DHBW Mannheim
Informatik

Mannheim, 02.11.2022
Mathematik II/1

Übungsblatt 4

Aufgabe 1. a) Wir betrachten eine stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ und Elemente $a, b, c \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, die gegeben ist durch

$$h(t) = f(at + c, bt - c)$$

(in Abhängigkeit von den partiellen Ableitungen von f).

b) Bestimmen Sie das totale Differential der parameterabhängigen Funktion

$$z = f(x, y) = \sin(x \cdot y), \qquad x = x(u, v) = u \cdot v, \quad y = y(u, v) = u^2 + v^2$$

nach der Kettenregel.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion f gegeben durch

$$f(x, y) = e^{x+y} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + 1} - x - 3y$$

in Richtung $\overrightarrow{v} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ im Punkt $(0, 0)$.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Tangentialebene an die Funktion, gegeben durch

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2 + y^2 + 1}{x^4 + y^4 + 1}\right) + \sin(\pi \cdot x \cdot y^2)$$

im Punkt $(-2, 1)$.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die lineare Approximation an die Abbildung, gegeben durch

$$f(x, y) = \left(\frac{xy}{1 + x^2 + y^2}, \sqrt{x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1}\right)$$

im Punkt $P = (3, 1)$.

Aufgabe 5. Bestimmen Sie das totale Differential der Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x, y) = \left(\ln(\sqrt{x^2 + y^2 + 2}), \ \frac{\ln(x^4 + y^4 + 1)}{\sqrt{x^4 + y^4 + 1}}\right)$$

Aufgabe 6. a) Wir betrachten eine stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ und zwei Punkte $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, die gegeben ist durch

$$h(t) = f\left((t^2 + t) \cdot x_0, (t^3 + 1) \cdot y_0\right)$$

(in Abhängigkeit von den partiellen Ableitungen von f).

b) Wir betrachten zwei stetig differenzierbare Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Bestimmen Sie das totale Differential der Funktion $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, die gegeben ist durch

$$h(x, y) = \sin(f(x, y) \cdot g(x, y)) \cdot \ln(f(x, y)^2 + g(x, y)^2 + 1)$$

(in Abhängigkeit von f und g und den partiellen Ableitungen von f und g).