DHBW Mannheim
Informatik

Mannheim, 05.10.2022
Mathematik II/1

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.

a) Untersuchen Sie $(a_m)_{m\geq 1} = \left(\frac{10^{12}\cdot m^3+10^{15}\cdot m^2}{m^4-m^3+1}, \frac{4\cdot m^2-7\cdot m+1}{3\cdot m^2+99\,987\,654\,321}\right)_{m\geq 1}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie den Grenzwert der Folge, falls er existiert.

b) Untersuchen Sie $(a_m)_{m\geq 1} = \left(\sqrt[m]{m^3}, \frac{m^{50}}{e^m}\right)_{m\geq 1}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie den Grenzwert der Folge, falls er existiert.

Aufgabe 2.

a) Untersuchen Sie $(a_m)_{m\geq 1} = \left(\sqrt{m+\sqrt{m}}-\sqrt{m}, \sqrt[m]{2^m\cdot m^3+2^m\cdot m^2}\right)_{m\geq 1}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie den Grenzwert der Folge, falls er existiert.

b) Untersuchen Sie $(a_m)_{m\geq 1} = \left(\sqrt{m+999\,999\,999}-\sqrt{m}, \sqrt{m+\frac{m}{999\,999\,999}}-\sqrt{m}\right)_{m\geq 1}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie den Grenzwert der Folge, falls er existiert.

Aufgabe 3. Untersuchen Sie die Funktion $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y+3xy+xy^2}{x^2+2y^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0,0)$.

Aufgabe 4. Untersuchen Sie die Funktion $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^4-4y^3+6y^2-4y+1-x^4}{x^2+(y-1)^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,1) \\ 0 & \text{für } (x,y)=(0,1) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0,1)$.

Aufgabe 5. Untersuchen Sie die Funktion $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{y^3x^3+y^3z^3+x^3z^6}{x^2+y^6+z^6} & \text{für } (x,y,z)\neq(0,0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y,z)=(0,0,0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit im Punkt $(0,0,0)$.

Aufgabe 6. Wir betrachten zwei stetige Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Funktion $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$h(x, y) = \min\{f(x, y), g(x, y)\}$$

stetig ist.