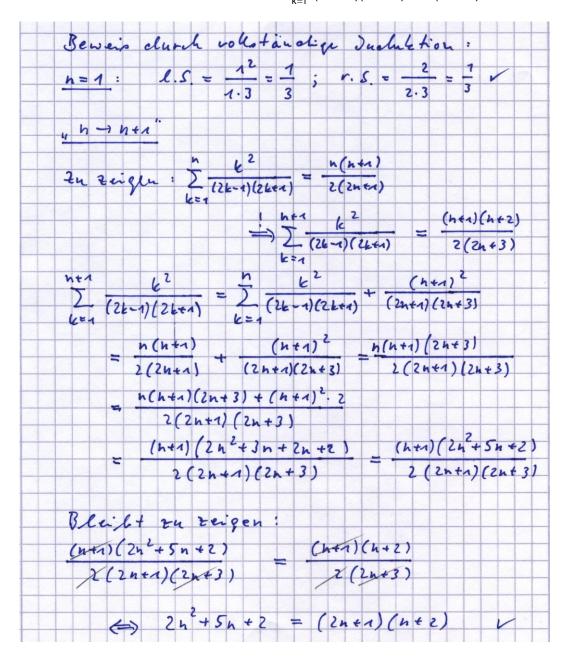
1. Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen n : $\sum_{n=1}^{n}$

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)} . \quad (20)$$



- 2. Sei $f(x) = x^4 5x^2 36$.
 - a) Zerlegen Sie f(x) in Faktoren von möglichst niedrigem Grad.
 - b) Zerlegen Sie g(x) = 1 / f(x) in Partialbrüche.

(8 + 13)

$$f(x) = x^{4} - 5x^{2} - 36$$
a) unif Sulshitution $x^{2} = : 4$

$$4^{2} - 5u - 36 = 0; u_{12} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} + 36$$

$$= \frac{5}{2} \pm \frac{13}{2}$$

$$= \frac{4}{2} \pm \frac{13}{2}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \frac{13}{2}$$

$$= \frac{13}{2} \pm \frac{13}{2} \pm$$

1) Partiallruh - Ausah:

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{(x-3)(x+3)(x^2+4)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+3} + \frac{Cx+D}{x^2+4}$$

$$1 = A(x+3)(x^2+4) + B(x-3)(x^2+4) + (Cx+D)(x-3)(x+D)$$

$$1 = A \cdot (-13) \Rightarrow A = \frac{1}{78}$$

$$1 = A \cdot (-13) \Rightarrow A = -\frac{1}{78}$$

$$1 = A \cdot (-13) \Rightarrow A = -\frac{1}{78}$$

$$1 = A \cdot (-13) \Rightarrow A = -\frac{1}{78}$$

$$1 = A \cdot (-13) \Rightarrow A = -\frac{1}{78}$$

$$1 = -\frac{1}{78} \cdot 4 \cdot 5 - \frac{1}{78} \cdot (-1) \cdot 5 + (C - \frac{1}{13}) \cdot (-8)$$

$$1 = \frac{1}{78} \cdot 4 \cdot 5 - \frac{1}{78} \cdot (-1) \cdot 5 + (C - \frac{1}{13}) \cdot (-8)$$

$$1 = \frac{1}{78} \cdot 4 \cdot 5 - \frac{1}{78} \cdot (-1) \cdot 5 + (C - \frac{1}{73}) \cdot (-8)$$

$$1 = \frac{1}{78} \cdot 4 \cdot 5 - \frac{1}{78} \cdot (-1) \cdot 5 + (C - \frac{1}{73}) \cdot (-8)$$

$$1 = \frac{1}{78} \cdot 4 \cdot 5 - \frac{1}{78} \cdot (-1) \cdot 5 + (C - \frac{1}{73}) \cdot (-8)$$

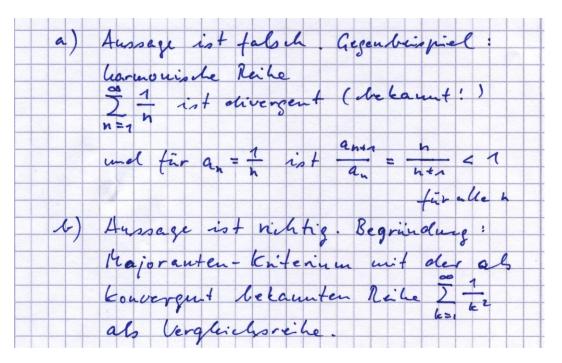
$$1 = \frac{1}{78} \cdot 4 \cdot 5 - \frac{1}$$

3. Welche der Aussagen ist richtig, welche falsch?

"Eine Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ mit positiven Gliedern a_k ist konvergent, wenn ...

- a) ... $\frac{a_{k+1}}{a_k} < 1$ für alle natürlichen Zahlen k " .
- b) ... $a_k \le \frac{1}{k^2}$ für alle natürlichen Zahlen k " .

Begründung oder Gegenbeispiel!

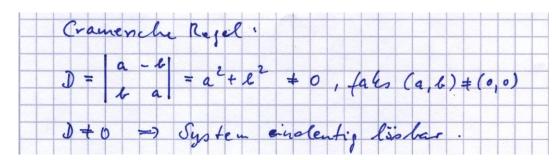


- 4. Sei $f(x) = 4\sqrt{x}$ und $g(x) = \frac{1}{2}x^2$.
 - a) Skizzieren Sie die Schaubilder der Funktionen f und g.
 - b) Ermitteln Sie alle Schnittpunkte dieser Schaubilder .
 - c) Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven y = f(x) und y = g(x) in den Schnittpunkten aus b) ?
 - d) Wie groß ist der Inhalt des von den Schaubildern der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächenstücks ?

(3+4+7+6)

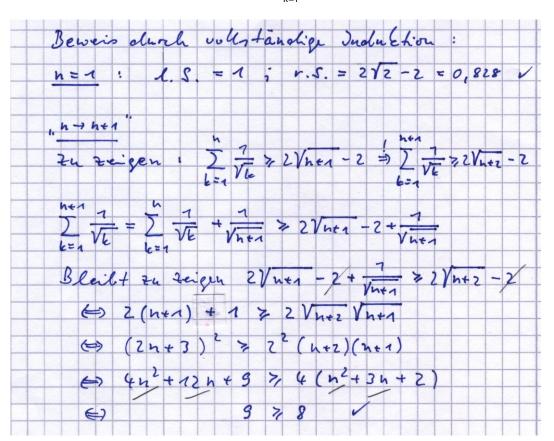
5. Zeigen Sie : das lineare Gleichungssystem $a \cdot x - b \cdot y = 10$, $b \cdot x + a \cdot y = 10$

ist immer eindeutig lösbar, wenn a und b nicht beide = 0 sind. (20)



Zeigen Sie für alle natürlichen Zahlen n : 1.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} \ge 2\sqrt{n+1} - 2 \quad . \tag{20}$$

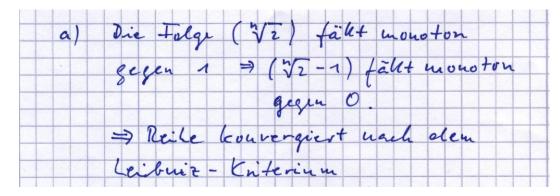


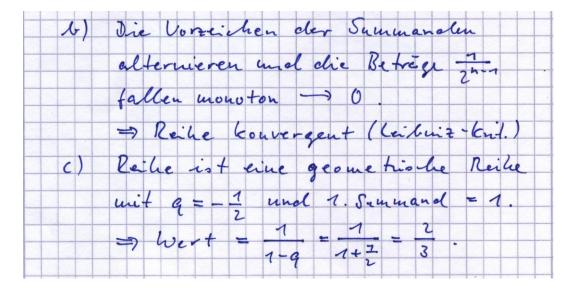
- Zeigen Sie, dass die Reihen
 - a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (\sqrt[n]{2} 1)$ und b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n-1}}$ konvergieren.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n-1}}$$

Bestimmen Sie den Wert der Reihe in b) .

(14+4+5)





3. Differenzieren Sie die Funktionen

a)
$$f(x) = e^{x} (\sin x - \cos x)$$
, b) $g(x) = \ln (1 + x^{2} + x^{4})$.

Benennen Sie stichwortartig die Regeln , die Sie verwenden .

a) $f(x) = e^{x}(\sin x - \cos x)$ $f'(x) = e^{x}(\sin x - \cos x) + e^{x}(\cos x + \sin x)$ Productive gel $= 2e^{x} \sin x$ b) $g(x) = \ln(1 + x^{2} + x^{4})$ $g'(x) = \frac{2x + 4x^{3}}{1 + x^{2} + x^{4}}$; (cellentegel

(8+8)

4. Bestimmen Sie Stammfunktionen zu

a)
$$f(x) = \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$$
, b) $g(x) = \frac{8x-9}{4x^2-9x+7}$. (8 + 10)

5. Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß - Algorithmus alle Lösungen des linearen

