1.) $R = \{(x, x^4) : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

↳ kann als Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ aufgefasst werden.

<u>Allgemein</u>: Eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bildet $\underbrace{\text{jedes } x \in \mathbb{R}}_{\text{linkstotal}}$ auf $\underbrace{\text{genau eine}}_{\text{rechtseindeutig}}$ reelle Zahl $y = f(x) \in \mathbb{R}$.

zu 1.): $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; x \mapsto x^4$ $\quad \Longleftrightarrow \quad f(x) = x^4$

$(x, f(x))$

2.) $R = \{(x^2, x) : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$(z, \sqrt{z})$

⇝ kann nicht als Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $z \mapsto \sqrt{z}$ aufgefasst werden.

<u>Denn</u>: • Rechtseindeutigkeit ist verletzt: $x^2 = 4$

$\rightsquigarrow x \in \{+2, -2\}$

d.h. ein $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ müsste 4 auf -2 <u>und</u> $+2$ abbilden,
d.h. f bildet nicht eindeutig & ist damit <u>keine Funktion</u>

• Linkstotalität verletzt: z.B. lässt sich -1 nicht in der Form x^2 mit $x \in \mathbb{R}$.

⇝ Schränke die Relation ein:

$R' = \{(x^2, x) : x \in \mathbb{R}_{\geq 0}\} \subset \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0}$

↳ kann als Funktion $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, $x \mapsto \sqrt{x}$, aufgefasst werden.

Alternativ: $R'' = \{(x^2, x) : x \in \mathbb{R}_{\leq 0}\} \subset \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\leq 0}$.

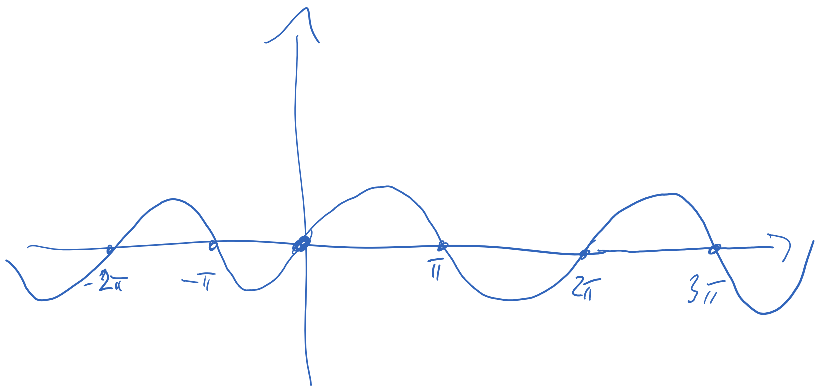
kann als Abb. aufgefasst werden:

$$f : \mathbb{R}_{\geq 0} \longrightarrow \mathbb{R}_{\leq 0}$$
$$x \longmapsto -|\sqrt{x}|.$$

Äquivalenzrelationen:

• Repräsentantensysteme:

$$\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \sin(x)$$



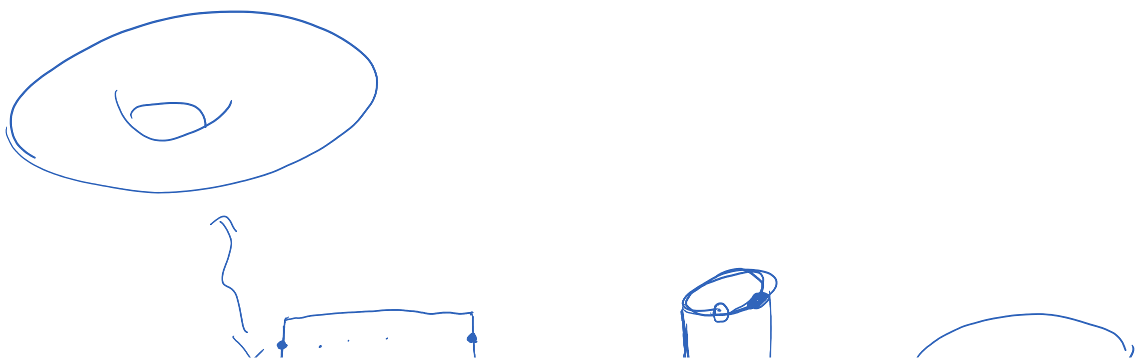
$\rightsquigarrow$ ist 2π-periodisch,
d.h. Sinus ist durch die Werte auf $[0, 2\pi[$ bereits vollständig bestimmt.

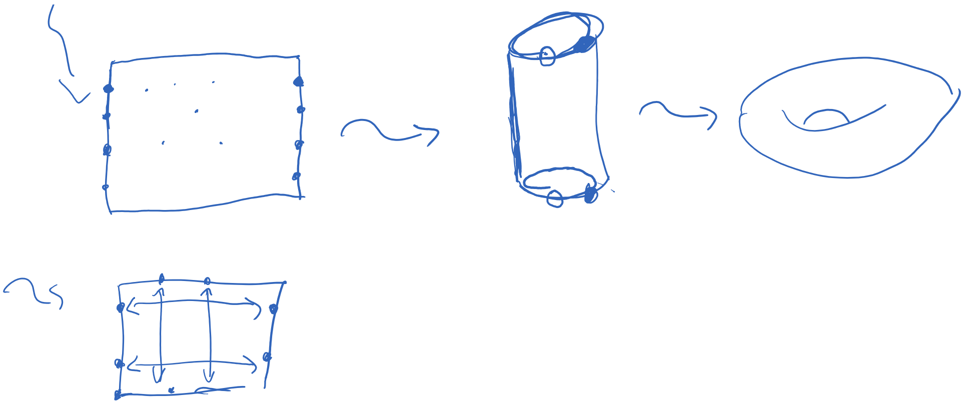
Definiere $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : y = x + 2\pi \cdot k$ für ein $k \in \mathbb{Z}\}$

$\rightsquigarrow$ Repräsentantensystem: $[0, 2\pi[\; = [0, 2\pi)$

$\rightsquigarrow$ Notationsunterschied.

Generell: ist eine Relation auf einer Menge M gegeben, dann bezeichnet für ein $x \in M$ $[x]$ die Äquivalenzklasse, in der x liegt.





$$X = \{\, x = 10a + b \;:\; a, b \in \{0,1,2,\dots,9\}\} = \{0,1,\dots,99\}$$

$$R = \{(\underbrace{x_1}_{10a_1+b_1}, \underbrace{x_2}_{10a_2+b_2}) : a_1+b_1 = a_2+b_2\}$$

finde alle x mit $(\underbrace{35}_{x_1}, \underbrace{x'}_{x_2}) \in R$

$\rightsquigarrow$ Äquivalenzklasse von $x = 35$ bestimmen:

$x = 35 = 10a + b \rightsquigarrow a = 3,\ b = 5$ $\qquad x_1 = 35,\ a_1 = 3,\ b_1 = 5$

$\rightsquigarrow$ Äquivalenzklasse von $x = 35$

$$= \{\, x' = 10a' + b' : \underline{3 + 5 = a' + b'} \,\} \qquad a_2 = a',\ b_2 = b'$$

$\rightsquigarrow$ Löse $a' + b' = 8$:

$$\mathcal{L} = \{(0,8),(1,7),(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2),(7,1),(8,0)\}$$

Menge der Lösungspaare (a', b') von $a' + b' = 8$.

$$\rightsquigarrow [35] = \{\underbrace{\underset{10\cdot 0+8}{8}, \underset{10\cdot 1+7}{17}, \underset{10\cdot 2+6}{26}, \underset{10\cdot 3+5}{35}, \dots}\ 44, 53, 62, 71, 80\}.$$

Repräsentantensystem: • X beinhaltet alle maximal zweistelligen ganze Zahlen

Repräsentantensystem: • X beinhaltet alle maximal zweistelligen ganze Zahlen.

• $x = 10a + b$, $a, b \in \{0, 1, \ldots, 9\}$

↳ $a \hat{=}$ Zehnerziffer von x

$b \hat{=}$ Einerziffer von x

• $a + b$ = Quersumme von $x = 10a + b$

• Zwei Elemente aus X sind äquivalent genau dann, wenn ihre Quersumme gleich ist.

• welche Quersummen treten auf in X?

minimal: 0

maximal: 18

⇝ jede Zahl zw. 0 & 18 tritt als Quersumme auf

⇝ bestimme zu jedes möglichen QS (0 bis 18) einen Repräsentanten aus X ⇝ liefert das Repräsentantensystem.

Repräsentantensystem $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99\}$.