

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого**  
**Институт энергетики**  
**Высшая школа энергетического машиностроения**

**Отчёт по практической работе №2**  
по дисциплине «Теория автоматического регулирования»  
«Редуцирование модели САР паровой турбины до колебательного звена»

Выполнили:

Студент гр.3231303/21201 п/г 2 \_\_\_\_\_ А. К. Дмитриев

Студент гр.3231303/21201 п/г 2 \_\_\_\_\_ А. Д. Ярошевич

Принял:

Доцент ВШЭМ \_\_\_\_\_ В. А. Суханов

Санкт-Петербург  
2025

## **Реферат**

В данной лабораторной работе проведено редуцирование модели системы автоматического регулирования (САР) паровой турбины до одного колебательного звена. Основная цель состояла в поиске параметров этого звена:

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС, КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ЗВЕНО.

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Описание исследуемой САР и исходные данные .....	4
2	Система уравнений, описывающих переходные процессы в исследуемой САР и её перевод в программный вид .....	5
3	Методика исследования .....	8
4	Результаты численного моделирования .....	10
4.1	Варьирование $T_a$ .....	11
4.2	Варьирование $T_\pi$ .....	11
5	Анализ результатов численного моделирования .....	11
	Заключение .....	12

## **Введение**

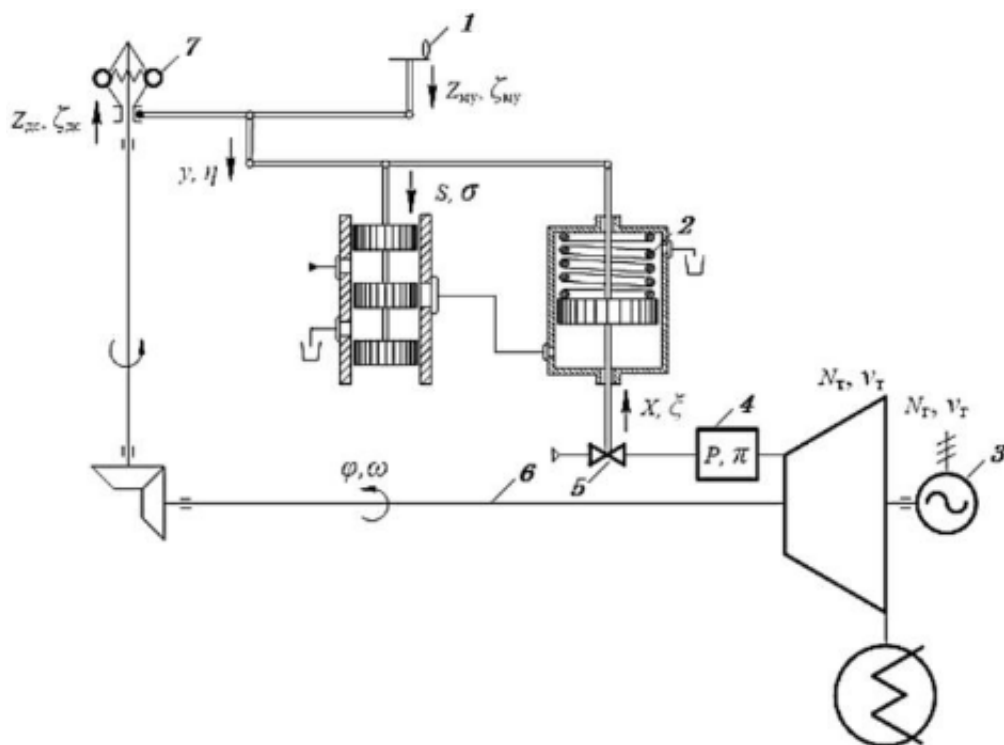
Цель работы состоит в редуцировании математической модели САР конденсационной паровой турбины без промежуточного перегрева и отбора пара до единичного колебательного звена. Работа проведена с помощью пакетов DifferentialEquations.jl и Plots.jl языка программирования Julia в среде Pluto.

Задача работы заключается в поиске значений параметров колебательного звена, при которых его переходная функция будет эквивалентна исходной переходной функции модели САР ПТУ.

Актуальность исследования заключается в упрощении математической модели, что позволит тратить меньше ресурсов на симуляцию.

## 1 Описание исследуемой САР и исходные данные

Объектами исследования являются система регулирования угловой скорости ротора паровой турбины без промежуточного перегрева пара, принципиальная схема которой изображена на рисунке 1.1, и колебательное звено.



1 — механизм управления; 2 — сервомотор (гидравлический усилитель);  
 3 — генератор; 4 — паровая ёмкость между регулирующим клапаном и соплами турбины;  
 5 — регулирующий клапан; 6 — ротор турбогенератора; 7 — датчик угловой скорости ротора;  $\varphi$  — относительное изменение угловой скорости ротора (величина, характеризующая ошибку регулирования);  $\pi$  — относительное изменение давления пара перед соплами турбины;  $\xi$  — относительное изменение положения регулирующего клапана (или поршня сервомотора);  $\eta$  — относительное изменение положения выходной координаты элемента сравнения;  $\nu_T$  — относительное изменение нагрузки на генераторе;  
 $\zeta_{мy}$  — относительное изменение положения механизма управления

Рисунок 1.1 — Принципиальная схема САР угловой скорости ротора

Исходные значения параметров САР указаны в таблицы 1.1.

Таблица 1.1 — Назначение промежутков варьирования

$T_a$	$T_\pi$	$T_s$	$\delta_\omega$
7	0.4	0.7	0.12

## 2 Система уравнений, описывающих переходные процессы в исследуемой САР и её перевод в программный вид

В работе рассматривается представление САР в виде линейной математической модели в стандартной форме:

$$\begin{cases} T_a \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \pi - \nu_r \\ T_\pi \cdot \frac{d\pi}{dt} + \pi = \xi \\ T_s \cdot \frac{d\xi}{dt} + \xi = \eta \\ \eta = -\frac{\varphi}{\delta_\omega} + \zeta_{\text{му}} \end{cases}$$

где  $T_a$  — постоянная времени ротора;

$T_\pi$  — постоянная времени паровой ёмкости;

$T_s$  — постоянная времени сервомотора;

$\delta_\omega$  — величина, пропорциональная коэффициенту усиления разомкнутой системы;

$\eta$  — относительное изменение положения выходной координаты элемента сравнения;

$\varphi$  — относительное изменение угловой скорости ротора турбины и генератора. Характеризует ошибку регулирования;

$\pi$  — относительное изменение давления пара в паровой ёмкости;

$\xi$  — относительное изменение положения регулирующего органа;

$\zeta_{\text{му}}$  — относительное изменение положения механизма управления турбиной;

$\nu_r$  — относительное изменение нагрузки на генераторе.

Эта система уравнений, подготовленная для анализа средствами DifferentialEquations.jl, записана в функции, приведённой на листинге 2.1.

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{\delta_\omega}{1 + \delta_\omega \cdot T_a \lambda \cdot (T_\pi \lambda + 1)(T_s \lambda + 1)} = \\ &= \frac{\delta_\omega}{1 + \delta_\omega \cdot T_a \lambda \cdot (T_\pi T_s \lambda^2 + (T_\pi + T_s) \lambda + 1)} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\delta_\omega} + T_a T_\pi T_s \lambda^3 + T_a (T_\pi + T_s) \lambda^2 + T_a \lambda} = \\ &= \end{aligned}$$

Колебательное звено также представлено его передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{K}{T^2 \lambda^2 + 2\zeta T \lambda + 1}$$

где  $K$  — коэффициент усиления;

$T$  — постоянная времени звена;

$s$  — переменная Лапласа;

$\zeta$  — величина затухания.

Листинг 2.1 — Функция, описывающая исследуемую САР

```

1  function simulate_system(;
2      Ta = 7,
3      Tп = 0.4,
4      Ts = 0.7,
5      δω = 0.12,
6      ηr = t -> t >= 2 ? -1 : 0.0,
7      u0 = [0.0, 0.0, 0.0],
8      tspan = (0.0, 30.0)
9  )
10     function system!(du, u, p, t)
11         φ, π, ξ = u
12         η = -φ / δω
13         du[1] = (π - ηr(t)) / Ta
14         du[2] = (ξ - π) / Tп
15         du[3] = (η - ξ) / Ts
16     end
17
18     prob = ODEProblem(system!, u0, tspan)
19     solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-6, abstol=1e-6)
20 end

```

Рассмотрим листинг 2.1 построчно:

- На строках 2-9 задаются значения параметров САР  $T_a$ ,  $T_\pi$ ,  $T_c$ ,  $\delta_\omega$  согласно выданному варианту, а также закон зависимости внешнего воздействия от времени  $\nu_r(t)$ , начальные условия  $u_0$  и время симуляции;
- На строках 10-16 описана собственно исследуемая система;
- На строке 18 из уравнения, начальных условий и времени симуляции формулируется задача `prob` для решателя;
- На строке 19 происходит решение системы уравнений с помощью выбранного решателя `Tsit5()` и выбранных коэффициентов точности для него;

Результат представляет из себя численную зависимость  $\varphi(t)$  для одного режима САР.



### 3 Методика исследования

Таким образом, можно назначить промежутки для варьирования параметров САР. Для  $T_s$ ,  $T_\pi$  и  $\delta_\omega$  промежутки произвольного размера назначены симметрично их исходным значениям из соображения наглядности. Для  $T_a$  промежутков назначен с учётом  $T_{a_k}$ , чтобы продемонстрировать потерю устойчивости системы. Назначенные промежутки указаны в таблице 3.2.

Таблица 3.2 — Назначение промежутков варьирования

Параметр	Исходное значение	Промежуток
$T_a$	$7c$	$2.125c - 10c$
$T_\pi$	$0.4c$	$0.4c - 1c$
$T_s$	$0.7c$	$0.2c - 0.6c$
$\delta_\omega$	$0.12\%$	$0.08\% - 0.16\%$

По итогам варьирования параметров САР и решения системы описывающих её уравнений получены трёхмерные графики в координатах, отражающих зависимость  $\varphi$  от  $t$  и варьiruемого параметра САР, а также двумерные графики зависимости параметров переходного процесса от варьiruемого параметра САР.

Для вычисления установившейся ошибки регулирования  $\varphi_0$  производится визуальная оценка времени переходного процесса по полученным трёхмерным графикам, после чего берётся значение  $\varphi(t)$  при  $t$  заведомо больше  $t_\pi$ . Ответственная за это функция приведена на листинге 3.2.

Листинг 3.2 — Функция для вычисления  $\varphi_\infty$

```
1 function compute_static_errors(solutions)
2     static_errors = [sol[1,end] for sol in solutions]
3 end
```

Для поиска времени переходного процесса используется функция, приведённая на листинге 3.3. В ней при обратном ходе по времени происходит поиск значения времени, при котором значение  $\varphi(t)$ , отличается от  $\varphi_0$  больше, чем на допуск 5%.

### Листинг 3.3 — Функция для вычисления $t_{\pi}$

```

1  function find_settling_time(sol, phi_steady; tolerance=0.05)
2      times = sol.t
3      phi_values = sol[1, :]
4      lower = phi_steady * (1 - tolerance)
5      upper = phi_steady * (1 + tolerance)
6
7      # Идем с конца к началу
8      for i in length(phi_values):-1:1
9          if !(lower <= phi_values[i] <= upper)
10             return i < length(times) ? times[i+1] : times[end]
11         end
12     end
13     return times[1]
14 end

```

Для вычисления максимальной динамической ошибки регулирования  $\varphi_{\max}$  используется функция, приведённая на листинге 3.4. В ней берётся наибольшее по модулю значение  $\varphi$ , так как  $\varphi_0 = 0$ .

### Листинг 3.4 — Функция для вычисления $\varphi_{\max}$

```

1  function compute_dynamic_errors(sol)
2      maximum(abs.(sol[1, :]))
3  end

```

## **4 Результаты численного моделирования**

### **4.1 Варьирование $T_\alpha$**

### **4.2 Варьирование $T_\pi$**

## 5 Анализ результатов численного моделирования

Из анализа графиков зависимости времени переходного процесса  $t_{\pi}$  от варьируемых параметров САР следует, что:

1. Изменение  $t_{\pi}$  происходит ступенчато, что, как видно из объёмных графиков, связано с «горбами», возникающими при колебаниях и методом определения этой величины, связанной с допуском. Наивысшая точка «горба» находится в его середине, по мере его уменьшения или увеличения сначала проходят допуск будут его крайние точки, но не центр, а с прохождением центра «горба» в допуск в него попадает вся его длина;
2. При увеличении  $T_a$  и  $\delta_{\omega}$  величина времени переходного процесса падает, тогда как при увеличении  $T_s$  и  $T_{\pi}$  это значение растёт.

Из анализа графиков зависимости максимальной динамической ошибки регулирования  $\varphi_{\max}$  от варьируемых параметров САР следует, что:

1. С ростом  $T_{\pi}$ ,  $T_s$  и  $\delta_{\omega}$  значение динамической ошибки регулирования растёт, тогда как с ростом  $T_a$  её значение падает;
2. При варьировании  $T_{\pi}$ ,  $T_s$  и  $\delta_{\omega}$  значение максимальной динамической ошибки изменяется линейно, тогда как при варьировании  $T_a$  значение изменяется нелинейно. Скорость этого уменьшения уменьшается с ростом  $T_a$ .

Из анализа графиков зависимости статической ошибки регулирования  $\varphi_{\infty}$  от варьируемых параметров САР следует, что:

1. При варьировании параметров  $T_s$  и  $T_{\pi}$ , а также  $T_a$ , исключив участок неустойчивости, значение  $\varphi_{\infty}$  остаётся неизменным и численно равным значению коэффициента обратной связи  $\delta_{\omega} = 0.12$ ;
2. С ростом  $\delta_{\omega}$  значение  $\varphi_{\infty}$  линейно растёт.

## Заключение

По итогам проведения численного моделирования изменения параметров переходного процесса при варьировании параметров САР конденсационной паровой турбины без промежуточного перегрева пара получено, что:

- Для уменьшения времени переходного процесса  $t_{\pi}$  следует увеличивать значения  $T_a$  и  $\delta_{\omega}$  и уменьшать значения  $T_s$  и  $T_{\pi}$ ;
- Для уменьшения максимальной динамической ошибки регулирования  $\varphi_{\max}$  следует увеличивать значение  $T_a$  и уменьшать значения  $T_{\pi}$ ,  $T_s$  и  $\delta_{\omega}$ ;
- Для уменьшения статической ошибки регулирования  $\varphi_{\infty}$  следует уменьшать величину  $\delta_{\omega}$ ;
- При уменьшении величины постоянной времени ротора  $T_a$  система может потерять устойчивость по Ляпунову.