

Отчёт по лабораторной работе 2.2.6.

**Определение энергии активации по  
температурной зависимости вязкости  
жидкости.**

Работу выполнил Грмов Артём  
ЛФИ Б02-006

Долгопрудный, 2021 г.

# 1. Аннотация

## Цель работы:

- 1) измерение скорости падения шариков при разной температуре жидкости;
- 2) вычисление вязкости жидкости по закону Стокса и расчёт энергии активации.

**В работе используются:** стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью (глицерин); термостат; секундомер; микроскоп; мелкие шарики (диаметром около 1 мм).

По своим свойствам жидкости сходны как с газами, так и с твердыми телами. Подобно газам, жидкости принимают форму сосуда, в котором они находятся. Подобно твердым телам, они обладают сравнительно большой плотностью, с трудом поддаются сжатию.

Двойственный характер свойств жидкостей связан с особенностями движения их молекул. В жидкостях, как и в кристаллах, каждая молекула находится в потенциальной яме электрического поля, создаваемого окружающими молекулами. Глубина потенциальной ямы в жидкостях больше средней кинетической энергии колеблющейся молекулы, поэтому молекулы колеблются вокруг более или менее стабильных положений равновесия. Однако у жидкостей различие между этими двумя энергиями невелико, так что молекулы нередко выскакивают из «своей» потенциальной ямы и занимают место в другой.

В отличие от твердых тел, жидкости обладают «рыхлой» структурой. В них имеются свободные места — «дырки», благодаря чему молекулы могут перемещаться, покидая свое место и занимая одну из соседних дырок. Таким образом, молекулы медленно перемещаются внутри жидкости, пребывая часть времени около определенных мест равновесия и образуя картину меняющейся со временем пространственной решетки. На современном языке принято говорить, что *в жидкости присутствует ближний, но не дальний порядок*, расположение молекул упорядочено в небольших объемах, но порядок перестает замечаться при увеличении расстояния.

Как уже отмечалось, для того чтобы перейти в новое состояние, молекула должна преодолеть участки с большой потенциальной энергией, превышающей среднюю тепловую энергию молекул. Для этого тепловая энергия молекул должна — вследствие флуктуации — увеличиться на некоторую величину  $W$ , называемую *энергией активации*.

Отмеченный характер движения молекул объясняет как медленность диффузии в жидкостях, так и большую (по сравнению с газами) их вязкость. В газах вязкость объясняется происходящим при тепловом движении молекул переносом количества направленного движения. В жидкостях такие переходы существенно замедлены. Количество молекул, имеющих энергии больше  $W$ , в соответствии с формулой Больцмана экспоненциально зависит от  $W$ . Температурная зависимость вязкости жидкости выражается формулой:

$$\eta \sim Ae^{W/kT}. \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что вязкость жидкости при повышении температуры должна резко уменьшаться. Если отложить на графике логарифм вязкости  $\ln \eta$  в зависимости от  $1/T$ , то согласно (1) должна получиться прямая линия, по угловому коэффициенту которой можно определить энергию активации молекулы  $W$  исследуемой жидкости. Экспериментальные исследования показывают, что в небольших температурных интервалах эта формула неплохо описывает изменение вязкости с температурой.

Для исследования температурной зависимости вязкости жидкости в данной работе используется метод Стокса, основанный на измерении скорости свободного падения шарика в жидкости.

На всякое тело,двигающееся в вязкой жидкости, действует сила сопротивления. Стоксом было получено строгое решение задачи о ламинарном обтекании шарика безграничной жидкостью. В этом случае сила сопротивления  $F$  определяется формулой:

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (2)$$

где  $\eta$  — вязкость жидкости,  $v$  — скорость шарика,  $r$  — его радиус.

Рассмотрим свободное падение шарика в вязкой жидкости. На шарик действуют три силы: сила тяжести, архимедова сила и сила вязкости, зависящая от скорости.

Найдем уравнение движения шарика в жидкости. По второму закону Ньютона:

$$Vg(\rho - \rho_{\text{ж}}) - 6\pi\eta r v = V\rho \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

где  $V$  — объём шарика,  $\rho$  — его плотность,  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения. Решая это уравнение, найдём

$$v(t) = v_{\text{уст}} - [v_{\text{уст}} - v(0)]e^{-t/\tau}. \quad (4)$$

В формуле (4) приняты обозначения:  $v(0)$  — скорость шарика в момент начала его движения в жидкости,

$$v_{\text{уст}} = \frac{Vg(\rho - \rho_{\text{ж}})}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9}gr^2 \frac{(\rho - \rho_{\text{ж}})}{\eta}, \quad \tau = \frac{V\rho}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \frac{r^2\rho}{\eta} \quad (5)$$

Как видно из (4), скорость шарика экспоненциально приближается к установившейся скорости  $v_{\text{уст}}$ . Установление скорости определяется величиной  $\tau$ , имеющей размерность времени и называющейся *временем релаксации*. Если время падения в несколько раз больше времени релаксации, процесс установления скорости можно считать закончившимся.

Измеряя на опыте установившуюся скорость падения шариков  $v_{\text{уст}}$  и величины  $r$ ,  $\rho$ ,  $\rho_{\text{ж}}$ , можно определить вязкость жидкости по формуле, следующей из (5):

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{(\rho - \rho_{\text{ж}})}{v_{\text{уст}}}. \quad (6)$$

## 2. Экспериментальная установка

Для измерений используется стеклянный цилиндрический сосуд В, наполненный исследуемой жидкостью (глицерин). Диаметр сосуда  $\approx 3$  см, длина  $\approx 40$  см (точные размеры указаны на установке). На стенках сосуда нанесены две метки на некотором расстоянии друг от друга. Верхняя метка должна располагаться ниже уровня жидкости с таким расчетом, чтобы скорость шарика к моменту прохождения этой метки успевала установиться. Измеряя расстояние между метками с помощью линейки, а время падения с помощью секундомера, определяют скорость шарика  $v_{\text{уст}}$ . Сам сосуд В помещен в рубашку Д, омываемую водой из термостата. При работающем термостате температура воды в рубашке Д, а потому и температура жидкости 12 равна температуре воды в термостате.

Радиусы шариков измеряются микропом. Для каждого шарика рекомендуется измерить несколько различных диаметров и вычислить среднее значение. Такое усреднение целесообразно, поскольку в работе используются шарики, форма которых может несколько отличаться от сферической.

Схема прибора (в разрезе) и внешний вид термостата показаны на рис. 1 и рис. 2.

Термостат и прибор для определения коэффициента вязкости жидкости показаны на рис. 1 (фотография термостата представлена на рис. 2, обозначения на рис. 1 и рис. 2 совпадают).

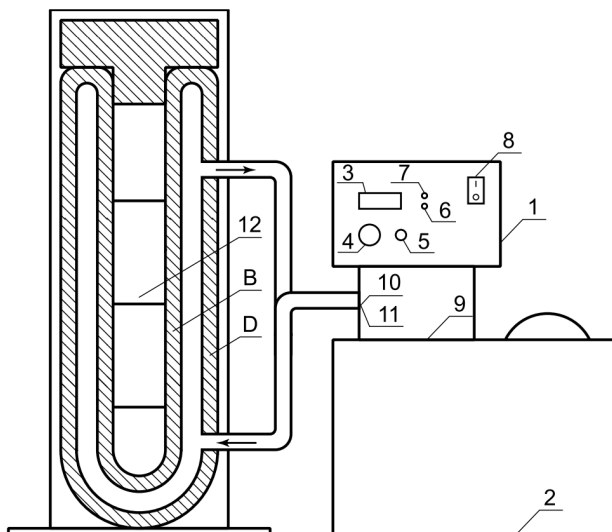


Рис. 1: Установка для определения коэффициента вязкости жидкости

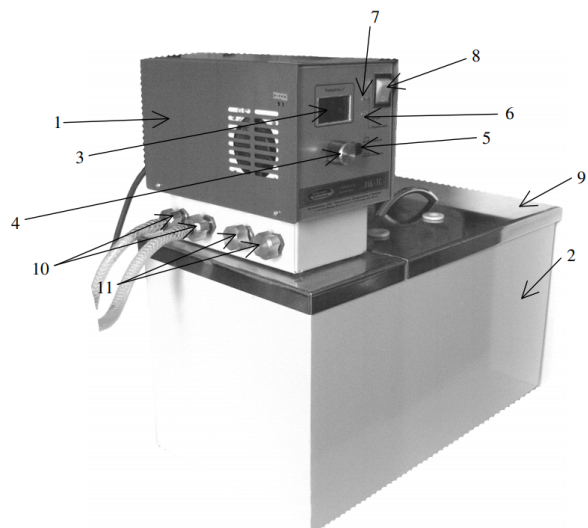


Рис. 2: Термостат

1 — блок терморегулирования; 2 — ванна; 3 — индикаторное табло; 4 — ручка установки температуры; 5 — кнопка переключения режимов установки/контроля температуры; 6 — индикатор уровня жидкости; 7 — индикатор включения нагревателя; 8 — сетевой выключатель прибора; 9 — крышка; 10 — входной и выходной патрубки насоса; 11 — входной и выходной патрубки теплообменника.

### 3. Результаты измерений и обработка данных

#### 3.1. Измерение диаметров шаров

Определим с помощью микроскопа ( $\sigma_{\text{мик}} = 0.02$  мм) диаметры 20 шариков, участвующих в эксперименте. Будем проводить по три измерения для каждого шарика, затем вычислим средний диаметр. Занесём результаты измерений в таблицу 1.

Таблица 1.  
Результаты измерения диаметра шариков

| № шара | Серия измерений $d$ , мм |      |      | $d_{\text{ср}}$ , мм | $\sigma_{\text{случ}}$ , мм | $\sigma_{\text{полн}}$ , мм |
|--------|--------------------------|------|------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|        | 1                        | 2    | 3    |                      |                             |                             |
| 1      | 2.14                     | 2.06 | 2.10 | 2.10                 | 0.02                        | 0.03                        |
| 2      | 2.10                     | 2.10 | 2.10 | 2.10                 | 0.00                        | 0.02                        |
| 3      | 0.78                     | 0.78 | 0.78 | 0.78                 | 0.00                        | 0.02                        |
| 4      | 2.08                     | 2.10 | 2.04 | 2.07                 | 0.02                        | 0.02                        |
| 5      | 0.80                     | 0.80 | 0.78 | 0.79                 | 0.01                        | 0.02                        |
| 6      | 0.64                     | 0.68 | 0.66 | 0.66                 | 0.01                        | 0.02                        |
| 7      | 0.80                     | 0.80 | 0.80 | 0.80                 | 0.00                        | 0.02                        |
| 8      | 2.02                     | 2.04 | 2.10 | 2.05                 | 0.02                        | 0.03                        |
| 9      | 2.10                     | 2.10 | 2.10 | 2.10                 | 0.00                        | 0.03                        |
| 10     | 2.08                     | 2.10 | 2.08 | 2.09                 | 0.01                        | 0.02                        |
| 11     | 0.90                     | 0.88 | 0.88 | 0.89                 | 0.01                        | 0.02                        |
| 12     | 0.58                     | 0.58 | 0.56 | 0.57                 | 0.01                        | 0.02                        |
| 13     | 2.08                     | 2.08 | 2.08 | 2.08                 | 0.00                        | 0.02                        |

|    |      |      |      |      |      |      |
|----|------|------|------|------|------|------|
| 14 | 2.10 | 2.08 | 2.08 | 2.09 | 0.01 | 0.02 |
| 15 | 0.80 | 0.80 | 0.84 | 0.81 | 0.01 | 0.02 |
| 16 | 0.76 | 0.78 | 0.80 | 0.78 | 0.01 | 0.02 |
| 17 | 2.08 | 2.10 | 2.10 | 2.09 | 0.01 | 0.02 |
| 18 | 2.10 | 2.08 | 2.08 | 2.09 | 0.01 | 0.02 |
| 19 | 0.80 | 0.78 | 0.80 | 0.79 | 0.01 | 0.02 |
| 20 | 0.76 | 0.74 | 0.76 | 0.75 | 0.01 | 0.02 |

Случайные и полные погрешности вычислим по формулам:

$$\sigma_{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (d_i - d_{\text{ср}})^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{мик}}^2}. \quad (8)$$

полученные данные также занесём в таблицу 1.

### 3.2. Измерение установившейся скорости

Следующим шагом работы станет определение скоростей установившегося движения шаров при разных температурах глицерина. Для этого будем бросать их в сосуд и измерять время прохождения от одной метки до другой. Расстояние между метка составляет  $l = 20 \pm 0.05$  см.

Так же нам необходимо знать плотность шариков и плотность гицерина в зависимости от температуры. Согласно справочникам  $\rho_{\text{стек}} = 2.5 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_{\text{стал}} = 7.8 \text{ кг/м}^3$ . Шарики с диаметром больше 2 мм сделаны из стекла, остальные из стали. Данные о глицерине возьмём из учебника.

Полученные данные занесём в таблицу 2.

**Таблица 2.**

Результаты измерения диаметра шариков

| № шара | Материал | $T, ^\circ\text{C}$ | $t, \text{с}$ | $\rho_{\text{ж}}, \text{кг/м}^3$ | $\eta, \text{г/(с}\cdot\text{см)}$ | $\mathcal{E}_\eta$ |
|--------|----------|---------------------|---------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------|
| 1      | стекло   | 20                  | 73.2          | 1.260                            | 10.91                              | 0.03               |
| 2      | стекло   | 20                  | 74.0          | 1.260                            | 11.03                              | 0.03               |
| 3      | сталь    | 20                  | 95.1          | 1.260                            | 10.31                              | 0.08               |
| 4      | стекло   | 30                  | 37.2          | 1.254                            | 5.43                               | 0.03               |
| 5      | сталь    | 20                  | 91.7          | 1.260                            | 10.29                              | 0.08               |
| 6      | сталь    | 30                  | 64.3          | 1.254                            | 5.00                               | 0.09               |
| 7      | сталь    | 30                  | 42.4          | 1.254                            | 4.84                               | 0.08               |
| 8      | стекло   | 30                  | 37.5          | 1.254                            | 5.37                               | 0.03               |
| 9      | стекло   | 40                  | 17.8          | 1.251                            | 2.67                               | 0.04               |
| 10     | стекло   | 40                  | 16.4          | 1.251                            | 2.43                               | 0.04               |
| 11     | сталь    | 40                  | 17.6          | 1.251                            | 2.47                               | 0.07               |
| 12     | сталь    | 40                  | 40.9          | 1.251                            | 2.40                               | 0.11               |
| 13     | стекло   | 50                  | 9.3           | 1.247                            | 1.37                               | 0.06               |
| 14     | стекло   | 50                  | 9.3           | 1.247                            | 1.38                               | 0.06               |
| 15     | сталь    | 50                  | 11.3          | 1.247                            | 1.33                               | 0.09               |
| 16     | сталь    | 50                  | 11.4          | 1.247                            | 1.24                               | 0.09               |
| 17     | стекло   | 60                  | 5.1           | 1.245                            | 0.76                               | 0.10               |

|    |        |    |     |       |      |      |
|----|--------|----|-----|-------|------|------|
| 18 | стекло | 60 | 5.3 | 1.245 | 0.79 | 0.10 |
| 19 | сталь  | 60 | 6.7 | 1.245 | 0.75 | 0.11 |
| 20 | сталь  | 60 | 7.6 | 1.245 | 0.77 | 0.10 |

Погрешность измерения времени секундомером (с учётом реакции человека)  $\sigma_{\text{сек}=0.5}$ . Погрешность измерения температуры пренебрежимо мала (меньше 0.3%). Используя формулу (6) и формулу для нахождения погрешности степенной функции имеем:

$$\mathcal{E}_\eta = \sqrt{\left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2} \quad (9)$$

### 3.3. Измерения числа Рейнольдса

Приведённая выше теория для расчёта вязкости справедлива, если обтекание шарика жидкостью имеет ламинарный характер. Ламинарность определяется числом Рейнольдса  $Re = vr\rho_{\text{ж}}$ . Обтекание является ламинарным лишь при малых значениях  $Re$  (меньше 0.5). Вычислим число Рейнольдса, а также найдём время релаксации  $\tau$  из (5) и путь  $S = v_{\text{уст}}\tau$ . Погрешности снова вычислим по формулам для степенной функции. Результаты занесём в таблицу 3.

**Таблица 3.**  
Результаты измерения диаметра шариков

| № шара | Re   | $\mathcal{E}_{Re}$ | $\tau$ , мс | $\mathcal{E}_\tau$ | $S$ , мм | $\mathcal{E}_S$ |
|--------|------|--------------------|-------------|--------------------|----------|-----------------|
| 1      | 0.00 | 0.03               | 0.56        | 0.04               | 0.00     | 0.04            |
| 2      | 0.00 | 0.03               | 0.56        | 0.04               | 0.00     | 0.04            |
| 3      | 0.00 | 0.08               | 0.26        | 0.09               | 0.00     | 0.09            |
| 4      | 0.01 | 0.04               | 0.01        | 0.04               | 0.01     | 0.04            |
| 5      | 0.00 | 0.08               | 0.27        | 0.09               | 0.00     | 0.09            |
| 6      | 0.00 | 0.10               | 0.38        | 0.12               | 0.00     | 0.12            |
| 7      | 0.00 | 0.08               | 0.57        | 0.09               | 0.00     | 0.09            |
| 8      | 0.01 | 0.04               | 1.09        | 0.04               | 0.01     | 0.05            |
| 9      | 0.06 | 0.05               | 2.29        | 0.04               | 0.03     | 0.05            |
| 10     | 0.07 | 0.05               | 2.49        | 0.05               | 0.03     | 0.06            |
| 11     | 0.03 | 0.08               | 1.38        | 0.09               | 0.02     | 0.09            |
| 12     | 0.01 | 0.11               | 0.59        | 0.13               | 0.00     | 0.13            |
| 13     | 0.20 | 0.08               | 4.37        | 0.06               | 0.09     | 0.08            |
| 14     | 0.20 | 0.08               | 4.37        | 0.06               | 0.09     | 0.08            |
| 15     | 0.07 | 0.10               | 2.15        | 0.11               | 0.04     | 0.11            |
| 16     | 0.07 | 0.10               | 2.13        | 0.11               | 0.04     | 0.12            |
| 17     | 0.67 | 0.14               | 7.96        | 0.10               | 0.31     | 0.14            |
| 18     | 0.62 | 0.14               | 7.66        | 0.10               | 0.29     | 0.14            |
| 19     | 0.20 | 0.13               | 3.62        | 0.12               | 0.11     | 0.14            |
| 20     | 0.16 | 0.13               | 3.19        | 0.12               | 0.08     | 0.14            |

По таблице видно, что в двух опытах не соблюдены условия ламинарности обтекания. Будем учитывать этот факт при дальнейшем анализе данных.

### 3.4. Вычисление энергии активации

Для вычисления  $W$  построим график  $\ln\eta$  от  $1/T$ . Затем с по МНК вычислим угловой коэффициент. С помощью него найдём энергию активации по формуле:

$$W = ak_B, \quad (10)$$

где  $a$  — угловой коэффициент, а  $k_B$  — постоянная Больцмана.

Для построения графика (Рис. 3) построим таблицу 4, в которой запишем значения  $\ln\eta$  от  $1/T$ .

**Таблица 4.**  
Результаты измерения диаметра шариков

|                    |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $\ln\eta$          | 2.39 | 2.40 | 2.33 | 1.69 | 2.33 | 1.61 | 1.58  | 1.68  | 0.98  | 0.89  |
| $\sigma_{\ln\eta}$ | 0.03 | 0.03 | 0.08 | 0.03 | 0.08 | 0.09 | 0.08  | 0.03  | 0.04  | 0.04  |
| $100/T, 1/K$       | 0.34 | 0.34 | 0.34 | 0.33 | 0.34 | 0.33 | 0.33  | 0.33  | 0.32  | 0.32  |
| $\ln\eta$          | 0.90 | 0.88 | 0.32 | 0.32 | 0.29 | 0.21 | -0.27 | -0.24 | -0.28 | -0.26 |
| $\sigma_{\ln\eta}$ | 0.07 | 0.11 | 0.06 | 0.06 | 0.09 | 0.09 | 0.10  | 0.10  | 0.11  | 0.10  |
| $1/T, 1/K$         | 0.32 | 0.32 | 0.31 | 0.31 | 0.31 | 0.31 | 0.30  | 0.30  | 0.30  | 0.30  |

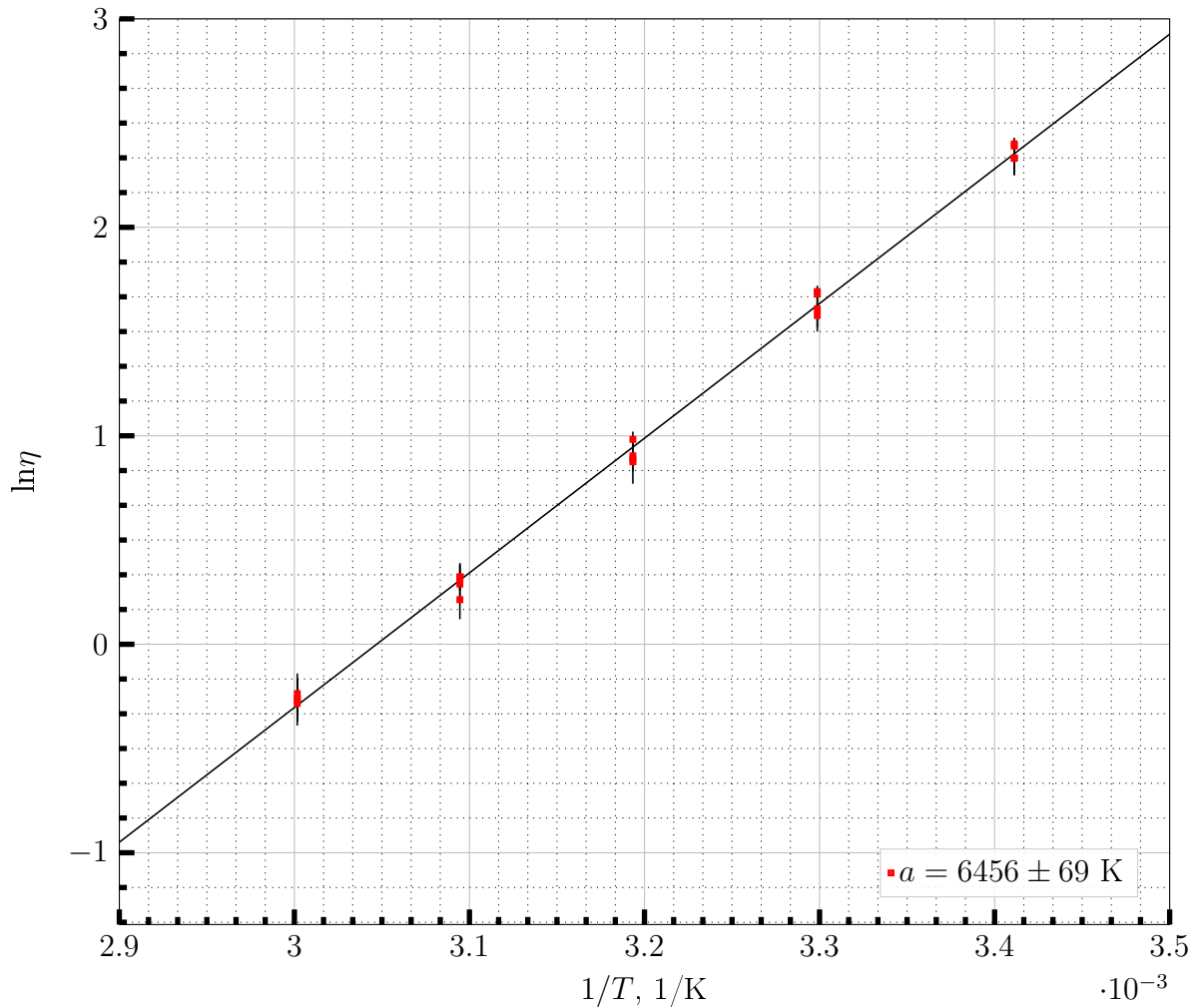


Рис. 3: График зависимости  $\ln\eta$  от  $1/T$

Погрешность логарифма вычисляется с помощью основного уравнения для погрешностей, в итоге придём к следующему выражению:

$$\sigma_{\ln\eta} = \frac{\sigma_\eta}{\eta} = \mathcal{E}_\eta \quad (11)$$

С помощью метода наименьших квадратов вычислим характеристики прямой  $\ln\eta = b + a\frac{1}{T}$ :

$$a = \frac{\langle \ln\eta/T \rangle - \langle \ln\eta \rangle \langle 1/T \rangle}{\langle 1/T^2 \rangle - \langle 1/T \rangle^2}, \quad b = \langle \ln\eta \rangle - a \langle 1/T \rangle \quad (12)$$

Погрешность определения коэффициента  $a$  вычислим по следующей формуле:

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle \ln^2\eta \rangle - \langle \ln\eta \rangle^2}{\langle 1/T^2 \rangle - \langle 1/T \rangle^2} - a^2}, \quad (13)$$

где  $N$  — число шариков.

Теперь нетрудно вычислить энергию активации  $W = 557 \pm 6$  мЭв.

## 4. Обсуждение результатов

Точность измерения энергии активации оказалась довольно высокой (порядка 1%). Наибольший вклад в погрешность измерений внесло измерение времени, погрешность иногда достигала значения в 10%. Судя по графику (Рис. 3) все измерения легли на теоретическую прямую в пределах погрешности, что говорит о правильности наших допущений. Не обнаружено отклонений от прямолинейной зависимости, следовательно интервал рабочих температур был выбран верно. Небольшие отклонения от ламинарного течения также не сказались на результате.

## 5. Вывод

Данная работа показывает, что метод Стокса является довольно точным методом определения вязкости жидкости и её энергии активации. Однако он может приводить к неправильным результатам при неламинарном обтекании тела. Дальнейшим развитием данной работы могло бы стать исследование применимости метода Стокса при больших интервалах рабочих температур. Так же может быть исследована зависимость параметра  $A$  в формуле (1) от температуры. Все поставленные в работе цели были достигнуты. Для повышения точности следует точнее измерять время.