

Aufgaben zu „Differentialrechnung , Anwendungen“

1. a) Leiten Sie aus dem Newton - Verfahren eine Iterationsformel zur Berechnung der dritten Wurzel her.
b) Berechnen Sie $3^{1/3}$ und $7^{1/3}$ auf 6 Dezimalen .
2. Die Gleichung $x^3 + 3x^2 - 5x + 7 = 0$ hat eine reelle Lösung. Bestimmen Sie diese auf vier Stellen hinter dem Komma.
3. Berechnen Sie alle Lösungen von
a) $\cos x = x$, b) $\tan x = x$ mit $-\pi/2 < x < 3\pi/2$
so genau, wie es Ihr Taschenrechner erlaubt.
4. Berechnen Sie folgende Grenzwerte :
a) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x}$.
5. Berechnen Sie die Grenzwerte
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$, b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$.
6. Berechnen Sie für reelles a die Grenzwerte
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sin(a/x))$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} (x(1 - \cos(a/x)))$.
7. Bestimmen Sie die Grenzwerte
a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-b)^n - (a-b)^n}{x-a}$, b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - nx + n - 1}{(x-1)^2}$, c) $\lim_{x \rightarrow c} \frac{(x-c)^2}{x(\ln x - 2) - c(\ln c - 2)}$.
8. Untersuchen Sie folgende Funktionen bzw. deren Schaubilder auf $D(f)$, $W(f)$, Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte :
a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, b) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{9-x^2}}$.
9. Diskutieren Sie die Kurve $y = f(x)$, $f(x) = \frac{x^4 - 6x^2 - 3}{x}$, insbesondere : $D(f)$, $W(f)$, Nullstellen, Extrema , Wendepunkte , Verhalten für $x \rightarrow \infty$.
10. Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = x^2 e^{-x}$ bzw. deren Schaubild auf $D(f)$, $W(f)$, Nullstellen , Extrema und Wendepunkte .