Случайная величина ξ имеет *нормальное (гауссово) распределение* с параметрами a и $\sigma > 0$ (запись: $\xi \in \mathcal{N}(a;\sigma)$), если ее плотность вероятности и функция распределения имеют вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}\, dt.$$

Числовые характеристики нормального распределения

$$\boxed{M[\xi] = a;\ D[\xi] = \sigma^2}$$

В общем случае ($\xi \in \mathcal{N}(a;\sigma)$) функции нормального распределения с параметрами a и σ равны соответственно

$$f(x) = \varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right); \quad F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = \Phi_{0,1}\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

Вероятность попадания значений нормально распределенной случайной величины в интервал $(\alpha;\beta)$ вычисляется по формуле

$$\boxed{P(\alpha < \xi < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),}$$

при этом для симметричного относительно a интервала

$$\boxed{P(|\xi - a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)}.$$

Правило трьох сигм

Положим $\varepsilon = \sigma$: $P(|\xi - a| < \sigma) = 2\Phi(1) = 0{,}6827$

Положим $\varepsilon = 2\sigma$: $P(|\xi - a| < 2\sigma) = 2\Phi(2) = 0{,}9545$

Положим $\varepsilon = 3\sigma$: $P(|\xi - a| < 3\sigma) = 2\Phi(3) = 0{,}9973$