

# **Datenbanken I (T2INF2004)**

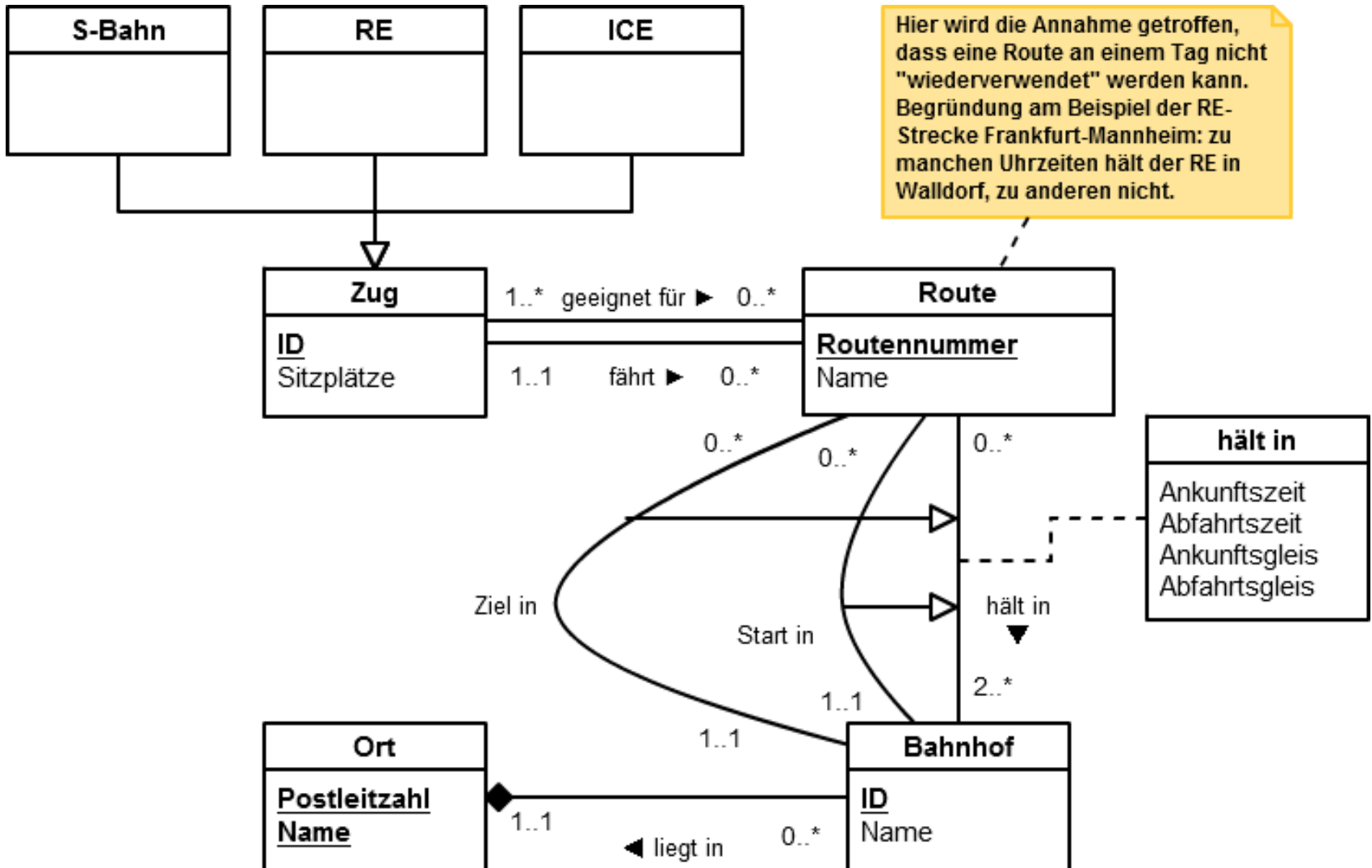
## **Foliensatz 4: Mengenlehre, Logik und Relationenalgebra**

**Uli Seelbach, DHBW Mannheim, 2023**

**Foliensatz freundlicherweise zur  
Verfügung gestellt von Mirko Schick**

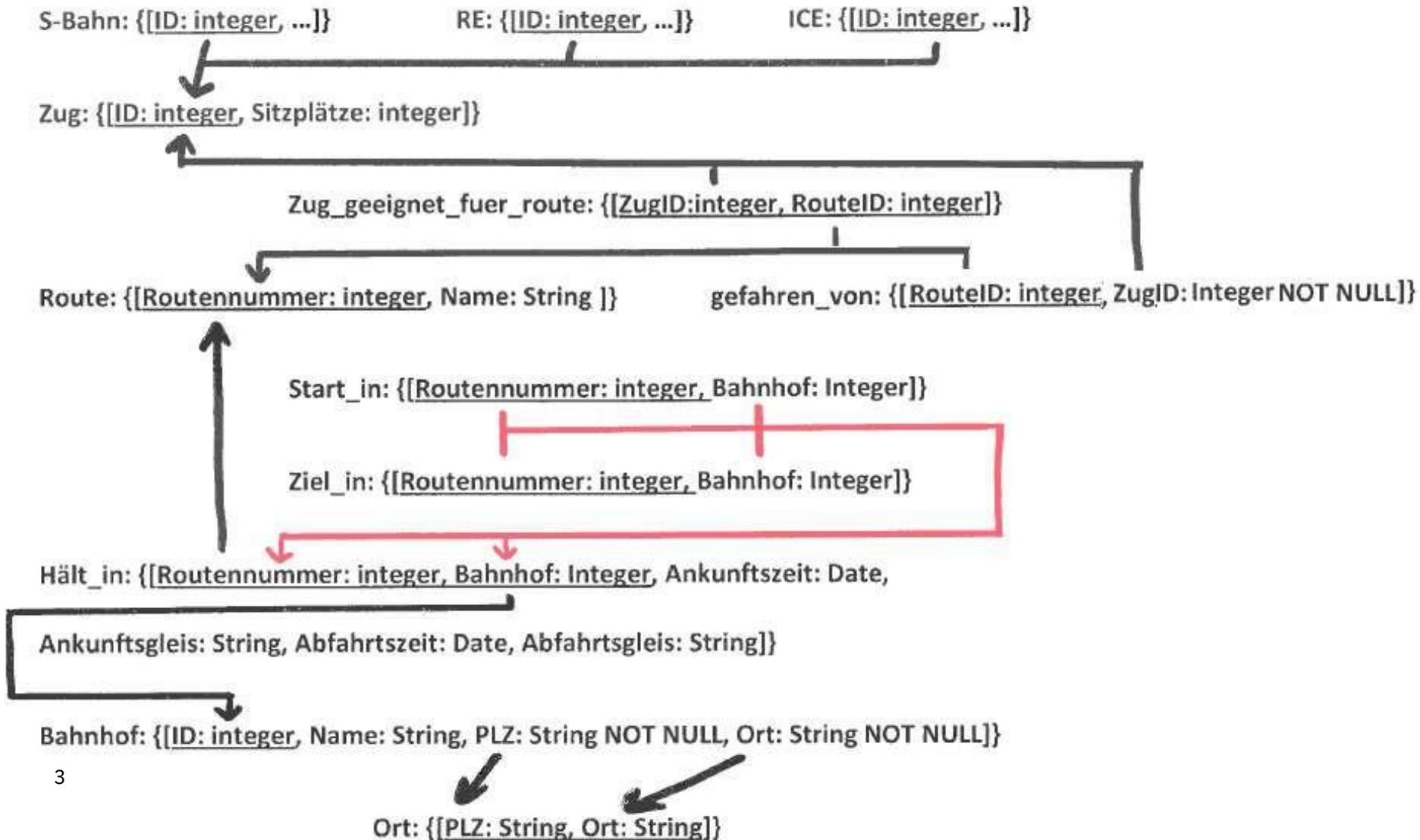
# Hausaufgabe Foliensatz 3

## DB-Entwurf mit UML, Lösungsvorschlag



# Hausaufgabe Foliensatz 3

## Schritt 1 ohne Zusammenfassen

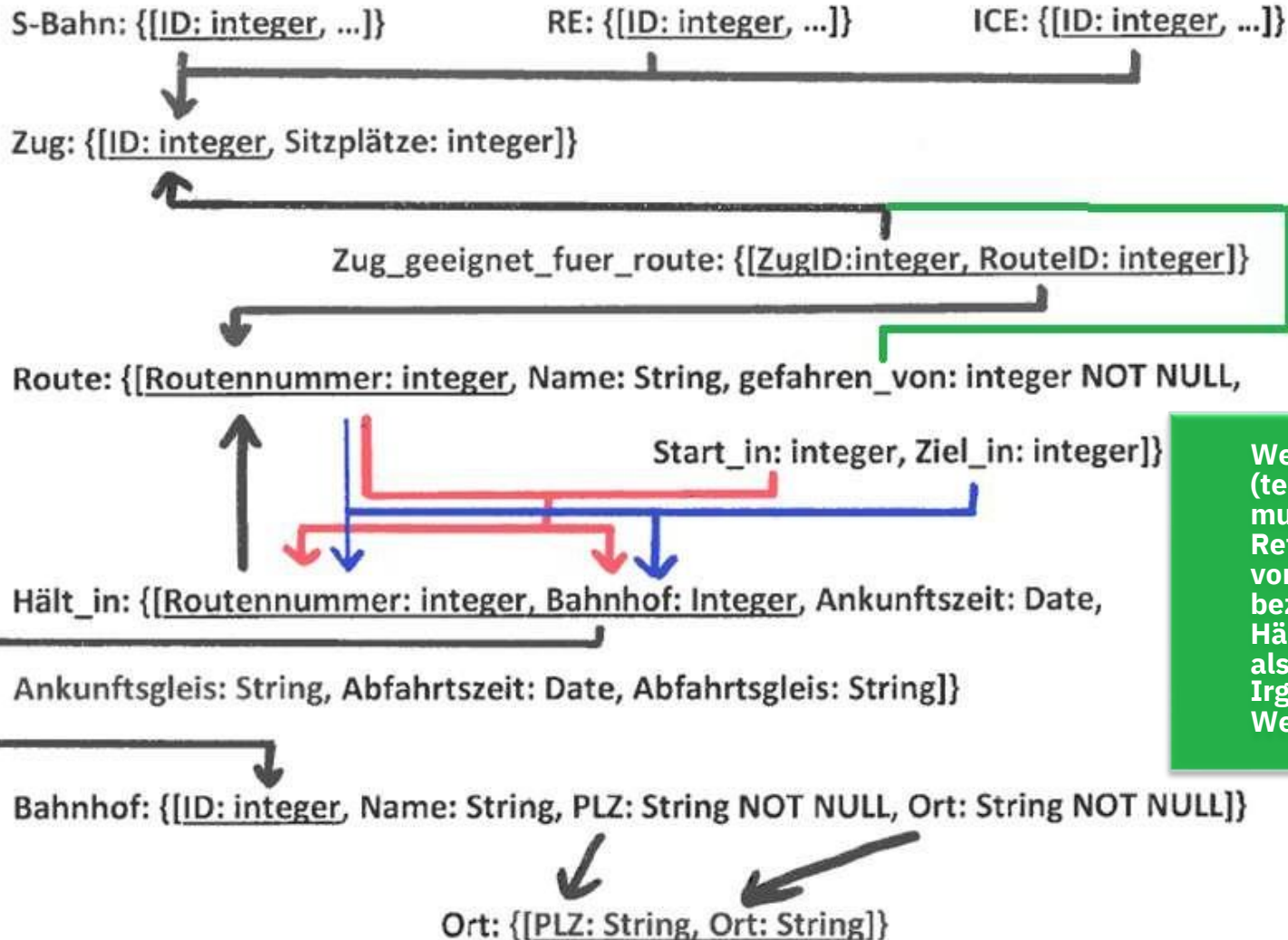


# Hausaufgabe Foliensatz 3

## Schritt 2 mit Zusammenfassen



NOT NULL bei  
Route.Start\_in bzw.  
Ziel\_in schlechte Idee.  
Warum eigentlich?



Wenn ein FK-Value (teilweise) NULL ist, dann muss der Wert in der Referenztabelle nicht vorkommen. In diesem Fall beziehen sich Route und Hält\_in aufeinander... Wo also zuerst ein INSERT? Irgendwo wird immer ein Wert fehlen...



# Datenbanken – in der Theorie

## Relationenalgebra

- Präsentiert 1970 von Edgar Codd
- Basiert auf der mathematischen Modellierung von Tabellen in Form von Relationen
- Um gewünschte Informationen aus einem Pool von Relationen zu extrahieren, bedarf es definierter Vorgehen → Relationenalgebra
- Dazu sollten aber ein paar Grundlagen aus der Mengenlehre und Logik wiederholt werden



# Mengenlehre

## Definition einer Menge

"Unter einer Menge verstehen wir eine Zusammenfassung von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens zu einem Ganzen."

Georg Cantor (1845-1918), Begründer der Mengenlehre

- Eine **Menge** besteht aus **Elementen**
- $e \in M$  bedeutet dann, dass  $e$  der Menge  $M$  angehört



# Mengenlehre

## Darstellung von Mengen

Generell auf zwei Wegen möglich

Explizit durch Aufzählen der Elemente

generisch

$\{x_1, x_2, \dots\}$

Beispiel

$\{2, 3, 5, 7\}$

Implizit durch Angeben eines Ausdrucks A zur Bildung der Menge

generisch

$\{x \mid A(X)\}$

Beispiel

$\{x \mid \text{„}x \text{ ist eine Primzahl kleiner } 10\text{“}\}$



# Mengenlehre

## Besonderheiten

- Die Menge mit 0 Elementen wird „leere Menge“ genannt
- Die Reihenfolge der Elemente einer Menge spielt keine Rolle
  - $\{1,2,3\} \equiv \{2,3,1\}$
  - Wenn das eine Rolle spielen soll, benötigt man „Listen“
- Die Anzahl nicht unterscheidbarer Elemente ist irrelevant (eine Menge enthält jedes Element nur einmal)
  - $\{1,2,3,3,3,3\} \equiv \{2,3,1\}$
  - Bei Bedarf: Multimengen, Notation z. B. mit Doppelklammer:  $\{\{1,2,3,3,3\}\}$





# Mengenlehre

## Kardinalität

- Kardinalität oder Mächtigkeit drückt die Anzahl der Elemente einer Menge aus
- Geschrieben:  $|M|$
- Leere Menge: Kardinalität 0

?

**Kardinalität folgender Mengen?**

- $\{1,2,3,4,5\}$
- $\{1,2,33,4,55,55\}$
- $\{\{1,2,3\},\{4,5\}\}$



# Mengenlehre

## Operatoren

- A heißt **Teilmenge** von B, wenn jedes Element von A auch Element von B ist.

$$A \subseteq B$$

- Zwei Mengen A und B sind **gleich**, wenn A Teilmenge von B und B Teilmenge von A ist.

$$A = B$$

- A heißt **echte Teilmenge** von B, wenn A Teilmenge von B ist, aber wenn A nicht gleich B ist.

$$A \subset B$$



# Mengenlehre

## Operatoren

**Durchstreichen** eines Mengenvergleichsoperators bzw. des Elementoperators bedeutet **Negieren** der jeweiligen Beziehung:

$$A \not\subseteq B$$

A ist nicht Teilmenge von B

$$A \neq B$$

A und B sind ungleich

$$A \subsetneq B$$

A ist keine echte Teilmenge von B

$$e \notin B$$

e ist kein Element von B



# Mengenlehre

## Operatoren

- Die Mengenlehre kennt drei grundlegende **Operationen**, mit denen man zwei Mengen verknüpfen kann:

<b>Vereinigung</b>	$A \cup B$	$\stackrel{\text{def}}{=} \{ e \mid e \in A \text{ oder } e \in B \}$
<b>Durchschnitt</b>	$A \cap B$	$\stackrel{\text{def}}{=} \{ e \mid e \in A \text{ und } e \in B \}$
<b>Differenz</b>	$A \setminus B$	$\stackrel{\text{def}}{=} \{ e \mid e \in A \text{ und } e \notin B \}$

- Beispiele dazu:

$$\{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

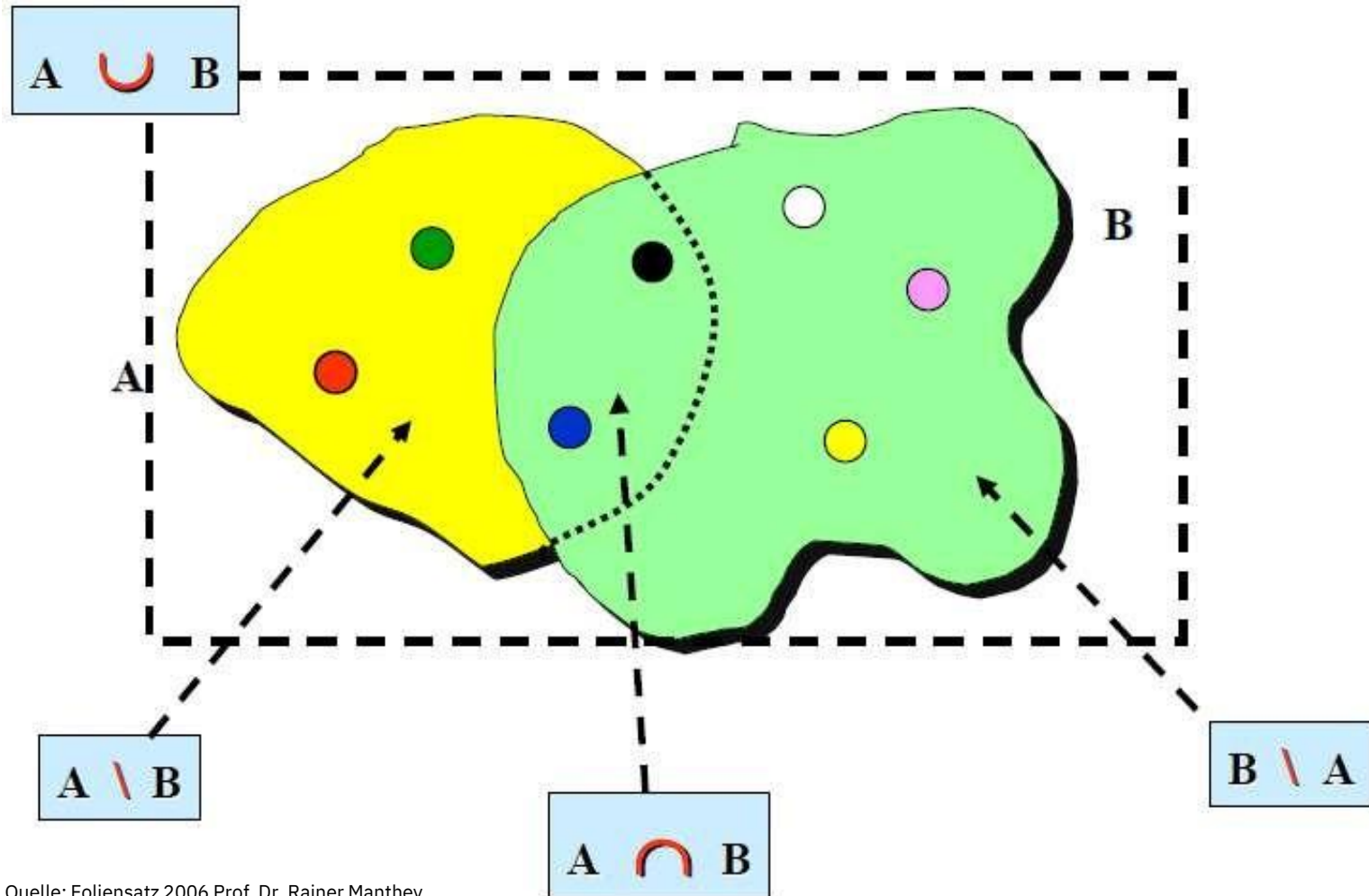
$$\{1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$$

$$\{1, 2\} \setminus \{2, 3\} = \{1\}$$



# Mengenlehre

## Beispiel für Anwendung von Mengenoperatoren





# Mengenlehre

## Kartesisches Produkt / Tupelbegriff

- weitere zweistellige Grundoperation der Mengenlehre:

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ und } b \in B \}$$

(kartesisches) Produkt

- verallgemeinerte Produktbildung für n Mengen ( $n \geq 2$ ) :

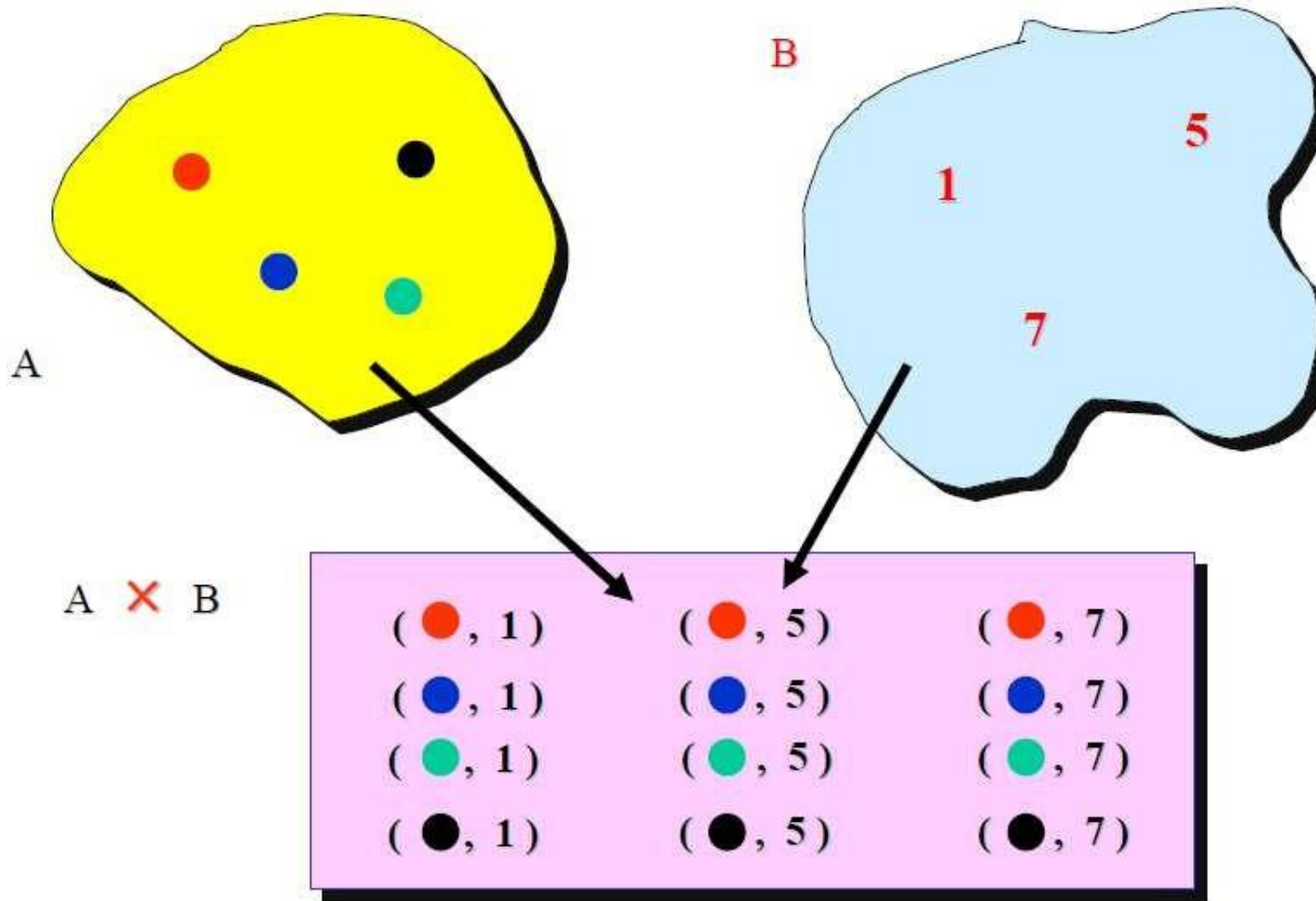
$$A_1 \times \dots \times A_n = \{ (a_1, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i \}$$

- Elemente des Produkts von n Mengen heißen (n)-Tupel.
- spezielle Bezeichnungen für Tupel:
  - $n = 2$ : Paare
  - $n = 3$ : Tripel
  - $n = 4$ : Quadrupel



# Mengenlehre

## Produktbildung zweier Mengen





# Mengenlehre

## Tupel und Relationen

- Mengen von Tupeln werden als Relationen bezeichnet
- Jede Teilmenge des kartesischen Produktes aus  $A \times B \times \dots \times Z$  ist eine Relation über  $A, B, \dots, Z$ :

$$R \subseteq A \times B \times \dots \times Z$$

- Relationen werden zur Veranschaulichung meist tabellenförmig dargestellt





# Logik

## Geschichte

- Grundlegend sind die beiden Gebiete
  - Aussagenlogik (formalisiert von Boole, Mitte 19. Jhd.)
    - Lehre von Aussagen und deren Verknüpfungen
    - Aussage: wahr oder falsch.
  - Prädikatenlogik (formalisiert von Frege, Ende 19. Jhd.)



# Logik

## Aussagenlogik

- Mehrere Aussagen könne zusammengesetzt werden und bilden eine neue Aussage  $\rightarrow$  dies kann anhand von Wahrheitstabellen dargestellt werden
- Einstellige und mehrstellige Junktoren
- Zweistellige Junktoren sind beispielsweise die Konjugation, Äquivalenz etc.
- Einstelliger Junktor zum Beispiel die Negation



# Logik

## Junktoren

- Zweistellige Junktoren der Aussagenlogik:

Konjunktion	$\wedge$	"und"	(auch: $\&$ )
Disjunktion	$\vee$	"oder"	(auch: $ $ )
Implikation	$\Rightarrow$	"wenn . . , dann . . "	
Äquivalenz	$\Leftrightarrow$	"genau dann . . , wenn . . "	

- Einstelliger Junktor:

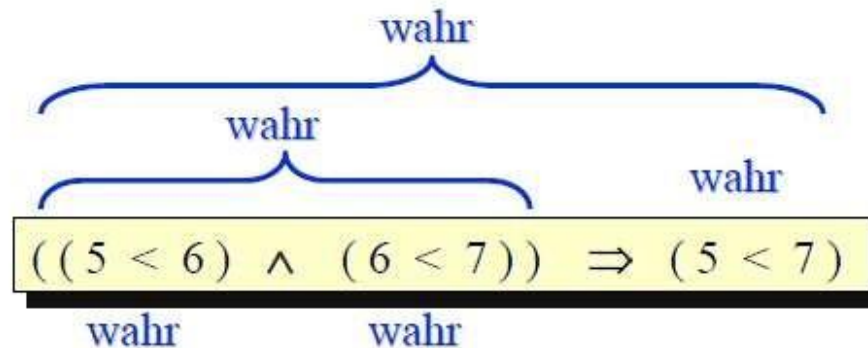
Negation	$\neg$	"nicht"
----------	--------	---------



# Logik

## zusammengesetzte Aussagen

- Wahrheitswerte **zusammengesetzter** Aussagen lassen sich systematisch aus den Wahrheitswerten ihrer **Teilaussagen** herleiten, z.B.:



- Mit einer ganz analogen Konstruktion lässt sich aber auch dieser Aussage der Wahrheitswert 'wahr' zuordnen:

!

$((5 < 6) \wedge (a \neq b)) \Rightarrow (5 < 7)$

- Fazit:** Teilaussagen (wahrer) zusammengesetzter Aussagen müssen **nicht** unbedingt "etwas miteinander zu tun" haben.



# Logik

## Wahrheitstafeln

- Junktoren sind also syntaktische "Werkzeuge", mit denen sich die Bedeutung ("Semantik") von zusammengesetzten Aussagen aus der Bedeutung der Teilaussagen herleiten lässt.
- Wie dies zu geschehen hat, wird i.a. durch sogenannte **Wahrheitstafeln** festgelegt:

z.B.: Wahrheitstafel  
für **Konjunktion**

A	B	$A \wedge B$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

W: wahr  
F: falsch

- wie folgt zu lesen: Wenn **A** wahr ist und **B** falsch, dann hat die Aussage  $A \wedge B$  den Wahrheitswert falsch.



# Relationale Algebra

## Einführung

- Was ist eine „Algebra“ oder algebraische Struktur?
  - System von Operatoren (korrekterweise „Verknüpfungen“ genannt), die auf einer bestimmten (im Regelfall nichtleeren) Trägermenge operieren: Inputparameter stammen aus dieser Trägermenge, Resultat ebenfalls!
  - Daraus folgt: Operatoren können auf Resultate anderer Operatoren angewendet werden (Schachtelung)
  - Beispiele
    - $x+2x=3x$  (elementare Algebra)
    - $\text{true OR false} = \text{true}$  (Boolesche Algebra)
    - Mengenalgebra
    - Kennen Sie jQuery? Es gibt Parallelen!
  - Siehe auch: [http://de.wikipedia.org/wiki/Algebraische\\_Struktur](http://de.wikipedia.org/wiki/Algebraische_Struktur)
- Relationale Algebra weist viele Parallelen mit der Mengenalgebra auf, aber
  - es handelt sich um ganz besondere Mengen: Tupelmengen
- <sup>22</sup> – Diese benötigen ein anderes Verhalten einiger Operatoren



# Relationale Algebra

## Vergleich mit Mengenalgebra

- Da es sich bei Relationen um Mengen handelt, sind Operatoren der Mengenalgebra ebenfalls anwendbar:

Operator	Beispiel
Vereinigung	$R \cup S$
Differenz	$R - S$
Durchschnitt	$R \cap S = R - (R - S)$
Produkt	$R \times S$

- Probleme in der Relationalen Algebra:

Operator	Problem
Vereinigung	Eventuell sind Relationen aufgrund der Tupel nicht vereinbar / vergleichbar
Differenz	
Durchschnitt	
Produkt	Attribute sind ggf. gleich benannt und werden somit mehrdeutig



# Relationale Algebra

## Vereinigungsverträglichkeit

**Problem:** Alle Verknüpfungen von Relationen mit Mengenoperatoren sind wieder Mengen, aber nicht alle sind auch wieder Relationen!

R:

PersNr	Name

$R \cup S$   
ist keine  
Relation!

S:

MatrNr	Name	Fach

⇒ nur Relationen „gleichen Typs“ können vereinigt / geschnitten / subtrahiert werden



a) gleiche **Stelligkeit**

b) **Namensgleichheit** der entsprechenden Spalten

- ggf. Umbenennung von Spalten erforderlich
- Umbenennung mittels Hilfsoperator  $\rho$  (griech. rho) , z.B.:  $\rho_{A \leftarrow B}(R)$

c) **Typgleichheit** der Spalten ( gleiche Wertebereiche  $d_i$  )



# Relationale Algebra

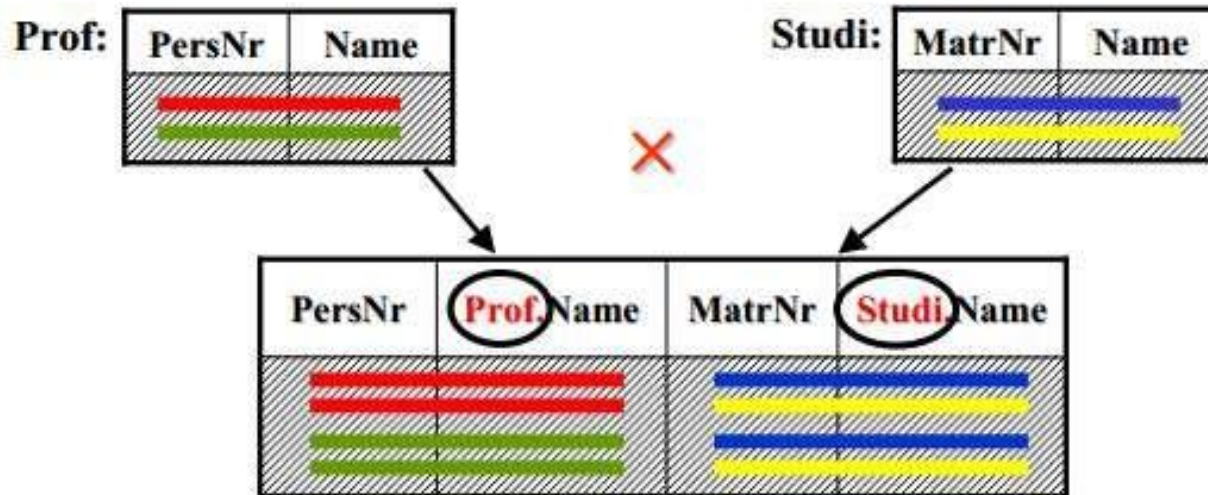
## Attributmehrdeutigkeit

bei Produktbildung:

$R \times S$

Identische Attribute in beiden Operanden machen Umbenennung im Relationenschema erforderlich!

(meist systematisch durch "Vorschalten" des Relationsnamens: R.a)



**Achtung!**

Operation entspricht nicht exakt dem Produkt der Mengenalgebra !!

$R \times S$  für n- und m-stellige Relationen sollte eigentlich eine Menge von (2)-Tupeln sein – hier direkte Konkatination der Operanden zu (n+m)-Tupel.



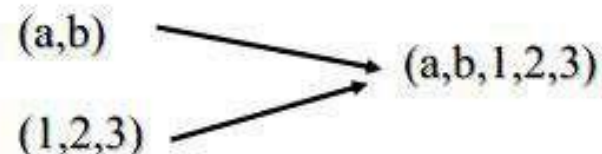
# Relationale Algebra

## Produktbildung

- Eigentlich ist das **Produkt** zweier Relationen immer eine zweistellige Relation, deren Elemente aber Tupel von Tupeln sind !

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ und } b \in B \}$$

- Wenn z.B. das Tupel (a,b) Element der zweistelligen Relation A und das Tupel (1,2,3) Element der dreistelligen Relation B ist, dann enthält – in der Mengenalgebra – das Produkt von A und B das Paar ( (a,b) , (1,2,3) ).
- In der Relationenalgebra ist die Produktbildung aber anders definiert als in der Mengenalgebra, denn hier werden die Tupelpaare der Operandenrelationen zusätzlich noch **konkateniert**, bevor sie ins Produkt aufgenommen werden:



- In der RA ist also das Produkt einer n-stelligen und einer m-stelligen Relation eine (n+m)-stellige und nicht etwa eine 2-stellige Relation !



# Relationale Algebra, Operatoren

## Operatoren

$\sigma$	Auswahl
$\pi$	(Selektion)
$\rho$	Projektion
$-$	Umbenennung
$\cup / \cap$	Differenz
$\div$	Vereinigung /
$\times$	Durchschnitt Division
$\bowtie_{\theta}$	Kreuzprodukt (Kartesisches Produkt, Cross-
$\bowtie$	Join)
$\bowtie_a / \bowtie_a$	Theta-Join
$\bowtie / \bowtie$	Natural Join
$\bowtie$	Left Semi-Join / Right Semi-Join
$\triangleright$	Left Outer-Join / Right Outer-
	Join Full Outer-Join
	Left Anti-Join (Complement of Left Semi-
	Join)

Professoren			
PERSNR	NAME	RANG	RAUM
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

Studenten		
MATRNR	NAME	SEMESTER
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

Assistenten			
PERSNR	NAME	FACHGEBIET	BOSS
3002	Platon	Ideenlehre	2125
3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127
3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127
3007	Spinoza	Gott und Natur	2126

Vorlesungen			
VORLNR	TITEL	SWS	GELESEN_VON
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

hören	
MATRNR	VORLNR
25403	5022
26120	5001
27550	4052
27550	5001
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5001
29555	5022

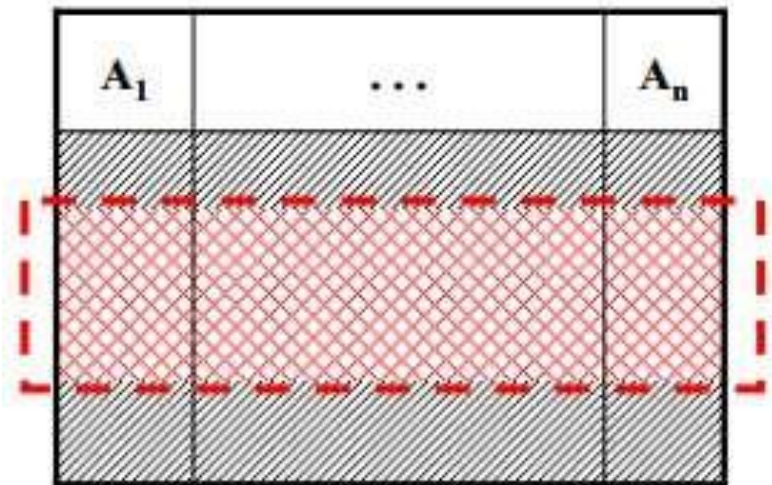
voraussetzen	
VORGÄNGER	NACHFOLGER
5001	5041
5001	5043
5001	5049
5041	5052
5041	5216
5043	5052
5052	5259

prüfen			
MATRNR	VORLNR	PERSNR	NOTE
28106	5001	2126	1
25403	5041	2125	2
27550	4630	2137	2

# Relationale Algebra, Operatoren

## $\sigma$ Auswahl (Selektion)

- Selektion (nicht mit „SELECT“ in SQL zu verwechseln!)
  - Darum werden wir diesen Operator in Zukunft „Auswahl“ nennen
  - Kann als Filter auf eine Relation betrachtet werden: Es werden die Tupel aus der Relation eliminiert, welche nicht der Bedingung genügen
- Allgemeine Anwendung:
  - $\sigma_{\text{cond}}(R)$
  - Cond kommt hier aus der Aussagenlogik: genutzt werden können Attribute, Konstanten, zum Datentyp passende Vergleichsoperatoren, Operatoren der booleschen Algebra und ggf. selbst definierte Funktionen enthalten
- Beispiel
  - $\sigma_{\text{Alter} > 21}(\text{Studenten})$
  - $\sigma_{\neg \text{Geschlecht} = 'w' \wedge \text{Alter} > 21}(\text{Studenten})$





# Relationale Algebra, Operatoren

## $\sigma$ Auswahl (Selektion) :: BEISPIEL

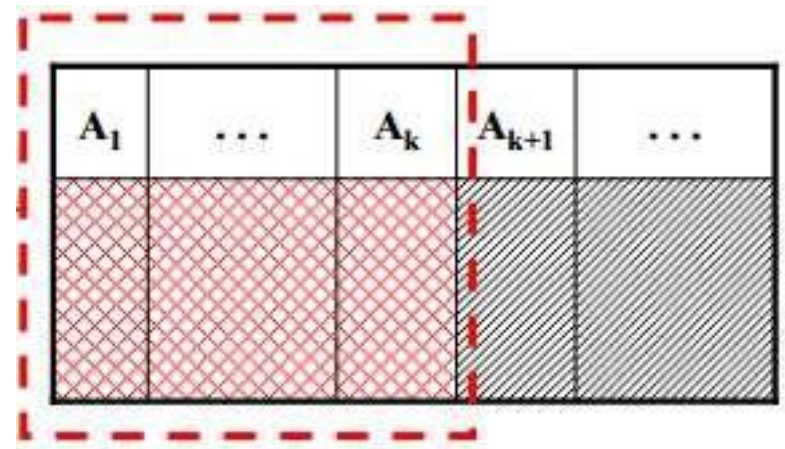
Studenten		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten)		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12

# Relationale Algebra, Operatoren

## $\pi$ Projektion

- Operator zum Ausblenden von Attributen durch explizite Angabe der gewünschten Spalten
- Die Kardinalität der Ergebnis-Relation ist immer kleiner oder gleich groß wie die Relation, auf die die Projektion angewendet wird
- Allgemeine Anwendung:
  - $\pi_{A_1, \dots, A_k}(R)$
  - Eliminiert alle übrigen Attribute von R (alle außer  $A_1, \dots, A_k$ )
  - Eliminiert ggf. Duplikattupel
- Beispiel
  - $\pi_{\text{Alter}}(\text{Studenten})$
  - $\pi_{\text{Geschlecht, Alter}}(\text{Studenten})$





# Relationale Algebra, Operatoren

## $\pi$ Projektion :: BEISPIEL

Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

$\Pi_{\text{Rang}}(\text{Professoren})$	
Rang	
C4	
C3	



# Relationale Algebra, Operatoren

## $\rho$ Umbenennung

Operator zum Umbenennen von Attributen oder Relationen

### Allgemeine Anwendung:

- $\rho_S(R) \rightarrow$  Umbenennung der Relation
- „S“ ist dann sozusagen ein Alias / eine temporäre Relation
- $\rho_{S(B_1, B_2, \dots, B_n)}(R) \rightarrow$  Umbenennung der Relation und aller Attribute
- $\rho_{(B_1, B_2, \dots, B_n)}(R) \rightarrow$  Umbenennung aller Attribute
- $\rho_{(A \leftarrow B_x, B \leftarrow B_y)}(R) \rightarrow$  Umbenennung zweier Attribute

### Beispiel:

- $\rho_{\text{Ergebnis}}(\sigma_{\text{Alter} > 21}(\text{Studenten}))$

→ Wir erinnern uns: Das Ergebnis jeder Operation ergibt wieder eine Relation (die auch 0 Tupel beinhalten kann)

# Relationale Algebra, Operatoren

## $\rho$ Umbenennung :: BEISPIEL

Studenten		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

$\Pi_{\text{Name}}(\sigma_{\text{Semester} > 10}(\text{Studenten}))$		
Name		
Xenokrates		
Jonas		

$\rho$  Ergebnis(Langzeitstudent  $\leftarrow$  Name)(

$\Pi_{\text{Name}}(\sigma_{\text{Semester} > 10}(\text{Studenten}))$ )

Ergebnis		
Langzeitstudent		
Xenokrates		
Jonas		



# Relationale Algebra, Operatoren

## Mengenoperationen $\cup$ $\cap$ $-$

- Vereinigung  $R \cup S$  ergibt eine Relation mit allen Tupeln aus  $R$  und  $S$ , diese sind in der Ergebnisrelation paarweise verschiedenen
  - kommutativ und assoziativ
- Schnittmenge  $R \cap S$  ergibt eine Relation mit allen Tupeln, die sowohl in  $R$  als auch in  $S$  vorhanden sind
  - kommutativ und assoziativ
- Differenz  $R - S$  ergibt eine Relation mit allen Tupeln, die in  $R$ , jedoch nicht in  $S$  vorhanden sind



# Relationale Algebra, Operatoren

## Mengenoperationen $\cup$ $\cap$ – :: BEISPIEL

Student	
Vorname	Nachname
Roy	Redmond
Farrah	Barnard
Phebe	Blackburn
Jay-Jay	Whitley
Rui	Rodriquez
Ivo	Coles
Darcie	Mercer
Mi	Chan

Lehrer	
Vorname	Nachname
Alena	Riley
Anna	Brock
Kendal	Needham
Farrah	Barnard
Phebe	Blackburn

Student $\cup$ Lehrer = Lehrer $\cup$ Student	
Roy	Redmond
Farrah	Barnard
Phebe	Blackburn
Jay-Jay	Whitley
Rui	Rodriquez
Ivo	Coles
Darcie	Mercer
Mi	Chan
Alena	Riley
Anna	Brock
Kendal	Needham

Student – Lehrer Student $\setminus$ Lehrer	
Roy	Redmond
Jay-Jay	Whitley
Rui	Rodriquez
Ivo	Coles
Darcie	Mercer
Mi	Chan

Lehrer – Student Lehrer $\setminus$ Student	
Alena	Riley
Anna	Brock
Kendal	Needham

Student $\cap$ Lehrer = Lehrer $\cap$ Student	
Farrah	Barnard
Phebe	Blackburn



# Relationale Algebra, Operatoren

## ÷ Division

- Dividiert man eine Relation R mit zwei Attributen A und B durch eine Relation S mit dem Attribut A, so erhält man eine Relation T mit dem Attribut B
  - In T.B sind alle Werte enthalten, die mit **jedem** Wert aus in S.A ein Tupel in der Relation R bilden

- Allgemeine Anwendung:
  - $T \leftarrow R \div S$

- Beispiel

R	
M	V
m <sub>1</sub>	v <sub>1</sub>
m <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>
m <sub>1</sub>	v <sub>3</sub>
m <sub>2</sub>	v <sub>2</sub>
m <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>

÷

S
V
v <sub>1</sub>
v <sub>2</sub>

=

R ÷ S
M
m <sub>1</sub>

Prüfung	
Student	Fach
Horst	Mathe I
Horst	Datenbanken
Marie	Mathe I
Marie	Datenbanken
Marie	Informatik Grundlagen
Peter	Englisch
Mae	Mathe I
Mae	Informatik Grundlagen

Pflichtprüfungen	
Fach	
Mathe I	
Informatik Grundlagen	

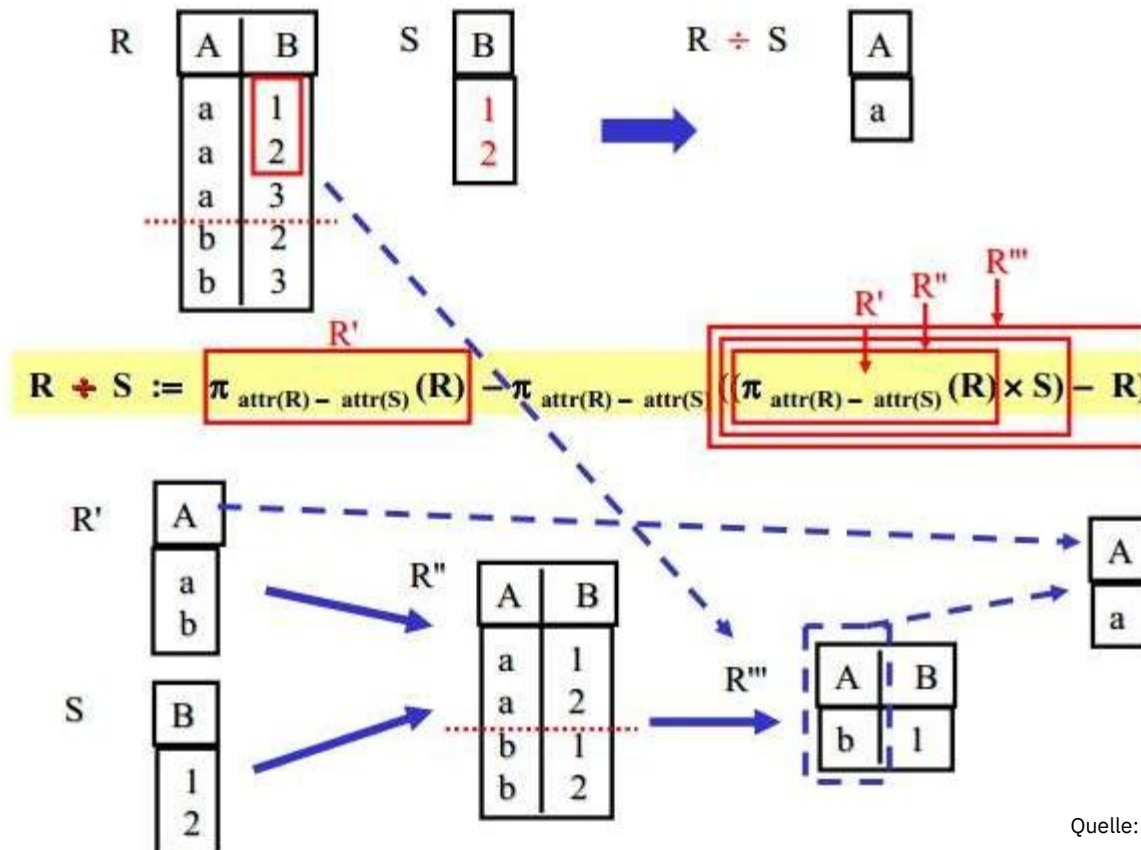
Prüfung ÷ Pflichtprüfungen	
Student	
Marie	
Mae	

# Relationale Algebra, Operatoren

## ÷ Division

- Kann aus anderen Operatoren abgeleitet werden:

$$R \div S := \pi_{R'}(R) - \pi_{R'}((\pi_{R'}(R) \times S) - R)$$





# Relationale Algebra, Operatoren

**Beispiel: Lösen Sie folgende Fragen mit relationaler Algebra!**



**Welchen Rang haben die Professoren  
in den 200er-Räumen?**



$\pi_{\text{Rang}}(\sigma_{\text{Raum} \geq 200 \wedge \text{Raum} < 300}(\text{Professoren}))$



# Relationale Algebra, Operatoren

**Übung: Lösen Sie folgende Fragen mit relationaler Algebra!**



**In welchen Räumen sind Sokrates, Russel oder Kopernikus? (\*)**



**Wie sind die Titel der Vorlesungen mit 2 SWS?**



**Welche Vorlesungen (Nr) hat 28106 besucht, die 29120 nicht besucht hat?**



**Welche Matrikelnummern haben bereits die Vorlesungen 5041 und 5052 gehört?**



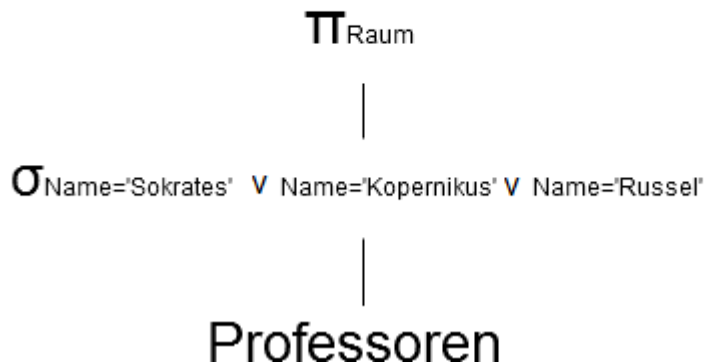
# Relationale Algebra, Operatoren

## Lösungen: 1 und 2

?

In welchen Räumen sind Sokrates, Russel oder Kopernikus?

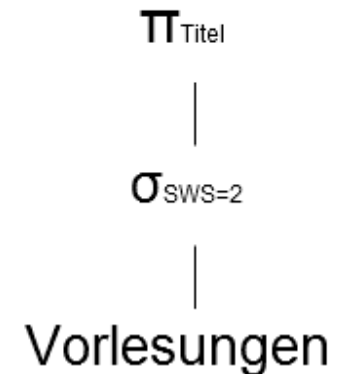
$\pi_{\text{Raum}}(\sigma_{\text{Name}=\text{'Sokrates'} \vee \text{Name}=\text{'Kopernikus'} \vee \text{Name}=\text{'Russel'}}(\text{Professoren}))$



?

Wie sind die Titel der Vorlesungen mit 2 SWS?

$\pi_{\text{Titel}}(\sigma_{\text{SWS}=2}(\text{Vorlesungen}))$

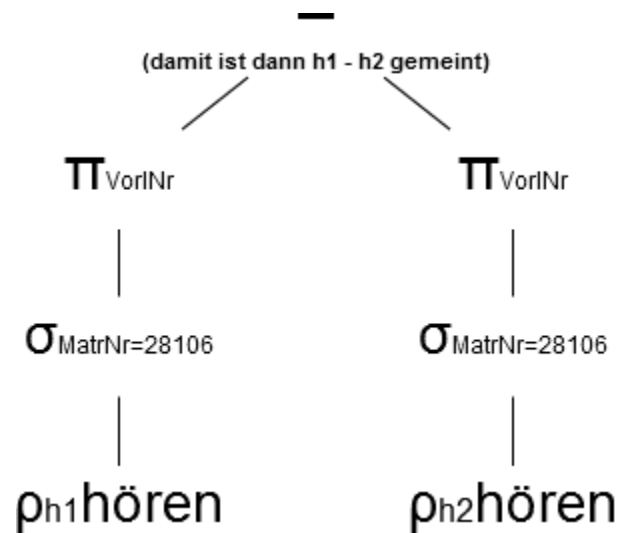


# Relationale Algebra, Operatoren

## Lösungen: 3



**Welche Vorlesungen (Nr) hat 28106  
besucht, die 29120 nicht besucht hat?**



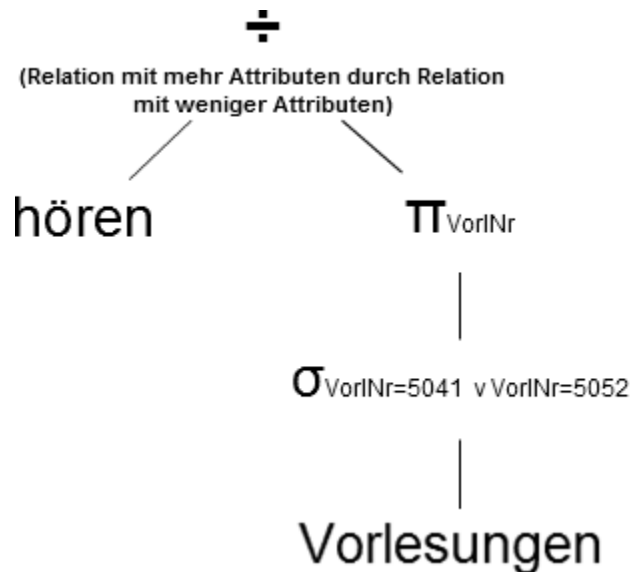
$$\pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{MatrNr}=28106}(\rho_{h1}\text{hören})) - \pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{MatrNr}=28106}(\rho_{h2}\text{hören}))$$

# Relationale Algebra, Operatoren

## Lösungen: 4



**Welche Matrikelnummern haben bereits die Vorlesungen 5041 und 5052 gehört?**



hören  $\div$   
 $(\pi_{\text{VorlNr}} \sigma_{\text{VorlNr}=5041 \vee \text{VorlNr}=5052}(\text{Vorlesungen}))$

Professoren			
PERSNR	NAME	RANG	RAUM
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

Studenten		
MATRNR	NAME	SEMESTER
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

Assistenten			
PERSNR	NAME	FACHGEBIET	BOSS
3002	Platon	Ideenlehre	2125
3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127
3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127
3007	Spinoza	Gott und Natur	2126

Vorlesungen			
VORLNR	TITEL	SWS	GELESEN_VON
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

hören	
MATRNR	VORLNR
25403	5022
26120	5001
27550	4052
27550	5001
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5001
29555	5022

voraussetzen	
VORGÄNGER	NACHFOLGER
5001	5041
5001	5043
5001	5049
5041	5052
5041	5216
5043	5052
5052	5259

prüfen			
MATRNR	VORLNR	PERSNR	NOTE
28106	5001	2126	1
25403	5041	2125	2
27550	4630	2137	2

# Relationale Algebra, Operatoren II

## Joins

- $\times$  Kreuzprodukt (Kartesisches Produkt, Cross-Join) **Theta-Join**
- $\bowtie_{\theta}, \bowtie_{\theta}, \dots$  **Join**
- $\bowtie$  Natural Join („normaler“)
- $a \triangleright a$  Left Semi-Join / Right Semi-Join **Left**
- $\bowtie / \bowtie$  **Outer-Join** / Right Outer-Join Full Outer-Join
- $\bowtie$  Join
- $\bar{\bowtie}$  **Left Anti-Join** (Complement of Left Semi-Join)

- Eine Relation R mit r-Tupeln & eine Rel. S mit s-Tupeln werden mit einer Join- Operation zu einer Rel. mit t-Tupeln kombiniert, wobei  $t \geq \min(r,s)$ ,  $t \leq r+s$
- Im Alltag mit „SQL“ haben vor allem die rot gekennzeichneten Joins Relevanz
  - Persönliche Meinung des Dozenten...
- Alle Joins, die keine Outer-Joins sind, sind Inner-Joins
- Alle nicht-Theta-Joins (bis auf X), vergleichen gleichnamige Attribute und werden als Natural Joins bezeichnet



# Relationale Algebra, Operatoren II

## Joins

$\times$	Kreuzprodukt (Kartesisches Produkt, Cross-Join)
$\bowtie_{\theta}, \Join_{\theta}, \dots$	Theta-Join
$\bowtie$	Natural Join
$a \triangleright a$	Left semi-join
$\Join / \Join$	Left / right outer join
$\Join$	Full outer join
$\triangleright$	Left anti-join

- Eine Relation R mit r-Tupeln & eine Rel. S mit s-Tupeln werden mit einer Join-Operation zu einer Rel. mit t-Tupeln kombiniert, wobei  $t \geq \min(r,s)$ ,  $t \leq r+s$
- Im Alltag mit „SQL“ haben vor allem die rot gekennzeichneten Joins Relevanz
- Alle Joins, die keine Outer-Joins sind, sind Inner-Joins
- Alle nicht-Theta-Joins (bis auf X), vergleichen gleichnamige Attribute und werden als Natural Joins bezeichnet
- Achtung bei Reihenfolge der Join-Operationen!



# Relationale Algebra, Operatoren II

## × Kreuzprodukt

- Ein Kreuzprodukt aus R und S enthält alle  $|R| \cdot |S|$  möglichen Tupel-Kombinationen beider Relationen. Das Schema der Ergebnisrelation  $\text{attr}(R \times S)$  entspricht  $\text{attr}(R) \cup \text{attr}(S)$ , wobei allen Attributnamen der Relationsname bei Bedarf vorangestellt wird (wichtig bei identischen Namen)
- Allgemeine Anwendung:
  - $R \times S$
- Beispiel
  - Studenten × schreibt\_prüfung\_in × Studienfach

# Relationale Algebra, Operatoren II

## × Kreuzprodukt :: BEISPIEL

Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022
29555	5001

**Professoren × hören**

Professoren				hören	
PersNr	Name	Rang	Raum	MatrNr	VorlNr
2125	Sokrates	C4	226	26120	5001
...	...	...	...	...	...
2125	Sokrates	C4	226	29555	5022
...	...	...	...	...	...
2137	Kant	C4	7	29555	5001



# Relationale Algebra, Operatoren II

## ⋈<sub>θ</sub> Theta-Join

- Das Kreuzprodukt hat den Nachteil, dass sehr viele „unnötige“ Tupel entstehen, obwohl eigentlich nur zueinander passende interessieren
  - Darum erfolgt in einem nächsten Schritt eine Selektion
- Ein Theta-Join aus R und S ist die verkürzte Schreibweise aus einem Kreuzprodukt mit anschließender Auswahl, die den „Joinpartner“ spezifiziert
  - $R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$
- Allgemeine Anwendung:
  - $R \bowtie_{\theta} S$

$R \bowtie_{\theta} S$  mit  $\Theta = (A \leq C \wedge S.B > 0)$

R

A	B
1	a
3	b
2	a

S

B	C
5	2
0	1
1	1



A	R.B	S.B	C
1	a	5	2
1	a	1	1
2	a	5	2

# Relationale Algebra, Operatoren II

## ⋈ Natural Join

- Der Natural Join ist wie auch der Theta-Join eine ableitbare Operation der RA, denn derselbe Effekt ließe sich auch durch Kombination von Projektion, Selektion und Kreuzprodukt erreichen
- Im Gegensatz zu einem Theta-Join werden hier jedoch automatisch gleichnamige Attribute „gematched“ ( $R.a=S.a$ ) und doppelte Attributnamen in der Ergebnisrelation ausgeblendet
- Allgemeine Anwendung:  
–  $R \bowtie S$

$$R \bowtie S = \pi_{A_1, \dots, A_m, R.B_1, \dots, R.B_k, C_1, \dots, C_n} \left( \sigma_{R.B_1 = S.B_1 \wedge \dots \wedge R.B_k = S.B_k} (R \times S) \right)$$

attr(R) – attr(S)			attr(R) ∩ attr(S)			attr(S) – attr(R)		
A <sub>1</sub>	...	A <sub>m</sub>	B <sub>1</sub>	...	B <sub>k</sub>	C <sub>1</sub>	...	C <sub>n</sub>

gemeinsame  
Attribute

Hierbei bezeichnet attr(R) die Attributmenge der Relation R.

# Relationale Algebra, Operatoren II

## ⋈ Natural Join :: BEISPIEL

Studenten		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
...	...	...
29555	Feuerbach	2

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
25403	5022
28106	4052
...	...
29555	5001

Vorlesungen			
VorlNr	Titel	SWS	gelesen Von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5022	Glaube und Wissen	2	2134
...	...	...	...
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

(Studenten ⋈ hören) ⋈  
Vorlesungen

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen						
MatrNr	Name	Semester	VorlNr	Titel	SWS	gelesenVon
26120	Fichte	10	5001	Grundzüge	4	2137
25403	Jonas	12	5022	Glaube und Wissen	2	2134
28106	Carnap	3	4052	Wissenschaftstheorie	3	2126
...	...	...	...	...	...	...



# Relationale Algebra, Operatoren II

## ⋈ Left Semi-Join / ⋈ Right Semi-Join

- **Semi-Join** (lat. "semi": halb):
  - Teilrelationenbildung eines der beiden Join-Operanden
  - zwei Varianten: linker und rechter Semi-Join
  - Nur diejenigen Tupel des ausgewählten Joinoperanden werden ausgewählt, die "einen **Joinpartner**" besitzen.
  - symbolische Notation:  $R \bowtie S$  (linker Semi-Join, rechter analog)
- Beispiel: (natürlicher) linker Semi-Join  $R \bowtie S$

R

A	B
1	2
3	1
2	5

S

B	C
5	2
2	1
2	1



$R \bowtie S$

A	B
1	2
2	5

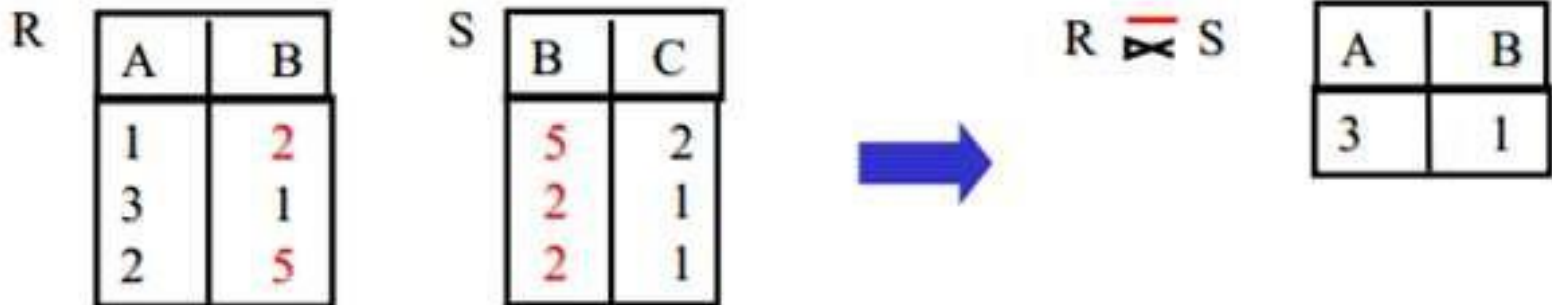


# Relationale Algebra, Operatoren II

## ▷ Left Anti-Join (Complement of Left Semi-Join)

- Im Gegenteil zum Left Semi-Join werden hier nur die Tupel angezeigt, die keinen Join-Partner besitzen (wurde von Codd nicht eingeführt und ist deshalb in vielen Bücher nicht einmal erwähnt...).
- Wichtig für Fragen wie „welche Studenten haben noch keine Vorlesung besucht“
- Right Anti-Join analog
- Allgemeine Anwendung:
  - $R \bar{\bowtie} S$
  - $R \bar{\bowtie} S$  (wenn als Komplement des Semi-Join verstanden)

Beispiel:





# Relationale Algebra, Operatoren II

⋈ **Left Outer Join**

⋈ **Right Outer Join**

⋈ **Full Outer Join**

- Ein Outer Join erweitert den schon bekannten Theta-Join so, dass zusätzlich zu allen Tupeln, die die Join-Bedingung erfüllen, auch jene enthalten sind, die sie nicht erfüllen. Die Attribute der jeweils anderen Input-Relation werden dann mit NULL-Werten aufgefüllt
- Das Wort „Left“, „Right“ oder „Full“ gibt an, aus welcher Relation auf jeden Fall alle Werte enthalten sein müssen
  - Der Full Outer-Join ist die Vereinigungsmenge aus Left- und Right-Join
- Allgemeine Anwendung:
  - $R \bowtie S$
- Wozu? Es gehen keine Tupel ohne entsprechenden Join-Partner „verloren“



# Relationale Algebra, Operatoren II

## ⋈ / ⋈ Left / Right Outer Join :: BEISPIEL

L			⋈	R			=	Resultat				
A	B	C		C	D	E		A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	⋈	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	=	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>		a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-

L			⋈	R			=	Resultat				
A	B	C		C	D	E		A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	⋈	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	=	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>		-	-	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

# Relationale Algebra, Operatoren II

## ⋈ Full Outer-Join :: BEISPIEL

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>
		c <sub>3</sub>

⋈

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-
-	-	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

?

Technisch „korrekter“ wäre folgende Darstellung rechts mit vorangestellten Relationennamen, wie wir sie vom Theta-Join kennen. Warum haben wir bei allen NATURAL OUTER JOINS einen Informationsverlust, bei THETA OUTER JOINS jedoch nicht?

Resultat					
L.A	L.B	L.C	R.C	R.D	R.E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-	-
-	-	c <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>



# Relationale Algebra, Operatoren II

## Outer-Joins auch mit Theta verwendbar :: BEISPIEL

$R \bowtie_{\Theta} S$  mit  $\Theta = (R.A \leq S.C \wedge S.B > 0)$

R

A	B
1	a
3	b
2	a

S

B	C
5	2
0	1
1	1



A	R.B	S.B	C
1	a	5	2
1	a	1	1
2	a	5	2
3	b	Null	Null
Null	Null	0	1

- Vorweg: So wird das auch in SQL gemacht... NATURAL OUTER JOINS werden Sie in der Praxis nie sehen



# Relationale Algebra, Operatoren II

## Joins

- Falls das Theta bei einem Join auf Gleichheit (welcher Art auch immer) beruht ( $R.a=S.a \wedge R.b=S.b$ ), spricht man von einem Equi-Join („equals“)
- Falls kein Theta angegeben wird, spricht man von einem Natural Join
- Alle Joins, die keine Outer-Joins sind, sind Inner-Joins (bei einem Outer-Join werden NULL-Werte hinzugefügt)
- Doppelte Attributnamen werden in der Regel ausgeblendet (außer beim Kreuzprodukt)
- Theta-Joins und Kreuzprodukt sind kommutativ und assoziativ
  - Outer-Joins, Semi-Joins und Anti-Joins sind nicht kommutativ!
- Das Kreuzprodukt wird in der Praxis ebenfalls als Join (Cross-Join) bezeichnet. So kann man das Kreuzprodukt auch als speziellen Theta-Join ansehen.



**Wie kann man ein Kreuzprodukt als „Theta-Join“ schreiben?**



# Relationale Algebra

## logische Optimierung

- Für die „praktische“ Auswertung ist nicht jeder äquivalente komplexe algebraische Ausdruck „gleich teuer“
- In der RA gibt es einige Äquivalenzen, die man ausnutzen kann
  - Unnötige Projektionen löschen, Projektionen zu früh wie möglich anwenden, um „Datenmüll“ zu vermeiden
  - Redundante Selektionen löschen / zusammenfassen
  - Für Join-Operationen möglichst kleine Tabellen oder möglichst selektive conditions verwenden (viele Operatoren assoziativ: Reihenfolge dort egal)
- Beispiel: In welchen Semestern sind Sokrates' Studenten?
  - Wir verwenden hier der Einfachheit halber nur die ersten Buchstaben der Relationen:
    - $S \leftarrow$  Studenten
    - $H \leftarrow$  hören
    - $V \leftarrow$  Vorlesungen
    - $P \leftarrow$  Professoren



# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

- In welchen Semestern sind Sokrates' Studenten?

$\Pi_{\text{Semester}} ($

$\sigma_{p.\text{Name} = \text{'Sokrates'} \wedge$

$v.\text{gelesenVon} = p.\text{PersNr} \wedge$

$v.\text{VorlNr} = h.\text{VorlNr} \wedge$

$h.\text{MatrNr} = s.\text{MatrNr}$

$(p \bowtie v \bowtie h \bowtie s)$

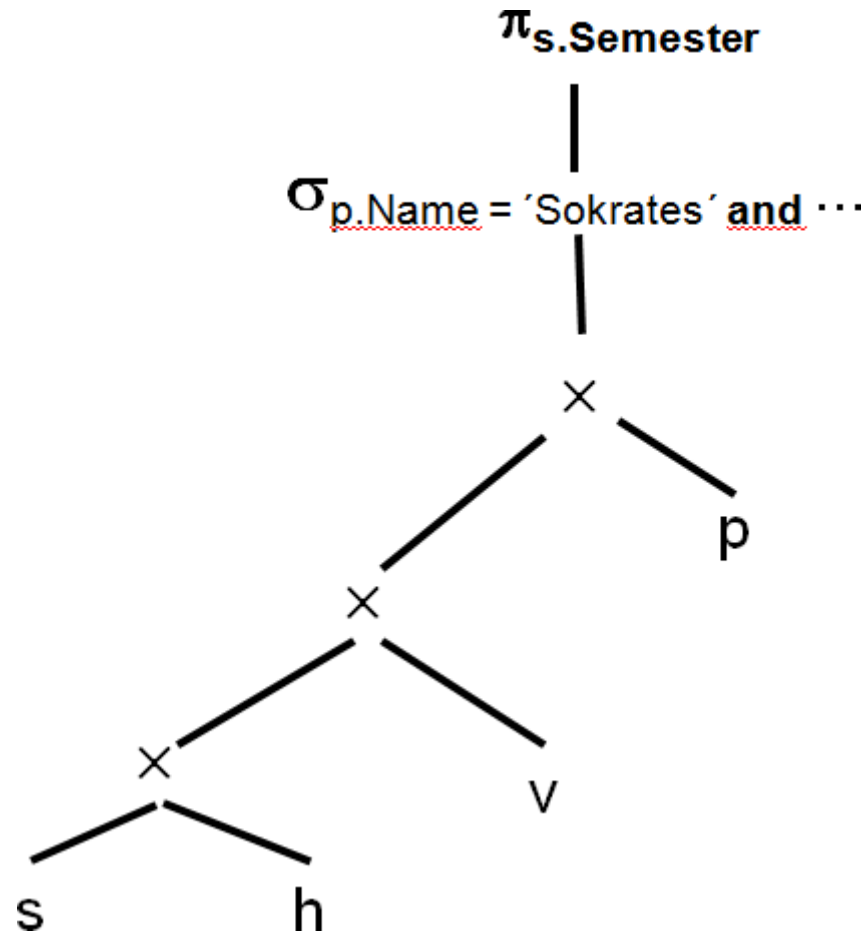
$)$

- Alternativ kann man das auch als Baum darstellen, bei komplexen Abfragen erhöht das die Übersichtlichkeit!!!



# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

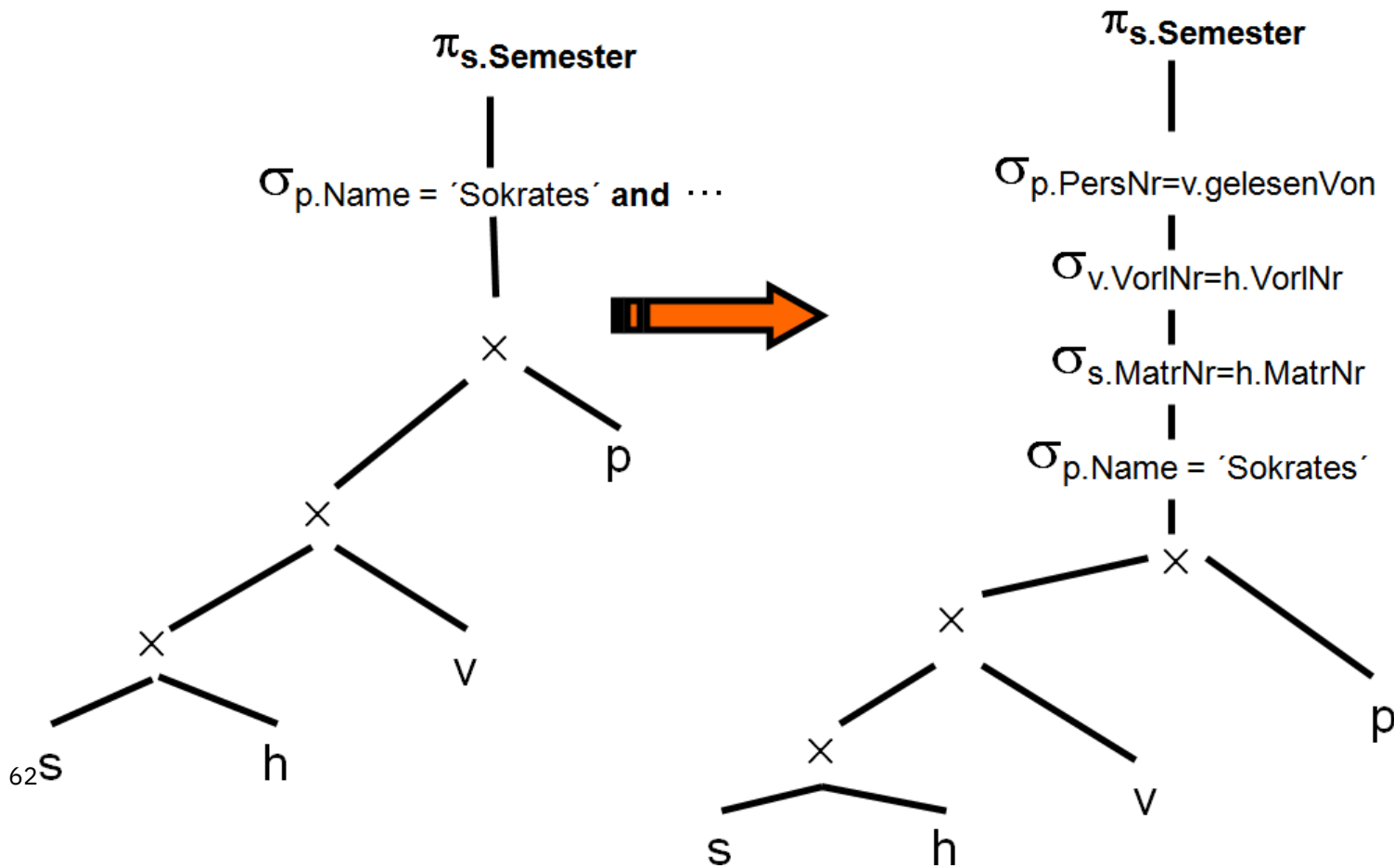




# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

### Aufspalten der Selektionsprädikate

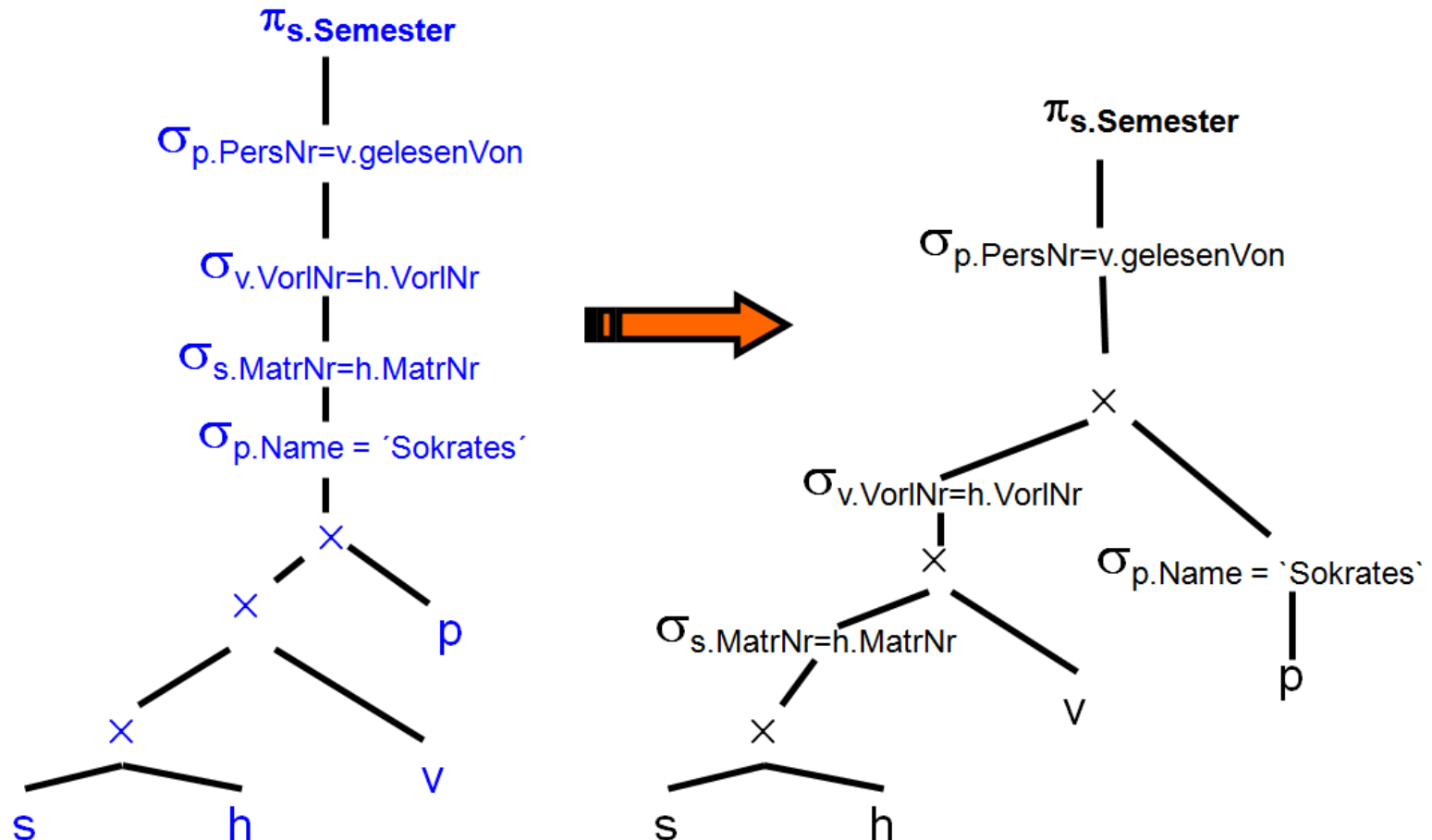




# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

### Verschieben der Selektionsprädikate „Pushing Selections“

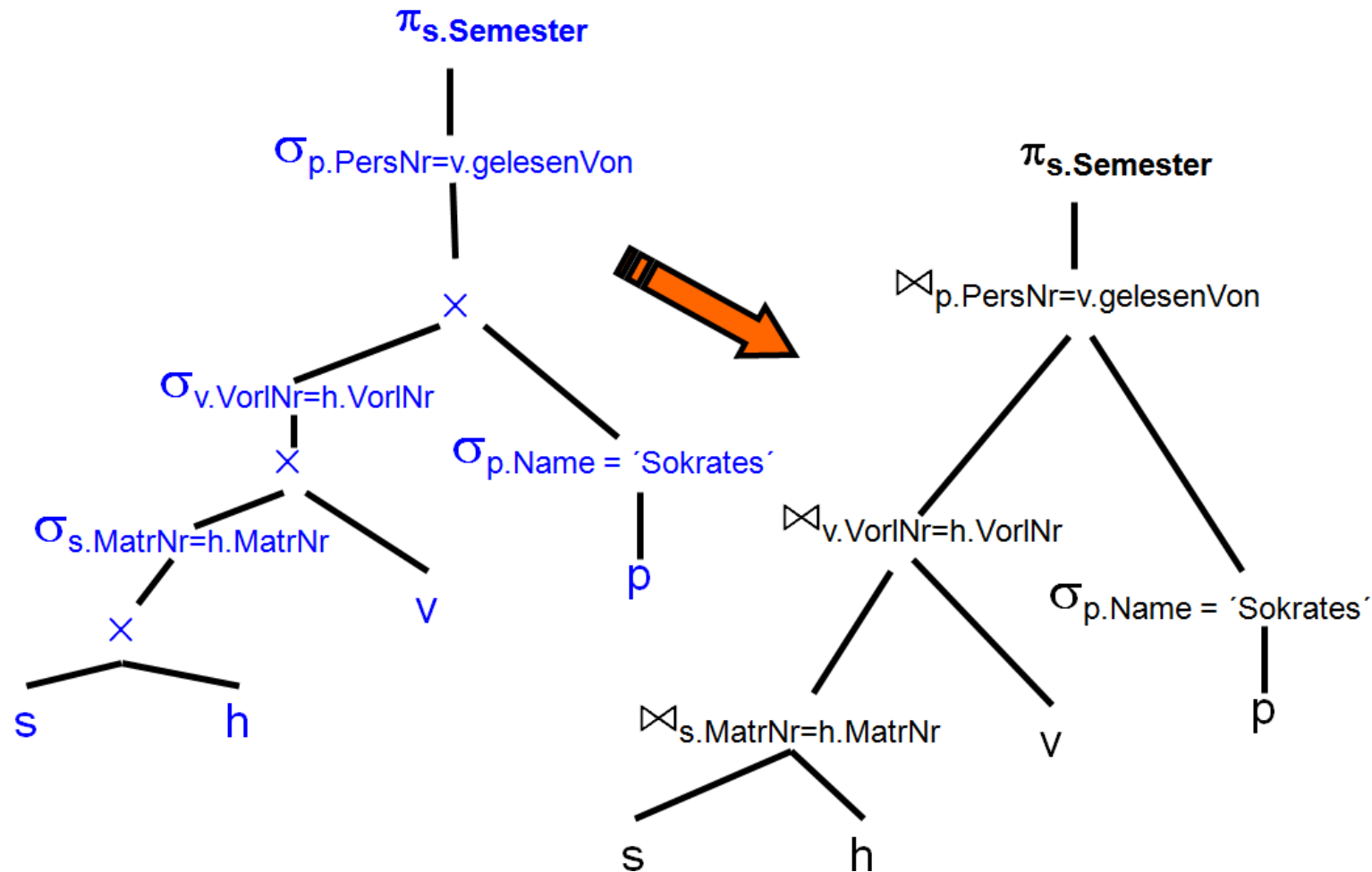




# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

### Zusammenfassung von Selektionen und Kreuzprodukten zu Joins



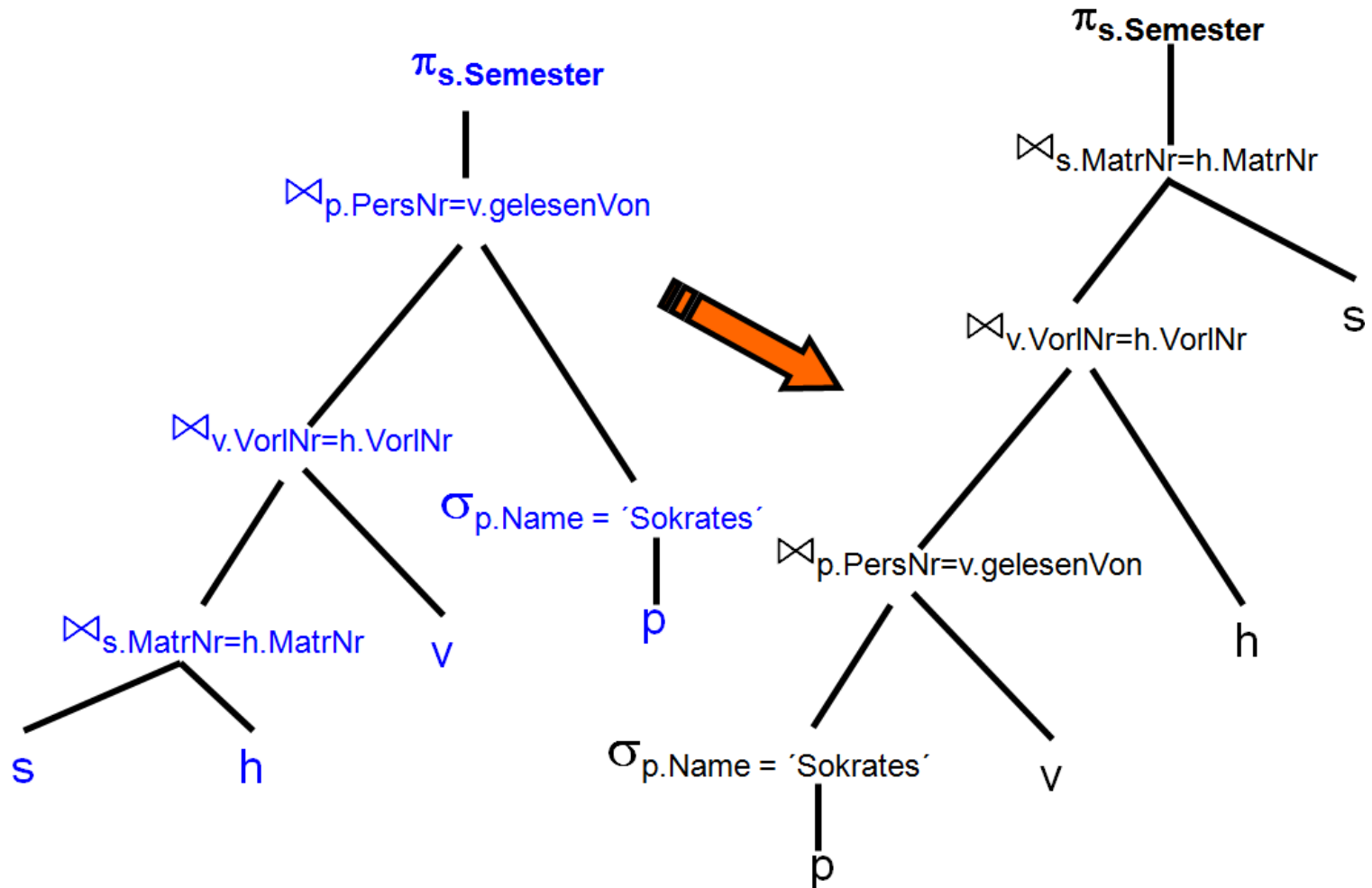




# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

### Optimierung der Joinreihenfolge Kommutativität und Assoziativität ausnutzen

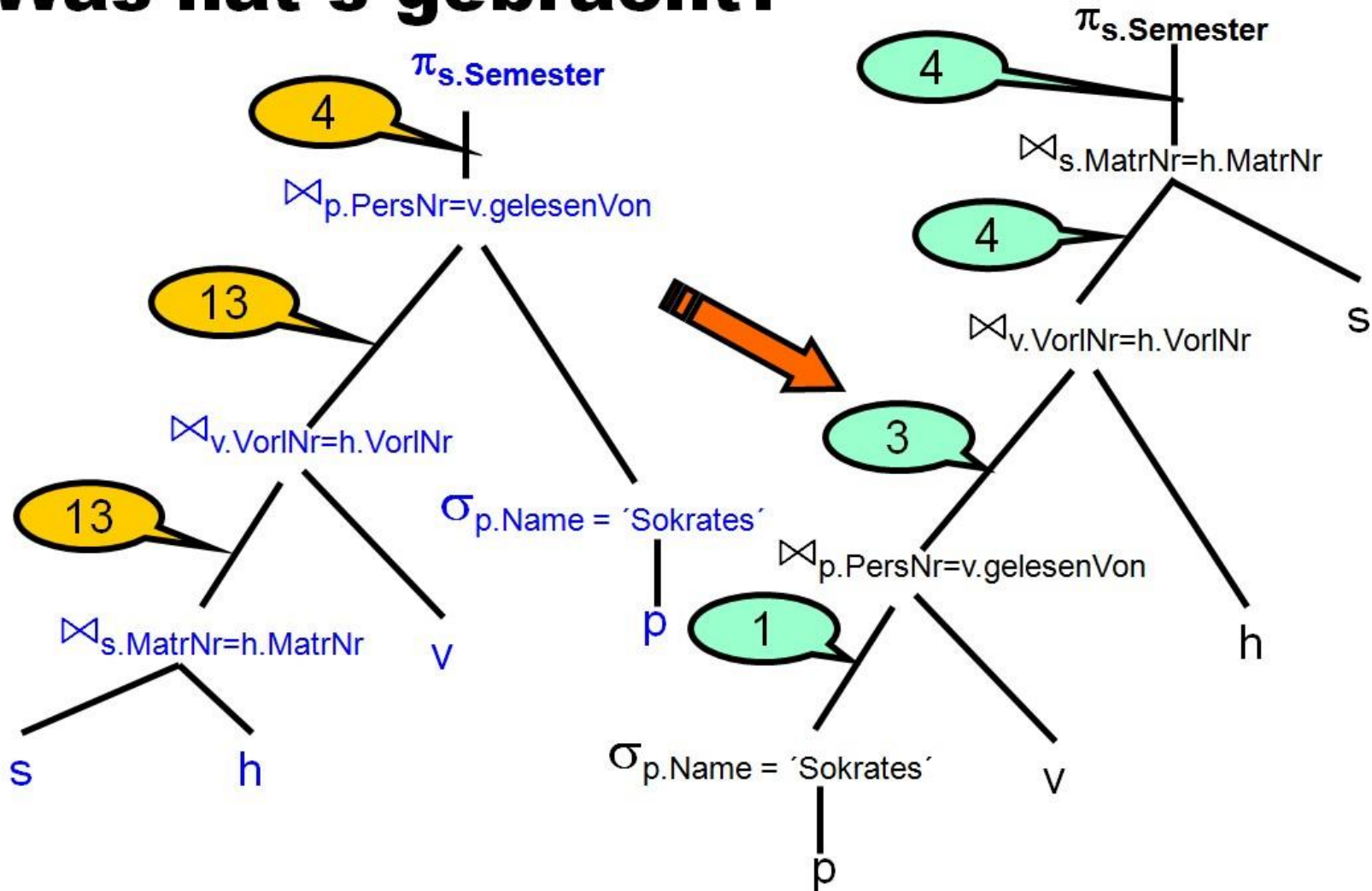




# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

### Was hat's gebracht?

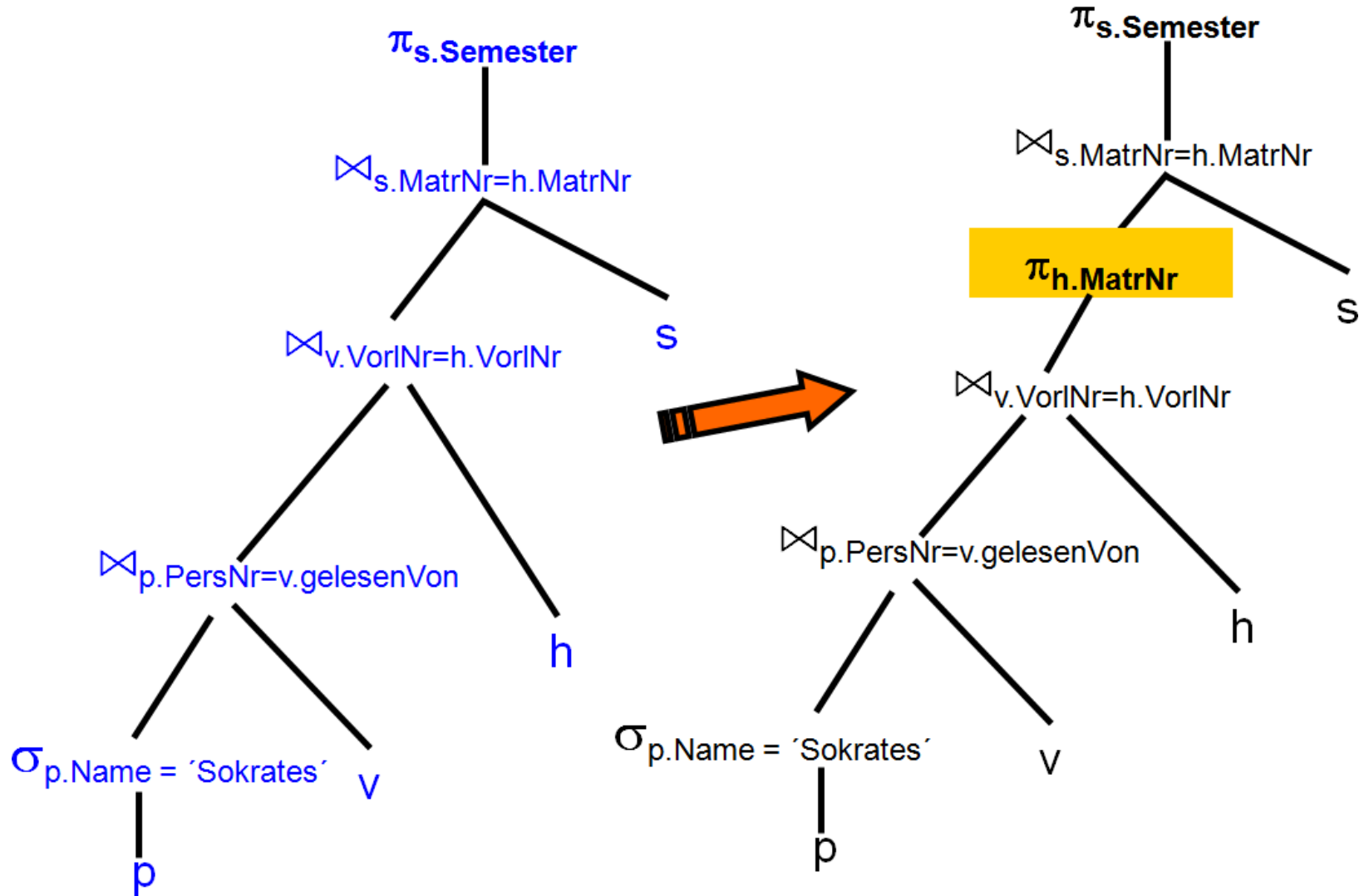


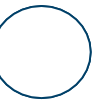


# Relationale Algebra

## logische Optimierung, Beispiel

### Einfügen von Projektionen





# Relationale Algebra

## weitere Optimierungen

- Physische Optimierung
  - Indexstrukturen, Suchbäume
  - Daten vorsortiert auf der Festplatte ablegen
- Kostenmodelle
  - Heuristiken / Statistiken / Verteilungen

# Relationale Algebra

## weitere Optimierungen

- Optimierung der Anwendungen
  - keine sinnlosen Anfragen
  - nicht unbedingt selbst den Algorithmus definieren, sondern der DB die Arbeit „überlassen“ (muss nicht immer das beste Performance-Ergebnis bringen). Folgende häufig in der Webentwicklung anzutreffende „Technik“ zwingt selbst high-end DB-Server in die Knie:

```
1 $result = mysql_query("some-query");
2 while($cur = mysql_fetch_object($result)) {
3     $secondResult = mysql_query("some-query that uses $cur->id");
4     while($result2 = mysql_fetch_object($secondResult)) {
5         echo $result2->name . "<br>";
6     }
7 } // AUTSCH! Was ist hier schief gelaufen?!
```

# Relationale Algebra, Operatoren II



**Übung: Lösen Sie folgende Fragen mit relationaler Algebra!**

**Tipp: Kürzen Sie jede Relation mit den Anfangsbuchstaben ab.**

?

**Zeige die Assistenten (Namen) von Sokrates, deren Fachgebiet mit „S“ beginnt!**

?

**Zeige alle Studentennamen, die weniger Semester haben als Schopenhauer!**

?

**Zeige, welche Noten Professoren mit dem Rang C4 an die Studenten „Fichte“ bzw „Jonas“ vergeben haben**

?

**Welche Studenten (Namen) haben bereits Ethik und Wissenschaftstheorie gehört?**

**Bearbeitungszeit: 20 Minuten**

Professoren			
PERSNR	NAME	RANG	RAUM
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

Studenten		
MATRNR	NAME	SEMESTER
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

Assistenten			
PERSNR	NAME	FACHGEBIET	BOSS
3002	Platon	Ideenlehre	2125
3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127
3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127
3007	Spinoza	Gott und Natur	2126

Vorlesungen			
VORLNR	TITEL	SWS	GELESEN_VON
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

hören	
MATRNR	VORLNR
25403	5022
26120	5001
27550	4052
27550	5001
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5001
29555	5022

voraussetzen	
VORGÄNGER	NACHFOLGER
5001	5041
5001	5043
5001	5049
5041	5052
5041	5216
5043	5052
5052	5259

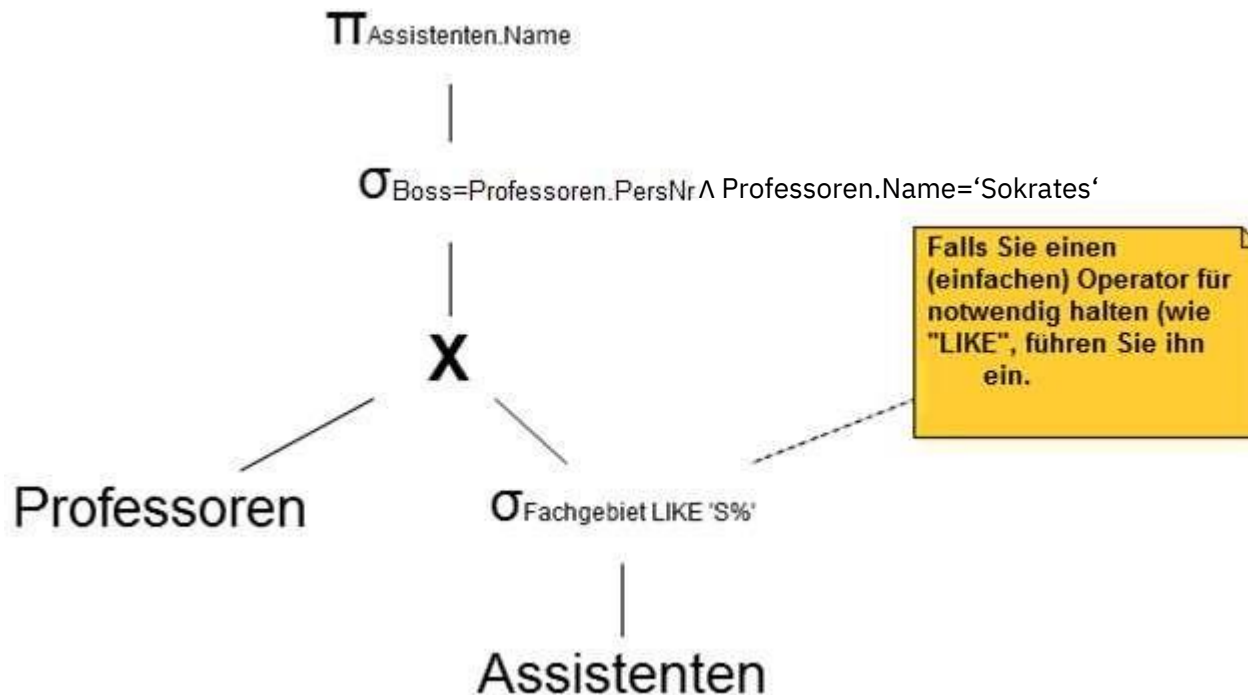
prüfen			
MATRNR	VORLNR	PERSNR	NOTE
28106	5001	2126	1
25403	5041	2125	2
27550	4630	2137	2

# Relationale Algebra, Operatoren II

## Lösungen: 1 (nur noch als Operatorbäume)



**Zeige die Assistenten (Namen) von Sokrates, deren Fachgebiet mit „S“ beginnt!**



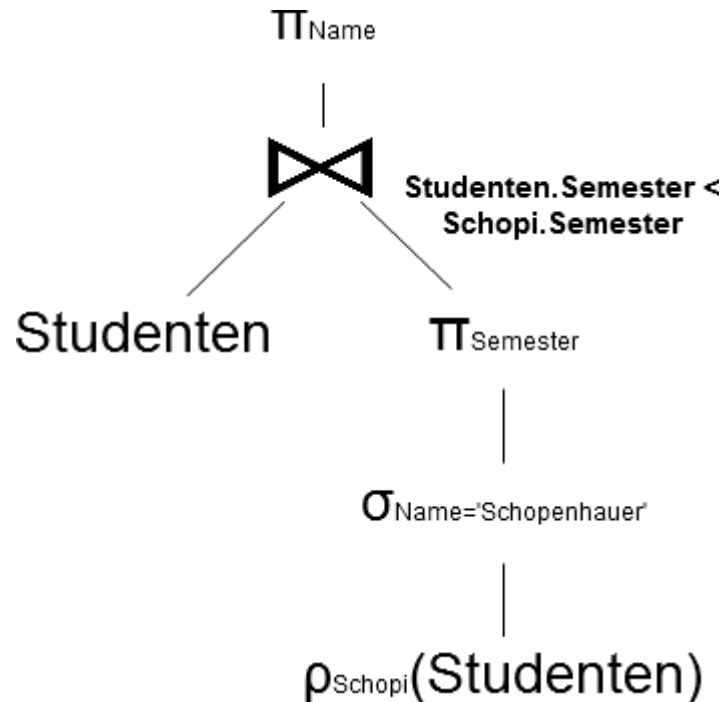


# Relationale Algebra, Operatoren II

## Lösungen: 2 (nur noch als Operatorbäume)



**Zeige alle Studentennamen, die weniger Semester haben als Schopenhauer!**

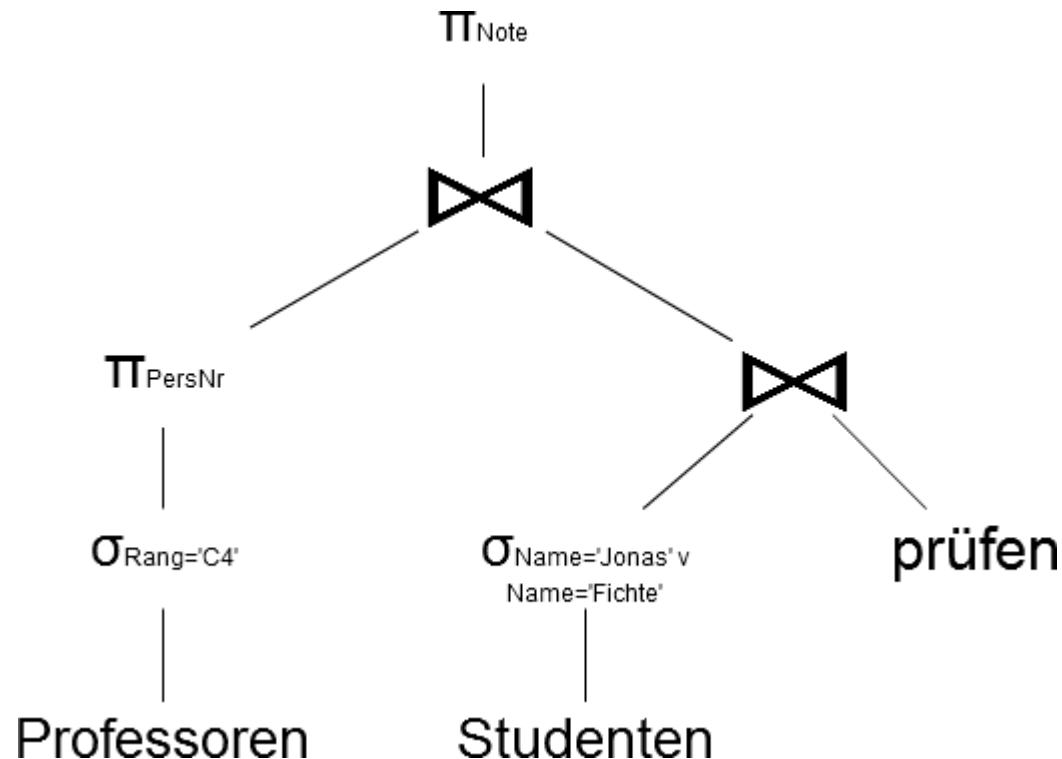


# Relationale Algebra, Operatoren II

Lösungen: 3 (nur noch als Operatorbäume)



Zeige, welche Noten Professoren mit dem Rang C4 an die Studenten „Fichte“ bzw „Jonas“ vergeben haben

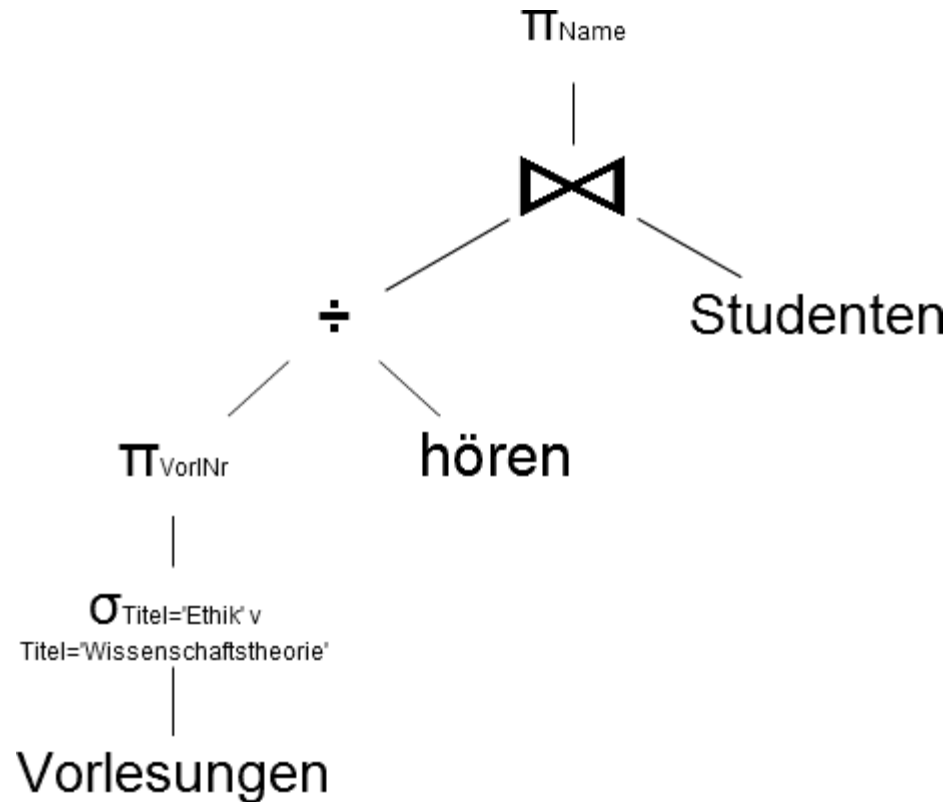


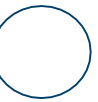
# Relationale Algebra, Operatoren II

## Lösungen: 4 (nur noch als Operatorbäume)



**Welche Studenten (Namen) haben bereits Ethik und Wissenschaftstheorie gehört?**





# Das waren die „Grundlagen“...

## wie geht es ggf. im Masterstudium weiter?

- Alternative zur RA: Formulierung von Anfragen durch **logische Terme** und **Formeln**
- wesentlicher Unterschied: Logiksprachen sind "**deskriptiver**" als algebraische Sprachen; Abarbeitungsreihenfolge ist aus Formeln meist nicht ersichtlich.
- In Codd's grundlegender Arbeit wurden **zwei logische Kalküle** für relationale Datenbanken vorgeschlagen, die heute die Grundlage der meisten "konkreten" Anfragesprachen bilden:

**Tupelkalkül**

(engl.: "**tuple** relational calculus", **TRC**)

**Bereichskalkül**

(engl.: "**domain** relational calculus", **DRC**)

bei Kemper/Eickler daher auch: **Domänenkalkül**

# Das waren die „Grundlagen“...

## wie geht es ggf. im Masterstudium weiter?

Welche Studenten studieren länger als 9 Semester ?

### Tupelkalkül:

- nicht-positionell
- Variablen für **Tupel**
- Attribute als Funktionssymbole
- Relationsnamen als Mengentypen

$$\{ [ s.Name ] \mid \text{Studenten}(s) \wedge s.Semester > 9 \}$$

Tupelvariable

### Bereichskalkül:

- positionell
- Variablen für **Attributwerte**
- keine Attribute
- DB-Relationsnamen als Relationssymbole des Kalküls

$$\{ [ n ] \mid \exists nr, sem: \text{Studenten}(nr, n, sem) \wedge sem > 9 \}$$

Bereichsvariablen



# Relationale Algebra

## Zusammenfassung

- Es gibt 6 Grundoperatoren, aus denen sich alle weiteren ableiten lassen:
  - Projektion, Auswahl (Selektion), Produkt, Vereinigung, Differenz, Umbenennung
  - Nun muss man sich bei der Definition des Produktes fragen, ob ein **Outer- Join** nicht auch dazugehört... siehe Hausaufgabe!
- Darüber hinaus viele abgeleitete Operatoren
- Eine Anfragesprache ist relational vollständig, wenn jeder Ausdruck der relationalen Algebra formuliert werden kann
  - Meist sind die Sprachen jedoch viel mächtiger
- Bereichs,- oder Tupelkalkül ein wenig mächtiger als RA, jedoch können Ausdrücke unsicher sein (Antwortmenge unendlich groß)
  - $\{ x \mid \neg R(x) \} \rightarrow$  Alle möglichen Tupel, die nicht in Relation R vorkommen...
- Diverse theoretische Erweiterungen (Aggregate [Summe, ...], Rekursion, ...)

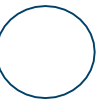
# Relationale Algebra

## Schwächen relational vollständiger Sprachen

- Es gibt trotzdem eine ganze Reihe **sinnvoller Anfragen**, die nicht in der RA formulierbar sind (und damit auch nicht in den sicheren Kalkülen).
- Um diese Fälle abzudecken, muss man die angeblich relational vollständigen Sprachen noch **erweitern**.
- Erweiterungen um **arithmetische** und **Aggregatfunktionen** (inklusive Gruppierungs- und Sortierungsoperatoren) sind in der Praxis unerlässlich.
- **Boolesche Anfragen** (Ja/Nein-Anfragen) lassen sich in der RA gar nicht formulieren: Dazu müsste man die RA z.B. um Vergleiche mit der leeren Menge erweitern.
- weiterer schwerwiegender Mangel: **Rekursive Anfragen** (wie z.B. nach der transitiven Hülle einer Relation) lassen sich ebenfalls nicht ausdrücken:  
Dazu wurde für die RA ein "Hüllenoperator" \* vorgeschlagen.  
(Analoge Erweiterungen sind für die **Kalküle** möglich.)

**"Relational vollständige" Sprachen sind nicht so vollständig, wie es scheint . . . !**





# Hausaufgaben

## bis zur nächsten Vorlesung

@

(a) Zeigen Sie, dass sich der Left-Outer-Join aus anderen nicht-Outer-Join-Operatoren ableiten lässt.

Beachten Sie dabei, dass Sie die Konstante  $\{[NULL_1, \dots, NULL_n]\}$  für eine Relation mit  $n$  Attributen verwenden können, die nur NULL-Werte enthält.

@

(b) Ermitteln Sie alle Vorlesungstitel, die (direkte oder indirekte) Voraussetzung von „Der Wiener Kreis“ sind. Beachten Sie: es können Daten hinzukommen!

(c) Finden Sie die Professoren  $P$ , die eine Vorlesung halten, bei der alle direkten Vorgängervorlesungen (Voraussetzungen) von der selben Person  $Q$  gehalten werden ( $P$  und  $Q$  können gleich sein)

@

(d) Für Studenten müssen mögliche Betreuer der Bachelorarbeiten gefunden werden. Dies sind Assistenten der Professoren, bei denen ein Student schon mal Unterricht hatte. Erstellen Sie eine Übersicht aller möglichen Betreuer je Student. Falls es keinen gibt, soll NULL angezeigt werden.