

3. Tut zur linearen Algebra

Da mir die Nullteilerfreiheit der K ’prper heute nicht spontan klar war...

Ein Körper ist immer Nullteilerfrei.

Beweis/Begründung: Der Grund kann ja nur in der Gruppeneigenschaft bezüglich der Verknüpfung \cdot liegen....

Da die Verknüpfung \cdot eine Gruppe definiert (bei einem Körper) gilt für bel. $a, b \in \mathbb{R}, a, b \neq 0$, dass es zu a das inverse Element a^{-1} (bezüglich \cdot) geben muss. Damit folgt

$$\begin{aligned} a \cdot b &= 0 \\ \Rightarrow a^{-1} \cdot a \cdot b &= a^{-1} \cdot 0 \stackrel{\text{Eigenschaft der Null}}{=} 0 \\ \stackrel{\text{Assoziativität}}{\Leftrightarrow} 1 \cdot b &\stackrel{\text{Eigenschaft der 1}}{=} b = 0 \end{aligned}$$

Das ist ein Widerspruch zu $b \neq 0$.