

Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №7" subtitle: "Предмет: Математическое моделирование" author: "Носов А.А., НФИбд-01-20"

Цель работы

Изучить простейшую модель распространения рекламы и решить задания лабораторной работы.

Задачи:

- Изучить теоретическую справку;
- Запрограммировать решение на Julia;
- Запрограммировать решение на OpenModelica;
- Сравнить результаты работы программ;

Задание лабораторной работы

Вариант №68 [@lab-task:mathmod]

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.385 + 0.000025n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000014 + 0.15n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.16\sin(t) + 0.18\cos(t) n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 1372$, в начальный момент о товаре знает 6 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Теоретическое введение

Общая информация о модели [@lab-example:mathmod]

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных

объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами.

Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N-n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N-n(t))$. Эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N-n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса.

В обратном случае ($\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$) получаем уравнение логистической кривой

Выполнение лабораторной работы

Julia

Программный код решения на Julia

```
using DifferentialEquations, PyPlot;
function f(du, u, p, t)
    du[1] = (0.385 + 0.000025*u[1])*(N - u[1])
end

function f2(du, u, p, t)
    du[1] = (0.000014 + 0.15*u[1])*(N - u[1])
end

function f3(du, u, p, t)
    du[1] = (0.16*sin(t) + 0.18*cos(t)*u[1]) * (N - u[1])
end

range = (0, 3)
N = 1372
N0 = 6

ode = ODEProblem(f, [N0], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
n = [u[1] for u in sol.u];

clf()
```

```
plot(sol.t, sol.u, label="n(t)")
xlabel("Время, t")
ylabel("Количество людей, n(t)")
title("Случай 1")
savefig("C:\\Users\\HyperPC\\Documents\\GitHub\\study_2022-
2023_mathmod\\labs\\lab07\\image\\graph1.png")
clf()

ode = ODEProblem(f2, [N0], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
n = [u[1] for u in sol.u];

clf()
plot(sol.t, sol.u, label="n(t)")
xlabel("Время, t")
ylabel("Количество людей, n(t)")
title("Случай 2")
savefig("C:\\Users\\HyperPC\\Documents\\GitHub\\study_2022-
2023_mathmod\\labs\\lab07\\image\\graph2.png")
clf()

ode = ODEProblem(f3, [N0], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
n = [u[1] for u in sol.u];

clf()
plot(sol.t, sol.u, label="n(t)")
xlabel("Время, t")
ylabel("Количество людей, n(t)")
title("Случай 3")
savefig("C:\\Users\\HyperPC\\Documents\\GitHub\\study_2022-
2023_mathmod\\labs\\lab07\\image\\graph3.png")
clf()
```

Результаты работы кода на Julia

график для первого уравнения

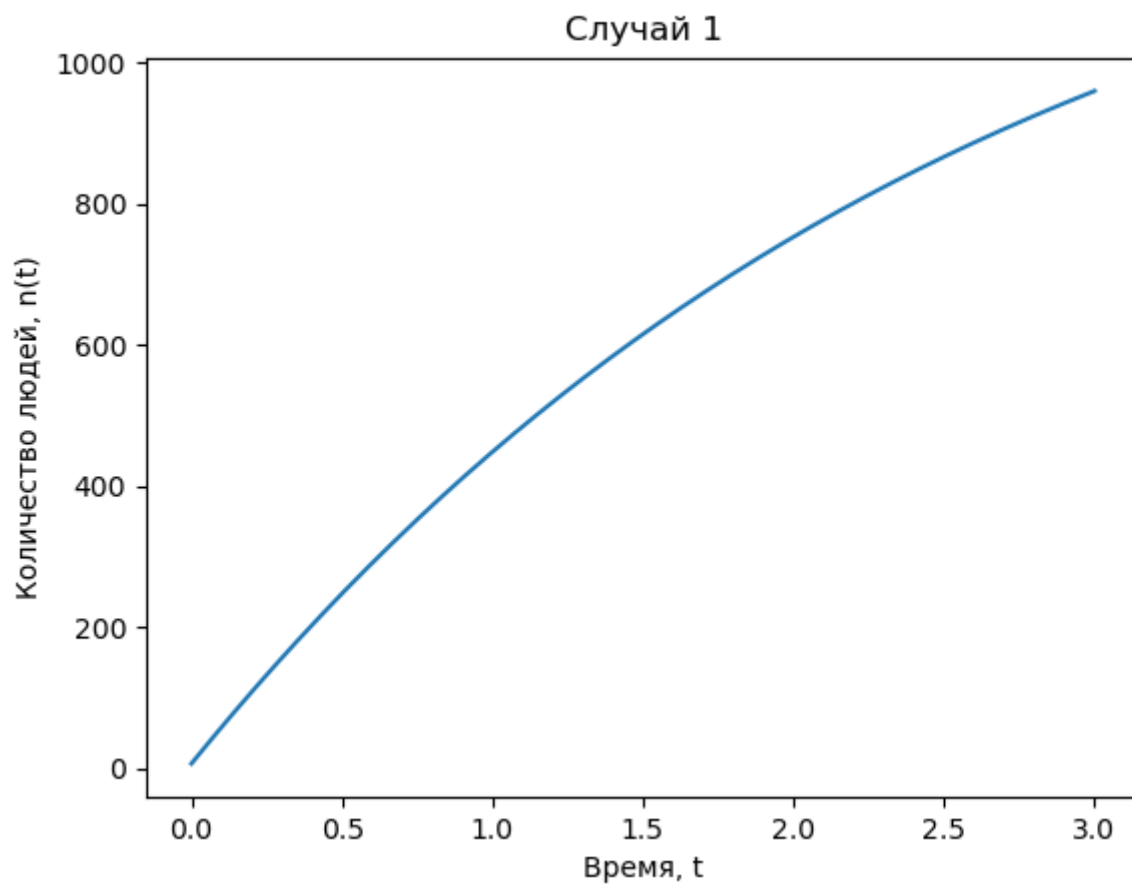


график для второго уравнения

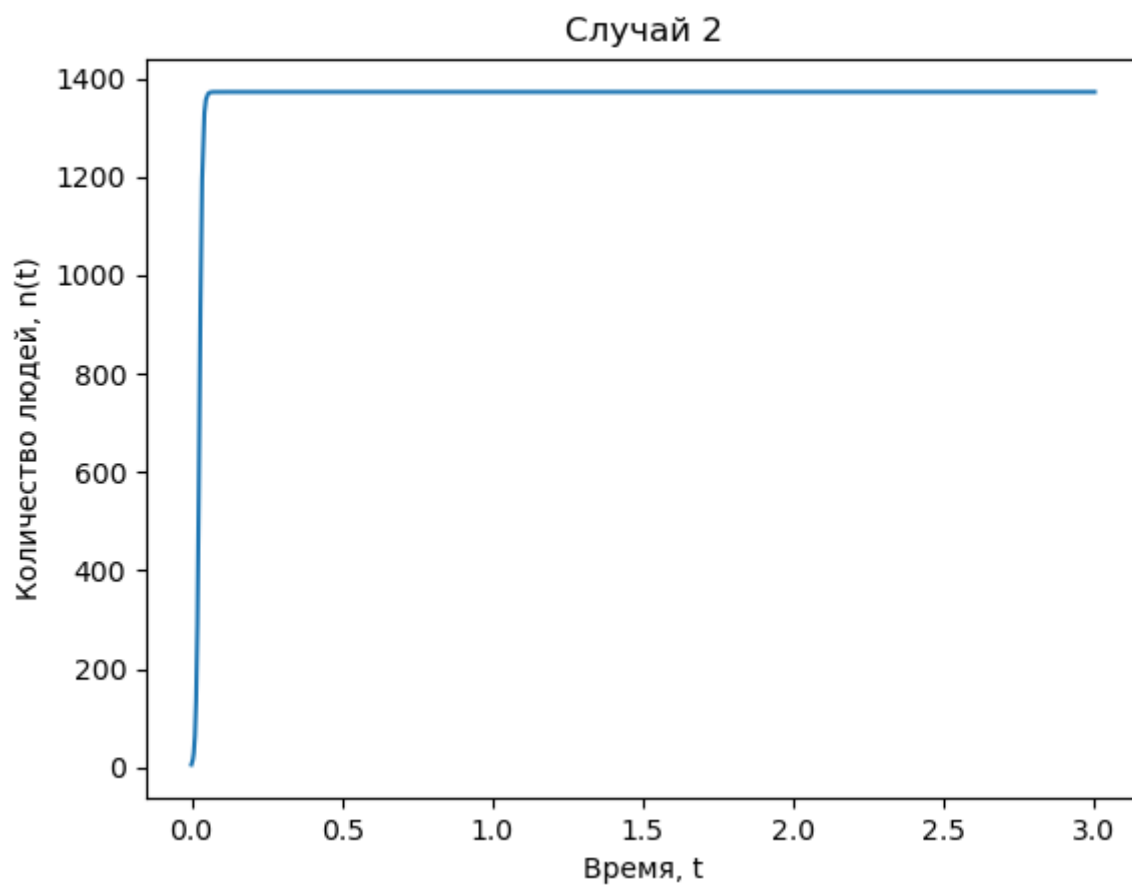
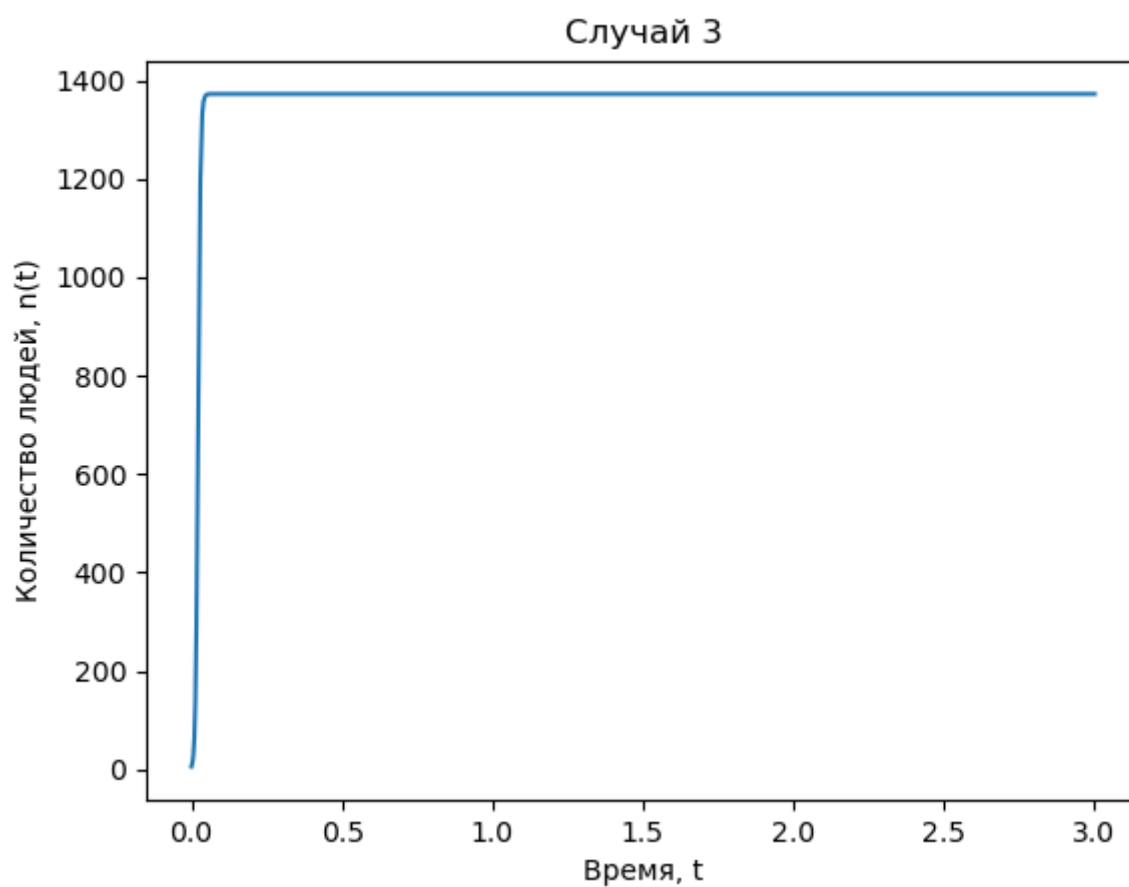


график для третьего уравнения



OPenModelica

Программный код решения на OPenModelica

Решение для 1 уравнения

```
model dddd

  parameter Real N= 1372;
  parameter Real N0= 6;
  Real n(start=N0);

  function k
    input Real t;
    output Real result;
  algorithm
    result:= 0.385;
  end k;

  function p
    input Real t;
    output Real result;
  algorithm
    result:= 0.000025;
```

```
end p;  
  
equation  
  der(n)=(k(time)+p(time)*n)*(N-n);  
  
end dddd;
```

Решение для 2 уравнения

```
model ddd2  
  
  parameter Real N= 1372;  
  parameter Real N0= 6;  
  Real n(start=N0);  
  
  function k  
    input Real t;  
    output Real result;  
  algorithm  
    result:= 0.000014;  
  end k;  
  
  function p  
    input Real t;  
    output Real result;  
  algorithm  
    result:= 0.15;  
  end p;  
  
  equation  
    der(n)=(k(time)+p(time)*n)*(N-n);  
  
end ddd2;
```

Решение для 3 уравнения

```
model ddd3  
  
  parameter Real N= 1372;  
  parameter Real N0= 6;  
  Real n(start=N0);  
  
  function k  
    input Real t;  
    output Real result;  
  algorithm  
    result:= 0.16*sin(t);  
  end k;
```

```

function p
  input Real t;
  output Real result;
algorithm
  result:= 0.3*cos(t);
end p;

equation
  der(n)=(k(time)+p(time)*n)*(N-n);

end ddd3;

```

Результаты работы кода на OpenModelica

график для 1 уравнения

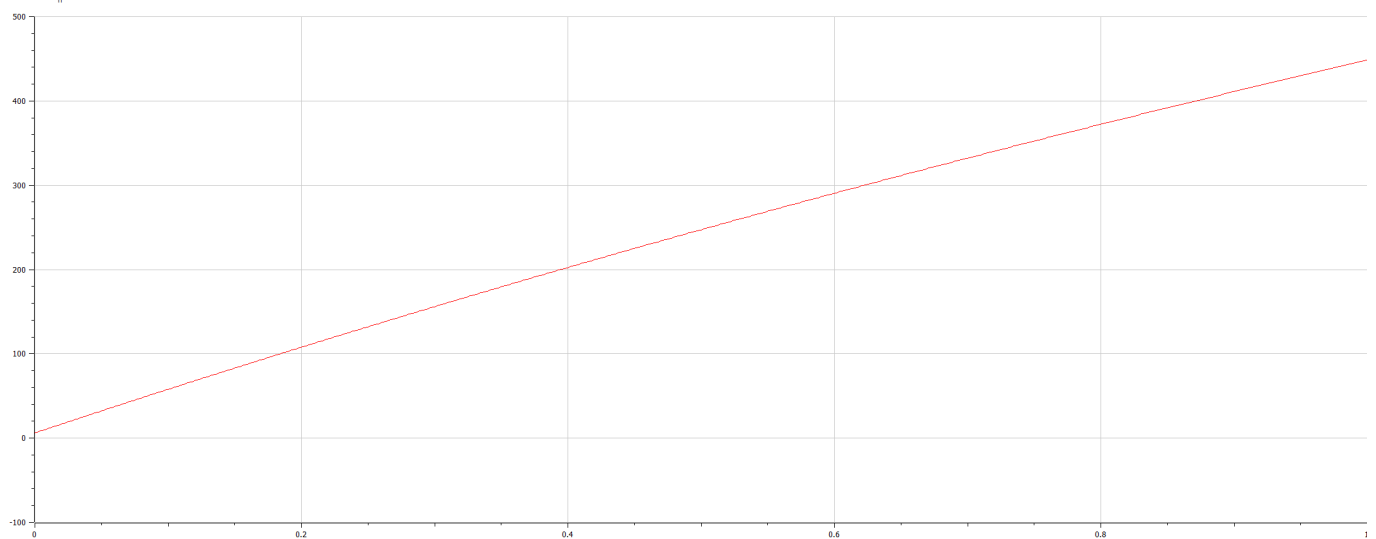


график для 2 уравнения

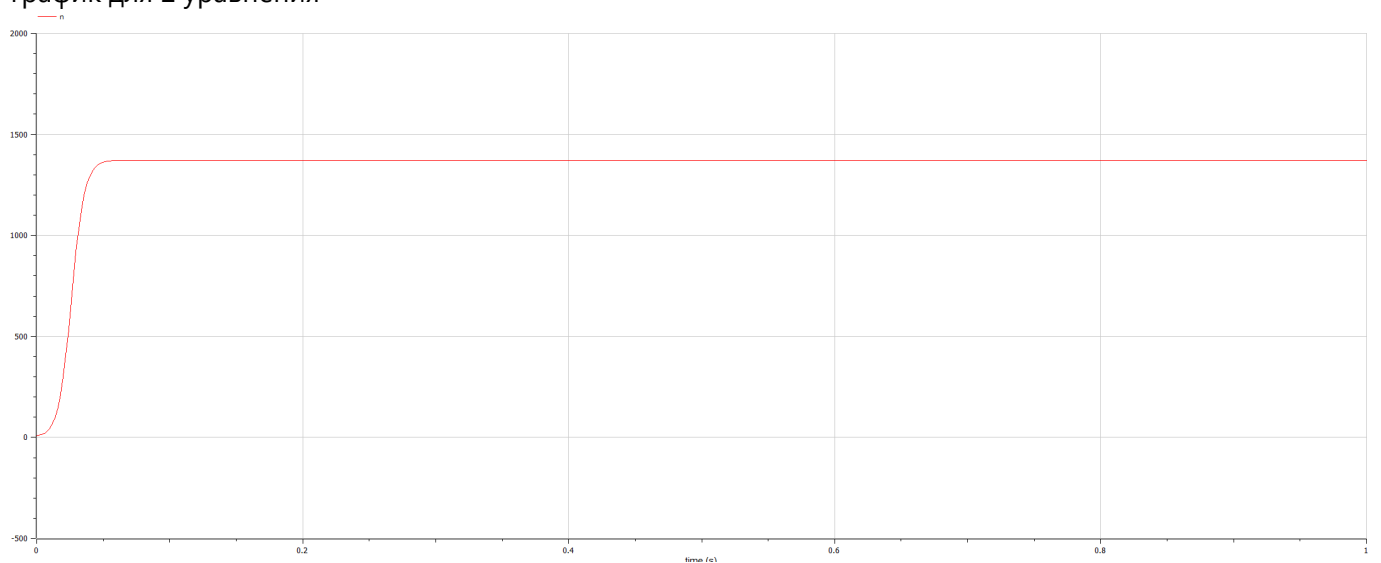
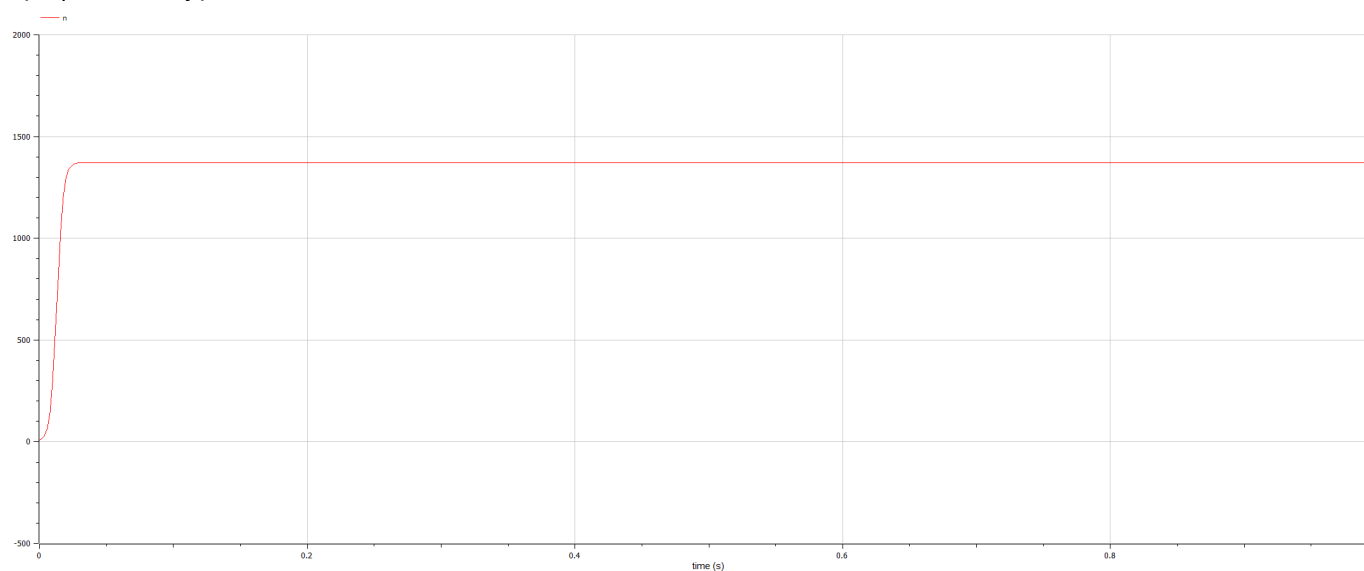


график для 3 уравнения



Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и построены графики. Также эти графики были изучены и сделаны выводы о работе программ и эффективности распространения рекламы.