

Alte Klausuren zu Analysis

Wie gewünscht, erhalten Sie hier eine Datei mit alten Klausuren, damit Sie sich auf Umfang, Schwierigkeitsgrad, Art der Fragestellung usw. einstellen können.

Die zur Verfügung stehende Bearbeitungszeit war immer 90 Minuten

Die Klausuren stammen aus verschiedenen Ingenieurstudiengängen und dem Studiengang Informatik.

Da die Stoffpläne der Studiengänge sich z.T. etwas unterscheiden, enthalten einige der Klausuren auch Aufgaben zu Themen, die wir nicht besprochen haben.

Die werden in Ihrer Klausur natürlich nicht vorkommen.

In Ihrer Klausur kommen nur die Themen dran, die wir in diesem Semester behandelt haben.

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

Bitte beachten:

Bei allen Aufgaben muß der Lösungsweg erkennbar sein .

Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen .

Schreiben Sie verschiedene Aufgaben auf verschiedene Blätter und sortieren Sie diese bei der Abgabe nach aufsteigenden Nummern.

Ich bin mit dem Aushang meines Klausurergebnisses ohne Namen , mit Matrikel-Nr. einverstanden (das ist das vom Hessischen Datenschutzbeauftragten empfohlene Verfahren) :

☐ ja

☐ nein

(Bitte ankreuzen)

Unterschrift:

1. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz. Geben Sie im Falle der Konvergenz den Wert der Reihe an.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k!}$, b) $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-2)^m}{m}$.

(10 + 10)

2. Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = (x / (x+1))^2$ bzw. deren Schaubild auf $D(f)$, $W(f)$, Nullstellen , Extrema und Wendepunkte .

(18)

3. Bestimmen Sie die Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^2 x}{\sin^2 x}$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin x}$.

(8 + 8 + 8)

4. Differenzieren Sie die Funktionen

a) $f(x) = e^{-x} (\sin x + \cos x)$, b) $g(x) = \ln (1 + x^2 + x^4)$.

Benennen Sie stichwortartig die Regeln , die Sie verwenden .

(8 + 8)

5. Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen n : $\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$.

(22)

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

Bitte beachten:

Bei allen Aufgaben muß der Lösungsweg erkennbar sein .

Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen .

Schreiben Sie verschiedene Aufgaben auf verschiedene Blätter und sortieren Sie diese bei der Abgabe nach aufsteigenden Nummern.

Ich bin mit dem Aushang meines Klausurergebnisses ohne Namen , mit Matrikel-Nr. einverstanden (das ist das vom Hessischen Datenschutzbeauftragten empfohlene Verfahren) :

☐ ja

☐ nein

(Bitte ankreuzen)

Unterschrift:

1. Sei $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

- a) Zerlegen Sie $f(x)$ in Linearfaktoren .
- b) Schreiben Sie $f(x)$ in der Form $f(x) = a_3 (x - 2)^3 + a_2 (x - 2)^2 + a_1 (x - 2) + a_0$.
- c) Zerlegen Sie $g(x) = 1 / f(x)$ in Partialbrüche .

(8 + 11 + 13)

2. a) Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen n : $\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = \frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n}$.

b) Zeigen Sie , dass die unendliche Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k}$ konvergiert und bestimmen Sie deren Wert .

(22 + 10)

3. Differenzieren Sie die Funktionen

a) $f(x) = e^x (\sin (-3x) + \cos (-3x))$, b) $g(x) = \ln ((1 + x^2)^2)$.

Benennen Sie stichwortartig die Regeln , die Sie verwenden .

(8 + 8)

4. Sei $f(x) = 9\sqrt{x}$ und $g(x) = \frac{1}{3}x^2$.

- a) Skizzieren Sie die Schaubilder der Funktionen f und g .
- b) Ermitteln Sie alle Schnittpunkte dieser Schaubilder .
- c) Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven $y = f(x)$ und $y = g(x)$ in den Schnittpunkten aus b) ?
- d) Wie groß ist der Inhalt des von den Schaubildern der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächenstücks ?

(3 + 4 + 7 + 6)

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

Bitte beachten:

Bei allen Aufgaben muß der Lösungsweg erkennbar sein .

Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen .

Schreiben Sie verschiedene Aufgaben auf verschiedene Blätter und sortieren Sie diese bei der Abgabe nach aufsteigenden Nummern.

Ich bin mit der Bekanntgabe meines Klausurergebnisses ohne Namen , mit Matrikel-Nr. im passwortgeschützten Bereich der Homepage einverstanden :

☐ ja

☐ nein

(Bitte ankreuzen)

Unterschrift:

1. Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen n :
$$\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)} . \quad (20)$$

2. Sei $f(x) = x^4 - 5x^2 - 36$.

a) Zerlegen Sie $f(x)$ in Faktoren von möglichst niedrigem Grad.

b) Zerlegen Sie $g(x) = 1/f(x)$ in Partialbrüche . (8 + 13)

3. Welche der Aussagen ist richtig, welche falsch ?

„Eine Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ mit positiven Gliedern a_k ist konvergent, wenn ...

a) ... $\frac{a_{k+1}}{a_k} < 1$ für alle natürlichen Zahlen k “ .

b) ... $a_k \leq \frac{1}{k^2}$ für alle natürlichen Zahlen k “ .

Begründung oder Gegenbeispiel ! (10 + 9)

4. Sei $f(x) = 4\sqrt{x}$ und $g(x) = \frac{1}{2}x^2$.

a) Skizzieren Sie die Schaubilder der Funktionen f und g .

b) Ermitteln Sie alle Schnittpunkte dieser Schaubilder .

c) Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven $y = f(x)$ und $y = g(x)$ in den Schnittpunkten aus b) ?

d) Wie groß ist der Inhalt des von den Schaubildern der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächenstücks ?

(3 + 4 + 7 + 6)

5. Zeigen Sie : das lineare Gleichungssystem
$$\begin{aligned} a \cdot x - b \cdot y &= 10 , \\ b \cdot x + a \cdot y &= 10 \end{aligned}$$

ist immer eindeutig lösbar , wenn a und b nicht beide $= 0$ sind . (20)

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

Bitte beachten:

Bei allen Aufgaben muß der Lösungsweg erkennbar sein .

Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen .

Schreiben Sie verschiedene Aufgaben auf verschiedene Blätter und sortieren Sie diese bei der Abgabe nach aufsteigenden Nummern.

Ich bin mit der Bekanntgabe meines Klausurergebnisses ohne Namen , mit Matrikel-Nr. im passwortgeschützten Bereich der Homepage einverstanden :

☐ ja

☐ nein

(Bitte ankreuzen)

Unterschrift:

1. Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen n : $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} \geq 2\sqrt{n+1} - 2$. (20)

2. Zeigen Sie, dass die Reihen

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (\sqrt[n]{2} - 1)$ und b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n-1}}$ konvergieren.

c) Bestimmen Sie den Wert der Reihe in b) . (14 + 4 + 5)

3. Differenzieren Sie die Funktionen

a) $f(x) = e^x (\sin x - \cos x)$, b) $g(x) = \ln(1 + x^2 + x^4)$.

Benennen Sie stichwortartig die Regeln , die Sie verwenden . (8 + 8)

4. Bestimmen Sie Stammfunktionen zu

a) $f(x) = \frac{(1 - \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$, b) $g(x) = \frac{8x - 9}{4x^2 - 9x + 7}$. (8 + 10)

5. Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß - Algorithmus alle Lösungen des linearen

Gleichungssystems
$$\begin{aligned} x + 4y + 3z - 2w &= 3 \\ x + 3y + 3z - w &= 4 \\ 2x - 2y + 2z + w &= 5 \\ x - 2y + 3z + 3w &= 6 \end{aligned}$$
 . (23)

Klausur Analysis , Kurs:TINF19AI1 , 18. 6. 2020

Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg erkennbar sein .

Erlaubte Hilfsmittel: alle handgeschriebenen oder gedruckten Unterlagen, ein nicht programmierbarer Taschenrechner.

1. Die Folge (a_n) sei rekursiv definiert durch $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n + 3a_{n-1}$.
 - a) Berechnen Sie die ersten 5 Glieder der Folge. (5)
 - b) Stellen Sie eine Vermutung für eine explizite Formel für a_n auf und beweisen Sie diese durch vollständige Induktion. (12)
2. Gegeben sei die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{10^{k(k+1)}}$.
 - a) Für welche reellen x konvergiert die Reihe absolut ? (15)
 - b) Ist der Wert der Reihe für $x = 1$ eine rationale Zahl ? (Tipp: schreiben Sie den Wert der Reihe als unendlichen Dezimalbruch !) (10)
3. Bestimmen Sie die dritte Ableitung der Funktion
 - a) $f(x) = x \cdot \ln x$, b) $g(x) = x^2 \cdot e^{-x}$, c) $h(x) = \arctan (x/2)$. (7 + 7 + 12)
4. Berechnen Sie die Integrale
 - a) $\int_1^e x^2 \cdot \ln x \, dx$ (z.B. durch partielle Integration) , (11)
 - b) $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^4} \, dx$ (z.B. durch Substitution $x^2 = t$) . (9)
5. Berechnen Sie die Grenzwerte
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{mx} - e^{nx}}{x}$ für natürliche m und n , b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3}{x^2-3}$. (7 + 5)

Viel Erfolg !