

# Отчёт по лабораторной работе 4.1.2

## Моделирование оптических приборов и определение их увеличения.

Работу выполнил Громов Артём  
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2022 г.

# 1. Аннотация

**Цель работы:** изучить модели зрительных труб (астрономической трубы Кеплера и земной трубы Галилея) и микроскопа, определить их увеличения.

**В работе используется:** оптическая скамья, набор линз, экран, осветитель со шкалой, зрительная труба, диафрагма, линейка.

В настоящей работе изучаются модели зрительных труб (астрономической и земной) и микроскопа. Каждый из этих оптических приборов состоит из двух основных частей: объектива — линзы, обращённой к объекту, и окуляра — линзы, обращённой к наблюдателю. Объектив, в качестве которого используется положительная линза, создаёт действительное изображение предмета. Это изображение рассматривается глазом через окуляр. Ход лучей в астрономической и земной зрительных трубах и в микроскопе представлен на рис. 1–3.

Поскольку зрительные трубы используются для наблюдения удалённых предметов, находящихся от объектива на расстояниях, значительно превышающих его фокусное расстояние, изображение  $A$  предмета, даваемое объективом, находится практически в его фокальной плоскости. В случае микроскопа промежуточное изображение  $A$  находится далеко за фокальной плоскостью объектива, так как предмет располагается вблизи переднего фокуса.

Мнимое изображение  $B$ , даваемое окуляром, располагается на некотором расстоянии  $d$  от окуляра. Наводя оптический инструмент на резкость, наблюдатель автоматически устанавливает такое расстояние  $d$ , которое удобно для аккомодации глаза. Поскольку глаз обладает значительной областью аккомодации, расстояние  $d$  даже для одного и того же наблюдателя может существенно изменяться от опыта к опыту. При изменении аккомодации оптический прибор, вооружающий глаз, должен быть несколько перефокусирован. В зрительных трубах этого достигают перемещением окуляра, а в микроскопе — перемещением всей оптической системы относительно предмета. Для того чтобы исключить в теории произвол, связанный с неопределённостью расстояния  $d$ , полагают обычно, что глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность. При этом мнимое изображение  $B$  должно располагаться в бесконечности, и, следовательно, промежуточное изображение  $A$  должно совпадать с фокальной плоскостью окуляра.

При наблюдении предметов с помощью зрительной трубы или микроскопа угловой размер изображения, рассматриваемого глазом, оказывается существенно больше, чем угловой размер объекта при наблюдении невооружённым глазом. Отношение углового размера изображения объекта, рассматриваемого наблюдателем через окуляр прибора, к угловому размеру объекта, рассматриваемого невооружённым глазом, называется угловым увеличением оптического прибора. При этом в случае микроскопа полагают, что при непосредственном наблюдении расстояние между объектом и глазом равно расстоянию наилучшего зрения глаза, т.е. 25 см. В случае зрительной трубы всегда предполагается,

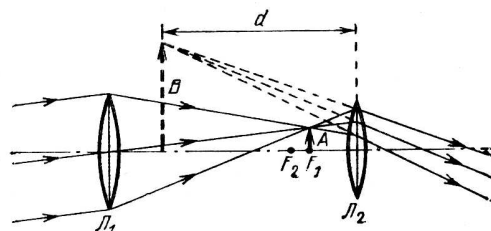


Рис. 1: Ход лучей в трубе Кеплера.

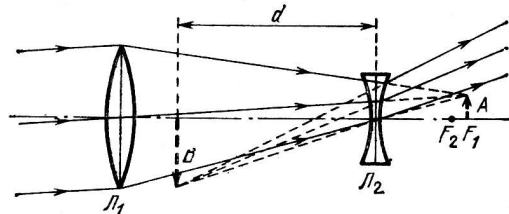


Рис. 2: Ход лучей в трубе Галилея.

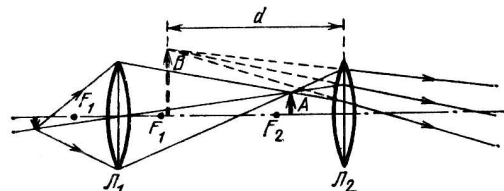


Рис. 3: Ход лучей в микроскопе.

что расстояние между объектом и наблюдателем значительно превышает фокусное расстояние объектива.

## 1.1. Увеличение астрономической зрительной трубы

Как было выяснено, при наблюдении далёких предметов с помощью астрономической зрительной трубы (трубы Кеплера) глазом, аккомодированным на бесконечность, задний фокус объектива совпадает с передним фокусом окуляра. В этом случае труба является афокальной системой: параллельный пучок лучей, входящий в объектив, остаётся параллельным по выходе из окуляра. Такой ход лучей называют телескопическим.

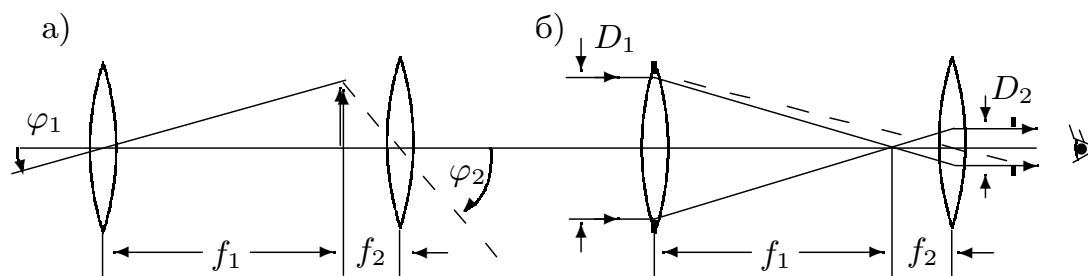


Рис. 4: К расчёту увеличения зрительной трубы Кеплера.

Рассматривая параллельный пучок лучей, исходящий из бесконечно удалённой точки, лежащей в стороне от оптической оси, можно для простоты ограничиться лучом, проходящим через центр объектива (рис. 4а). На выходе из окуляра угол наклона пучка к оптической оси изменяется.

Пусть пучок света, попадающий в объектив, составляет с оптической осью угол  $\phi_1$ , а пучок, выходящий из окуляра, — угол  $\phi_2$ . Увеличение  $\gamma$  зрительной трубы по определению равно

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \phi_2}{\operatorname{tg} \phi_1}. \quad (1)$$

Строго говоря,  $\phi_1$  — это угловой размер объекта, рассматриваемого невооружённым глазом, но при наблюдении бесконечно удалённого объекта с помощью зрительной трубы угол  $\phi_1$  для объектива трубы и для невооружённого глаза одинаков.

Как следует из рис. 4а, угловое увеличение телескопа равно отношению фокусов объектива и окуляра:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \phi_2}{\operatorname{tg} \phi_1} = \frac{f_1}{f_2}. \quad (2)$$

Отношение фокусных расстояний равно отношению диаметров пучка, прошедшего объектив и окуляр (рис. 4б). Ширина пучка, прошедшего объектив, определяется диаметром  $D_1$  его оправы; ширина пучка, выходящего из окуляра, — диаметром  $D_2$  изображения оправы объектива, даваемого окуляром:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{D_1}{D_2}. \quad (3)$$

Таким образом, угловое увеличение телескопа

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \phi_2}{\operatorname{tg} \phi_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{D_1}{D_2}. \quad (4)$$

В том случае, когда диаметр  $D_2$  пучка, выходящего из окуляра, равен диаметру  $d_0$  зрачка наблюдателя ( $d_0 \approx 5$  мм), увеличение телескопа называется нормальным.

Соотношение (4) показывает, что увеличение трубы можно определить следующими тремя способами: путём измерения углов, под которыми предмет виден через трубу и без неё, путём измерения диаметров объектива и его изображения в окуляре, и наконец, путём измерения фокусных расстояний объектива и окуляра. В настоящей работе используются все три способа.

## 1.2. Увеличение галилеевой зрительной трубы

Если заменить положительный окуляр астрономической трубы отрицательным, получается галилеева (или земная) труба. При телескопическом ходе лучей в галилеевой трубе расстояние между объективом и окуляром равно разности (точнее — алгебраической сумме) их фокусных расстояний (рис. 5а), а изображение оправы объектива, даваемое окуляром, оказывается мнимым. Это изображение располагается между объективом и окуляром. Легко показать, что формула (4), полученная для астрономической трубы, справедлива и для земной трубы.

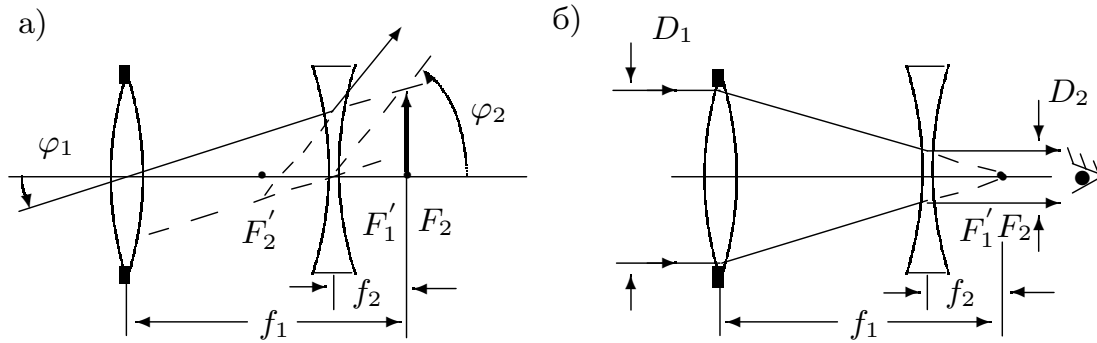


Рис. 5: К расчёту увеличения галилеевой зрительной трубы.

Достоинством галилеевой трубы является то, что она даёт прямое изображение. Поэтому зрительные трубы, бинокли и т.д. делаются по схеме Галилея.

## 1.3. Увеличение микроскопа

Рассмотрим ход лучей в микроскопе в предположении, что глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность (рис. 6). Тангенс угла  $\phi_2$ , под которым видно изображение, определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \phi_2 = \frac{l'}{f_2} = \frac{l(\Delta - f_1 - f_2)}{f_1 f_2}, \quad (5)$$

где  $l'$  — размер промежуточного изображения,  $l$  — размер предмета,  $\delta$  — длина тубуса (расстояние между линзами).

При наблюдении предмета невооружённым глазом с расстояния наилучшего зрения  $L$  угловой размер предмета  $l$  равен

$$\operatorname{tg} \phi_1 = \frac{l}{L}. \quad (6)$$

Увеличение микроскопа, следовательно, равно

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \phi_2}{\operatorname{tg} \phi_1} = \frac{L(\Delta - f_1 - f_2)}{f_1 f_2}. \quad (7)$$

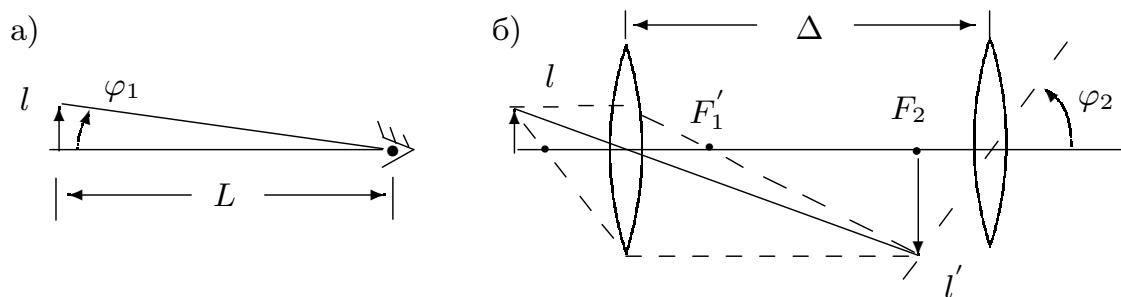


Рис. 6: К расчёту увеличения микроскопа.

У всех микроскопов, выпускаемых отечественной промышленностью, длина тубуса равна  $\delta = 16$  см. Следует ещё раз подчеркнуть, что формулы для расчёта увеличения оптических приборов основаны на предположении об аккомодации глаза наблюдателя на бесконечность. В этом предположении увеличение является объективной характеристикой оптического инструмента. Если глаз наблюдателя изменяет аккомодацию, то оптический инструмент должен быть соответственно перефокусирован, и его увеличение несколько изменится. В связи с этим часто говорят о субъективном увеличении прибора. Впрочем, как правило, разница между субъективным и объективным увеличениями оптического инструмента оказывается незначительной.

Можно показать, что при аккомодации глаза на расстояние наилучшего зрения  $L$  угловое увеличение микроскопа  $\gamma$  равно линейному  $\Gamma$ :

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \phi_2}{\operatorname{tg} \phi_1} = \frac{l''/L}{l/L} = \frac{l''}{l} = \Gamma,$$

где  $l''$  — размер окончательного изображения.

Можно оценить увеличение микроскопа как произведение увеличений объектива  $\Gamma_{об}$  и окуляра  $\Gamma_{ок}$ :

$$\gamma = \Gamma = \frac{l''}{l} = \frac{l'}{l} \frac{l''}{l'} = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок}.$$

С учётом того, что объектив и окуляр микроскопа — короткофокусные линзы (предмет и промежуточное изображение лежат практически в фокальных плоскостях объектива и окуляра, а  $\Delta - f_2 \approx \Delta$ ), при аккомодации глаза на расстояние наилучшего зрения увеличение микроскопа

$$\gamma = \Gamma = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок} \approx \frac{\Delta - f_2}{f_1} \cdot \frac{L}{f_2} \approx \frac{\Delta}{f_2} \cdot \frac{L}{f_2}. \quad (8)$$

Зная увеличение объектива (в стандартных микроскопах оно обычно указано на оправе) и длину тубуса (16 см), можно оценить расстояние от объектива до плоскости, в которой следует располагать предмет. Обычно это 1–3 см.

## 2. Экспериментальная установка

Набор линз, осветитель, экран, зрительная труба, необходимые для моделирования оптических приборов, устанавливаются при помощи рейтеров на оптической скамье. Предметом служит миллиметровая сетка, нанесённая на матовое стекло осветителя.

**Центрирование линз.** При юстировке любых оптических приборов важно правильно центрировать входящие в систему линзы. Проходя через плохо отцентрированную систему

линз, лучи света отклоняются в сторону и могут вообще не доходить до глаза наблюдателя. Центрировать линзы следует как по высоте, так и в поперечном направлении (для чего линзы крепятся на поперечных салазках).

**Юстировка коллиматора.** При составлении моделей телескопических систем необходимо иметь удалённый объект. В качестве такого объекта обычно используется бесконечно удалённое изображение предмета (шкалы осветителя), установленного в фокальной плоскости положительной линзы. Лучи, выходящие из одной точки предмета, пройдя через линзу, образуют параллельный пучок. Устройство такого рода называется коллиматором. Для юстировки коллиматора удобно использовать вспомогательную зрительную трубу, предварительно настроенную на бесконечность. Передвигая линзу коллиматора вдоль скамьи, добиваются появления резкого изображения предмета в окуляре зрительной трубы.

**Измерение фокусных расстояний линз.** Для того чтобы сознательно моделировать оптические инструменты, нужно знать фокусные расстояния линз, которые могут быть использованы в качестве объектива или окуляра модели. Фокусные расстояния положительных линз проще всего найти с помощью вспомогательной зрительной трубы, установленной на бесконечность.

При определении фокусного расстояния отрицательной линзы предметом служит изображение сетки, которое даёт вспомогательная положительная линза.

### 3. Результаты измерений и обработка данных

#### 3.1. Определение фокусных расстояний тонких линз с помощью зрительной трубы

Для определения фокусных расстояний линз с помощью зрительной трубы (рис. 7) настроим трубу на бесконечность.

Поставим положительную линзу на расстоянии от предмета примерно равном фокусному. На небольшом расстоянии от линзы закрепим трубу, настроенную на бесконечность (рис. 7), и отцентрируем её по высоте.

Передвигая линзу вдоль скамьи, получим в окуляре зрительной трубы изображение предмета — миллиметровой сетки. При этом расстояние между предметом и серединой тонкой линзы (между проточками на оправах) равно фокусному. Затем повернём линзу другой стороной к источнику и повторим измерения для определения тонкости линзы. Погрешность измерения расстояния составила 1 мм. Данные занесём в таблицу 1.

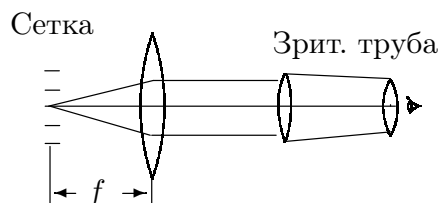


Рис. 7: Определение фокусного расстояния собирающей линзы.

**Таблица 1.**  
Фокусные расстояния собирающих линз.

$f_1$ , мм	$f_2$ , мм	$f_3$ , мм	$f_4$ , мм
79	109	195	283
79	104	190	283

Тонкими можно считать первую и четвертую линзы, так как наши измерения не смогли найти отличий при их развороте.

Для определения фокусного расстояния тонкой отрицательной линзы сначала получим на экране увеличенное изображение сетки при помощи одной короткофокусной положительной линзы. Измерим расстояние между линзой и экраном  $a_0 = 275 \pm 1$  мм.

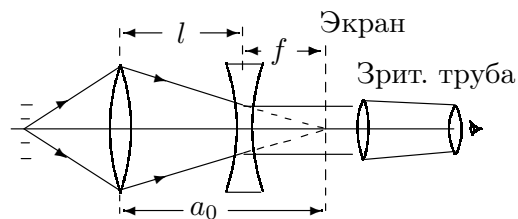


Рис. 8: Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы.

Разместим сразу за экраном трубу, настроенную на бесконечность, и закрепим её. Уберём экран и поставим на его место исследуемую рассеивающую линзу (рис. 8). Перемещая рассеивающую линзу, найдём в окуляре зрительной трубы резкое изображение сетки.

Измерив расстояние между линзами  $l = 205 \pm 1$  мм, рассчитаем фокусное расстояние рассеивающей линзы  $f_5 = a_0 - l = 70 \pm 2$  мм.

Повернув линзу другой стороной источника, получили такие же результаты. Значит линзу можно считать тонкой.

### 3.2. Труба Кеплера

Из имеющегося набора возьмём две собирающих линзы 4 и 2 для создания модели зрительной трубы Кеплера с увеличением 2-3 (рис. 9). В качестве коллиматора используем линзу 3.

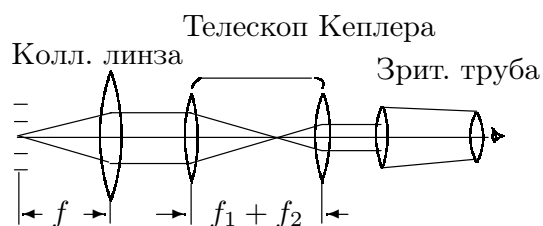


Рис. 9: Модель телескопа.

Для последующих расчётов увеличения определим размер изображения  $l_1 = 0.9 \pm 0.1$  дел. одного миллиметра шкалы осветителя в делениях окулярной шкалы зрительной трубы. Очевидно,  $l_1 = k \operatorname{tg} \phi_1$ , где  $k$  — некоторый коэффициент, характеризующий увеличение зрительной трубы,  $\phi_1$  — угловой размер изображения миллиметрового деления шкалы осветителя, наблюдаемого через коллиматор.

Линзу с максимальным фокусным расстоянием — объектив модели — расположим почти вплотную к линзе коллиматора, окуляр — на расстоянии, примерно равном сумме фокусных расстояний обеих линз трубы.

Рассчитаем увеличение исследуемой модели по формуле (4) через отношение фокусов. Получим  $\gamma = f_4/f_2 = 2.60 \pm 0.03$ .

Для определения увеличения телескопа через тангенсы углов, под которыми объект виден через трубу и без неё, определим размер  $l_2 = 2.4$  дел. изображения миллиметрового деления шкалы осветителя в делениях окулярной шкалы вспомогательной трубы:  $l_2 = k \operatorname{tg} \phi_2$ . Здесь  $\phi_2$  — угловой размер изображения миллиметрового деления шкалы, наблюдаемой через исследуемую трубу.

Сравнивая угловые размеры изображения с телескопом и без него, определим увеличение телескопа по формуле (1). Получим  $\gamma = 2.7 \pm 0.3$ .

Определим увеличение телескопа, измерив диаметр оправы его объектива и диаметр изображения этой оправы в окуляре. Для этого отодвинем вспомогательную трубу и расположим экран за окуляром телескопа. Отдвигая экран от окуляра, получите на нём чёткое изображение оправы объектива. Поднеся к объективу какой-нибудь предмет (например, край линейки), убедимся, что наблюдается именно изображение оправы объектива. Измерим диаметр объектива и диаметр его изображения. Получим  $D_1 = 34 \pm 1$  мм,  $D_2 = 13 \pm 1$  мм. Тогда из формулы (4) имеем  $\gamma = 2.6 \pm 0.2$ . Все результаты согласуются в пределах погрешностей.

### 3.3. Труба Галилея

Переход от трубы Кеплера к трубе Галилея легко осуществить, если, не трогая коллиматора и объектива, вместо собирающей окулярной линзы поставить рассеивающую на расстоянии от объектива, равном разности фокусов объектива и окуляра.

Проведём для трубы Галилея исследования, аналогичный предыдущему пункту (кроме измерения диаметров). При определении увеличения через фокусные расстояния получим  $\gamma = f_4/f_5 = 4.04 \pm 0.08$ . Измерим  $l_1 = 0.9 \pm 0.1$  дел. и  $l_2 = 3.5 \pm 0.1$  дел. и по формуле (1) получим  $\gamma = 3.9 \pm 0.4$ . Результаты согласуются в пределах погрешностей.

### 3.4. Модель микроскопа

Для создания модели микроскопа с пятикратным увеличением используем самые короткофокусные линзы из набора 1 и 2. Рассчитаем необходимую длину тубуса  $\Delta$  по формуле (7). Она составит  $\Delta \approx 360$  мм.

Расположим объектив и окуляр на соответствующем расстоянии  $\Delta$  друг от друга (рис. 10) и закрепим рейтеры. Сфокусируем модель микроскопа на сетку осветителя. Для этого будем перемещать осветитель вдоль оптической скамьи до тех пор, пока в окуляре микроскопа не появится отчётливое увеличенное изображение сетки.

Расположим за окуляром модели микроскопа зрительную трубу, настроенную на бесконечность. Слегка перемещая осветитель, получим в поле зрения трубы изображение миллиметровой шкалы осветителя. Чёткость изображения повысится, если надеть на объектив микроскопа диафрагму диаметром 1 см и уменьшить яркость осветителя.

Для экспериментального определения увеличения микроскопа измерим величину изображения  $l_2 = 3.7 \pm 0.1$  дел. миллиметрового деления предметной шкалы в делениях окулярной шкалы зрительной трубы. Используя результат аналогичных измерений с коллиматорной линзой  $l_1 = 0.9 \pm 0.1$ , фокус которой известен, рассчитаем увеличение микроскопа по формуле

$$\gamma = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{L}{f}, \quad (9)$$

где  $L = 25$  см — расстояние наилучшего зрения нормального глаза. Получим  $\gamma = 5.3 \pm 0.6$ . Результат согласуется с теоретическим в пределах погрешности.

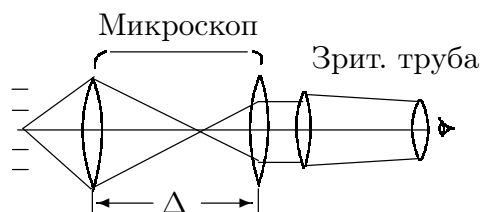


Рис. 10: Модель микроскопа.

## 4. Обсуждение результатов

Все результаты в этой работе хорошо согласуются между собой. Но стоит отметить, что у многих результатов довольно большая погрешность (порядка 10%). Главным источником погрешностей была шкала зрительной трубы.

## 5. Вывод

Работа выполнена хорошо, можно улучшить точность измерений более хорошей шкалой зрительной трубы.



Измерения для лабораторной работы 4.1.2

```
In [ ]: import pandas as pd
In [ ]: df = pd.read_csv('data.csv')
```

Convergent lenses

```
In [ ]: display(df[df.columns[:4]])
```

	$f_1, \text{mm}$	$f_2, \text{mm}$	$f_3, \text{mm}$	$f_4, \text{mm}$
0	79	109	195	283
1	79	104	190	283

Dispersing lens

```
In [ ]: display(df[df.columns[5:7]].head(1))
```

	$d_0, \text{mm}$	$l, \text{mm}$
0	275.0	205.0

Kepler telescope

Galileo telescope

```
In [ ]: display(df[df.columns[13:15]].head(1))
```

	$h_1, \text{den}$	$h_2, \text{den}$
0	0.9	3.5

Microscope

```
In [ ]: display(df[df.columns[16:18]].head(1))
```

	$h_1, \text{den}$	$h_2, \text{den}$
0	0.9	3.7

