

Числовые характеристики случайной величины

Математическое ожидание

] задано вероятностное пр-во (Ω, \mathcal{A}, P) и СВ $\xi(\omega)$

Математическим ожиданием СВ $\xi(\omega)$ наз-ся число $M[\xi] = \int_{\Omega} \xi(\omega) dP(\omega)$, где интеграл понимается в смысле Лебега.

Опр Мат. ожиданием φ -ции $\psi(\xi)$ от СВ $\xi(\omega)$ наз-ся число

$$\int M(\psi(\xi)) = \int_{\Omega} \psi(\xi(\omega)) dP(\omega)$$

Если $\eta = \psi(\xi)$ для некоторой \mathbb{R} - φ -ции $y = \psi(x)$, то:

$$M[\psi(\xi)] = \begin{cases} \sum_{i=1}^n \psi(x_i) p_i, & \xi - \text{ДСВ} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) f(x) dx, & \xi - \text{НСВ} \end{cases}$$

Теорема о свойствах МО

- 1) Мат. ожидание СВ, принимающей неопредел. ^{знач.} ~~знач.~~, неопределенно
- 2) МО координаты равно координате
- 3) Координату как максимум можно вынести за знак мат. ожид.
- 4) МО суммы любых СВ равно сумме мат. ожиданий СВ
- 5) МО произведения независимых СВ равно произв. их мат. ожиданий

Р-во

Пусть ξ принимает знач. x_1, x_2, \dots, x_n и прин. знач. y_1, y_2, \dots, y_m
Тогда $\xi + \eta$ прин. знач. $x_i + y_j$ с вер-стью p_{ij}

$$p_{ij} = P(\xi = x_i, \eta = y_j)$$

$$\begin{aligned} M[\xi + \eta] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_i + y_j) p_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i p_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_j p_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^n x_i \underbrace{\sum_{j=1}^m p_{ij}}_{p_i} + \sum_{j=1}^m y_j \underbrace{\sum_{i=1}^n p_{ij}}_{p_j} = \sum_{i=1}^n x_i p_i + \sum_{j=1}^m y_j p_j \end{aligned}$$

$$= M[\xi] + M[\eta]$$

Смещение

$$M[\xi + C] = M[\xi] + C$$

$$M[\xi - M[\xi]] = 0$$

центрирование СВ, ссав ξ