DHBW Mannheim | Abgabe: 23.10.2022
angewandte Informatik - TINF21 | Codierungstheorie

Übungsblatt 2

Aufgabe 1.

a) Zeigen Sie, dass die ISBN–10–Codierung Zahlendreher erkennt, dh. das folgendes gilt: Ist $a_1a_2\dots a_9a_{10}$ ein korrekte ISBN–10–Code, werden zwei aufeinanderfolgende Positionen der Ziffernfolge $a_1a_2\dots a_9a_{10}$ (die sich inhaltlich unterscheiden) vertauscht, und bezeichnet $\widetilde{a}_1\widetilde{a}_2\dots\widetilde{a}_9\widetilde{a}_{10}$ die Zeichenfolge, die durch dieses Vertauschen entsteht, so passt $\widetilde{a}_{10}$ als Prüfsumme nicht mehr zu den Positionen $\widetilde{a}_1\widetilde{a}_2\dots\widetilde{a}_8\widetilde{a}_9$.

   Hinweis: Beachten Sie dabei, dass auch die Positionen 9 und 10 vertauscht werden können.

b) Stimmt die Aussage aus Teil a) auch für die ISBN–13–Codierung?

Aufgabe 2.

a) Für ein Buch werden als ISBN–10 bzw. als ISBN–13–Code folgende Zahlenfolgen übermittelt

$$\text{ISBN–10:}\quad 3-8348-1927-X, \quad \text{ISBN–13:}\quad 978-3-8348-1927-7$$

   Überprüfen Sie, ob diese beiden Daten korrekt sein können.

b) Die neun informationstragenden Positionen eines Buches sind $3-662-47973$. Bestimmen Sie den ISBN–10- und den ISBN–13–Code dieses Buches (Buchkennung für ISBN–13: 978).

Aufgabe 3. Wir betrachten Information, die in 5 Zahlen a_1, a_2, a_3, a_4 und a_5 mit $a_i \in \{0,\dots,12\}$ abgelegt ist. Für die Speicherung werden zwei Kontrollzahlen $a_6, a_7 \in \{0,\dots,12\}$ hinzugefügt, so dass gilt

1. Die Zahl $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ ist durch 13 teilbar.

2. Die Zahl $12 \cdot a_1 + 10 \cdot a_2 + 8 \cdot a_3 + 6 \cdot a_4 + 4 \cdot a_5 + 2 \cdot a_6 + a_7$ ist durch 13 teilbar.

Beim Auslesen erhalten Sie die Zahlenfolge (10, 9, 7, 9, 4, 8, 11).

- Handelt es sich um eine fehlerfrei ausgelesene Information?
- Versuchen Sie gegebenenfalls, die Information zu rekonstruieren, wenn Sie annehmen, dass maximal ein Fehler beim Auslesen aufgetreten ist.

Aufgabe 4. Wir betrachten einen $[n, k]_2$–Code, dh. einen Code der Länge n und der logarithmischen Kardinalität k über einem Alphabet $\mathbb{A}$ mit 2 Elementen (also z.B. $\mathbb{A} = \{0, 1\}$). Für ein Element $c \in C$ bezeichnen wir mit $B(c)$ die Menge aller Elemente von $\mathbb{A}^n$, die sich von c höchstens an einer Position (oder gar keiner) unterscheiden.

a) Zeigen Sie, dass $B(c)$ genau $n + 1$ Elemente hat.

b) Zeigen Sie: Hat C den Minimalabstand $d \geq 3$ und sind c, c' zwei Elemente aus C mit $c \neq c'$, so gilt

$$B(c) \cap B(c') = \emptyset$$

c) Zeigen Sie, dass es keinen $[5, 3]_2$–Code C gibt, der Minimalabstand $d = d(C) = 3$ hat.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass es so einen Code gibt und benutzen Sie Teil b) und c), um diese Annnahme zum Widerspruch zu führen.