

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого  
Институт энергетики  
Высшая школа энергетического машиностроения

**Отчёт по практической работе №4**  
по дисциплине «Теория автоматического регулирования»  
«Исследование влияния закона регулирования на качество переходных  
процессов»

Выполнили:

Студент гр.3231303/21201 п/г 2 \_\_\_\_\_

А. К. Дмитриев

Студент гр.3231303/21201 п/г 2 \_\_\_\_\_

А. Д. Ярошевич

Принял:

Доцент ВШЭМ \_\_\_\_\_

В. А. Суханов

Санкт-Петербург  
2025

## **Реферат**

Отчет объемом 14 страниц содержит четыре рисунка, две таблицы.

В данной практической работе проведено сравнение переходной функции системы автоматического регулирования (САР) паровой турбины с пропорциональным (П), пропорционально-дифференциальным (ПД), пропорционально-интегральным (ПИ), пропорционально-интегрально-дифференциальным (ПИД) и интегральным регуляторами. Цель работы состояла в исследовании влияния закона регулирования на качество переходного процесса.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС, ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ, ЗАКОН РЕГУЛИРОВАНИЯ, РЕГУЛЯТОР.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

Введение .....	3
1 Описание исследуемой САР и исходные данные .....	4
2 Модель исследуемой САР и её перевод в программный вид .....	5
3 Методика исследования .....	9
4 Результаты численного моделирования .....	10
Заключение .....	12
Литература .....	13

## **Введение**

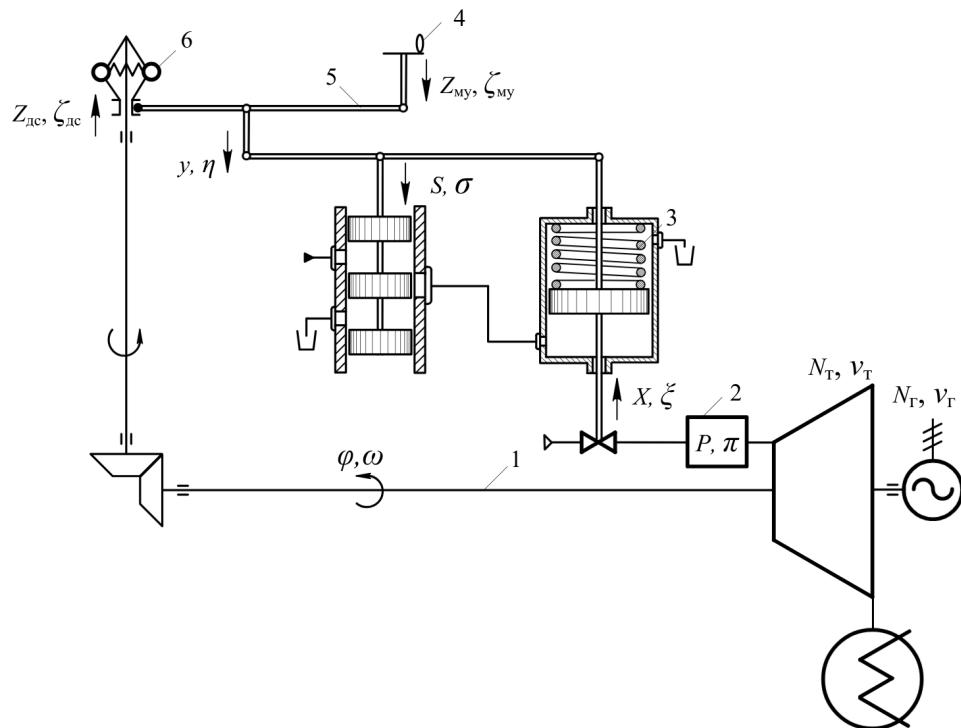
Цель работы состоит в коррекции САР для достижения требуемых динамических характеристик при сохранении заданной величины установившейся ошибки регулирования. Коррекция располагаемой САР производится путём выбора рациональных параметров корректирующего звена заданной структуры. В ходе исследования использовались классические методы теории автоматического регулирования [1]. Работа проведена с помощью пакетов DifferentialEquations.jl [2] и Makie.jl [3] языка программирования Julia в среде Pluto.

Задача работы заключается в поиске значений постоянных времени, обеспечивающих наибольшее качество переходного процесса, построении переходных функций моделей САР с рассматриваемыми законами и найденными параметрами и анализ их критериев.

Актуальность исследования заключается в анализе применимости различных законов управления для САР паровой турбины.

## 1 Описание исследуемой САР и исходные данные

Объектом исследования является система регулирования угловой скорости ротора паровой турбины, схема которой изображена на рисунке 1.1. В рамках этой работы паровая ёмкость не учтена ( $T_\pi \approx 0$ ).



1 — ротор турбогенератора; 2 — паровая ёмкость между регулирующим клапаном и соплами турбины; 3 — сервомотор; 4 — механизм управления; 5 — управляющий рычаг; 6 — датчик угловой скорости ротора;  $\varphi$  — относительное изменение угловой скорости ротора (величина, характеризующая ошибку регулирования);  $\pi$  — относительное изменение давление пара перед соплами турбины;  $\xi$  — относительное изменение положения регулирующего клапана (или поршня сервомотора);  $\eta$  — относительное изменение положения выходной координаты элемента сравнения;  $\nu_r$  — относительное изменение нагрузки на генераторе;  $\zeta_{my}$  — относительное изменение положения механизма управления

Рисунок 1.1 — Принципиальная схема САР ПТУ

Значения параметров САР указаны в таблице 1.1.

Таблица 1.1 — Значения параметров САР

Параметр	$T_a$ , с	$T_s$ , с	$\delta_\omega$
Величина	5	0.4	0.06

## 2 Модель исследуемой САР и её перевод в программный вид

Для моделирования работы САР со всеми рассматриваемыми типами регуляторов достаточно построить модель системы с ПИД-регулятором как наиболее общую. Тогда модели более простых регуляторов можно построить «отсечением» ветвей с соответствующими сигналами  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  или  $\sigma$ . Такая модель САР с ПИД-регулятором в структурной форме изображена на рисунке 2.1.

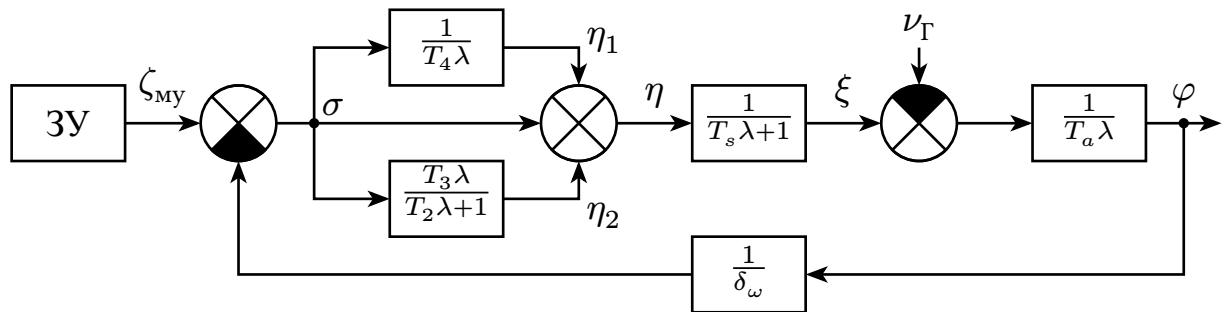


Рисунок 2.1 — Структурная схема модели САР с ПИД-регулятором

Для проведения анализа этой модели средствами DifferentialEquations.jl, она должна быть представлена в стандартной форме в виде системы линейных дифференциальных уравнений. Для П- и ПД-регуляторов приведение к дифференциальной форме было произведено в работе 3, его результат показан на листингах 2.1 и 2.2.

Листинг 2.1 — Функция, описывающая модель САР с П-регулятором

```

1 function simulate_system_P(task)
2   (; Ta, Ts, δω, νΓ, tspan) = task
3   u0 = [0.0, 0.0]
4
5   function system!(du, u, p, t)
6     φ, ξ = u
7     σ = -φ / δω
8     du[1] = (ξ - νΓ(t)) / Ta
9     du[2] = (σ - ξ) / Ts
10    end
11
12    prob = ODEProblem(system!, u0, tspan)
13    solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-6, abstol=1e-6)
14  end

```

## Листинг 2.2 — Функция, описывающая модель САР с ПД-регулятором

```
1 function simulate_system_PD(task, T1, T2)
2   (; Ta, Ts, δω, νΓ, tspan) = task
3   u0 = [0.0, 0.0, 0.0]
4
5   function system!(du, u, p, t)
6     φ, ξ, η = u
7     σ = -φ / δω
8     du[1] = (ξ - νΓ(t)) / Ta
9     du[2] = (η - ξ) / Ts
10    du[3] = (-T1 * du[1] / δω + σ - η) / T2
11  end
12
13  prob = ODEProblem(system!, u0, tspan)
14  solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-6, abstol=1e-6)
15 end
```

Приведение ПИ-регулятора к дифференциальной форме:

$$\eta = \left(1 + \frac{1}{T_4 \lambda}\right) \sigma = \frac{T_4 \lambda + 1}{T_4 \lambda} \sigma \Rightarrow \frac{d\eta}{dt} = \frac{T_4 \frac{d\sigma}{dt} + \sigma}{T_4}; \quad (2.1)$$

Функция, соответствующая этому уравнению, показана на листинге 2.3.

## Листинг 2.3 — Функция, описывающая модель САР с ПИ-регулятором

```
1 function simulate_system_PI(task, T4)
2   (; Ta, Ts, δω, νΓ, tspan) = task
3   u0 = [0.0, 0.0, 0.0]
4
5   function system!(du, u, p, t)
6     φ, ξ, η = u
7     σ = -φ / δω
8     du[1] = (ξ - νΓ(t)) / Ta
9     du[2] = (η - ξ) / Ts
10    du[3] = (-T4 * du[1] / δω + σ) / T4
11  end
12
13  prob = ODEProblem(system!, u0, tspan)
14  solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-6, abstol=1e-6)
15 end
```

Приведение ПИД-регулятора к дифференциальной форме:

$$\begin{aligned}
 \eta &= \left( \frac{1}{T_4\lambda} + 1 + \frac{T_3\lambda}{T_2\lambda + 1} \right) \sigma = \left( \frac{1}{T_4\lambda} + \frac{T_1\lambda + 1}{T_2\lambda + 1} \right) \sigma = \\
 &= \frac{T_2\lambda + 1 + (T_1\lambda + 1)T_4\lambda}{T_4\lambda(T_2\lambda + 1)} \sigma = \frac{T_4T_1\lambda^2 + (T_4 + T_2)\lambda + 1}{T_4T_2\lambda^2 + T_4\lambda} \sigma \Rightarrow \quad (2.2) \\
 \Rightarrow T_4T_2 \frac{d^2\eta}{dt^2} + T_4 \frac{d\eta}{dt} &= T_4T_1 \frac{d^2\sigma}{dt^2} + (T_4 + T_2) \frac{d\sigma}{dt} + \sigma;
 \end{aligned}$$

Решение этого уравнения будет производиться методом понижения порядка дифференцирования:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2\eta}{dt^2} &= \frac{T_4T_1 \frac{d^2\sigma}{dt^2} + (T_4 + T_2) \frac{d\sigma}{dt} + \sigma - T_4 \frac{d\eta}{dt}}{T_4T_2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = \aleph \\ \frac{d\aleph}{dt} = \frac{T_4T_1 \frac{d^2\sigma}{dt^2} + (T_4 + T_2) \frac{d\sigma}{dt} + \sigma - T_4 \aleph}{T_4T_2} \end{cases} & (2.3)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим первую и вторую производную  $\sigma$ :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d(-\varphi/\delta_\omega)}{dt} = -\frac{1}{\delta_\omega} \frac{d\varphi}{dt}; \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2\sigma}{dt^2} &= \frac{d^2(-\varphi/\delta_\omega)}{dt^2} = -\frac{1}{\delta_\omega} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{1}{\delta_\omega} \frac{d\left(\frac{\xi - \nu_r(t)}{T_a}\right)}{dt} = \\
 &= -\frac{1}{\delta_\omega \cdot T_a} \left( \frac{d\xi}{dt} - \cancel{(\nu_r(t), t)} \right) = -\frac{1}{\delta_\omega \cdot T_a} \frac{d\xi}{dt}, \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

так как по уравнению ротора  $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\xi - \nu_r(t)}{T_a}$ , а  $\nu_r(t > 0) = \text{const.}$

Функция, соответствующая уравнениям 2.3, показана на листинге 2.4.

## Листинг 2.4 — Функция, описывающая модель САР с ПИД-регулятором

```
1  function simulate_system_PID(task, T1, T2, T4)
2      (; Ta, Ts, δω, νΓ, tspan) = task
3      u0 = [0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
4
5      function system!(du, u, p, t)
6          φ, ξ, η, dη = u
7          σ = -φ / δω
8
9          du[1] = (ξ - νΓ(t)) / Ta
10         du[2] = (η - ξ) / Ts
11         du[3] = dη
12
13         dσ = -du[1] / δω
14         d2σ = -1 / (δω * Ta) * du[2]
15         du[4] = (T1*T4 * d2σ + (T2+T4) * dσ + σ - T4*dη) / (T2*T4)
16     end
17
18     prob = ODEProblem(system!, u0, tspan)
19     solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-6, abstol=1e-6)
20 end
```

Приведение И-регулятора к дифференциальной форме тривиально, функция, соответствующая уравнению И-регулятора, показана на листинге 2.5.

## Листинг 2.5 — Функция, описывающая модель САР с И-регулятором

```
1  function simulate_system_I(task, T4)
2      (; Ta, Ts, δω, νΓ, tspan) = task
3      u0 = [0.0, 0.0, 0.0]
4
5      function system!(du, u, p, t)
6          φ, ξ, η = u
7          σ = -φ / δω
8          du[1] = (ξ - νΓ(t)) / Ta
9          du[2] = (η - ξ) / Ts
10         du[3] = σ / T4
11     end
12
13     prob = ODEProblem(system!, u0, tspan)
14     solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-6, abstol=1e-6)
15 end
```

### 3 Методика исследования

Оптимальные параметры дифференцирующего звена  $T_1$  и  $T_2$  были получены в результате выполнения работы 3,  $T_3$  для выполнения этой работы не требуется, так как во всех регуляторах приводится к  $T_1$ .

$T_4$  была найдена методом варьирования по условию минимизации величины перерегулирования в модели САР с ПИ-регулятором (что аналогично минимизации максимальной ошибки  $\varphi_{\max}$ , так как  $\varphi_{\infty}$  инвариантно изменению параметров ПИ-регулятора,  $\varphi_{\infty} = 0$ ) при неотрицательности ошибки ( $\varphi_t - \varphi_{\infty}$ )  $> 0$ . Второе условие призвано выбрать параметры, обеспечивающие наименьшую колебательность, так как при уменьшении величины перерегулирования колебательность начинает расти.

Рассмотрим устойчивость модели САР с И-регулятором:

$$\begin{aligned} W_i(\lambda) &= \frac{1}{\delta_{\omega} T_a \lambda \cdot T_4 \lambda \cdot (T_s \lambda + 1)} \Rightarrow P_i(\lambda) = T_a T_4 \lambda^2 (T_s \lambda + 1), \\ P_i(\lambda) &= 0 \Rightarrow \lambda^2 (T_s \lambda + 1) = 0 \Rightarrow \lambda_p = 0^2, -\frac{1}{T_s} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Имеется полюс второго порядка в точке 0, что является признаком структурной неустойчивости. Для её демонстрации были построены переходные функции такой системы при различных значениях  $T_4$ .

## 4 Результаты численного моделирования

Полученные значения параметров  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_4$  приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Значения параметров САР

Параметр	$T_1$ , с	$T_2$ , с	$T_4$ , с
Величина	0.42	0.04	1.73

На рисунке 4.1 изображены графики переходных процессов в моделях САР с П-, ПД-, ПИ- и ПИД-регуляторами.

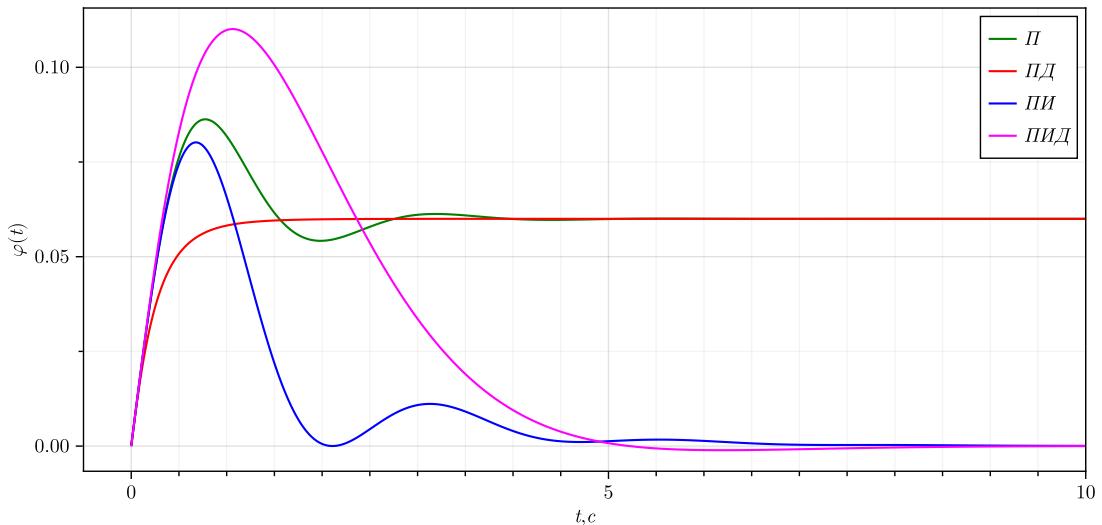


Рисунок 4.1 — Графики переходных процессов в моделях САР с П-, ПД-, ПИ- и ПИД-регуляторами

Переходные процессы моделей с П- и ПД-регуляторами совпадают с процессами, рассмотренными в работе 3.

Рассмотрим влияние этих законов управления на переходный процесс:

1. Пропорциональный закон приводит к наличию статической ошибки регулирования, имеет колебания и некоторую величину перерегулирования.
2. Пропорционально-дифференциальный закон сохраняет статическую ошибку регулирования неизменной относительно пропорционального закона, однако не имеет колебательности, обеспечивает отсутствие перерегулирования и меньшее время переходного процесса.
3. Пропорционально-интегральный закон обеспечивает астатизм, то есть отсутствие статической ошибки регулирования и имеет меньшую величину

максимальной динамической ошибки по сравнению с пропорциональным законом, однако имеет большее время переходного процесса и его колебательный характер.

4. Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон обеспечивает отсутствие статической ошибки регулирования, а также не имеет колебательности, однако такой закон обеспечивает наибольшую среди всех рассмотренных законов максимальную динамическую ошибку регулирования и время переходного процесса.

На рисунке 4.2 изображены графики переходных процессов в моделях САР с И-регулятором при различных значениях  $T_4$ . Для наглядности ось  $\varphi$  имеет логарифмическую шкалу.

Видно, что ни при малых, ни при больших значениях  $T_4$  не происходит стабилизации выходного сигнала, однако происходит зануление статической ошибки регулирования. Таким образом, САР с интегральным регулятором структурно неустойчива.

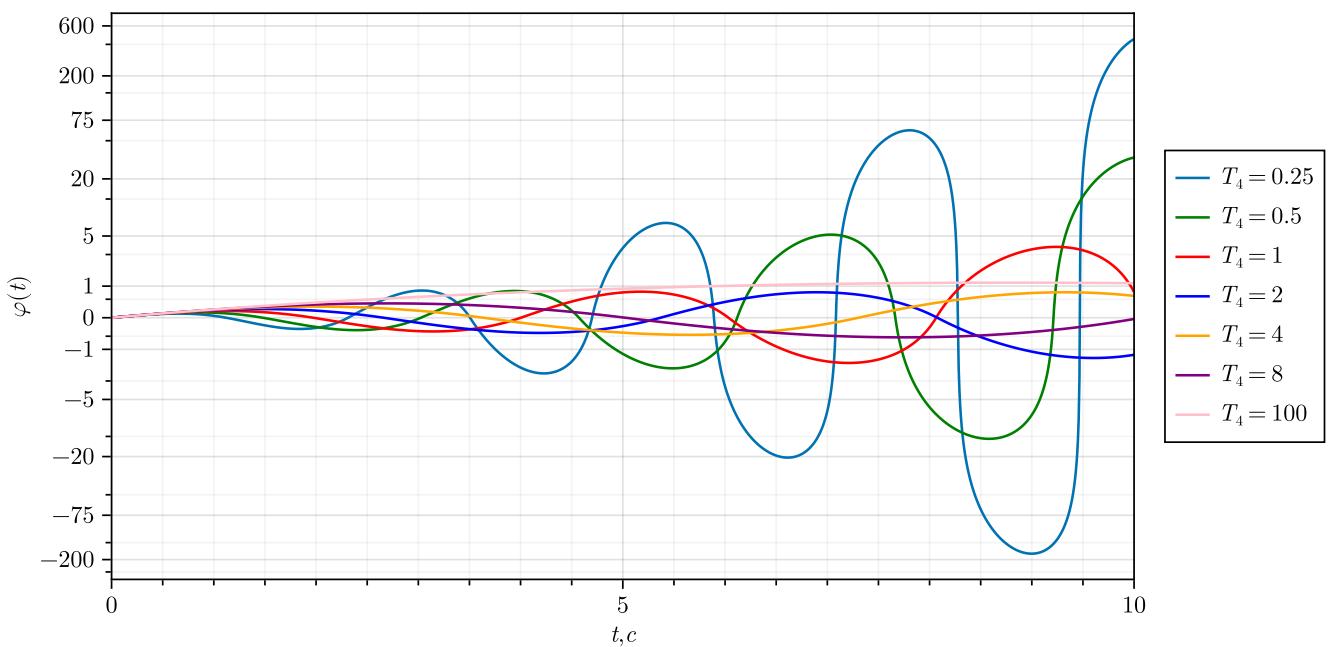


Рисунок 4.2 — Графики переходных процессов в модели с И-регулятором

## **Заключение**

Был проведён анализ влияния пропорционального, пропорционально-дифференциального, пропорционально-интегрального, пропорционально-интегрально-дифференциального и интегрального законов регулирования на переходные процессы в САР паровой турбины.

Определено, что использование И-закона ведёт к структурной неустойчивости, П- и ПД-законы приводят к установлению статической ошибки регулирования, тогда как ПИ- и ПИД-законы обеспечивают нулевую статическую ошибку, устойчивость, а также в случае ПИД-закона отсутствие колебательности.

## **Литература**

1. Егоршин В.П., Маспанов С.Н., Суханов В.А. Теория автоматического регулирования и автоматизация энергетических установок. учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2021.
2. Rackauckas C., Nie Q. Differentialequations.jl—a performant and feature-rich ecosystem for solving differential equations in julia // Journal of Open Research Software. Ubiquity Press, 2017. Т. 5, № 1. С. 15.
3. Danisch S., Krumbiegel J. Makie.jl: Flexible high-performance data visualization for Julia // Journal of Open Source Software. The Open Journal, 2021. Т. 6, № 65. С. 3349.