

Отчёт по лабораторной работе 4.3.1.

Изучение дифракции света.

Работу выполнил Громов Артём
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2022 г.

Цель работы: исследовать явления дифракции Френеля и Фраунгофера на щели, изучить влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

В работе используется: оптическая скамья, ртутная лампа, монохроматор, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной итью, двойная щель, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

1. Дифракция Френеля

1.1. Экспериментальная установка

Схема установки для наблюдения дифракции Френеля на щели представлена на рис. 1. Световые лучи освещают щель S_2 и испытывают на ней дифракцию. Дифракционная картина рассматривается с помощью микроскопа М, сфокусированного на некоторую плоскость наблюдения П.

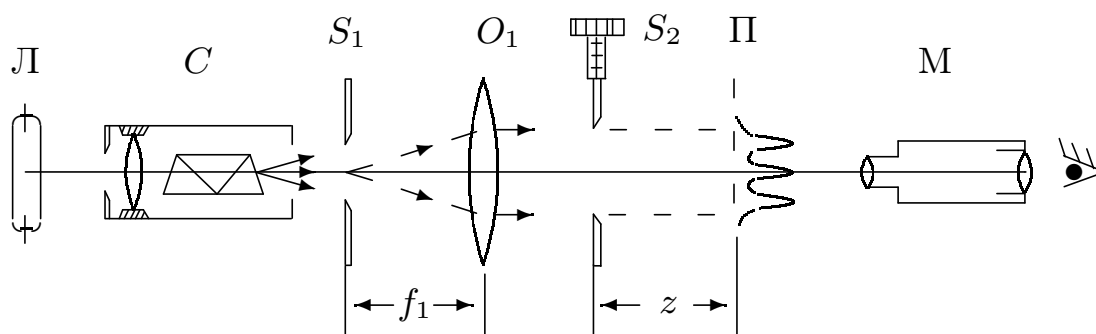


Рис. 1: Схема установки для наблюдения дифракции Френеля.

Щель S_2 освещается параллельным пучком монохроматического света с помощью коллиматора, образованного объективом O_1 , и щелью S_1 , находящейся в его фокусе. На щель S_1 сфокусировано изображение спектральной линии, выделенной из спектра ртутной лампы Л при помощи простого монохроматора С, в котором используется призма прямого зрения. Распределение интенсивности света в плоскости наблюдения П проще всего рассчитывать с помощью зон Френеля (для щели их иногда называют зонами Шустера). При освещении щели S_2 параллельным пучком лучей (плоская волна) зоны Френеля представляют собой полоски, параллельные краям щели (рис. 2). Результирующая амплитуда в точке наблюдения определяется суперпозицией колебаний от тех зон Френеля, которые не перекрыты створками щели. Графическое определение результирующей амплитуды производится с помощью векторной диаграммы — спирали Корню. Суммарная ширина n зон Френеля (Шустера) определяется соотношением:

$$\xi_n = \sqrt{zn\lambda}, \quad (1)$$

где z — расстояние от щели до плоскости наблюдения (рис. 1), а λ — длина волны.

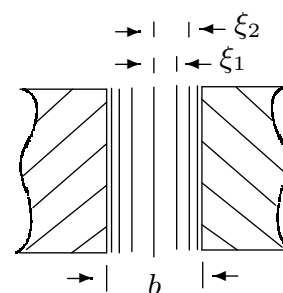


Рис. 2: Зоны Френеля в плоскости щели.

Вид наблюдаемой дифракционной картины на щели шириной b определяется волновым параметром p или числом Френеля C (число открытых полных зон):

$$p = \frac{\sqrt{z\lambda}}{b}, \quad C = \frac{1}{p^2}.$$

Дифракционная картина отсутствует вблизи щели при $p \ll 1$ ($C \gg 1$, т. е. на щели укладывается огромное число зон), а распределение интенсивности света за щелью можно приближённо получить с помощью законов геометрической оптики. Дифракционная картина в этом случае наблюдается только в узкой области на границе света и тени у краёв экрана.

При небольшом удалении от щели (или изменении ширины щели S_2) эти две группы дифракционных полос перемещаются практически независимо друг от друга. Каждая из этих групп образует картину дифракции Френеля на краю экрана. Распределение интенсивности при дифракции света на краю экрана может быть найдено с помощью спирали Корню.

При дальнейшем увеличении расстояния z (или уменьшении ширины щели S_2) обе системы дифракционных полос постепенно сближаются и, наконец, при $C \gtrsim 1$ накладываются друг на друга. Распределение интенсивности в плоскости наблюдения в этом случае определяется числом зон Френеля, укладывающихся на полуширине щели $b/2$. Если это число равно n , то в поле зрения наблюдается $m = n - 1$ тёмных полос. Таким образом, по виду дифракционной картины можно оценить число зон Френеля на полуширине щели.

1.2. Измерения и обработка результатов

Найдём положение микроскопа, при котором наиболее чётка видна щель. Затем отодвинем его в положение при котором видна одна дифракционная полоса. Постепенно придвигая микроскоп будем записывать его положение в моменты, когда видны дифракционные полосы. Результаты занесём в таблицу 1. Погрешность определения расстояния равна 1 мм.

Таблица 1.

Дифракционные полосы при разных положениях микроскопа.

z , мм	m	n	$2\xi_n$, мм
618.0	1	2	0.2356 ± 0.0003
621.0	2	3	0.2498 ± 0.0004
623.0	3	4	0.2544 ± 0.0005
625.0	4	5	0.2404 ± 0.0007
626.0	5	6	0.2356 ± 0.0008
630.0	∞	∞	-

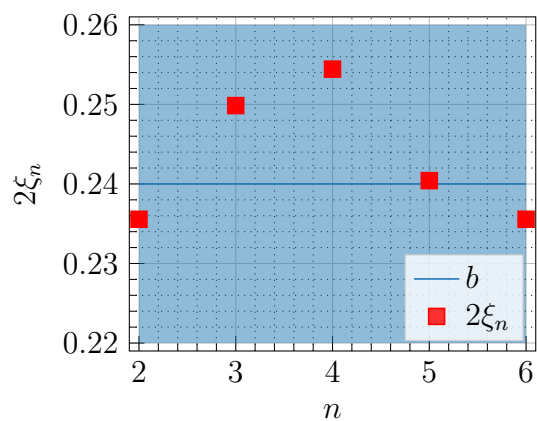


Рис. 3: Сравнение измерений ширины щели.

С помощью микроскопа определим ширину щели $b = 0.24 \pm 0.02$ мм.

Сравним размер зон Френеля с измеренной шириной b щели S_2 . Для этого свяжем число тёмных полос m в поле зрения с числом зон Френеля n на полуширине щели, рас-

считаем величину $2\xi_n$ по формуле (1) и построим график $2\xi_n = f(n)$ (рис. 3). Отложим на графике величину b . Длина волны $\lambda = 578$ нм.

Таким образом мы видим, что вычисленный размер щели совпадает с измеренным в пределах погрешности.

2. Дифракция Фраунгофера на щели

2.1. Экспериментальная установка

На значительном удалении от щели, когда выполнено условие $C \ll 1$ (то есть ширина щели становится значительно меньше ширины первой зоны Френеля, $b \ll \lambda z$), изображение щели размывается и возникает дифракционная картина, называемая дифракцией Фраунгофера.

Дифракцию Френеля и Фраунгофера можно наблюдать на одной и той же установке (рис. 1). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Например, при $z \approx 20 - 40$ см и $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ см получаем $b \ll 0.3$ мм. Поскольку работать с такими тонкими щелями неудобно, для наблюдения дифракции Фраунгофера к схеме, изображённой на рис. 1, добавляется объектив O_2 (рис. 3).

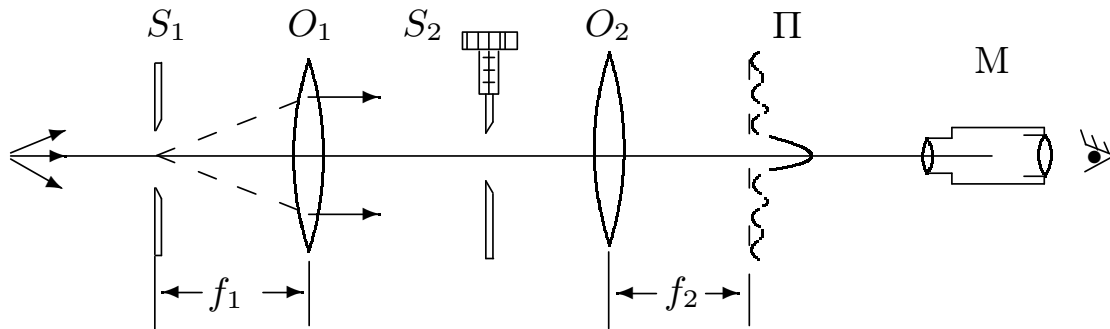


Рис. 4: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели.

Дифракционная картина наблюдается здесь в фокальной плоскости объектива O_2 . Каждому значению угла θ соответствует в этой плоскости точка, отстоящая от оптической оси на расстоянии

$$x = f_2 \operatorname{tg} \theta \approx f_2 \theta. \quad (2)$$

Поскольку объектив не вносит дополнительной разности хода между интерферирующими лучами (таутохронизм), в его фокальной плоскости наблюдается неискажённая дифракционная картина Фраунгофера. Эта картина соответствует бесконечно удалённой плоскости наблюдения.

В центре поля зрения наблюдается дифракционный максимум (светлая полоса). При малых углах θ положение минимумов (тёмных полос) определяется соотношением

$$\theta_m = m \frac{\lambda}{b}. \quad (3)$$

Расстояние x_m от тёмной полосы до оптической оси объектива O_2 пропорционально фокусному расстоянию f_2 . Из (2) и (3) следует

$$x_m = m \frac{\lambda}{b} f_2. \quad (4)$$

Из (4) видно, что при малых углах минимумы эквидистантны, а расстояния δx между минимумами обратно пропорциональны ширине b щели S_2 .

2.2. Измерения и обработка результатов

Подобрав ширину щели S_2 так, чтобы была видна дифракционная картина, измерим расстояние между минимумами и запишем их порядок. Данные занесём в таблицу 2. Ширина щели составила $b = 312 \pm 1$ мкм. Цена деления микроскопа равна 0.02 мм, погрешность — одно деление. Фокусное расстояние O_1 равно $f_1 = 110$ мм, а O_2 — $f_2 = 155$ мм.

Таблица 2.

Положение минимумов дифракционной картины.

x , дел	8	25	36	52	-8	-24	-36	-53
m	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4

Построим график зависимости координаты минимума от его порядка (рис. 5). С помощью МНК определим угловой коэффициент аппроксимирующей прямой $k = 250.00 \pm 0.06$ мкм. Значит из формулы (4) имеем $b_{\text{экср}} = 358.36 \pm 0.08$ мкм. Как видим, результаты в целом совпали, отклонение можно объяснить люфтом микрометрического винта и неточным определением нулевого положения.

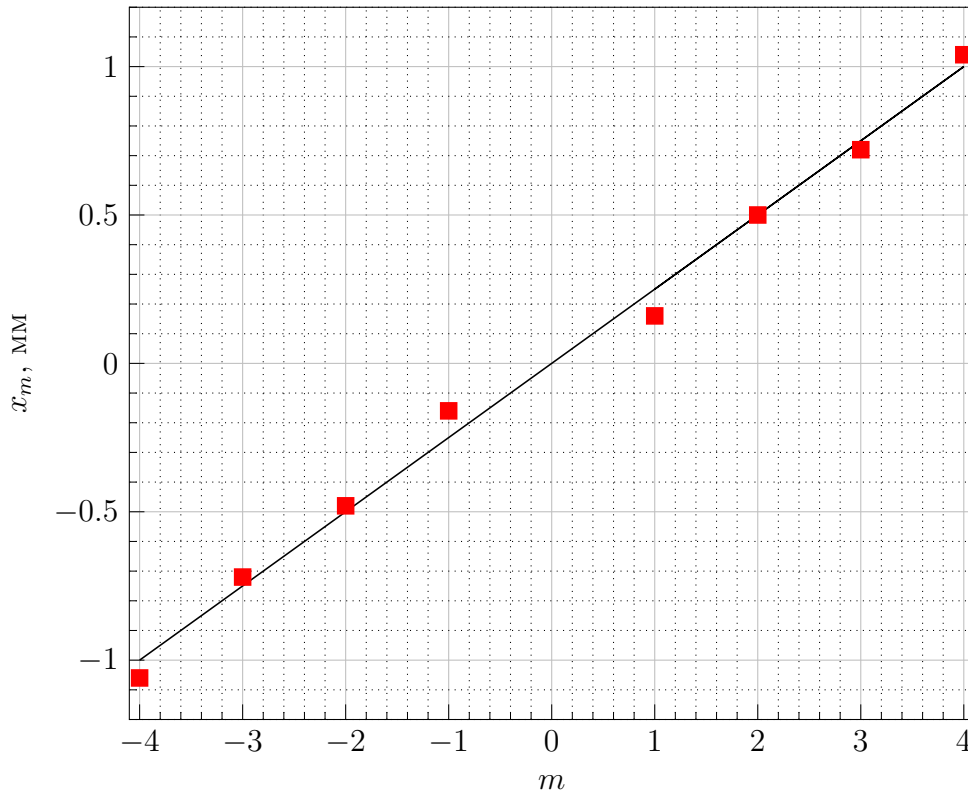


Рис. 5: График зависимости x_m от m .

3. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

3.1. Экспериментальная установка

Для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях в установке (рис. 4) следует заменить щель S_2 экраном \mathcal{E} с двумя щелями (рис. 6). При этом для оценки влияния ширины входной щели на чёткость дифракционной картины вместо входной щели S_1 следует поставить щель с микрометрическим винтом. Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых образовано лучами, прошедшими через левую, а другое — через правую щели, накладываются друг на друга.

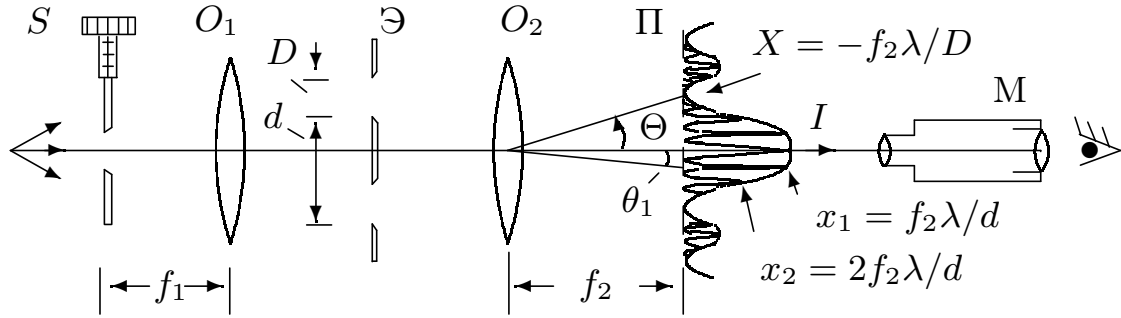


Рис. 6: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях.

Если входная щель достаточно узка, то дифракционная картина в плоскости Π (рис. 6) подобна той, что получалась при дифракции на одной щели (рис. 4), однако теперь вся картина испещрена рядом дополнительных узких полос.

Угловая координата θ_m интерференционного максимума m -го порядка определяется соотношением

$$\theta_m = m \frac{\lambda}{d}, \quad (5)$$

где d — расстояние между щелями. Линейное расстояние δx между соседними интерференционными полосами в плоскости Π равно, поэтому

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d}. \quad (6)$$

На рис. 6 показано распределение интенсивности в фокальной плоскости объектива O_2 . Штриховой линией (в увеличенном масштабе) изображено распределение интенсивности при дифракции света на одиночной щели. Нетрудно оценить число n интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума. Согласно (4) полная ширина главного максимума равна $2f_2\lambda/b$, где b — ширина щели, откуда

$$n = \frac{2\lambda f_2}{b} \frac{1}{\delta x} = \frac{2d}{b}. \quad (7)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели S , которую можно рассматривать как протяжённый источник света размером b . Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы расстояние d между щелями не превышало радиуса когерентности

$$d \leq \frac{\lambda}{b} f_1. \quad (8)$$

Здесь b — ширина входной щели S и, следовательно, b/f_1 — её угловая ширина. Таким образом, по размытию интерференционной картины можно оценить размер источника. Этот метод используется в звёздном интерферометре при измерении угловых размеров звёзд.

3.2. Измерения и обработка результатов

Определим с помощью микроскопа координаты самых удалённых друг от друга тёмных полос внутри центрального максимума и просчитаем число светлых промежутков между ними. Получим $\Delta X = 1.44 \pm 0.02$ мм, $m = 20$. Откуда $\delta x = 0.072 \pm 0.001$ мм. Ширина щели равна $b = 121 \pm 1$ мкм.

По формуле (6) рассчитаем величину $d = 1.24 \pm 0.02$ мм. Отсюда и из (7) получим число полос внутри главного максимума $n = 20$, что согласуется с наблюдением.

Дифракционная картина размывается при $b_{0\text{эксп}} = 47 \pm 1$ мкм. Из теоретического расчёта получим $b_0 = \lambda f_1/d = 51 \pm 1$ мкм.

4. Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

4.1. Экспериментальная установка

Установка, представленная на рис. 7, позволяет исследовать влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

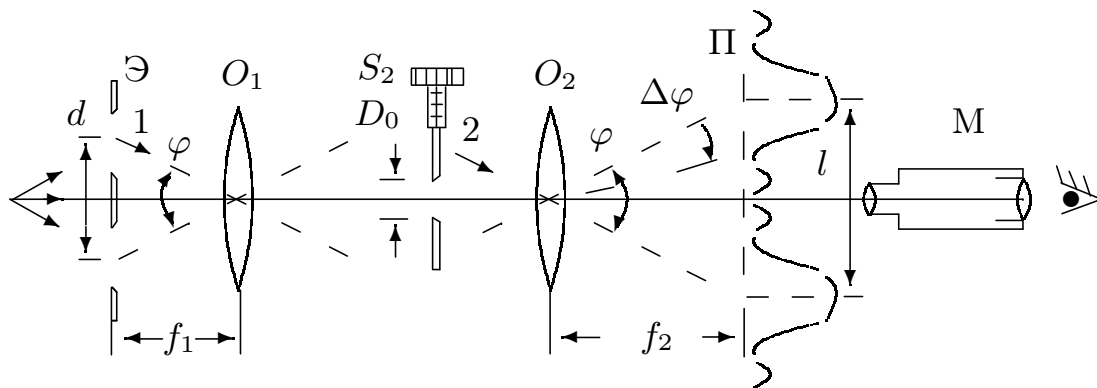


Рис. 7: Схема установки для исследования разрешающей способности оптического инструмента.

Как уже было выяснено, линзы O_1 и O_2 в отсутствие щели S_2 создают в плоскости Π изображение щели S_1 , и это изображение рассматривается в микроскоп M . Таким образом, нашу установку можно рассматривать как оптический инструмент, предназначенный для получения изображения предмета. При этом коллиматор (щель S_1 и объектив O_1) является моделью далёкого предмета, а объектив O_2 и микроскоп M составляют зрительную трубу, наведённую на этот предмет.

Щель S_2 , установленная непосредственно перед объективом O_2 , позволяет изменять эффективный размер объектива и, следовательно, разрешающую способность оптической системы.

Поместим вместо щели S_1 экран Θ с двумя узкими щелями, расстояние между которыми равно d (рис. 7). Тогда расстояние l между изображениями щелей в плоскости Π

равно

$$l = \phi f_2 = \frac{f_1}{f_2} d, \quad (9)$$

а ширина каждого изображения

$$\delta x \approx \frac{\lambda}{b} f_2$$

определяется дифракцией света на щели S_2 . Когда полуширина дифракционного изображения превышает расстояние между изображениями, то по виду дифракционной картины трудно определить, представляет собой источник двойную или одиночную щель.

Условия, при которых ещё можно различить, имеем мы дело с одной или двумя щелями, для разных наблюдателей различны. Для того чтобы исключить связанный с этим произвол, пользуются обычно критерием Рэлея, который приблизительно соответствует возможностям визуального наблюдения: изображения считаются различимыми, когда максимум одного дифракционного пятна совпадает с минимумом другого, а в условиях нашей задачи — когда полуширина дифракционного изображения δx совпадает с расстоянием l между изображениями отдельных щелей:

$$\delta x \sim l \rightarrow \frac{\lambda}{b} \sim \frac{d}{f_1}. \quad (10)$$

4.2. Измерения и обработка результатов

С помощью микроскопа измерим к ширину каждой из двух щелей и расстояние между ними. Получим $b_1 = 0.16 \pm 0.02$ мм, $b_2 = 0.26 \pm 0.02$ мм и $d = 1.26 \pm 0.02$ мм. Отсюда получим $b_0 = \lambda f_1 / d = 51 \pm 1$ мкм.

5. Обсуждение результатов

Результат неплохо согласуются между собой и с теорией. Основным источником погрешностей можно считать микрометрический винт, так как у него может присутствовать люфт и неправильно быть определён нулевой уровень.

6. Вывод

Работу можно выполнить точнее, если использовать более точный способ определение ширины щели (можно мерить её каждый раз микроскопом).

Измерения для лабораторной работы 4.3.1

```
In [ ]: import pandas as pd
In [ ]: df = pd.read_csv('data.csv')
```

Дифракция Френеля

```
In [ ]: display(df[df.columns[2:4]][0:6].T)
print('Ширина щели {} мм.'.format(df[df.columns[4]].values[0] * 0.02))
```

	0	1	2	3	4	5
z, мм	618.0	621.0	623.0	625.0	626.0	630.0
m	1	2	3	4	5	∞
Ширина щели 0.24 мм.						

Дифракция Фраунгофера на щели

```
In [ ]: display(df[df.columns[7:9]].T)
print('Фокусное расстояние второй линзы {} мм.'.format(int(df[df.columns[6]][0])))
print('Ширина щели {} мкм.'.format(int(df[df.columns[9]][0])))
```

	0	1	2	3	4	5	6	7
x, дел	8	25	36	52	-8	-24	-36	-53
m	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4

Фокусное расстояние второй линзы 155 мм.
Ширина щели 312 мкм.

Дифракция Фраунгофера на двух щелях

```
In [ ]: display(df[df.columns[11:16]][0:1])
ΔX, дел    m    b, мкм    b0, мкм    F1, мм
0          72.0  20.0   121.0   47.0   110.0
```

Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

```
In [ ]: display(df[df.columns[19:23]][0:1])
b1, дел    b2, дел    d, дел
0          8.0     13.0    63.0
```

