## Front matter

title: “Отчёт по лабораторной работе №3” subtitle: “Предмет: Математическое моделирование” author: “Носов А.А., НФИбд-01-20”

# Цель работы

Изучить модели боевых действий Ланчестера и применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

# Задание лабораторной работы

## Вариант №68 [@lab-task:mathmod]

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями и . В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью человек, а в распоряжении страны У армия численностью в человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты , , , постоянны. Также считаем и непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:
2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

# Теоретическое введение

## Общая информация о модели

В данной лабораторной работе мы будем использовать простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Нам интересны два случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками;
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов (где одна сторона представлена регулярной армией, а вторая представлена партизанскими отрядами).

## Регулярная армия X vs регулярная армия Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

* скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
* скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
* скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом[@lab-example:mathmod]:

Пояснения:

* члены и описывают НЕ связанные с боевыми действиями потери армий X и Y соответственно;
* члены и описывают потери в боевых действиях армий X и Y соответственно;
* коэффициенты и указывают на эффективность действий каждого отдельно взятого солдата в армиях Y и X соответственно;
* коэффициенты и есть величины, которые указывают на степень влияния различных факторов на потери;
* члены и учитывают подкрепления в течение некоторого фиксированного промежутка времени.

В первом пункте нами рассматривается как раз такая модель. Она является доработанной моделью Ланчестера, так его изначальная модель учитывала лишь члены и , то есть, на потери за промежуток времени влияли лишь численность армий и “эффективность оружия” (коэффициенты и ) [@taylor:1983:lanchester, страница 55-56, глава 2: Lanchester's classic combat formulations].

В нашей работе коэффициенты , , и будут положительными десятичными числами, что приводит формулы модели к виду:

То есть, к виду системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Именно эти уравнения и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по оси будет отображаться численность армии государства X, по оси будет отображаться соответствующая численность армии Y. По тому, с какой осью пересечётся график, можно определить исход войны. Если ось будет пересечена в положительных значениях, победа будет на стороне армии государства X (так как при таком раскладе численность армии Y достигла нуля при положительном значении численности армии X). Аналогичная ситуация для оси и победы армии государства Y.

Также (дополнительно) будут отдельно приведены графики изменения численности армий в зависимости от времени.

## Регулярная армия X vs партизанская армия Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

Смысл коэффициентов не меняется. Точно так же, с поправкой на то, что наши коэффициенты , , и будут положительными десятичными числами, что приводит формулы модели к виду:

Решения для этой модели будет представлено в виде, аналогичном первой модели.

# Выполнение лабораторной работы

## Решение с помощью программ

### Julia

#### Программный код решения на Julia

Код программы: ```using PyPlot; using DifferentialEquations; function AvsA!(du, u, p, t) du[1] = -0.49*u[1] -0.688*u[2] + abs(cos(2*t)) du[2] = -0.388*u[1] -0.39*u[2] + abs(sin(2*t)) end function AvsP!(du, u, p, t) du[1] = -0.225*u[1] - 0.774*u[2] + abs(sin(2*t)+1) du[2] = -0.331*u[1]*u[2] - 0.665*u[2] + cos(t) +2 end const u0 = Float64[331000.0, 225000.0] const tspan = [0.0, 7.0] prob1 = ODEProblem(AvsA!,u0,tspan) prob2 = ODEProblem(AvsP!,u0,tspan) sol1 = solve(prob1) sol2 = solve(prob2);

R1 = [tu[1] for tu in sol1.u] R2 = [tu[2] for tu in sol1.u] Q1 = [tu[1] for tu in sol2.u] Q2 = [tu[2] for tu in sol2.u]

clf() plot(R1, R2) axis([0.0,331000.0,0.0,225000.0]) xlabel(“army X”) ylabel(“army Y”) title(“Регулярные армии X и Y”) savefig(“C:\Users\HyperPC\Documents\GitHub\study\_2022-2023\_mathmod\labs\lab03\image\graph1.png”) clf() plot(sol1.t, R1) axis([0.0,7.0,0.0,331000.0]) xlabel(“time”) ylabel(“army X”) title(“Регулярная армия X”) savefig(“C:\Users\HyperPC\Documents\GitHub\study\_2022-2023\_mathmod\labs\lab03\image\graph1\_x.png”) clf() plot(sol1.t, R2) axis([0.0, 7.0, 0.0, 225000.0]) xlabel(“time”) ylabel(“army Y”) title(“Регулярная армия Y”) savefig(“C:\Users\HyperPC\Documents\GitHub\study\_2022-2023\_mathmod\labs\lab03\image\graph1\_y.png”) clf() plot(Q1, Q2) axis([0.0,331000.0,0.0,225000.0]) xlabel(“army X”) ylabel(“army Y”) title(“Регулярная армия X и партизанская армия Y”) savefig(“C:\Users\HyperPC\Documents\GitHub\study\_2022-2023\_mathmod\labs\lab03\image\graph2.png”) clf() plot(sol2.t, Q1) axis([0.0,7.0,0.0,331000.0]) xlabel(“time”) ylabel(“army X”) title(“Регулярная армия X”) savefig(“C:\Users\HyperPC\Documents\GitHub\study\_2022-2023\_mathmod\labs\lab03\image\graph2\_x.png”) clf() plot(sol2.t, Q2) axis([0.0,7.0,0.0,225000.0]) xlabel(“time”) ylabel(“army Y”) title(“Партизанская армия Y”) savefig(“C:\Users\HyperPC\Documents\GitHub\study\_2022-2023\_mathmod\labs\lab03\image\graph2\_y.png”) clf()

Результат:  
![Параметрический график численности армии Y от численности армии X пересекается с осью \*ox\* в значении около (0; 0), что обозначает ничью](./image/graph1.png)  
<p style="text-align: center;">скриншот 1.1</p>  
  
  
![Численность регулярной армии государства X в первом случае](./image/graph1\_x.png)  
<p style="text-align: center;">скриншот 1.2</p>  
  
  
![Численность регулярной армии государства Y в первом случае](./image/graph1\_y.png)  
<p style="text-align: center;">скриншот 1.3</p>  
  
<p>На скриншоте 1.1 мы видем параметрический график численности армии Y от численности армии X пересекается с осью \*ox\* в значении около (0; 0), что обозначает ничью. а на скриншотах 1.2 и 1.3 численность регулярной армии государств X и Y для первого случая</p>  
  
![Параметрический график численности армии Y от численности армии X идёт лежит на оси \*ox\*, что обозначает моментальную победу армии X](./image/graph2.png)  
<p style="text-align: center;">скриншот 2.1</p>  
  
  
![Численность регулярной армии государства X во втором случае](./image/graph2\_x.png)  
<p style="text-align: center;">скриншот 2.2</p>  
  
  
![Численность партизанской армии государства Y во втором случае](./image/graph2\_y.png)  
<p style="text-align: center;">скриншот 2.3</p>  
  
<p>На скриншоте 2.1 график численности армии Y от численности армии X идёт лежит на оси \*ox\*, что обозначает моментальную победу армии X. а на скриншотах 2.2 и 2.3 численность регулярной армии государств X и Y для второго случая</p>  
  
### OpenModelica  
  
#### Регулярная армия X vs регулярная армия Y  
Код программы:  
```model modelf  
  
 parameter Real a(start=0.49);  
 parameter Real b(start=0.688);  
 parameter Real c(start=0.388);  
 parameter Real d(start=0.39);  
 Real x(start=331000);  
 Real y(start=225000);  
 equation  
 der(x)=-a\*x -b\*y+abs(cos(2\*time));  
 der(y)=-c\*x -d\*y+abs(sin(2\*time));  
   
 annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=1, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));   
   
end modelf;

Результат: Параметрический график численности армии Y от численности армии X пересекается с осью *ox* в значении около (0; 0), что обозначает ничью

скриншот 3.1

На скриншоте 3.1 график график численности армии Y от численности армии X пересекается с осью *ox* в значении около (0; 0), что обозначает ничью. Что подтерждет результаты полученные на Julia

#### Регулярная армия X vs партизанская армия Y

Код программы: ```model modelf

parameter Real a(start=0.255); parameter Real b(start=0.774); parameter Real c(start=0.331); parameter Real d(start=0.665); Real x(start=331000); Real y(start=225000); equation der(x)=-a*x -b*y+abs(sin(2*time)+1); der(y)=-c*x*y -d*y+cos(time)+2;

annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=1, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));

end modelf; ```

Результат: График изменений численности армии Y от численности армии X идёт лежит на оси *ox*, что обозначает близкую к моментальной победу армии X

скриншот 4.1

На скриншоте 4.1 график численности армии Y от численности армии X идёт лежит на оси *ox*, что обозначает моментальную победу армии X. Что подтерждет результаты полученные на Julia