5,5+2,5

8,0

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MARANHÃO
Campus Monte Castelo

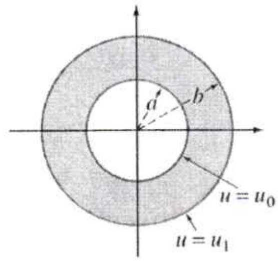
DISCIPLINA: EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ***PROF.:*** MARCOS ROBERTO

NOME: Vinicius Mateus P. Costa ***CÓDIGO:*** 20172EE0066

TERCEIRA AVALIAÇÃO

1) A temperatura $u(r)$ no anel circular mostrado abaixo é determinada com base no problema de valor de contorno.

$$r\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} = 0 \text{ com } u(a) = \underset{1}{u_0} \text{ e } u(b) = \underset{2}{u_1}.$$



Admitindo $u_0 = 1$ e $u_1 = 2$, determine $u(r)$ em função de a e b da forma mais simplicada possível.

2) Resolva os problemas abaixo:

a) Sabendo que $y = sen(x)$ é solução de $y^{(4)} + 2y''' + 11y'' + 2y' + 10y = 0$, qual a solução geral da equação diferencial? Justifique sua resposta.

b) Determine uma equação diferencial linear de segunda ordem com coeficientes constantes no qual $y_1 = 1$ e $y_2 = e^{-x}$ sejam soluções da equação homogênea associada e $y_p = \dfrac{x^2}{2} - x$ seja uma solução particular da equação não homogênea.

5) Resolva as equações diferenciais dadas:

a) $\dfrac{d^4y}{dx^4} - \dfrac{d^2y}{dx^2} + y = e^x + sen(x)$;

b) $y'' + y = sec^3(x)$.

BOA PROVA!

Questão 1:

$r \cdot u'' + u' = 0$

$P = u'$

$\frac{dP}{dr} = u''$

$r \frac{dP}{dr} + P = 0$

$r \frac{dP}{dr} = -P$

$\int \frac{dP}{P} = -\int \frac{dr}{r}$

$e^{\ln|P| + c_1} = e^{-\ln|r|}$

$P \cdot C_1 = \frac{1}{r}$

$P = \frac{1}{r \cdot C_1} = \frac{du}{dr}$

$u(r) = \int \frac{1}{r \cdot C_1} dr$

$\boxed{u(r) = \frac{1}{C_1} \ln|r| + c_2}$

$u(a) = \frac{1}{C_1} \ln|a| + c_2 = 1$

$u(b) = \frac{1}{C_1} \ln|b| + c_2 = 2$

$\begin{cases} \frac{1}{C_1} \ln|a| + c_2 = 1 \Rightarrow c_2 = 1 - \frac{\ln|a|}{C_1} \\ \frac{1}{C_1} \ln|b| + c_2 = 2 \end{cases}$

$\frac{1}{C_1} \ln|b| + 1 - \frac{\ln|a|}{C_1} = 2$

$\frac{1}{C_1} (\ln|b| - \ln|a|) = 1$

$c_1 = \ln|b| - \ln|a|$

$c_2 = 1 - \frac{\ln|a|}{\ln|b| - \ln|a|}$

$u(r) = \frac{\ln|r|}{\ln|b| - \ln|a|} - \frac{\ln|a|}{\ln|b| - \ln|a|} + 1$

Questão 2:

$Y_1 = 1 ; Y_2 = e^{-x}$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

$e^{0x} = 1 \quad e^{-x}$

$\underbrace{\qquad\qquad}$

$0 \; e \; -1$

$m = \frac{-1 \pm \sqrt{1}}{2} \begin{cases} m_1 = 0 \\ m_2 = -1 \end{cases}$

$\Delta = 1 - 4.1.0$

$\Delta = 1$

logo:

$m^2 + m = 0$

$m(m+1) = 0$

$m_1 = 0$

ou

$m_2 = -1$

Portanto, a equação é:

$$\boxed{Y'' + Y' = \cancel{\frac{x^2}{2} - x}}$$

2)

a)

$m^4 + 2m^3 + 11m^2 + 2m + 10 = 0$

$(m^2 + 1)(m^2 + 2m + 10) = 0$

(I) $m^2 + 1 = 0$

$m = \sqrt{-1}$

$m = 1i \; (\alpha = 0, \beta = 1)$

ou

(II) $m^2 + 2m + 10 = 0$

$\Delta = 4 - 40 = -36$

$m = \frac{-2 \pm 6i}{2}$

$m = -1 \pm 3i \; (\alpha = -1, \beta = 3)$

logo:

$\{e^0 . \cos x, e^0 . \operatorname{sen} x, e^{-x} . \cos 3x, e^{-x} \operatorname{sen} 3x\}$

$\{\cos x, \operatorname{sen} x, e^{-x} \cos 3x, e^{-x} \operatorname{sen} 3x\}$

$$\boxed{Y(x) = c_1 \cos x + c_2 \operatorname{sen} x + c_3 e^{-x} \cos 3x + c_4 e^{-x} \operatorname{sen} 3x \; \cancel{+ \operatorname{sen} x}}$$