## Front matter

title: “Отчёт по лабораторной работе №6” subtitle: “Предмет: Математическое моделирование” author: “Носов А.А., НФИбд-01-20”

Цель работы

Изучить простейшую модель задачи об эпидемии и решить задания лабораторной работы.

Задачи:

* Изучить теоретическую справку;
* Запрограммировать решение на Julia;
* Запрограммировать решение на OpenModelica;
* Сравнить результаты работы программ;

# Задание лабораторной работы

## Вариант №68 [@lab-task:mathmod]

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове () в момент начала эпидемии () число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $ I(0) I^\* $
2. если $ I(0) > I^\* $

# Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности, - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

# Выполнение лабораторной работы

## Решение с помощью программ

### Julia

#### Программный код решения на Julia

using DifferentialEquations, PyPlot  
  
# задаем начальные условия  
N = 10060 # общее число людей на острове  
I0 = 61 # число заболевших в начальный момент времени  
R0 = 23 # число людей с иммунитетом к болезни в начальный момент времени  
S0 = N - I0 - R0 # число восприимчивых к болезни людей в начальный момент времени  
  
# задаем параметры модели  
α = 0.4 # коэффициент передачи инфекции  
β = 0.1 # коэффициент выздоровления  
  
# задаем функцию правых частей системы дифференциальных уравнений  
function fn\_1(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 α, β = p  
 du[1] = 0  
 du[2] = - β \* I  
 du[3] = β \* I  
end  
  
# задаем начальное время, конечное время и шаг по времени  
tspan = (0.0, 100.0)  
dt = 0.01  
  
# задаем начальные условия  
u0 = [S0, I0, R0]  
  
# решаем систему дифференциальных уравнений  
prob1 = ODEProblem(fn\_1, u0, tspan, [α, β])  
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), dt=dt)  
  
S1 = [u[1] for u in sol1.u]  
I1 = [u[2] for u in sol1.u]  
R1 = [u[3] for u in sol1.u]  
T1 = [timestamp for timestamp in sol1.t]  
  
clf()  
plot(T1, I1, label="Численность заболевших относительно времени", color="green")  
plot(T1, R1, label="Численность выздоровевших относительно времени", color="blue")  
plot(T1, S1, label="Численность с иммунитетом относительно времени", color="pink")  
title("Число всех подгрупп в зависимости от времени\nпри I(0) I(0) ≤ I∗")  
legend(loc=1)  
savefig("C:\\Users\\HyperPC\\Documents\\GitHub\\study\_2022-2023\_mathmod\\labs\\lab06\\image\\graph1.png")  
clf()  
  
function fn\_2(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 α, β = p  
 du[1] = - α \* S  
 du[2] = α \* S - β \* I  
 du[3] = β \* I  
end  
  
prob2 = ODEProblem(fn\_2, u0, tspan, [α, β])  
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), dt=dt)  
  
S2 = [u[1] for u in sol2.u]  
I2 = [u[2] for u in sol2.u]  
R2 = [u[3] for u in sol2.u]  
T2 = [timestamp for timestamp in sol2.t]  
  
clf()  
plot(T2, I2, label="Численность заболевших относительно времени", color="green")  
plot(T2, R2, label="Численность выздоровевших относительно времени", color="blue")  
plot(T2, S2, label="Численность с иммунитетом относительно времени", color="pink")  
title("Число всех подгрупп в зависимости от времени\nпри I(0) I(0) > I∗")  
legend(loc=1)  
savefig("C:\\Users\\HyperPC\\Documents\\GitHub\\study\_2022-2023\_mathmod\\labs\\lab06\\image\\graph2.png")  
clf()

#### Результаты работы кода на Julia

Число всех подгрупп в зависимости от времени при I(0) I(0) ≤ I

“График зависимости численности жертв от хищников”

Число всех подгрупп в зависимости от времениI(0) I(0) > I

“График численности жертв и хищников в зависимости от времени”

### OPenModelica

#### Программный код решения на OPenModelica

Если

model ddd  
 Real N = 10060;  
 Real S;  
 Real I;  
 Real R;  
 Real beta = 0.1;  
 Real alpha = 0.4;  
  
initial equation  
 I = 61;  
 R = 23;  
 S = N - I - R;  
  
equation  
 der(S) = 0;  
 der(I) = - beta \* I;  
 der(R) = beta \* I;  
  
end ddd;

Если

model ddd  
  
 Real N = 10060;  
 Real S;  
 Real I;  
 Real R;  
 Real beta = 0.1;  
 Real alpha = 0.4;  
  
initial equation  
 I = 61;  
 R = 23;  
 S = N - I - R;  
  
equation  
 der(S) = - alpha \* S;  
 der(I) = alpha \* S - beta \* I;  
 der(R) = beta \* I;  
  
end ddd;

#### Результаты работы кода на OpenModelica

Если

“График зависимости численности жертв от хищников”

Если

“График зависимости численности жертв от хищников (стационарное состояние)”

# Выводы

Была изучена модель задачи об эпидемии. Были запрограммированы решения для задачи лабораторной работы на Julia и OpenModelica. Были построены графики численности разных подгрупп популяции для двух условий задачи.