x_i ($i \in \{1..n\}$) - веса вариантов в колесе.

Зафиксируем k-ый вариант - тот, для которого мы считаем вероятность победить.

Вероятность победить в обычном колесе $P(V) = \frac{x_k}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$

Зададим пространство событий в колесе на вылет.

Пусть A_i ($i \in \{1..n-1\}$) - событие невылета на i-ом шагу колеса. Вариант x_k побеждает, если происходит произведение событий ($A_1 \cdot A_2 \cdot .. \cdot A_{n-1}$).

По формуле вероятности произведения событий имеем

$P(A_1 \cdot A_2 \cdot .. \cdot A_{n-1}) = P(A_1) * P(A_2 \mid A_1) * .. * P(A_{n-1} \mid A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_{n-2})$

A_1 - сумма событий вылета всех вариантов, кроме k-ого на первом шагу, с другой стороны это дополнение к событию вылета k-ого варианта на 1 шагу

Вероятность вылета j-ого варианта на первом шагу - $\frac{1-\frac{x_j}{\sum_{i=1}^{n} x_i}}{n-1}$

Надо доказать, что

$P(A_1 \cdot A_2 \cdot .. \cdot A_{n-1}) = \frac{x_k}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$

Доказательство мат индукцией

1) База мат индукции - 2 варианта

будем считать вероятность победы первого варианта (для второго считается аналогично + мы можем всегда индексировать так, как нам удобно)

Победа первого варианта = вылет второго варианта.

получаем $P(A_1) = \frac{1-\frac{x_2}{x_1+x_2}}{2-1} = \frac{x_1}{x_1+x_2} = P(V)$

База доказана

2) Считаем, что для n-1 вариантов равенство

$P(A_2 \cdot A_3 \cdot .. \cdot A_{n-1}) = \frac{x_k}{\sum_{i \in \{1..n\} \setminus \{j\}} x_i}$

верно, где на первом шагу вылетел j-ый вариант, j≠k

Как написано выше, событие невылета на первом шагу k-ого варианта = сумма событий вылета всех вариантов кроме k-ого на первом шагу

Тогда полная вероятность победы k-ого варианта =

$\sum_{j \in \{1..n\} \setminus \{k\}} \frac{1-\frac{x_j}{\sum_{i=1}^{n} x_i}}{n-1} * \frac{x_k}{\sum_{i \in \{1..n\} \setminus \{j\}} x_i}$

Для упрощения понимания $\sum_{i=1}^{n} x_i = S$

Получаем

$\sum_{j \in \{1..n\} \setminus \{k\}} \frac{S-x_j}{(n-1)*S} * \frac{x_k}{S-x_j} = \frac{(n-1)*x_k}{(n-1)*S} = \frac{x_k}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$

Ч.Т.Д.