
Übungsblatt 8

Aufgabe 1. Wir betrachten den $[6, 2]_{17}$ -Reed-Solomon-Codes C bezüglich der Punkte $b_1 = 1$, $b_2 = 3$, $b_3 = 4$, $b_4 = 6$, $b_5 = 7$ und $b_6 = 8$ (über \mathbb{F}_{17}). Dieser Code hat Zuverlässigkeit $d(C) = 5$, die Fehlerkorrekturschranke $t = 2$ und die Paritätsprüfmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 9 & 16 & 2 & 15 & 13 \\ 1 & 10 & 13 & 12 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(vergleiche Übungsblatt 7, Aufgabe 1).

Untersuchen Sie, ob die empfangenen Wörter

$$a_1 = (7, 10, 11, 7, 1, 13)$$

und

$$a_2 = (10, 4, 13, 2, 4, 8)$$

korrekte Codewörter sind. Im Fall einer fehlerhaften Übertragung bestimmen Sie die zugehörigen Codewörter und die ursprünglichen Nachrichten (die redundanten Buchstaben stehen an den Stellen 1 bis 4), falls dies möglich ist.

Aufgabe 2. Wir betrachten den $[7, 3]_{17}$ -Reed-Solomon-Codes bezüglich der Punkte $b_1 = 1$, $b_2 = 3$, $b_3 = 5$, $b_4 = 7$, $b_5 = 9$, $b_6 = 11$ und $b_7 = 13$ (über \mathbb{F}_{17}). Dieser Code hat Zuverlässigkeit $d(C) = 5$, die Fehlerkorrekturschranke $t = 2$ und die Paritätsprüfmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 \\ 1 & 9 & 8 & 15 & 13 & 2 & 16 \\ 1 & 10 & 6 & 3 & 15 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

(vergleiche Übungsblatt 7, Aufgabe 2).

Untersuchen Sie, ob das empfangene Wort $a = (9, 1, 15, 11, 8, 9, 7)$ ein korrektes Codewort ist. Im Fall einer fehlerhaften Übertragung bestimmen Sie das zugehörige Codewort und die ursprüngliche Nachricht (die redundanten Buchstaben stehen an den Stellen 1 bis 4), falls dies möglich ist.

Aufgabe 3. Wir betrachten den Körper \mathbb{F}_8 mit der Relation $\alpha^3 = \alpha + 1$ und den $[6, 4]_8$ -Reed-Solomon-Code C bezüglich der Punkte $1, \alpha^2, \alpha^2 + \alpha, \alpha^2 + 1, \alpha$ und $\alpha + 1$. Dieser Code hat die Zuverlässigkeit $d(C) = 3$, die Fehlerkorrekturschranke $t = 1$ und die Paritätsprüfmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^2 + \alpha & \alpha^2 + 1 & \alpha & \alpha + 1 \end{pmatrix}$$

(vergleiche Übungsblatt 7, Aufgabe 3).

Untersuchen Sie, ob die empfangenen Wörter

$$a_1 = (1, \alpha, \alpha, \alpha^2 + \alpha, \alpha^2 + \alpha, \alpha + 1)$$

und

$$a_2 = (\alpha^2, \alpha^2, 1, \alpha + 1, \alpha^2 + \alpha, 1)$$

korrekte Codewörter sind. Im Fall einer fehlerhaften Übertragung bestimmen Sie die zugehörigen Codewörter und die ursprünglichen Nachrichten (die redundanten Buchstaben stehen an den Stellen 1 und 2), falls dies möglich ist.

Aufgabe 4. Wir betrachten den $[6, 2]_8$ -Reed-Solomon-Code C bezüglich der Punkte $1, \alpha^2 + 1, \alpha^2 + \alpha + 1, \alpha^2 + \alpha, \alpha + 1$ und α^2 . Dieser Code hat die Zuverlässigkeit $d(C) = 5$, die Fehlerkorrekturschranke $t = 2$ und die Paritätsprüfmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 + 1 & \alpha^2 + \alpha + 1 & \alpha^2 + \alpha & \alpha + 1 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 + \alpha + 1 & \alpha + 1 & \alpha & \alpha^2 + 1 & \alpha^2 + \alpha \\ 1 & \alpha^2 + \alpha & \alpha & \alpha^2 + \alpha + 1 & \alpha^2 \alpha^2 + 1 & \end{pmatrix}$$

(vergleiche Übungsblatt 7, Aufgabe 4).

Untersuchen Sie, ob das empfangene Wort

$$a = (\alpha, \alpha^2, \alpha, \alpha^2 + \alpha + 1, \alpha^2 + \alpha + 1, \alpha^2)$$

ein korrektes Codewort ist. Im Fall einer fehlerhaften Übertragung bestimmen Sie das zugehörige Codewort und die ursprüngliche Nachricht (die redundanten Buchstaben stehen an den Stellen 1 bis 4), falls dies möglich ist.