

1. (?+? points) **Groß-O-Notation**

- (a) Sei $g \in \mathbb{R}_+^{\mathbb{N}}$ gegeben. Nennen Sie dann die Definition von $O(g)$, wie in der Vorlesung besprochen.
- (b) Seien $f_1, f_2 \in \mathcal{O}(\mathfrak{g})$ gegeben. Zeigen Sie dann $f_1 + f_2 \in \mathcal{O}(\mathfrak{g})$.

2. (??+? points) **Groß-O-Notation**

- (a) Geben Sie den Grenzwertsatz wie in der Vorlesung besprochen an.
- (b) Zeigen Sie $(\ln(n))^2 \in O(\sqrt{n})$.
- (c) Zeigen Sie $n^2 \in O(2^n)$

3. (? points) **Korrektheit von multiply zeigen**

- (a) Gegeben sei der folgende Python-Code:

```
def multiply(a, b):  
    if a == 0:  
        return 0  
    p = multiply(a//2, b)  
    if a % 2 == 0:  
        return p + p  
    else:  
        return p + p + b
```

Zeigen Sie, dass **multiply**(a, b) = $a \cdot b$ gilt. Zur Vereinfachung müssen Sie nicht zeigen, dass die Funktion terminiert.

4. (? points) **Rekurrenzgleichung**

- (a) Lösen Sie die folgende Rekurrenzgleichung:

$$a_{k+2} = 4a_{k+1} - 4a_k + 1$$

5. (16 points) **Summe**

- (a) Stellen Sie eine Formel für die Summe

$$S(n) = \sum_{i=1}^n i^2$$

auf. Tipp: Lösen Sie dafür die folgende Summe auf zwei unterschiedliche Arten:

$$T(n) = \sum_{i=1}^n (i^3 - (i-1)^3)$$

6. (??+? points) **Merge-Sort**

- (a) Geben Sie die Gleichungen für die Funktionen *sort* und *merge* des Merge-Sort Algorithmus an.

- (b) Geben Sie eine möglichst genaue Abschätzung für die Anzahl Vergleiche beim Aufruf von *sort* an.
- (c) Geben Sie eine Abschätzung für die Anzahl Vergleiche beim Aufruf von *sort* mithilfe der *O*-Notation an.

7. (12+8+8 points) **Heaps**

- (a) Geben Sie die Definition für die Menge von Heaps, \mathcal{H} , wie in der Vorlesung besprochen an. Geben Sie dabei auch die Definition für die Funktion *count* an.
- (b) Geben Sie die Definition für die Funktion

$$\mathbf{insert} : \mathcal{H} \times \text{Priority} \times \text{Value} \rightarrow \mathcal{H}$$

an.

- (c) Geben Sie die Definition für die Funktion

$$\mathbf{remove} : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$$

an.