

Отчёт по лабораторной работе 3.2.4.

## **Свободные колебания в электрическом контуре.**

Работу выполнил Громов Артём  
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2021 г.

# 1. Аннотация

**Цель работы:** исследование свободных колебаний в электрическом колебательном контуре.

**В работе используются:** генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, катушка индуктивности, электронный осциллограф, универсальный измерительный мост.

Основное уравнение колебательного контура:

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0, \quad (1)$$

где  $\gamma = \frac{R}{2L}$  — коэффициент затухания,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  — собственная частота контура. Решением этого уравнения являются затухающие колебания:

$$I = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta). \quad (2)$$

Здесь  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ . Можно записать решение (??) и для напряжения:

$$U_C = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

В контуре со слабым затуханием ( $\omega \asymp \omega_0$ ) верна **формула Томпсона** для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \asymp \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (4)$$

Режим работы контура, при котором  $\gamma = \omega_0$ , называется **критическим**. Его сопротивление равно

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

Потери затухающих колебаний принято характеризовать через **добротность** и **логарифмический декремент затухания**:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad - \quad \text{Добротность, потери энергии} \quad (6)$$

$$\Theta = \frac{1}{n} \gamma T = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad - \quad \text{Лог. декремент, потери амплитуды} \quad (7)$$

# 2. Экспериментальная установка

В работе исследуются свободные колебания, возбуждаемые в колебательном RLC-контуре. Конденсатор контура заряжается поступающими от специального генератора короткими одиночными импульсами, после каждого из которых в контуре возникают свободные затухающие колебания. По картине колебаний, наблюдаемой на экране электронного осциллографа, можно определить период свободных колебаний в контуре и коэффициент затухания, и вычислить параметры колебательного контура. Характеристики контура можно также определить, рассматривая затухающие колебания на фазовой плоскости системы на экране осциллографа.

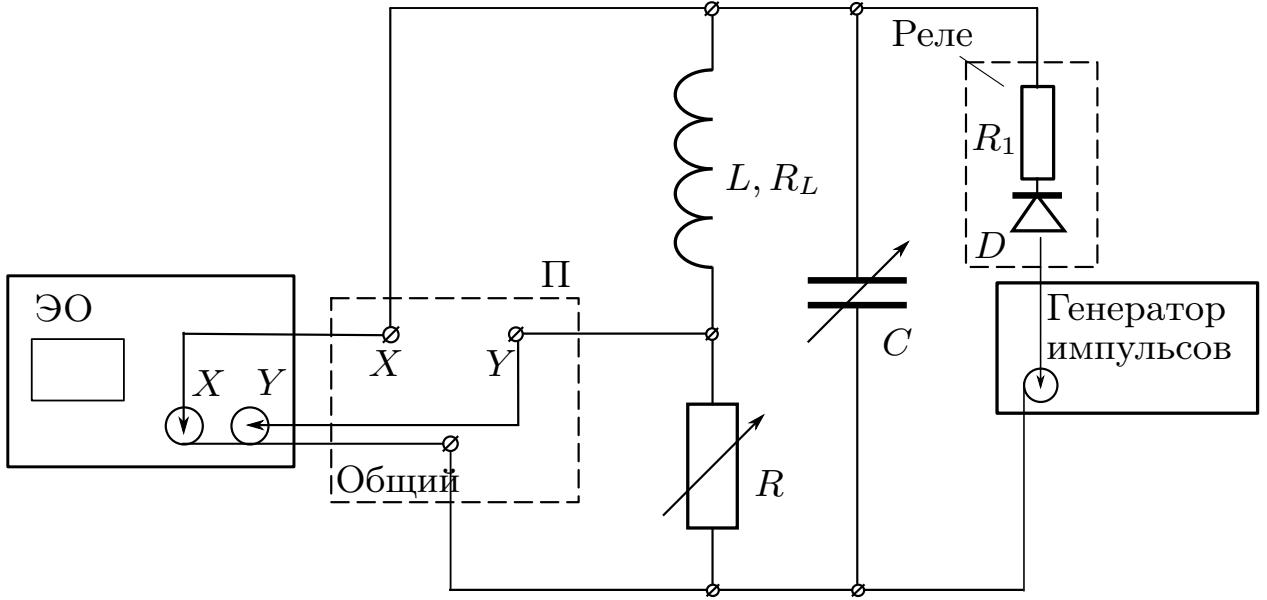


Рис. 1: Схема установки для исследования свободных колебаний.

На рисунке 1 приведена схема используемой установки. Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. Импульсы с частотой  $\nu_0 = 100$  Гц ( $T_0 = 0,01$  с) заряжают конденсатор. После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Осциллограф не оказывает влияния на цепь, имея сопротивление 1 МОм.

### 3. Результаты измерений и обработка данных

#### 3.1. Измерение периодов свободных колебаний

Проведем измерения при  $R = 0$ . Будем изменять емкость от 0.02 до 0.90 мкФ, проводя измерения периода по формуле:

$$T_{\text{эксп}} = T_0 \frac{x}{nx_0}, \quad (8)$$

где  $T_0 = 0,01$  с,  $x_0$  — расстояние одного импульса,  $x$  — расстояние  $n$  импульсов. Погрешность  $\sigma_x = \sigma_{x_0} = 0,1$ ,  $\sigma_{T_0} = 0,001$  с. Тогда

$$\sigma_{T_s} = T_s \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2} \quad (9)$$

При рассчёте  $T_{\text{теор}}$  возьмём значение  $L = 393 \pm 2$  мГн. Результаты сведем в таблицу 1 и построим график рис. 2.

В результате аппроксиации получим, что  $k = 1.1598 \pm 0.0012$

#### 3.2. Критическое сопротивление и декремент затухания

Приняв  $L = 400$  мГн, вычислим емкость по формуле  $\nu_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ , где  $\nu_0 = 5$  кГц. Значит,  $C = 5$  нФ. Тогда

$$R_{\text{kp}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \approx 17.6 \text{ кОм} \quad (10)$$

Получим на осциллографе ситуацию соответствующую критическому режиму. Критический режим реалезовался при  $R = 17.6$  кОм.

**Таблица 1.**  
Результаты измерений

$C$ , мкФ	$x_0$	$n$	$x$	$T_{\text{эксп}}$ , мс	$\sigma_{T_s}$ , мс	$T_{\text{теор}}$ , мс	$\sigma_{T_t}$ , мс
0.02	6.0	2	0.7	0.58	0.2	0.56	0.01
0.09	3.0	2	0.6	1.00	0.39	1.18	0.02
0.15	6.0	4	3.5	1.46	0.17	1.52	0.02
0.22	6.0	3	3.0	1.67	0.21	1.84	0.02
0.35	6.0	3	3.3	1.83	0.22	2.32	0.03
0.48	6.0	3	4.0	2.22	0.26	2.72	0.04
0.59	6.5	3	4.5	2.31	0.26	3.02	0.04
0.75	6.5	2	3.4	2.62	0.32	3.4	0.04
0.87	6.5	2	4.3	3.31	0.38	3.66	0.05
0.90	6.5	2	4.6	3.54	0.4	3.72	0.05

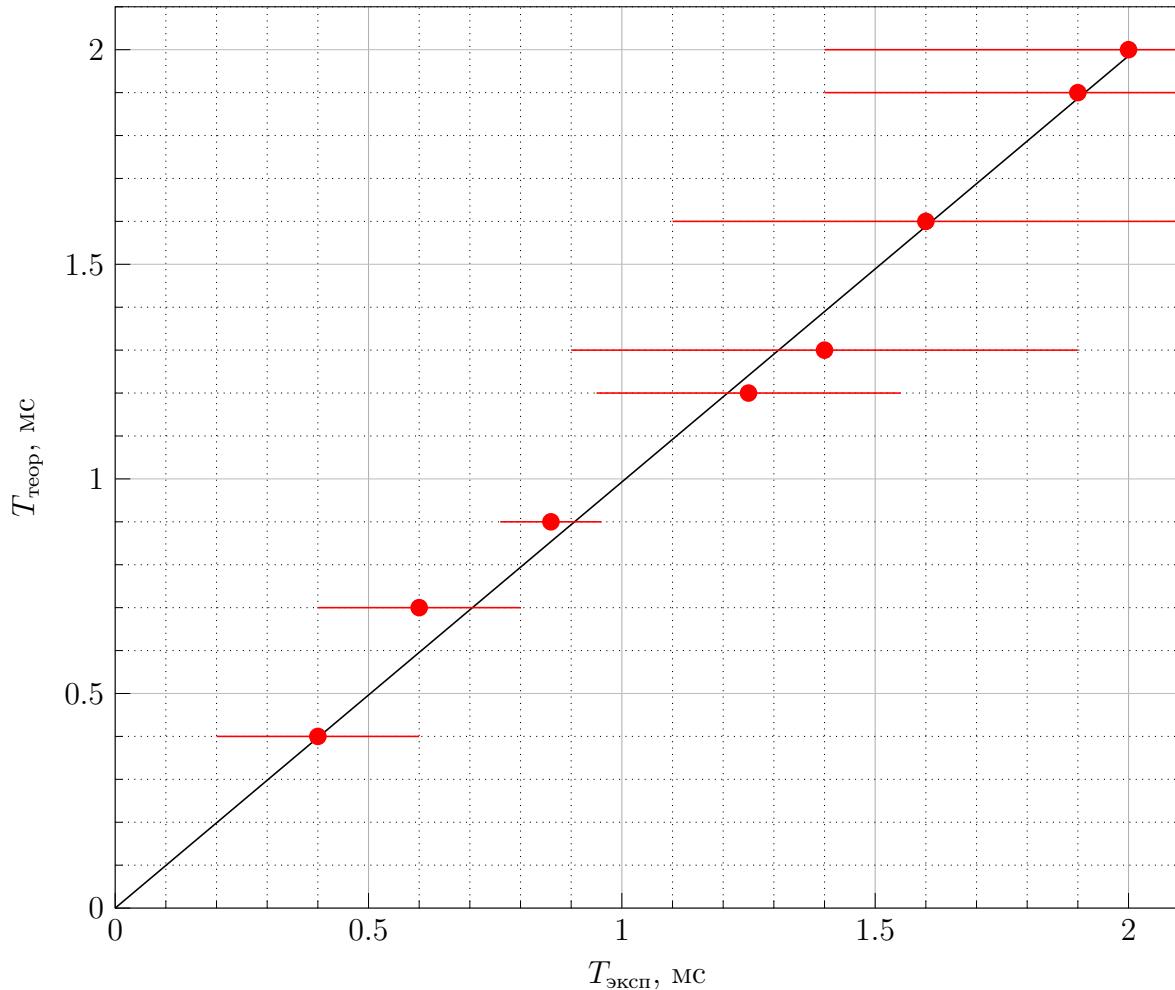


Рис. 2: Зависимость  $T_{\text{эксп}}$  от  $T_{\text{теор}}$ .

Установим  $C$  на магазине емкостей, будем наблюдать картину затухающих колебаний, изменения  $R$  от  $0.1R_{\text{кр}}$  до  $0.3R_{\text{кр}}$ .

**Таблица 2.**

Результаты измерений

$R$ , Ом	$n$	$U_k$	$U_{k+n}$	$\Theta$	$\sigma_\Theta$	$R_k$ , Ом	$\sigma_{R_k}$ , Ом
1100	3	3.0	0.9	0.40	0.05	1142	2
1400	3	3.0	0.6	0.54	0.09	1442	3
1800	2	2.9	0.8	0.64	0.08	1842	4
2200	2	2.8	0.6	0.77	0.13	2242	4
2500	1	2.7	1.0	0.99	0.11	2542	5
2700	1	2.6	0.9	1.06	0.12	2742	5
3300	1	2.5	0.8	1.14	0.15	3342	7
3600	1	2.5	0.7	1.27	0.19	3642	7

Теперь, изменяя сопротивление от примерно  $0.1R_{kp}$  до  $0.3R_{kp}$ , будем измерять амплитуды колебаний, разделенных на  $n$  частей. Погрешности амплитуд  $\sigma_{U_k} = \sigma_{U_{k+n}} = 0, 1$ , т.е.

$$\sigma_\Theta = \Theta \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_k}}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{k+n}}}{U_{k+n}}\right)^2} \quad (11)$$

Измерив на универсальном мосте сопротивление катушки при нашей частоте 5 кГц, добавим его к сопротивлению магазина, получив сопротивление контура  $R_k$ . Результаты сведем в таблицу 2. Теперь построим график  $\frac{1}{\Theta^2}$  от  $\frac{1}{R^2}$ , считая погрешность  $\sigma_{\frac{1}{\Theta^2}} = 2 \frac{1}{\Theta^2} \frac{\sigma_\Theta}{\Theta}$ . Даные для графика рис. 2 сведены в таблице 3.

**Таблица 3.**

Результаты измерений

$\frac{1}{\Theta^2}$	$\sigma_{\frac{1}{\Theta^2}}$	$\frac{1}{R^2}, 10^{-6} \text{ Ом}^{-2}$
6.21	0.75	0.77
3.47	0.68	0.48
2.41	0.63	0.29
1.69	0.57	0.2
1.01	0.22	0.15
0.89	0.21	0.13
0.77	0.2	0.09
0.62	0.18	0.08

После аппроксимации получим следующее значение  $k = 7.86 \pm 0.03 \text{ Ом}^6$ . Откуда  $R_k = 17.62 \pm 0.07 \text{ кОм}$ .

**Таблица 4.**  
Результаты исследования  $R_{kp}$ 

$R_{\text{теор}}, \text{ кОм}$	$R_{\text{подбор}}, \text{ кОм}$	$R_{\text{эксп}}, \text{ кОм}$
17.6	17.6	$17.62 \pm 0.07$

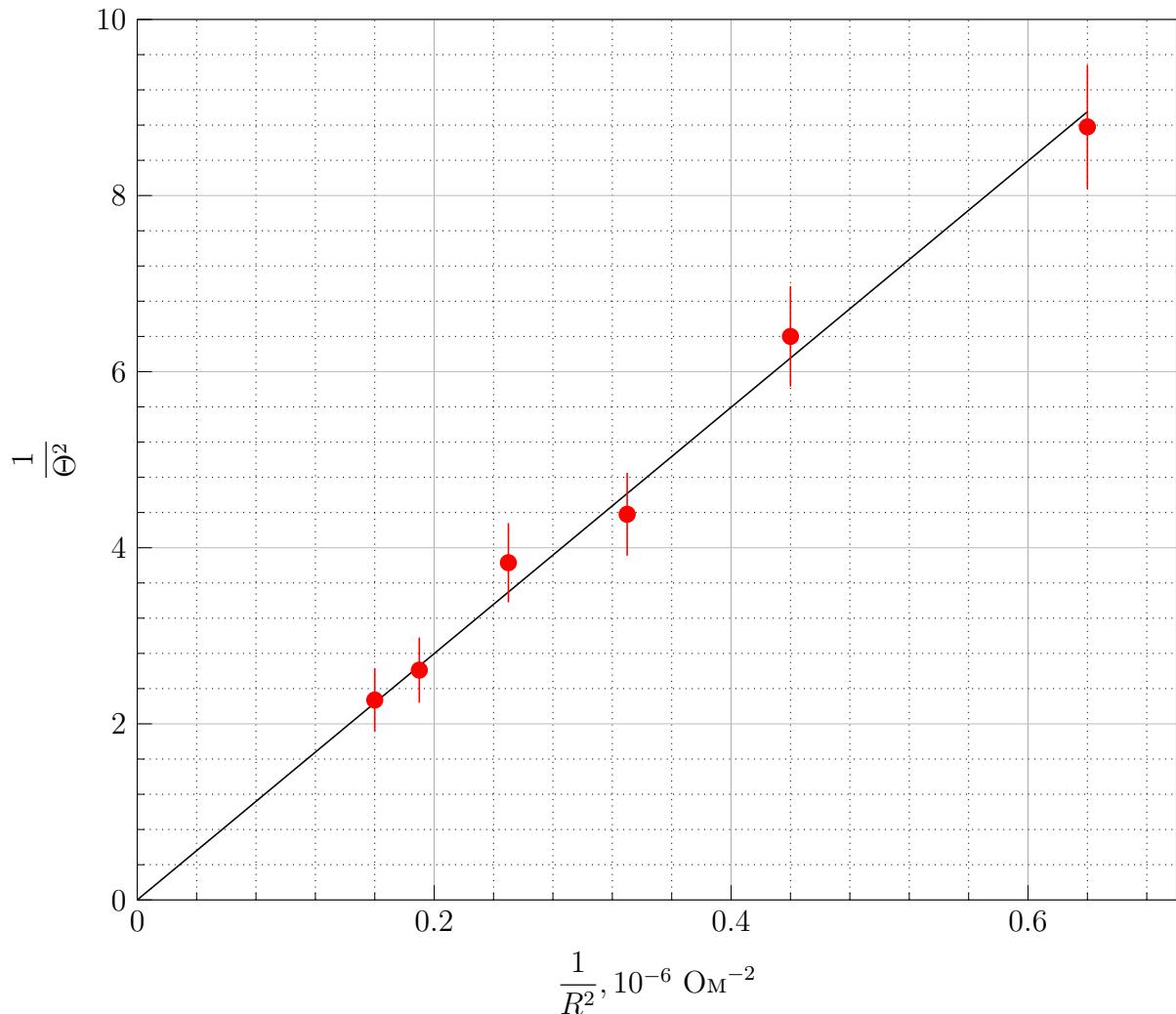


Рис. 3: Зависимость  $\frac{1}{\Theta^2}$  от  $\frac{1}{R^2}$ .

### 3.3. Исследование добротности

Рассчитаем добротность системы тремя способами. Сначала воспользуемся формулой (6) для двух значений сопротивления. А затем для них же воспользуемся формулой (7), измерив на спирали расстояния между крайними витками. Третий способ заключается в применении (6) и значений  $\Theta$ , полученных из графика на рисунке 3.

**Таблица 5.**  
Результаты расчёта добротности

$R$ , Ом	$Q_{\text{теор}}$	$Q_{\text{спир}}$	$Q_{\text{граф}}$
1000	$7.7 \pm 0.2$	$7.8 \pm 0.5$	$8.8 \pm 0.2$
3000	$2.4 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.4$	$2.9 \pm 0.1$

## 4. Вывод

При исследовании периодов свободных колебаний и критического сопротивления результаты согласуются с теорией. Но при изучении добротности результаты расходятся.