
Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Die Dichte einer stetigen Zufallsvariable X ist gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} 12 \cdot x^2 \cdot (1 - x) & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bestimmen Sie Verteilungsfunktion, Erwartungswert und Varianz dieser Zufallsvariable.

Aufgabe 2. Sei X eine stetige Zufallsgröße, für die

$$P(X \geq x) = \begin{cases} x^{-4} & \text{für } x \geq 1 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

gilt.

- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von X .
- Berechnen Sie die Dichte $f(x)$ von X .
- Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X .

Aufgabe 3. Die Verspätungszeit verspäteter Züge (an einem gegebenen Bahnhof) kann in sehr guter Näherung durch eine Exponentialverteilung beschrieben werden. Dabei wird jeder Zug als verspätet betrachtet, der tatsächlich in der im Fahrplan angegebenen Minute abfährt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein verspäteter Zug innerhalb von 10 Minuten nach der fahrplanmäßigen Abfahrt den Bahnhof verlässt, liegt bei 80 %.

- a) Bestimmen Sie Dichte, Verteilungsfunktion, Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariable X , die die Verspätung eines zufällig ausgewählten verspäteten Zuges beschreibt.
- b) Sie stehen an diesem Bahnhof und warten bereits 10 Minuten auf ihren verspäteten Zug. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zug mindestens noch weitere 10 Minuten Verspätung hat?

- c) Neben den verspäteten Zügen verkehrt ein Teil der Züge auch pünktlich, und zwar an diesem Bahnhof exakt 40 %. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion für die Zufallsvariable, die für einen zufällig ausgewählten Zug die Differenz zwischen Abfahrtszeit und fahrplanmäßiger Abfahrtszeit beschreibt.

Aufgabe 4. In einer Aufgabe aus dem vorangegangenen Kapitel wurde die Zufallsvariable X betrachtet, die die Anzahl der Fehler, die während 12 Stunden an einem Digitalcomputer auftreten, beschreibt ($Po(0.25)$)

- Welche Verteilung hat unter den gegebenen Voraussetzungen die Zufallsvariable $Y = \text{Wartezeit auf den nächsten Fehler}$?
- Wie lange wird man im Mittel auf den nächsten Fehler warten?
- Während 12 Stunden ist kein Fehler aufgetreten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in den nächsten 12 Stunden ebenfalls kein Fehler ereignet?