0.09
7	сталь	30	42.4	1.254	4.84	0.08
8	стекло	30	37.5	1.254	5.37	0.03
9	стекло	40	17.8	1.251	2.67	0.04
10	стекло	40	16.4	1.251	2.43	0.04
11	сталь	40	17.6	1.251	2.47	0.07
12	сталь	40	40.9	1.251	2.40	0.11
13	стекло	50	9.3	1.247	1.37	0.06
14	стекло	50	9.3	1.247	1.38	0.06
15	сталь	50	11.3	1.247	1.33	0.09
16	сталь	50	11.4	1.247	1.24	0.09
17	стекло	60	5.1	1.245	0.76	0.10

18	стекло	60	5.3	1.245	0.79	0.10
19	сталь	60	6.7	1.245	0.75	0.11
20	сталь	60	7.6	1.245	0.77	0.10

Погрешность измерения времени секундомером (с учётом реакции человека) $\sigma_{\text{сек}}=0.5\%$. Погрешность измерения температуры пренебрежимо мала (меньше 0.3%). Используя формулу (6) и формулу для нахождения погрешности степенной функции имеем:

$$\mathcal{E}_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2} \quad (9)$$

3.3. Измерения числа Рейнольдса

Приведённая выше теория для расчёта вязкости справедлива, если обтекание шарика жидкостью имеет ламинарный характер. Ламинарность определяется числом Рейнольдса $Re = v r \rho / \eta$. Обтекание является ламинарным лишь при малых значениях Re (меньше 0.5). Вычислим число Рейнольдса, а также найдём время релаксации τ из (5) и путь $S = v_{\text{уст}}\tau$. Погрешности снова вычислим по формулам для степенной функции. Результаты занесём в таблицу 3.

Таблица 3.
Результаты измерения диаметра шариков

№ шара	Re	\mathcal{E}_{Re}	τ , мс	\mathcal{E}_τ	S , мм	\mathcal{E}_S
1	0.00	0.03	0.56	0.04	0.00	0.04
2	0.00	0.03	0.56	0.04	0.00	0.04
3	0.00	0.08	0.26	0.09	0.00	0.09
4	0.01	0.04	0.01	0.04	0.01	0.04
5	0.00	0.08	0.27	0.09	0.00	0.09
6	0.00	0.10	0.38	0.12	0.00	0.12
7	0.00	0.08	0.57	0.09	0.00	0.09
8	0.01	0.04	1.09	0.04	0.01	0.05
9	0.06	0.05	2.29	0.04	0.03	0.05
10	0.07	0.05	2.49	0.05	0.03	0.06
11	0.03	0.08	1.38	0.09	0.02	0.09
12	0.01	0.11	0.59	0.13	0.00	0.13
13	0.20	0.08	4.37	0.06	0.09	0.08
14	0.20	0.08	4.37	0.06	0.09	0.08
15	0.07	0.10	2.15	0.11	0.04	0.11
16	0.07	0.10	2.13	0.11	0.04	0.12
17	0.67	0.14	7.96	0.10	0.31	0.14
18	0.62	0.14	7.66	0.10	0.29	0.14
19	0.20	0.13	3.62	0.12	0.11	0.14
20	0.16	0.13	3.19	0.12	0.08	0.14

По таблице видно, что в двух опытах не соблюдены условия ламинарности обтекания. Будем учитывать этот факт при дальнейшем анализе данных.

3.4. Вычисление энергии активации

Для вычисления W построим график $\ln\eta$ от $1/T$. Затем с по МНК вычислим угловой коэффициент. С помощью него найдём энергию активации по формуле:

$$W = ak_B, \quad (10)$$

где a — угловой коэффициент, а k_B — постоянная Больцмана.

Для построения графика (Рис. 3) построим таблицу 4, в которой запишем значения $\ln\eta$ от $1/T$.

Таблица 4.
Результаты измерения диаметра шариков

$\ln\eta$	2.39	2.40	2.33	1.69	2.33	1.61	1.58	1.68	0.98	0.89
$\sigma_{\ln\eta}$	0.03	0.03	0.08	0.03	0.08	0.09	0.08	0.03	0.04	0.04
$100/T, 1/K$	0.34	0.34	0.34	0.33	0.34	0.33	0.33	0.33	0.32	0.32
$\ln\eta$	0.90	0.88	0.32	0.32	0.29	0.21	-0.27	-0.24	-0.28	-0.26
$\sigma_{\ln\eta}$	0.07	0.11	0.06	0.06	0.09	0.09	0.10	0.10	0.11	0.10
$1/T, 1/K$	0.32	0.32	0.31	0.31	0.31	0.31	0.30	0.30	0.30	0.30

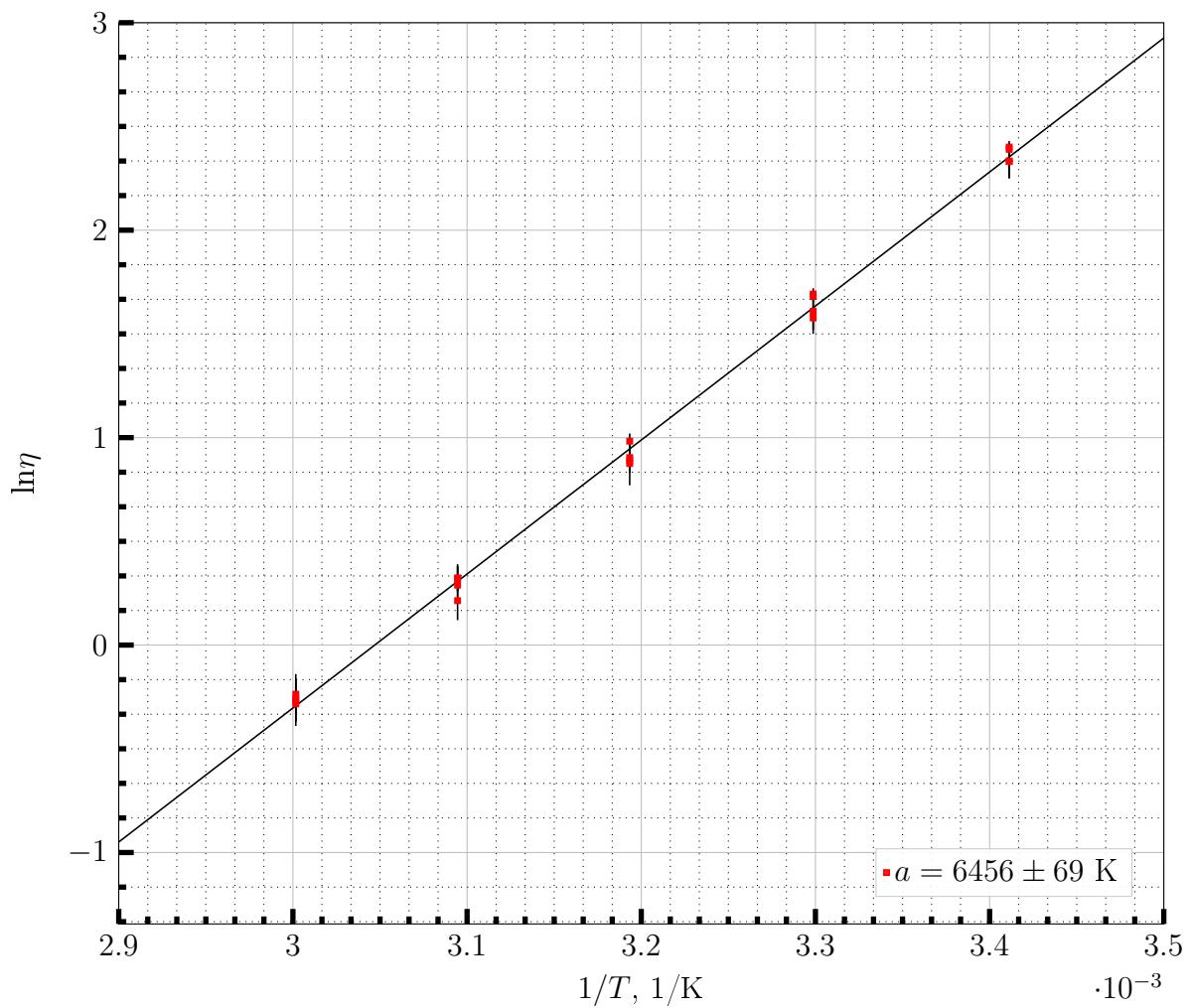


Рис. 3: График зависимости $\ln\eta$ от $1/T$

Погрешность логарифма вычисляется с помощью основного уравнения для погрешностей, в итоге придём к следующему выражению:

$$\sigma_{\ln\eta} = \frac{\sigma_\eta}{\eta} = \mathcal{E}_\eta \quad (11)$$

С помощью метода наименьших квадратов вычислим характеристики прямой $\ln\eta = b + a\frac{1}{T}$:

$$a = \frac{\langle \ln\eta/T \rangle - \langle \ln\eta \rangle \langle 1/T \rangle}{\langle 1/T^2 \rangle - \langle 1/T \rangle^2}, \quad b = \langle \ln\eta \rangle - a\langle 1/T \rangle \quad (12)$$

Погрешность определения коэффициента a вчислим по следующей формуле:

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle \ln^2\eta \rangle - \langle \ln\eta \rangle^2}{\langle 1/T^2 \rangle - \langle 1/T \rangle^2} - a^2}, \quad (13)$$

где N — число шариков.

Теперь нетрудно вычислить энергию активации $W = 557 \pm 6$ мЭв.

4. Обсуждение результатов

Точность измерения энергии активации оказалась довольно высокой (порядка 1%). Наибольший вклад в погрешность измерений внесло измерение времени, погрешность иногда достигала значения в 10%. Судя по графику (Рис. 3) все измерения легли на теоретическую прямую в пределах погрешности, что говорит о правильности наших допущений. Не обнаружено отклонений от прямолинейной зависимости, следовательно интервал рабочих температур был выбран верно. Небольшие отклонения от ламинарного течения также не сказались на результате.

5. Вывод

Данная работа показывает, что метод Стокса является довольно точным методом определения вязкости жидкости и её энергии активации. Однако он может приводить к неправильным результатам при неламинарном обтекании тела. Дальнейшим развитием данной работы могло бы стать исследование применимости метода Стокса при больших интервалах рабочих температур. Так же может быть исследована зависимость параметра A в формуле (1) от температуры. Все поставленные в работе цели были достигнуты. Для повышения точности следует точнее измерять время.