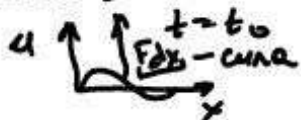


## Вывод уравнения малых колебаний струны

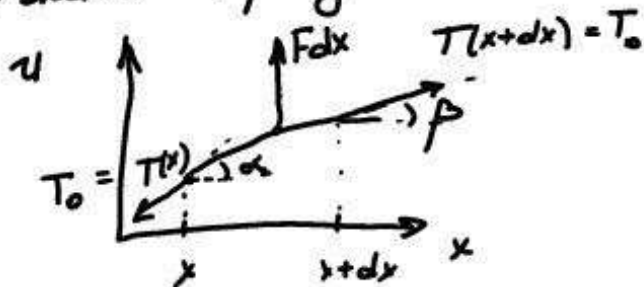
### Предположения

1. Концы струны закреплены
2. Струна натянута. Сила натяжения струны  $T_0$
3. Длина струны  $l$
4. В состоянии равновесия, без внешних воздействий, струна вытянута вдоль оси  $x$
5. Перемещение струны опис. ф-ей  $u(t, x)$



6.  $\rho(x)$  - плотность струны
7.  $F(t, x)$  - линейная плотность внешних сил  
 $F(t, dx)dx \perp OX$

### Выведем произв. малый участок струны



### II 3. Ньютона

$$\rho(x)dx u_{tt} = -T_0 \sin \alpha + F dx + T_0 \sin \beta$$

Для малых колебаний справедливо

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = u_x(x)$$

$$\sin \beta \approx \tan \beta = u_x(x+dx)$$

$$\rho(x) dx u_{tt} = \frac{d}{dx} T_0 \left( \frac{u_x(x+dx) - u_x(x)}{dx} \right) + F dx$$

$$\rho(x) u_{tt} = T_0 u_{xx} + F$$

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(t, x); \quad a^2 = \frac{T_0}{\rho(x)}; \quad f(t, x) = \frac{F(t, x)}{\rho(x)}$$

уравнение вынужденных колебаний струны.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} \quad - \text{ур-е свободных колебаний струны}$$