Курс "Суперкомпьютерное моделирование и технологии"

Отчёт по заданию №2

Вариант 5

Ахметов Артём Айдарович,
студент 620 группы

Факультет вычислительной математики и кибернетики

МГУ им. М. В. Ломоносова

Москва, 2022 год

Численный метод решения задачи

Пусть область G ограниченна параллелепипедом: Π: $\begin{cases} a_1 \le x \le b_1 \\ a_2 \le y \le b_2 \\ a_3 \le z \le b_3 \end{cases}$

Рассмотрим функцию: $F(x,y,z) = \begin{cases} f(x,y,z), (x,y,z) \in G \\ 0, (x,y,z) \notin G \end{cases}$

Преобразуем искомый интеграл:

$$I = \iiint\limits_G f(x,y,z)dxdydz = \iiint\limits_\Pi F(x,y,z)dxdydz$$

Пусть $p_1(x_1,y_1,z_1), p_2(x_2,y_2,z_2), \ldots$ — случайные точки, равномерно распределённые в Π. Возьмём n таких случайных точек. В качестве приближённого значения интеграла предлагается использовать выражение:

$$I \approx |\Pi| \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} F(p_i)$$

где $|\Pi|$ – объём параллелепипеда Π ($|\Pi| = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_3 - a_3)$), F – заданная вариантом функция $F(x,y,z) = x^3y^2z$.

Аналитический метод решения задачи

Заданный интеграл, который необходимо вычислить:

$$I = \iiint\limits_G x^3y^2z\,dxdydz$$

где область $G = \{(x,y,z): -1 \le x \le 0, -1 \le y \le 0, -1 \le z \le 0\}$

$$I = \iiint\limits_G x^3y^2z\,dxdydz = \int_{-1}^{0} x^3dx \int_{-1}^{0} y^2dy \int_{-1}^{0} zdz = -\frac{1}{4} * \frac{1}{3} * (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{24} = 0.041(6)$$

Краткое описание программной реализации

Объявляются следующие переменные: eps – для хранения текущего значения ошибки, given_eps – передается через аргументы командной строки; k, total_count – для хранения количества точек, в которых вычислялось значение функции; total_sum, reduced_total_sum – для хранения суммы значений функции в точках.

Указывается seed для рандомайзера: srand(myid + SEED + std::time(0)); myid – rank id процесса из функции MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &myid) уникален для каждого MPI-процесса, т.е. в разных процессах будут генерироваться разные точки.

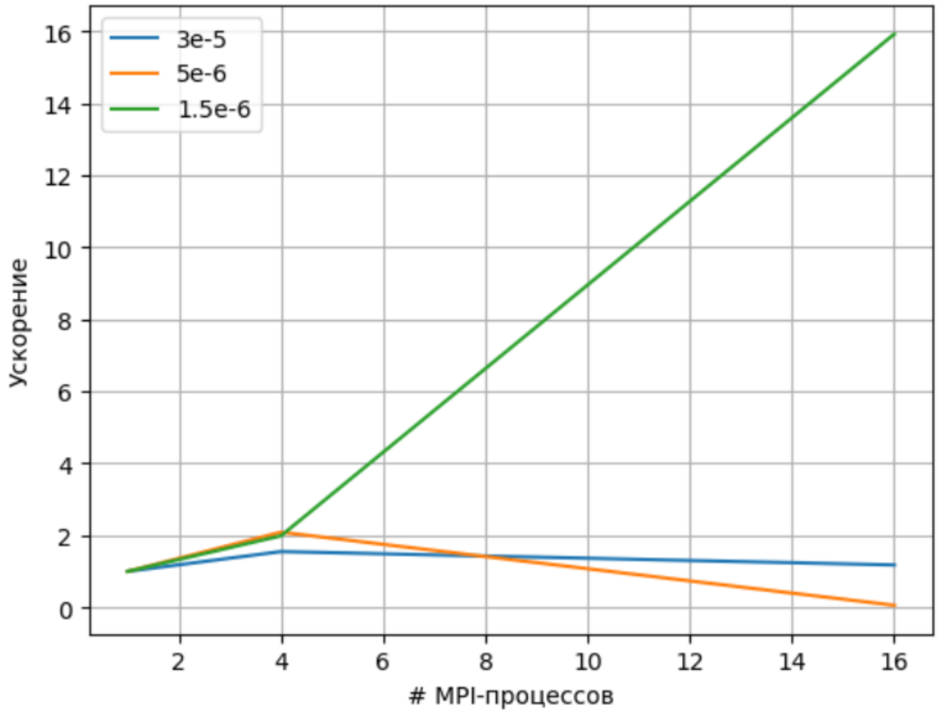
В цикле с условием while (eps > given_eps):

- генерируются случайные точки x, y, z в полуинтервале $[0,1)^3$ (F(x, y, z) = F(−x, −y, −z) при 0 <= x, y, z <= 1);
- total_sum += F(x, y, z); total_count += COUNT;

- вычисляется eps с обновленным значениями total_count, reduced_total_sum, вызывается MPI_Allreduce для поиска минимального eps;
- фиксируется время в переменных start_time и end_time до цикла и после соответственно, вычисляется end_time-start_time.

Исследование масштабируемости программы на системе Polus

График ускорения программы на Polus в зависимости от количества используемых MPI-процессов:



Точность ошибки	Число MPI-процессов	Время работы программы (с)	Ускорение	Ошибка	Количество точек	Итог
$3.0 \cdot 10^{-5}$	1	0.00203433	1	$7.5492 \cdot 10^{-7}$	12544	0.0416674
$3.0 \cdot 10^{-5}$	4	0.00131273	1.5496941	$1.60281 \cdot 10^{-5}$	23552	0.0416827
$3.0 \cdot 10^{-5}$	16	0.00172569	1.1788502	$2.25123 \cdot 10^{-5}$	16128	0.0416442
$5.0 \cdot 10^{-6}$	1	0.00259247	1	$3.34079 \cdot 10^{-6}$	21760	0.0416633
$5.0 \cdot 10^{-6}$	4	0.00124139	2.0883606	$2.3581 \cdot 10^{-6}$	21504	0.0416643
$5.0 \cdot 10^{-6}$	16	0.0443738	0.0584234	$4.67388 \cdot 10^{-6}$	1755392	0.0416713
$1.5 \cdot 10^{-6}$	1	0.00740405	1	$1.49877 \cdot 10^{-6}$	46848	0.0416682
$1.5 \cdot 10^{-6}$	4	0.00372417	1.9881074	$6.74868 \cdot 10^{-7}$	80384	0.041666
$1.5 \cdot 10^{-6}$	16	0.000465064	15.9204970	$9.10422 \cdot 10^{-7}$	12544	0.0416676