

Задача 1

0 непрерывной равномерно распределённой случайной величине B известно, что её дисперсия равна 0.2.

Можно ли найти правую границу величины B и её среднее значение зная, что левая граница равна 0.5? Если да, найдите их.

$$\begin{aligned} D(B) &= \frac{(b-a)^2}{12} \Rightarrow (b-a)^2 = 12 \cdot D(B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow b = 2\sqrt{3D(B)} + a \\ M &= \frac{(a+b)}{2} \end{aligned}$$

In [2]:

```
a = 0.5
D = 0.2
b = (12 * D)**0.5 + a
M = (a + b)/2
print(f'b = {b}\nM = {M}')
```

```
b = 2.049193338482967
M = 1.2745966692414834
```

Задача 2

Коробки с шоколадом упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 1.06 кг. Известно, что 5% коробок имеют массу, меньшую 1 кг. Найдите: а) среднее квадратическое отклонение массы коробки, б) процент коробок, имеющих массу больше 1.1 кг.

Подсказка. Найдите такое значение $scale$, для которого значение $cdf(x=1, loc=1.06, scale=scale)$ близко к 0.05. Точности 0.0001 будет достаточно.

In [22]:

```
import scipy.stats as sts
import numpy as np

#среднее квадратическое отклонение массы коробки
#X.cdf(x, params) – значение функции распределения в точке (Cumulative Distribution Function)

for scale in np.linspace(0.00001, 1, 99999):
    s = sts.norm.cdf(x=1, loc=1.06, scale=scale)
    if s > 0.0499 and s < 0.0501:
        print(f'Среднее квадратическое отклонение массы коробки: {s}')
        break
```

Среднее квадратическое отклонение массы коробки: 0.04992074115622935

In [23]:

```
#процент коробок, имеющих массу больше 1.1 кг:  
# P(1.1 < X < +inf) -- будет равен разности значений P  
# для вычисления слагаемых в разности воспользуемся той же функцией norm.cdf  
  
p = (stats.norm.cdf(x=float('inf'), loc=1.06, scale=scale) - stats.norm.cdf(x=1.1, loc=1.06, scale=scale))  
print(f'Процент коробок, имеющих массу больше 1.1 кг: {round(p*100,3)} %')
```

Процент коробок, имеющих массу больше 1.1 кг: 13.63 %

Задача 3

Коробка содержит 30 конфет. Известно, что масса каждой конфеты распределена равномерно в промежутке от 12 до 14 граммов. Используя центральную предельную теорему, найти вероятность, что масса всей коробки будет: а) меньше 390 граммов, б) больше 395 граммов, в) от 380 до 400 граммов.

Массой самой коробки можно пренебречь.

для расчета $M(X)$ и $D(X)$ воспользуемся формулами:

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}, \quad M(X) = \frac{a+b}{2}$$

согласно формулам центральной предельной теоремы:

$$a = n \cdot M(X), \quad \sigma^2 = n \cdot D(X)$$

пусть,

$$Mn = a, \quad Dn = \sigma^2, \quad scale_ = \sigma$$

In [24]:

```
a = 12  
b = 14  
n = 30  
Mn = ((a + b) / 2)*n  
Dn = (((b - a) ** 2) / 12)*n  
#теперь найдем квадратичное отклонение  
scale_ = Dn**0.5
```

а) меньше 390 граммов: $P(-inf < X < 390)$

In [25]:

```
pa = stats.norm.cdf(x=390, loc=Mn, scale=scale_) - stats.norm.cdf(x=float('-inf'), loc=Mn, scale=scale_)  
print(f'Вероятность, что масса всей коробки будет меньше 390 граммов: {pa}')
```

Вероятность, что масса всей коробки будет меньше 390 граммов: 0.5

б) больше 395 граммов: $P(395 < X < +inf)$

In [26]:

```
pb = stats.norm.cdf(x=float('inf'), loc=Mn, scale=scale_) - stats.norm.cdf(x=395, loc=Mn, scale=scale_)
print(f'Вероятность, что масса всей коробки будет больше 395 граммов: {pb}')
```

Вероятность, что масса всей коробки будет больше 395 граммов: 0.056923149003329065

в) от 380 до 400 граммов: $P(380 \leq X \leq 400)$

In [27]:

```
pc = stats.norm.cdf(x=400, loc=Mn, scale=scale_) - stats.norm.cdf(x=380, loc=Mn, scale=scale_)
print(f'Вероятность, что масса всей коробки будет от 380 до 400 граммов: {pc}')
```

Вероятность, что масса всей коробки будет от 380 до 400 граммов: 0.9984345977419975