

Проверочная работа № 1.

Задача 1.

Известен метод Эйлера с пересчётом, позволяющий находить численное решение задачи Коши

$$\frac{dy(x)}{dx} = f(x, y),$$

$$y(0) = y_0.$$

Он может быть представлен в виде

$$y_{i+1}^* = y_i + hf(x_i, y_i),$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^*)).$$

Исследовать аппроксимацию, устойчивость и сходимость данного метода. Написать программу, решающую с помощью него уравнение

$$\frac{dy(x)}{dx} = \lambda y(x),$$

$$y(0) = 1,$$

$$\lambda < 0.$$

При каких шагах $h > 0$ её можно использовать? Прямым численным расчётом подтвердить теоретически полученный порядок сходимости. Сравнить порядок сходимости и область устойчивости с явным и неявным методом Эйлера.

Задача 2.

Написать программу, осуществляющую решение одномерного линейного уравнения переноса с постоянным коэффициентом с третьим порядком сходимости по времени и по пространству. Для получения расчётных формул использовать сеточно-характеристический подход. Прямым численным расчётом подтвердить достижение обозначенного порядка сходимости метода. Какое ограничение на соотношение между шагами по времени τ и по пространству h у данного метода? Протестировать разработанный алгоритм на разрывном решении. Какие особенности решения Вы наблюдаете? Объясните их на основе известных теорем.

Задача 3.

Написать программу, демонстрирующую эффект интерференции двух волн с одинаковыми частотами. Графически проиллюстрировать результат, сравнить с теоретическим расчётом. Можно использовать свой код для акустической среды, написанный на семинаре\доработанный дома.