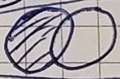
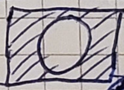
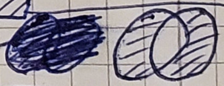
Notation

Logik

$\wedge$	und	Konjunktion
$\vee$	oder	Disjunktion
$\neg$	nicht	Negation
$\Rightarrow$	wenn-dann/daraus folgt	Konditional/Implikation
$\Leftrightarrow$	genau dann, wenn	Äquivalenz
$:=$	definitionsgleich	
$:\Leftrightarrow$	definitionsgemäß äquivalent	
$\exists$	Es existiert min. ein	Existenzquantor
$\exists!$	Es existiert genau ein	
$\forall$	Für alle	Allquantor

Mengenlehre

$A \subseteq B$	Teilmenge	
$A \subset B$	echte Teilmenge	
$A \cap B$	Durchschnitt/Schnittmenge	
$A \cup B$	Vereinigung	
$A \setminus B$	Differenz	
$\bar{A}$	Komplement	
$A \Delta B$	symmetrische Differenz	
$\mathbb{P}(A)$	Potenzmenge	
$x \in A$	Element $(\neg(x \in A) \Leftrightarrow x \notin A)$	
$A \times B$	Kartesisches Produkt (auch $A \otimes B$), $(A^n = \underbrace{A \times A \ldots \times A}_{n\text{-mal}})$	
$\lvert A \rvert$	Mächtigkeit/Kardinalität	

$\{\ldots\} :\Leftrightarrow$ Menge $\{a \mid a \in A\} \Leftrightarrow \{a : a \in A\}$

„sodass gilt"

$a \mid b$ "a teilt b" $(a \equiv 0 \mod b)$

$a \equiv x \mod b :\Leftrightarrow a \overset{(b)}{\equiv} x \quad :\Leftrightarrow a : b = n + x \quad (n \in \mathbb{N})$

Algebraische Strukturen

Halbgruppe $(G;\circ)$ assoziativ

Monoid $(G,\circ)$ assoziativ, neutrales El.

Gruppe $(G,\circ)$ assoziativ, neutrales El., inverse El.

abelsche Gruppe $(G,\circ)$ assoziativ, neutrales El., inverse El., kommutativ

Ring $(R;+;\cdot)$ ~~$(R,\circ)$~~ $(R;+)$ abelsche Gruppe, $(R;\cdot)$ Halbgruppe,
distributiv $(x\cdot(y+z)=(x\cdot y)+(x\cdot z))$

Integritätsbereich $(R;+;\cdot)$ nullteilerfreier Ring
$\forall x,y\in R:(x\cdot y=0)\Rightarrow(x=0)\vee(y=0)$

Körper $(K;+;\cdot)$ $(K;+;\cdot)$ Ring, $(K\setminus\{0\};\cdot)$ abelsche Gruppe

~~Vektorraum $(V,+,\vec{0})$ ist K-Vektorraum $(V,+,\vec{0})$~~

K-Vektorraum $(V;+,\vec{0})$ abelsche Gruppe,
Skalarmultiplikation über K
$(K;+;\cdot)$ Ring

Definitionen

Gesetze

$\circ, \times$ sollen beliebige Operationen darstellen

~~Assoz~~

Assoziativ $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$

Kommutativ $a \circ b = b \circ a$

Distributiv $a \circ (b \times c) = (a \circ b) \times (a \circ c)$

Absorptionsgesetze: $x \vee (x \wedge y) = x = x \wedge (x \vee y)$

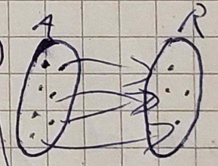
Idempotenzgesetze:
$$A \cup A = A$$
$$A \cap A = A$$
$$a \vee F = a$$
$$a \wedge W = a$$

de Morgansche Gesetze:
$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$
$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$
$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$
$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$
$$\neg(\neg(a)) = a$$

$$(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$$
$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$
$$(A \setminus B) \cup B = A \cup B$$
$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

Binäre Relationen

$aRb := a \sim_R b := (a,b) \in R \ (\subseteq A^2)$



reflexiv	$\forall a \in A: (a,a) \in R$	$a \circlearrowleft$
irreflexiv	$\forall a \in A: (a,a) \notin R$	$\cancel{a \circlearrowleft}$
symmetrisch	$\forall a,b \in A: (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$	$a \rightleftarrows b$
asymmetrisch	$\forall a,b \in A: (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \notin R$	$a \to b$
antisymmetrisch	$\forall a,b \in A: (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \notin R \vee b = a$	$a \circlearrowleft \to b$
transitiv	$\forall a,b,c \in A: ((a,b) \in R \wedge (b,c) \in R) \Rightarrow (a,c) \in R$	$a \to b \to c$
linear/total	$\forall a,b \in A: (a,b) \in R \vee (b,a) \in R$	

↳ (Alle linearen Relationen sind immer auch reflexiv)

Bsp.: $R := \{(x,x) \mid x \in A\}$ ist reflexiv, transitiv, symmetrisch & antisymmetrisch

Ordnungen / Ordnungsrelationen $:\Leftrightarrow$ "Klassen von Relationen"

~~- lineare/totale Ordnung $:\Leftrightarrow$ reflexiv, transitiv, antisymmetrisch~~

~~- Halbordnung (reflexive, teilweise Ordnung) $:\Leftrightarrow$ ref~~

- Totalordnung
  ↳ reflexiv, transitiv, antisymmetrisch, linear "$\leq$"
- Halbordnung
  ↳ reflexiv, antisymmetrisch, transitiv "$\leq$"
- strenge (Halb-)Ordnung
  ↳ irreflexiv, transitiv, asymmetrisch "$<$"
- Äquivalenzrelation
  ↳ reflexiv, transitiv, symmetrisch "$=$"
  - Bsp.: Gleichheit von Brüchen:
    $\{((a,b),(c,d)) \in (\mathbb{Z}\times\mathbb{N})\times(\mathbb{Z}\times\mathbb{N}) \mid a\cdot d = b\cdot c\}$
  - "Äquivalenzklasse" $[a] = \{\ldots\}$

„A ist gleichmächtig zu B" $:\Leftrightarrow A \sim B$

$|A| = |B| :\Leftrightarrow A \sim B$

Algebraische Strukturen

neutrales Element e (auch 0, 1) $\boxed{e\circ x = x\circ e = x}$

Nullelement 0 $\boxed{0\circ x = x\circ 0 = 0}$

inverses Element x^{-1} (auch $\frac{1}{x}$) $\boxed{x\circ x^{-1} = x^{-1}\circ x = e}$