

**Definition 1.**  $O(g)$  ist die Menge aller Funktionen von  $\mathbb{N}$  zu  $\mathbb{R}_+$ , die nicht schneller wachsen als  $g$ :

$$O(g) := \{f \in \mathbb{R}_+^{\mathbb{N}} \mid \exists k \in \mathbb{N} : \exists c \in \mathbb{R}_+ : \forall n \in \mathbb{N} : (n \geq k \rightarrow f(n) \leq c \times g(n))\}$$

$f \in O(g) : \iff f$  wächst nicht schneller als ein Vielfaches von  $g$ .

**Example 1.**

$$3n^3 + 2n^2 + 7 \in O(n^3) \tag{1}$$

*Proof.* Wir müssen Konstanten  $k \in \mathbb{N}$  und  $c \in \mathbb{R}_+$  so wählen, dass

$$\forall n \in \mathbb{N} (n \geq k \rightarrow 3n^3 + 2n^2 + 7)$$

gilt.

Wir setzen  $k := 1$ . Dann können wir

$$n \geq 1 \tag{2}$$

annehmen. Daraus folgt:

$$1 \leq n^3 7 \leq 7n^3. \tag{3}$$

Aus (1) folgt außerdem durch Multiplikation mit  $n^2$ :

$$n^2 \leq n^3 \tag{4}$$

□