DHBW Mannheim
Informatik

Mannheim, 09.11.2022
Mathematik II/1

---

# Übungsblatt 5

---

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die Steigung der Kurve mit Gleichung

$$x \cdot \left(y^2 + x^2\right)^2 - y \cdot (y^2 - x^2)^2 - (xy)^2 - y^2 + x^2 = 0$$

im Punkt $P = (1,\, 2)$.

**Aufgabe 2.** Bestimmen Sie alle Punkte $P = (a, b)$, in denen die Kurve $C$ mit der Gleichung

$$4x^3 - 36xy + 6y^3 = 58$$

waagrechte bzw. senkrechte Tangenten hat.

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie die Tangentialebene an die Fläche

$$3x^2 + 2x^2 + 4z^2 = 15$$

im Punkt $P = (1, -2, 1)$.

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie die Punkte $P = (a, b)$, an denen die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

mit $f(x, y) = (\sin^2(x) + y \cdot e^y,\, \cos^2(y)$ lokal umkehrbar mit differenzierbarer Umkehrfunktion ist, und bestimmen Sie die für diese Punkte die Ableitung der Umkehrfunktion im Punkt $f(P)$.

**Aufgabe 5.** An welchen Punkten ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x, y) = (x^2 + y^2,\, x^2 \cdot y^2)$$

lokal invertierbar? Bestimmen Sie alle in Frage kommenden Punkte $P = (a, b)$, und bestimmen Sie $D(g)(a^2 + b^2,\, a^2 \cdot b^2)$, wenn $g$ die lokale Umkehrfunktion von $f$ bei $(a, b)$ ist.
Bestimmen Sie speziell $D(g)(10,\, 9)$, wenn $g$ die lokale Umkehrfunktion von $f$ bei $(3,\, 1)$ (mit $f(3,\, 1) = (10,\, 9)$) ist, und bestimmen Sie eine lineare Approximation an $g$ im Punkt $P = (10,\, 9)$.

**Aufgabe 6.** Wir betrachten eine Abbildung$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$$

Berechnen Sie das totale Differential $D(f)$ dieser Funktion und zeigen Sie, dass $f$ genau dann lokal umkehrbar mit differenzierbarer Umkehrfunktion ist, wenn $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ eine invertierbare Matrix ist.
Bestimmen Sie die (lokale) Umkehrfunktion von $f$, wenn $f$ lokal umkehrbar ist.