
Übungsblatt 3

Aufgabe 1.

- a) Zeigen Sie, dass für zwei positive Zahlen m und n gilt

$$\text{ggT}(m, m+n) = \text{ggT}(m, n)$$

- b) Die **Fibonacci-Zahlen** f_n sind definiert durch

$$\begin{aligned} f_0 &= 0, & f_1 &= 1 \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} & \text{für } n \geq 2 \end{aligned}$$

Berechnen Sie $\text{ggT}(f_n, f_{n+1})$ für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$.

Aufgabe 2. Wir betrachten den endlichen Körper $k = \mathbb{F}_{461}$ mit 461 Elementen. Stellen Sie die folgenden Elemente

$$a = \frac{1}{144}, \quad b = \frac{17}{365}, \quad c = \frac{60}{420}$$

von k mit den Repräsentanten $0, 1, \dots, 460$ dar.

Aufgabe 3. Wir betrachten den Körper $k = \mathbb{F}_{13}$. Bestimmen Sie die Lösungen $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{F}_{13}$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 3x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 4. Wir betrachten den Körper $k = \mathbb{F}_4$ (gegeben durch die Relation $\alpha^2 = \alpha + 1$). Bestimmen Sie die Lösungen $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{F}_4$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + \alpha \cdot x_2 + x_3 + \alpha \cdot x_4 &= 0 \\ \alpha \cdot x_1 + x_2 + (\alpha + 1) \cdot x_3 + \alpha \cdot x_4 &= 0 \end{aligned}$$