

Grundlagen der Informatik

1. Semester, 1996

1. Kapitel: Einführung in die Logik

1.1. Situationen durch Formeln beschreiben

1.1.1. Situationen aussagenlogisch beschreiben

1.1.2. Situationen prädikatenlogisch beschreiben

1.1.3. Situationen quantorenlogisch beschreiben

1.2. Formeln umformen

1.2.1. Aussagenlogische Folgerung

1.2.2. Logische Folgerung

1.3. Beweise automatisieren

1.3.1. Aussagenlogische Formeln normieren, Beweise automatisieren

1.3.2. Prädikatenlogische Formeln normieren

1.3.3. Beweise automatisieren

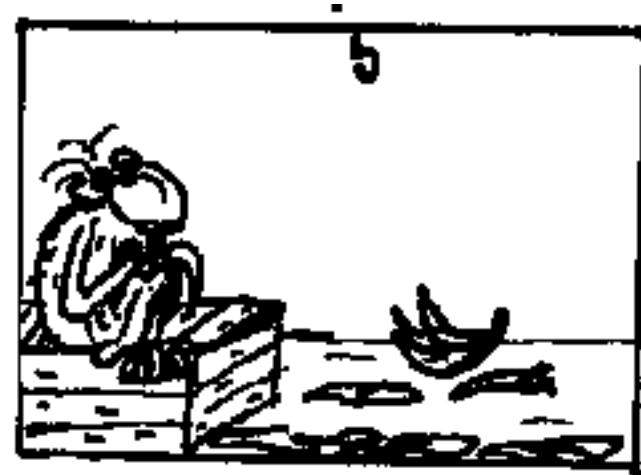
Literatur zu Kapitel 1

- Siefkes, Dirk: Formalisieren und Beweisen: Logik für Informatiker. Vieweg, 1990.
- Schöning, Uwe: Logik für Informatiker. Bibliographisches Institut, 1989.
- Lloyd, J.W.: Foundations of logic programming. 2nd Ed, Springer , 1984.
- Kowalski, R.: Logic for problem solving. North-Holland, 1979.

Beispiel: Affe & Banane (1)



Ein Affe ist in einem Raum eingeschlossen. Hoch an der Decke hängt ein Bündel Bananen, zu hoch für den Affen. Es steht aber eine Kiste im Raum. Kommt der Affe an die Bananen heran?



Beispiel: Affe & Banane (2)

Präzisierung der Situation

- A1 Ein Tier, das Arme hat und nahe bei einem Ding ist, kann das Ding erreichen.
- A2 Ein Tier auf einem hohen Gegenstand, der unter den Bananen steht, ist nahe bei den Bananen.
- A3 Wenn ein Tier im Raum einen Gegenstand zu einem Ding schiebt, die beide im Raum sind, dann ist das Ding nahe am Boden oder der Gegenstand ist unter dem Ding.
- A4 Wenn ein Tier einen Gegenstand ersteigt, dann ist es auf dem Gegenstand.
- A5 Der Affe ist ein Tier, das Arme hat.
- A6 Die Kiste ist ein hoher Gegenstand.
- A7-A9 Der Affe, die Bananen und die Kiste sind im Raum.
- A10 Der Affe kann die Kiste unter die Bananen schieben.
- A11 Die Bananen sind nicht nahe am Boden.
- A12 Der Affe kann die Kiste ersteigen.

Frage:

A13?? Kann der Affe die Bananen erreichen??

Beispiel: Affe & Banane (3)

Schlußfolgerungen

- Aus A7-A10 und A3 folgt:
A14 Die Bananen sind nahe am Boden, oder die Kiste kann unter den Bananen sein.
- Wegen A11 gilt:
A15 Die Kiste kann unter den Bananen sein
- Aus A12 und A4 ergibt sich:
A16 Der Affe kann auf der Kiste sein.
- Mit A16, A15 und A6 folgt aus A2:
A17 Der Affe kann nahe bei den Bananen sein.
- Das ergibt zusammen mit A5 aus A1:
A13 Der Affe kann die Bananen erreichen.

Beispiel: Affe & Banane (4)

Formalisierung

Reichen(x,y)	für	x erreicht y (oder: kann erreichen)
Arme(x)	für	x hat Arme
Nah(x,y)	für	x ist nahe bei y (oder: kann nahe bei sein)
Auf(x,y)	für	x ist auf y (oder: kann auf sein)
Unter(x,y)	für	x ist unter y (oder: kann unter sein)
Hoch(x)	für	x ist hoch
In(x)	für	x ist im Raum
Schieben(x,y,z)	für	x schiebt y zu z (oder: kann schieben)
Steigen(x,y)	für	x steigt auf y (oder: kann auf steigen)
$A \wedge B$	für	A und B
$A \vee B$	für	A oder B
$A \rightarrow B$	für	wenn A dann B
$\neg A$	für	nicht A

Beispiel: Affe & Banane (5)

Formalisierung von A1-A13

- A1 $\text{Arme}(x) \wedge \text{Nah}(x,y) \rightarrow \text{Reichen}(x,y)$
A2 $\text{Auf}(x,y) \wedge \text{Unter}(y,\text{Bananen}) \wedge \text{Hoch}(y) \rightarrow \text{Nah}(x,\text{Bananen})$
A3 $\text{In}(x) \wedge \text{In}(y) \wedge \text{In}(z) \wedge \text{Schieben}(x,y,z) \rightarrow \text{Nah}(z, \text{Boden}) \vee \text{Unter}(y,z)$
A4 $\text{Steigen}(x,y) \rightarrow \text{Auf}(x,y)$
A5 $\text{Arme}(\text{Affe})$ A6 $\text{Hoch}(\text{Kiste})$
A7 $\text{In}(\text{Affe})$ A8 $\text{In}(\text{Bananen})$ A9 $\text{In}(\text{Kiste})$
A10 $\text{Schieben}(\text{Affe}, \text{Kiste}, \text{Bananen})$ A11 $\neg \text{Nah}(\text{Bananen}, \text{Boden})$
A12 $\text{Steigen}(\text{Affe}, \text{Kiste})$ A13 $\text{Reichen}(\text{Affe}, \text{Bananen})$

Beispiel: Affe & Banane (6)

Formalisierung der Schlüsse

- aus $B1$ und $B1 \wedge \dots \wedge Bn \rightarrow C$ folgt $B2 \wedge \dots \wedge Bn \rightarrow C$
- aus B und $B \rightarrow C$ folgt C
- aus $\neg C1$ und $B \rightarrow C1 \vee \dots \vee Cn$ folgt $B \rightarrow C2 \vee \dots \vee Cn$

wobei $B, C, C1, \dots, Cn$ und $B1, \dots, Bn$ beliebige Aussagen sind.

- aus $A(x)$ folgt $A(\text{Affe})$,
wobei $A(x)$ eine beliebige Formel ist, in der die Variable x vorkommt.

Formalisierung

- **Gesucht:**

- Formalismus:**

- mit dem sich Situationen beschreiben und logische Schlüsse formalisieren lassen,
 - und der sich mit Programmen behandeln läßt

- **Lösung:**

- Aussagenlogik:**

- beschäftigt sich mit Aussagen
 - Aussagen können wahr oder falsch sein

- Prädikatenlogik:**

- Prädikate gelten für die Daten oder gelten nicht
 - Prädikate können Variablen enthalten
 - Prädikate können mit den Quantoren "es gibt" und "für alle" verknüpft werden

Beispiel: Affe & Banane (7)

- **Aussagen**

Arme(Affe)

Hoch(Kiste)

- **Prädikate**

Reichen(x,y) für x erreicht y (oder: kann erreichen)

Arme(x) für x hat Arme

- **Prädikate mit Quantoren "es gibt" und "für alle"**

"Alle Tiere, die auf einen Gegenstand steigen, sind auf dem Gegenstand"

$\forall x \text{ Steigen}(x,y) \rightarrow \text{Auf}(x,y)$

"Es gibt eine Ding im Raum, das hoch ist"

$\exists x \text{ In}(x) \wedge \text{Hoch}(x)$

Wirklichkeit - Sprache - Logik

