

Aufgaben zu „Integrale“ , 2

1. Berechnen Sie folgende Integrale durch Substitution :

a)  $\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt{x+1}} dx$  , z. B.  $x+1 = u^2$  ,

b)  $\int_0^e \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}} dx$  , z. B.  $z^4 = e^x + 1$  .

2. Sei  $f(x)$  gegeben durch  $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 2x + 1)/(x^2 - 2x + 1)$  .

- a) Bestimmen Sie den (größtmöglichen) Definitionsbereich  $D(f)$  .  
b) Bestimmen Sie eine auf ganz  $D(f)$  definierte Stammfunktion. Formen Sie dazu  $f(x)$  in geeigneter Weise um.

3. Geben Sie Stammfunktionen zu

a)  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$  und b)  $g(x) = (e^x - 1) / (e^x + 1)$  an .

4. Zeigen Sie : sind  $f$  und  $g$  Umkehrfunktionen voneinander,  $G$  eine Stammfunktion von  $g$  , so ist

$$F(x) = x f(x) - G(f(x))$$

eine Stammfunktion von  $f$  .

5. Bestimmen Sie Stammfunktionen zu

a)  $f(x) = \arcsin x$  und b)  $f(x) = \arctan(x/2)$  .

6. Bestimmen Sie Stammfunktionen zu

a)  $f(x) = (3+x)/(3-x)$  , b)  $f(x) = (x^2 - 1)/(x^2 + 1)$  .

7. Bestimmen Sie Stammfunktionen zu

a)  $f(x) = \frac{x^2}{8+x^3}$  , b)  $g(x) = \frac{x}{8+x^3}$  .

8. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale :

a)  $\int_0^3 \sqrt[3]{1+3x} dx$  , b)  $\int_1^e \frac{1}{x(1+\ln x)} dx$  , c)  $\int_{-\pi}^{\pi} x e^{-x^2} dx$  , d)  $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2 + 25}$

### Kontrollfrage zum Verständnis :

Welche Rechenregeln für das Differenzieren stecken hinter der „Substitutionsregel“ bzw. der „partiellen Integration“ ?