

„Wiederholungsaufgaben , Ungleichungen“

1. Für welche reellen  $x$  gilt die Gleichung  $(x-2)^2 - 9 = (x-5)(x+1)$  ?
2. Für welche reellen  $a$  haben die folgenden Gleichungen genau eine , genau 2 , gar keine reelle Lösung  $x$  ?  
a)  $x^2 + 6x + a = 0$  , b)  $x^2 - 2ax + a^2 = 0$  , c)  $x^2 - 2ax + a = 0$  .
3. Bestimmen Sie alle reellen  $x$  mit der Eigenschaft :  $\frac{3}{|x-9|} > \frac{2}{x+2}$  .  
Tip: welche reellen Zahlen  $x$  scheiden von vornherein aus ?
4. Skizzieren Sie in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Menge der Punkte  $(x,y)$  mit  
a)  $|x+y| \leq 1$  , b)  $|x| + |y| \leq 1$  , c)  $x^2 + y^2 \leq 4$  , d)  $x^2 - 2x + y^2 - 3 \geq 0$  .
5. Zeigen Sie durch vollständige Induktion nach  $n$  :  
a)  $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$  , b)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$  .
6. Wie lauten die der 1. binomischen Formel entsprechenden Aussagen für  
 $(a+b)^5$  und  $(a+b)^6$  ?
7. Berechnen Sie die Binomialkoeffizienten  
 $\binom{10}{0}$  ,  $\binom{10}{1}$  ,  $\binom{10}{2}$  ,  $\binom{100}{97}$  ,  $\binom{45}{6}$  .
8. Zeigen Sie für natürliche  $k$  und  $n$  mit  $1 \leq k \leq n$  :  $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$  .