

Aufgaben zu „Integrale“ , 1

1. Geben Sie Stammfunktionen an für die folgenden Funktionen der Veränderlichen x :

a) $x + 2$, $(x + 2)^2$, $(x + 2)^3$, $(x + 2)^4$, $3(x + 2)^4$, $3(5x + 2)^4$,

b) $3x^2$, $(3x)^2$, $(3x)^5$, $3(3x)^5$,

c) $\sin x$, $\sin(x + 3)$, $\sin(4x)$, $\sin(4x + 3)$,

d) \sqrt{x} , $x\sqrt{x}$, $x + \sqrt{x}$, $\sqrt[3]{x^2}$, $\sqrt[4]{3x}$, $\sqrt{3x+5}$,

e) $\cos x$, $\cos h x$, $\sin h(2x)$, $\frac{2x}{x^2 + 1}$, $\tan x$, $\cot x$.

2. Geben Sie Stammfunktionen zu folgenden Funktionen an :

a) $f(x) = 1 / (x(x-1))$, b) $g(x) = (x^2 + 1)/(x^2 - 1)$, c) $h(x) = 1 / (4x^2 + 4x + 5)$.

3. Berechnen Sie durch partielle Integration :

a) $\int_0^3 x \sin x dx$, b) $\int_0^e x e^{-x} dx$.

4. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale :

a) $\int_0^2 \sqrt[4]{1+2x} dx$, b) $\int_1^2 \frac{e^{2x}}{1+3e^{2x}} dx$, c) $\int_{-e}^e x\sqrt{1+x^2} dx$, d) $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2 - 25}$

5. Ermitteln Sie Stammfunktionen zu

a) $f(x) = (1 - 2x)^2$, b) $g(x) = x \cdot (1 + x^2)^2$, c) $h(x) = x \sin(x^2)$, d) $i(x) = (1 + e^{-x}) / e^{2x}$

6. Skizzieren Sie das Schaubild der Funktion f über dem Intervall $[a, b]$ und berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Schaubild von f , der x - Achse und den Geraden $x = a$ und $x = b$:

a) $f(x) = 6x - x^2$, $a = 1$, $b = 5$; b) $f(x) = 1 + x^{-2}$, $a = \frac{1}{2}$, $b = 4$;

c) $f(x) = x + \sin x$, $a = 0$, $b = \pi$.

7. Berechnen Sie die Nullstellen von f , skizzieren Sie das Schaubild. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die das Schaubild mit der x - Achse einschließt :

a) $f(x) = 2x^2 - x^3$, b) $f(x) = -x^4 / 10 + 4x^2 / 5 + 9/10$, c) $f(x) = 40x^3 - 13x^2 - 27x^{-2}$.

8. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche , die von den Schaubildern der Funktionen f und g sowie den Geraden $x = a$ und $x = b$ begrenzt wird :

a) $f(x) = -x$, $g(x) = 4x - x^2$, $a = 0$, $b = 4$; b) $f(x) = x^{-2}$, $g(x) = -x^2$, $a = 1$, $b = 2$.