

## Понятие о производной

1. Найти производную выражения:

a.

$$\sin x \cdot \cos x = (\sin x)' \cdot \cos x + \sin x \cdot (\cos x)' = \cos^2 x - \sin^2 x$$

b.

$$\ln(2x+1)^3 = (\ln(2x+1)^3)' = 3 \ln(2x+1)^2 \cdot \ln(2x+1)' \cdot (2x+1)' = \frac{6 \ln(2x+1)^2}{2x+1}$$

c.

$$\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))} = \cos|\ln(x^3)| \cdot \frac{1}{x^3} \cdot 3x^2 = \frac{3 \cos|\ln(x^3)|}{x}$$

d.

$$\left(\frac{x^4}{\ln(x)}\right)' = \frac{4x^3 \cdot \ln(x) - x^4 \frac{1}{x}}{\ln^2(x)} = \frac{4x^3 \ln(x) - x^3}{\ln^2(x)}$$

2. Найти выражение производной функции и ее значение в точке

$$f(x) = \cos(x^2 + 3x), x_0 = \sqrt{\pi}$$

$$f'(x) = -\sin(x^2 + 3x) \cdot (2x + 3)$$

$$f'(\sqrt{\pi}) = -(2 \cdot \sqrt{\pi} + 3) \sin((\sqrt{\pi})^2 + 3 \cdot \sqrt{\pi}) = -(2\sqrt{\pi} + 3) \cdot (\sin \pi \cos 3\sqrt{\pi} + \cos \pi \sin 3\sqrt{\pi}) \approx -5,38330241$$

3.\* Найти значение производной функции в точке:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3}, x_0 = 0$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 - 2x - 1)(1 + 2x + 3x^2 - 4x^3) - (x^3 - x^2 - x - 1)(2 + 6x - 12x^2)}{(1 + 2x + 3x^2 - 4x^3)^2} =$$

$$f'(x) = -\frac{x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 4x - 1}{(1 + 2x + 3x^2 - 4x^3)^2}$$

$$f'(0) = -\frac{-1}{(1)^2} = 1$$



4. Найти угол наклона касательной к графику функции в точке:

$$\begin{aligned}f(x) &= \sqrt{3x} \cdot \ln x, x_0 = 1 \\f'(x) &= \sqrt{3x} \cdot \ln x = \frac{1}{2\sqrt{3x}} \cdot 3 \ln x + \sqrt{3x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3x \ln x}{2x\sqrt{3x}} + \frac{2\sqrt{3x} \cdot \sqrt{3x}}{2x\sqrt{3x}} = \frac{x \cdot (3 \ln(x) + 6)}{2x\sqrt{3x}} \\f'(1) &= \frac{x \cdot (3 \ln(x) + 6)}{2x\sqrt{3x}} = \sqrt{3} \\\tan \sqrt{3} &= \frac{\pi}{3} = 60^\circ\end{aligned}$$

