
Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y + 3xy + xy^2}{x^2 + 2y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0, 0)$.

Aufgabe 2. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^4 - 4y^3 + 6y^2 - 4y + 1 - x^4}{x^2 + (y-1)^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 1) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0, 1)$.

Aufgabe 3. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{y^3 x^3 + y^3 z^3 + x^3 z^6}{x^2 + y^6 + z^6} & \text{für } (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0, 0, 0)$.

Aufgabe 4. Wir betrachten zwei stetige Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Funktion $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$h(x, y) = \min\{f(x, y), g(x, y)\}$$

stetig ist.

Aufgabe 5. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \cdot y^2}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0, 0)$.

Aufgabe 6. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{x-y} \cdot \cos(y-x) & \text{für } (x, y) \text{ mit } x \geq y \\ \ln(e + (x-y)^2) + x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 & \text{für } (x, y) \text{ mit } x < y \end{cases}$$

auf Stetigkeit.