

# **Билеты для экзамена по**

## **Тепломассообмену**



*Преподаватель:*  
**Сапожников Сергей Захарович**

*Автор конспекта:*  
**Дмитриев Артем Константинович**  
artem020503@gmail.com

### **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Теплопередача, её виды. Природа теплопроводности газов, жидкостей и твердых сред. Поле температуры. Изотермические поверхности и изотермы. Градиент температуры. Тепловой поток и его плотность. ....	4
2. Гипотеза Био. Интегральный закон Фурье. Теплопроводность сред и материалов. Дифференциальное уравнение теплопроводности (Фурье). Температуропроводность среды. Краевые условия. Граничные условия 1-4 рода, их физический смысл и формулировка. Краевая задача теплопроводности. ....	5
3. Канонические тела. Стационарная теплопроводность неограниченной пластины при граничных условиях 1 и 3 рода. Составная пластина. Коэффициент теплопередачи. Термические сопротивления. ....	7
4. Теплопроводность цилиндрической стенки при граничных условиях 1 и 3 рода. Линейный коэффициент теплопередачи. Составная цилиндрическая стенка. Задача о критическом диаметре цилиндрической стенки. ....	9
5. Теплопроводность шаровой стенки при граничных условиях 1 и 3 рода. Составная шаровая стенка. Коэффициент теплопередачи для шаровой стенки. ....	11
6. Оребрение, его эффективность. Коэффициент эффективности ребра. Расчёт ребра прямоугольного сечения. Возможный порядок расчёта оребрения. ....	12
7. Нестационарная теплопроводность. Неограниченная пластина при симметричных граничных условиях 3 рода. Форма решения, характеристические уравнения и их корни. Безразмерные соотношения, расчёт по таблицам и графикам. ....	14
8. Нагрев и охлаждение тел конечных размеров. Мультипликативные формулы. ....	15

9. Регулярный тепловой режим. Темп охлаждения тела. Коэффициент неравномерности распределения температуры. Теоремы Кондратьева, их использование. ....	16
10. Методы конечных разностей. Метод Шмидта. Метод элементарных балансов (Ваничева). Устойчивость решения. Явные и неявные схемы. ....	17
11. Конвективный теплообмен. Основные понятия. Свободная и вынужденная конвекция. Закон конвективного теплообмена Ньютона, коэффициент теплоотдачи. Закон вязкого трения Ньютона, динамическая и кинематическая вязкость жидкости. Режимы движения жидкости. Динамический и тепловой пограничный слой. ....	21
12. Краевая задача конвективного теплообмена. Используемые фундаментальные и эмпирические законы. Уравнения теплообмена, энергии, движения и сплошности. Краевые условия. ....	23
13. Подобие физических явлений. Необходимые условия подобия. Теоремы подобия. Достаточные условия подобия. Метод размерностей. Основные критерии подобия, их физический смысл. Выбор характерных параметров: размера, температуры, скорости. Графическая обработка опытных данных. ....	25
14. Конвективный теплообмен в однофазной среде. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль неограниченной пластины. Ламинарный и турбулентный режимы. Связь коэффициентов теплоотдачи и трения. Аналогия Рейнольдса. Переходный режим движения. Поправка Михеева. Уравнения подобия для теплообмена на пластине для капельных жидкостей и для газов. ....	26
15. Теплообмен при вынужденной конвекции в трубах и каналах. Профили скорости. Автомодельность. Начальный участок и участок стабилизированного течения. Ламинарный и турбулентный режимы. Теплообмен в турбулентном пограничном слое. Турбулентная теплопроводность. Интеграл Лайона. Уравнения подобия. ....	28
16. Теплообмен при поперечном обтекании труб и трубных пучков. Дорожка фон Кармана. Изменение коэффициента теплоотдачи по окружности трубы. Обтекание под углом, отличным от прямого. Трубные пучки, их параметры. Уравнения подобия для теплообмена в пучках. ....	29
17. Теплообмен при свободной конвекции. Физическая природа. Теплообмен на вертикальных поверхностях. Тепловой пограничный слой. Уравнения подобия для теплообмена. Режимы течения, их изменения по координате. ....	30

18. Теплообмен при свободной конвекции на горизонтальных поверхностях (пластин, труб, проволок). Уравнения подобия. Теплообмен в щелях и зазорах. ....	31
19. Теплообмен при кипении. Физическая природа. Режимы и кризисы кипения. Кривая Нукиямы. Параметры паровых пузырьков: отрывной диаметр, частота отрыва, число центров парообразования. ....	32
20. Теплоотдача при пузырьковом кипении. Числа подобия. Основные уравнения подобия. Первая критическая плотность теплового потока: физический смысл и расчёт. ....	33
21. Теплообмен при конденсации. Физическая природа. Угол смачивания и виды конденсации. Конденсация на вертикальной поверхности. Модель Нуссельта. Поправочные коэффициенты. ....	34
22. Конденсация на горизонтальных трубах. Конденсация на пучках труб. Конденсация внутри труб. Режимы течения двухфазных потоков. Капельная конденсация. ....	35
23. Термосифоны и тепловые трубы. ....	36
24. Теплообменники. Классификация, виды расчёта. Уравнения теплового баланса и теплопередачи. Водяные эквиваленты. $T - F$ – диаграммы. Средний температурный напор. Поправка Нуссельта. Коэффициент теплопередачи. ....	37
25. Эффективность теплообменников. Идеальный теплообменник. $\varepsilon - NTU$ – диаграмма и NTU-метод расчёта. ....	38
26. Гидравлический расчёт теплообменников. Потери давления. Мощность, расходуемая на перемещение теплоносителей ....	39
27. Теплообмен излучением. Физическая природа и особенности. Законы Кирхгофа и Стефана – Больцмана. Поглощательная, отражательная и пропускательная способность тел и сред. Абсолютно чёрное тело. Степень черноты. ....	40
28. Теплообмен излучением в прозрачной среде. Теплообмен между параллельными серыми пластинами. Радиационные экраны. Инфракрасное излучение газов. ....	42
29. Система «тело в оболочке». Угловые коэффициенты. Способы определения. Метод нитей. ....	43

# 1

**Теплопередача, её виды. Природа теплопроводности газов, жидкостей и твердых сред. Поле температуры. Изотермические поверхности и изотермы. Градиент температуры. Тепловой поток и его плотность.**

*Теплопередача* – процесс передачи тепловой энергии от более нагревого тела к менее нагретому.

1. Теплопроводность – молекулярный перенос тепла в твёрдой среде на уровне микрочастиц.
2. Конвекция – перенос тепла посредством движения микрочастиц объёма вещества.
3. Теплообмен излучением – передача энергии в виде электромагнитных волн.

Природа теплопроводности в разных средах:

- В газах диффузия происходит путём переноса атомов и молекул;
- В жидкостях и неметаллических твёрдых веществах тепло передаётся упругими волнами;
- В металлах – электронный газ.

*Поле температуры* – совокупность значений температуры в разных точках пространства.

*Изотермическая поверхность* – геометрическое место точек с одинаковой температурой.

*Изотерма* – линия (сечение), образованная пересечением секущей плоскости и изотермической поверхности.

Градиент температуры:

$$\nabla T = \bar{e}_x \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{e}_y \frac{\partial T}{\partial y} + \bar{e}_z \frac{\partial T}{\partial z} \Rightarrow \bar{n} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

Тепловой поток:

$Q$  – количество теплоты прошедшее через поверхность за единицу времени:

$$Q = \frac{dQ_r}{dr}, \quad [Q] = \text{Вт}; \quad (2)$$

$q$  – плотность теплового потока. Тепловой поток через единичную поверхность:

$$q = \frac{dQ}{dF}, \quad [q] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; \quad (3)$$

## 2

**Гипотеза Био. Интегральный закон Фурье. Теплопроводность сред и материалов. Дифференциальное уравнение теплопроводности (Фурье). Температуропроводность среды. Краевые условия. Граничные условия 1-4 рода, их физический смысл и формулировка. Краевая задача теплопроводности.**

*Гипотеза Био –*

Количество теплоты, прошедшее через изотермическую поверхность в сторону убывания температуры, пропорционально  $dr$ ,  $dF$  и  $\Delta T$  и обратно пропорционально  $\Delta n$ :

$$d^2Q_r = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta n} dF dr; \quad (4)$$

*Интегральный закон Фурье:*

- При  $\Delta n \rightarrow 0$ :

$$\frac{\partial^2 Q_r}{\partial F \partial r} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda \nabla T = q \Rightarrow q = -\lambda \nabla T; \quad (5)$$

*Теплопроводность ( $\lambda$ ) –*

Плотность теплового потока при единичной разнице температур.  $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{к}}$

Газы : 0.006...0.6

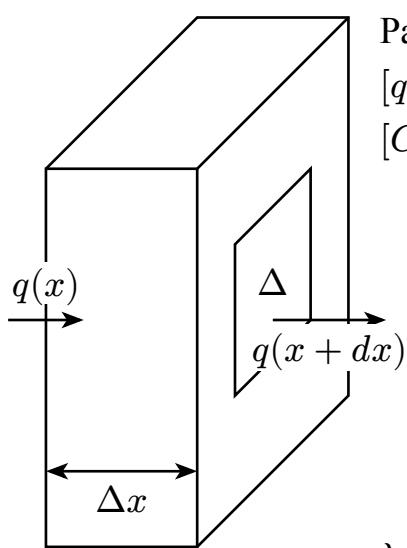
Жидкости : 0.07...0.7

Неметаллы : 0.04...10

Металлы : 8...425

(6)

**Дифференциальное уравнение теплопроводности:**



Рассмотрим пластину.

$[q_v] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$  – плотность внутренних источников тепла;  
 $[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$  – удельная теплоёмкость.

Уравнение теплового баланса:

$$-\lambda F \frac{\partial T(x)}{\partial x} + q_v F \Delta x = \\ = -\lambda F \frac{\partial T(x + \Delta x)}{\partial x} + \rho F c \Delta x \frac{\partial T}{\partial r};$$

$$\lambda \frac{\frac{\partial T(x+\Delta x)}{\partial x} - \frac{\partial T(x)}{\partial x}}{\Delta x} + q_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial r} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial r}$$

Учитывая, что температуропроводность:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}, \quad [\alpha] = \frac{\text{М}^2}{\text{с}}, \quad (7)$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности можно записать так:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q_v}{\rho c} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c} \quad (9)$$

Краевые условия:

Для нахождения единственного решения дифференциального уравнения теплопроводности необходимы краевые условия:

1. Граничные условия
2. Начальные условия
3. Сведения о форме и размерах тела
4. Сведения о тепловых свойствах тела ( $\lambda, \rho, c$ )

Граничные условия:

1. Первого рода:

Задают  $T$  на поверхности тела:

$$T(\Gamma, r) = T_\Gamma(\Gamma, r); \quad (10)$$

*Пример:* кипение и конденсация.

2. Второго рода:

Плотность теплового потока:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma = q_\Gamma(\Gamma, r) \quad (11)$$

*Пример:* нагрев при течении тока.

3. Третьего рода:

Пропорциональность теплового потока разности температур:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma = \alpha(T_f - T_\Gamma) \quad (12)$$

*Пример:* конвективный теплообмен.

4. Четвёртого рода:

Идеальный тепловой контакт:

$$-\lambda_1 \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{\Gamma=0} = -\lambda_2 \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{\Gamma+0} \quad (13)$$

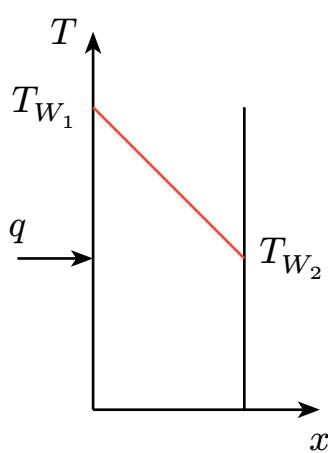
*Пример:* контакт резца с деталью.

### 3

**Канонические тела. Стационарная теплопроводность неограниченной пластины при граничных условиях 1 и 3 рода. Составная пластина. Коэффициент теплопередачи. Термические сопротивления.**

Теплопроводность неограниченной пластины при г/у 1 и 3-го рода:

**Первого рода:**



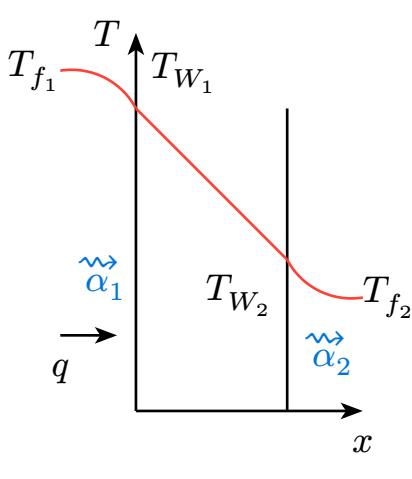
$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \\ T|_{x=0} = T_{W_1} \\ T|_{x=\delta} = T_{W_2} \end{cases}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} \Rightarrow T = C_1 x + C_2; x = 0 \Rightarrow T = T_{W_1} = C_2$$

$$\begin{aligned} x = \delta \Rightarrow T = T_{W_2} = C_2 \delta + T_{W_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow C_2 = \frac{T_{W_2} - T_{W_1}}{\delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_{W_2} - T_{W_1}}{\delta} x + T_{W_1} = T_{W_1} - \left( \frac{T_{W_1} - T_{W_2}}{\delta} \right) x \\ q &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \frac{T_{W_1} - T_{W_2}}{\delta} \end{aligned} \quad (14)$$

**Третьего рода (пластина в воде):**



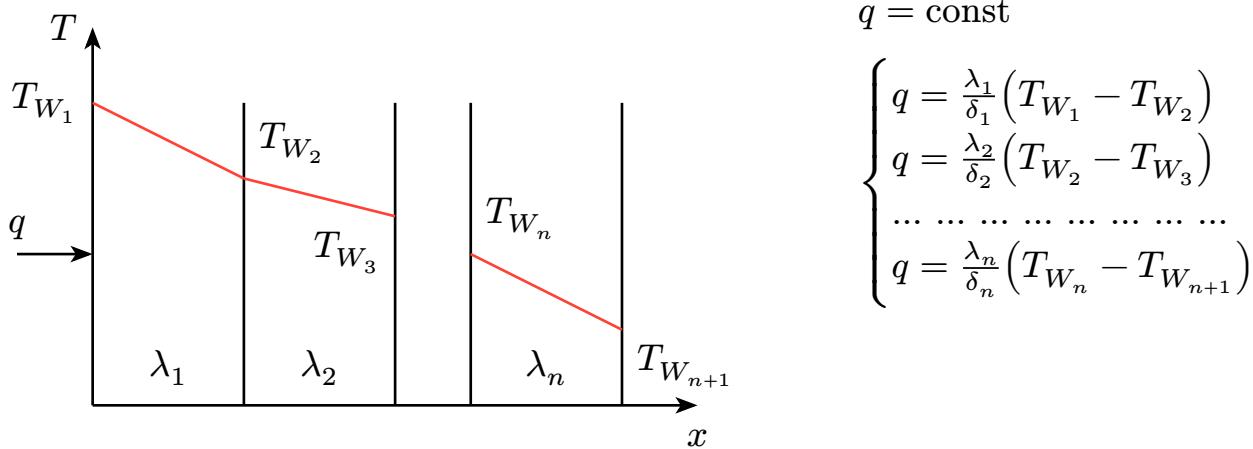
$$q = \text{const} \text{ внутри пластины}$$

$$\left. \begin{aligned} q &= \alpha_1 (T_{f_1} - T_{W_1}) \\ q &= \frac{\lambda}{\delta} (T_{W_1} - T_{W_2}) \\ q &= \alpha_2 (T_{f_2} - T_{W_2}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \right) = T_{f_1} - T_{f_2} \Rightarrow$$

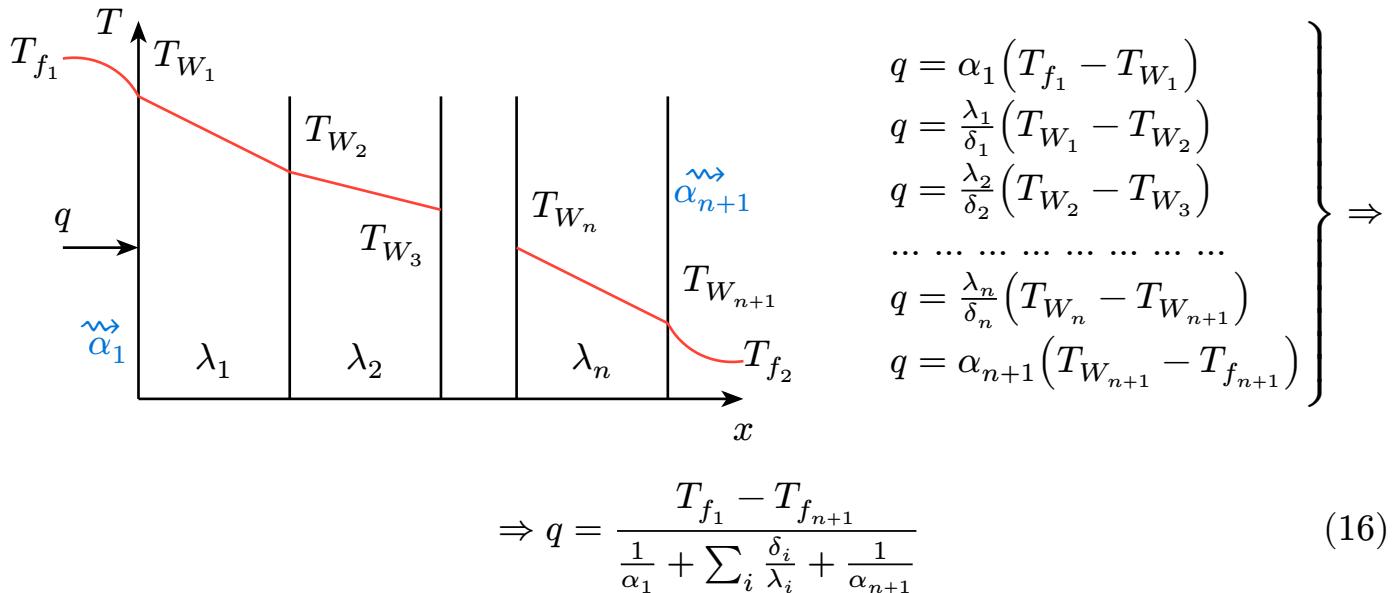
$$\Rightarrow q = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}} \quad (15)$$

## Теплопроводность составной пластины:



$$\left. \begin{array}{l} T_{W_1} - T_{W_2} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} \\ T_{W_2} - T_{W_3} = q \frac{\delta_2}{\lambda_2} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ T_{W_n} - T_{W_{n+1}} = q \frac{\delta_n}{\lambda_n} \end{array} \right\} \Rightarrow q = (T_{W_1} - \frac{T_{W_{n+1}}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}) = \frac{T_{W_1} - T_{W_{n+1}}}{\sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$

При граничных условиях 3-го рода (в воде):



Термическое сопротивление:

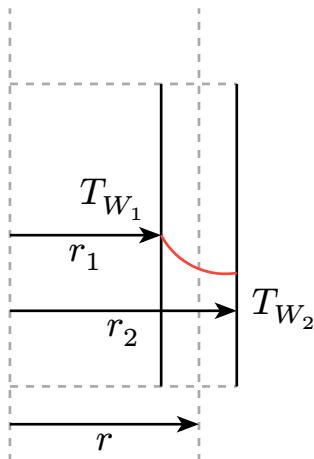
- $R_\lambda = \frac{\delta}{\lambda}$  - внутреннее термическое сопротивление (слоя),
- $R_\alpha = \frac{1}{\alpha}$  - внешнее термическое сопротивление (среды),
- $R_k = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{n+1}}$  - термическое сопротивление комплекса.

Коэффициент теплопередачи  $K$  - величина, показывающая плотность теплового потока при единичной разности температур жидкостей, омывающих стенки.

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{n+1}}} \quad (17)$$

4

**Теплопроводность цилиндрической стенки при граничных условиях 1 и 3 рода. Линейный коэффициент теплопередачи. Составная цилиндрическая стенка. Задача о критическом диаметре цилиндрической стенки.**



По граничным условиям 1-го рода:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0 \\ T|_{r=r_1} = T_{W_1} \\ T|_{r=r_2} = T_{W_2} \end{cases}$$

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0$$

$$U = \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} = 0 \Rightarrow \ln U + \ln r = C_1$$

$$\Rightarrow U = \frac{C_1}{r} \Rightarrow dT = \frac{C_1}{r} dr \Rightarrow T = C_1 \ln r + C_2$$

При граничных радиусах:

$$\begin{cases} r = r_1 : T = T_{W_1} = C_1 \ln r_1 + C_2 \\ r = r_2 : T = T_{W_2} = C_1 \ln r_2 + C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{T_{W_1} - T_{W_2}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \\ C_2 = T_{W_1} - (T_{W_1} - T_{W_2}) \frac{\ln r_1}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \end{cases}$$

$$T(r) = T_{W_1} - (T_{W_1} - T_{W_2}) \frac{\ln\left(\frac{r}{r_2}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr} = \frac{\lambda(T_{W_1} - T_{W_2})}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (18)$$

$$Q = Fq = 2\pi rlq = \frac{2\pi\lambda l(T_{W_1} - T_{W_2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (19)$$

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\lambda(T_{W_1} - T_{W_2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (20)$$

Это линейная плотность теплового потока,  $[q_l] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$

При г/у 3-го рода:

$$\left. \begin{array}{l} Q = \pi D_1 l (T_{f_1} - T_{W_1}) \alpha_1 \\ Q = q_1 \pi D_1 l = \frac{\lambda (T_{W_1} - T_{W_2})}{\frac{D_1}{2} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) \pi D_1 l} \\ T|_{r=r_2} = T_{W_2} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1 \pi D_1 l} + \frac{1}{2\pi l \lambda} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) + \frac{1}{\alpha_2 \pi D_2 l}}$$

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\pi (T_{f_1} - T_{f_2})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2}} \quad (21)$$

### Составные стенки:

Для г/у 1-го рода:

$$q_l = \frac{\pi (T_{W_1} - T_{W_{n+1}})}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda k} \ln\left(\frac{D_{k+1}}{D_k}\right)}$$

Для г/у 3-го рода:

$$q_l = \frac{\pi (T_{f_1} - T_{f_{n+1}})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda k} \ln\left(\frac{D_{k+1}}{D_k}\right) + \frac{1}{\alpha_{n+1} D_{n+1}}}$$

Линейный коэффициент теплопередачи:

$$K_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda k} \ln\left(\frac{D_{k+1}}{D_k}\right) + \frac{1}{\alpha_{n+1} D_{n+1}}} \quad (22)$$

$$q_l = \pi K_l (T_{f_1} - T_{f_{n+1}}) \quad (23)$$

Задача о критическом диаметре цилиндрической стенки:

Имеется двухслойная цилиндрическая стенка (трубопровод с изоляцией). Толщины внутренней стенки задана  $\Rightarrow R_{l\Sigma}$  зависит только от диаметра внешней стенки ( $D_3$ ). Исследуем  $R_{l\Sigma}$  на экстремум.

$$R_{l\Sigma} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) + \frac{1}{2\lambda_2} \ln\left(\frac{D_3}{D_2}\right) + \frac{1}{\alpha_3 D_3}$$

$$\frac{dR_{l\Sigma}}{dD_3} = \frac{1}{2\lambda_2} \cdot \frac{1}{D_3} - \frac{1}{\alpha_3 D_3^2} = 0 \Rightarrow D_3^{(kp)} = \frac{2\lambda_2}{\alpha_3}$$

При  $D_3 < D_3^{kp}$  с ростом  $D_3$   $R_{l\Sigma}$  увеличивается, при  $D_3 = D_3^{kp}$   $R_{l\Sigma}$  достигает максимума, при  $D_3 > D_3^{kp}$  с ростом  $D_3$   $R_{l\Sigma}$  уменьшается.

## 5

**Теплопроводность шаровой стенки при граничных условиях 1 и 3 рода.  
Составная шаровая стенка. Коэффициент теплопередачи для шаровой  
стенки.**

При д/у 1-го рода:

$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dT}{dr} = 0 - \text{Лапласиан в сферических координатах} \\ T|_{r=r_1} = T_{W_1} \\ T|_{r=r_2} = T_{W_2} \end{cases}$$

$$T(r) = T_{W_1} - (T_{W_1} - T_{W_2}) \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr}|_{r=r_1} \pi r_1^2 = \frac{\lambda(T_{W_1} - T_{W_2})\pi}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{\pi(T_{W_1} - T_{W_2})}{\frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \quad (24)$$

При д/у 3-го рода:

$$Q = \frac{\pi(T_{f_1} - T_{f_2})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1^2} + \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2^2}} \quad (25)$$

Составная шаровая стенка:

При д/у 1-го рода:

$$Q = \frac{\pi(T_{W_1} - T_{W_{n+1}})}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda_k} \left( \frac{1}{D_k} - \frac{1}{D_{k+1}} \right)} \quad (26)$$

При д/у 3-го рода:

$$Q = \frac{\pi(T_{f_1} - T_{f_{n+1}})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1^2} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda_k} \left( \frac{1}{D_k} - \frac{1}{D_{k+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2^2}} \quad (27)$$

Коэффициент теплопередачи шаровой стенки:

$$K_{ш} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 D_1^2} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda_k} \left( \frac{1}{D_k} - \frac{1}{D_{k+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2^2}} \quad (28)$$

## 6

**Оребрение, его эффективность. Коэффициент эффективности ребра. Расчёт ребра прямоугольного сечения. Возможный порядок расчёта оребрения.**

Оребрение выполняется на поверхностях с низким коэффициентом теплопередачи с целью его увеличения.

$$Q = \text{const}$$

$$\begin{cases} Q = \alpha_1(T_{f_1} - T_{W_1})F_1 \\ Q = \frac{\lambda}{\delta}(T_{W_1} - T_{W_2})F_1 \\ Q = \alpha_{2W}(T_{W_2} - T_{f_2})F_2 + \alpha_{2l}(\bar{T} - \bar{T}_{f_2})F_p \end{cases}$$

$$Q = \alpha_{2W}(T_{W_2} - T_{f_2})F_2 + \alpha_{2l}(\bar{T} - \bar{T}_{f_2})F_p = \left( \alpha_{2W}\frac{F_2}{F_1} + \alpha_{2l}\eta\frac{F_p}{F_1} \right)(T_{W_2} - T_{f_2})F_1$$

$$= \tilde{\alpha}_2(T_{W_2} - T_{f_2})F_1$$

$\tilde{\alpha}_2$  - приведённый коэффициент теплопередачи

$\eta = \frac{\bar{T} - T_{f_2}}{T_{W_2} - T_{f_2}} < 1$  - Коэффициент энергоэффективности ребра: отношение теплового потока, отдаваемого ребром, к тепловому потоку, отдаваемому идеальным ребром с бесконечной теплопроводностью и температурой  $T_{W_2}$ .

$\tilde{K} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\tilde{\alpha}_2}}$  - приведённый коэффициент теплопередачи

**Расчет ребра прямоугольного сечения:**

Примем допущения:

1.  $T$  меняется только по  $x$ ,
2. Конвективный теплообмен происходит только на боковых поверхностях,
3.  $q(X) = \alpha(T - T_f); \quad \alpha = \text{const.}$

Рассмотрим тепловой баланс элемента  $\Delta x$ . Теплота, переданная с границы, равна убыли теплоты внутри пластины:

$$q(x) \cdot 2\delta p - q(x + \Delta x) \cdot 2\delta p - \alpha(2p\Delta x)(T(x) - T_f) = 0 : 2\delta p dx$$

$$\xrightarrow[\Delta x \rightarrow 0]{} -\frac{dq}{dx} = \frac{\alpha}{\delta}(T(x) - T_f); \quad q(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dx^2} = \frac{\alpha}{\delta}(T(x) - T_f) \\ T(0) = T_W \\ \frac{dT}{dx}|_{x=l} = 0 - \text{нет теплообмена на торце} \end{cases}$$

## Безразмерный взгляд:

$$\Theta = \frac{T(x) - T_f}{T_W - T_f} \text{ - безразмерная температура}$$

$$X = \frac{x}{L} \text{ - безразмерная координата}$$

$$L^* = \frac{L}{\delta} \text{ - безразмерная длина ребра}$$

$$Bi = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{R_\lambda}{R_\alpha} \text{ - число Био}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2\Theta}{dx^2} = \Theta \cdot Bi \cdot L^* \\ \Theta|_{x=0} = 1 \\ \frac{d\Theta}{dx}|_{x=1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \Theta = \frac{\operatorname{ch}((1-x)\sqrt{Bi \cdot L^*})}{\operatorname{ch}(\sqrt{Bi \cdot L^*})}$$
(29)

Тепловой напор, отводимый от ребра:

$$Q = \sqrt{Bi \cdot L^*} \frac{\lambda \cdot 2\delta p}{L} (T_W - T_f) \operatorname{th}(\sqrt{Bi \cdot L^*})$$
(30)

$$Q^* = \lambda \cdot 2\delta p (T_W - T_f) \text{ - для идеального ребра}$$
(31)

$$\eta = \frac{Q}{Q^*} = \sqrt{Bi \cdot L^*} \operatorname{th}(\sqrt{Bi \cdot L^*})$$
(32)

Порядок расчёта оребрения:

1. Выбрать материал ребра с высокой теплопроводностью  $\lambda$ ;
2. Задают размеры ребра ( $\delta$ ,  $p$ ,  $L$ ). Оценивают  $\alpha$ ;
3. Переходят к безразмерным параметрам ( $Bi$ ,  $L^*$ ,  $X$ );
4. По графику определяют  $\eta$  и уточняют расчёт;
5. Расчитывают тепловой поток -  $Q = \eta \alpha F (T_W - T_f)$

При большом количестве рёбер:

$F_p$  - площадь боковой поверхности ребра;  $F_c$  - площадь неоребрённой поверхности;  $F_{pc} = F_c + 2F_p$  - площадь поверхности теплоотдачи.

$$\tilde{\alpha}_2 = \alpha_{2W} \frac{F_c}{F_{pc}} + \alpha_{2l} \eta \frac{F_p}{F_{pc}}$$
(33)

$$q = \frac{Q}{F_1} = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\tilde{\alpha}_2 \frac{F_{pc}}{F_1}}} = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\tilde{\alpha}_2 \beta}}$$
(34)

$\beta = \frac{F_{pc}}{F_1} = 5\dots10$  - коэффициент оребрения

**Нестационарная теплопроводность. Неограниченная пластина при симметричных граничных условиях 3 рода. Форма решения, характеристические уравнения и их корни. Безразмерные соотношения, расчёт по таблицам и графикам.**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini eruditio in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Тела конечных размеров представляются в виде пересечения бесконечных тел.

Мультипликативные формулы:

Безразмерная избыточная температура тела может быть найдена как произведение безразмерных температур бесконечных тел, его образующих:

Для бруска:  $\Theta = \Theta_{t1}(X)\Theta_{t2}(Y)$  Для циллиндра:  $\Theta = \Theta_t(L_y)\Theta_y(L_R)$

## 9

**Регулярный тепловой режим. Темп охлаждения тела. Коэффициент неравномерности распределения температуры. Теоремы Кондратьева, их использование.**

При  $F_0 > 0.3$  в решении задачи теплопроводности можно ограничиться первым членом ряда,  $T$  будет меняться экспоненциально.

$$J = C \cdot e^{-mr} \Rightarrow m = \frac{\ln(J_2) - \ln(J_1)}{r_2 - r_1} \text{ - темп охлаждения, } [m] = \frac{1}{\text{с}} \quad (35)$$

Первая теорема Кондратьева:

$m = \Psi \cdot \frac{\alpha F}{c\rho V}$  при конечном  $\alpha$ , где  $c\rho V$  - полная теплоёмкость тела,  
 $\Psi = \frac{\bar{J}_F}{\bar{J}_V}$  - коэффициент неравномерности распределения температуры,  
 $\bar{J}_F$  - избыточная температура, усреднённая по поверхности,  
 $\bar{J}_V$  - избыточная температура, усреднённая по объёму.

При  $Bi \rightarrow 0$   $\bar{J}_f \approx \bar{J}_V \Rightarrow \Psi = 1$

При  $Bi \rightarrow \infty$   $T_W \rightarrow T_f \Rightarrow \bar{J}_f \rightarrow 0 \Rightarrow \Psi = 0$

Вторая теорема Кондратьева:

При  $Bi \rightarrow \infty$  темп охлаждения  $m_\infty$  прямо пропорционально температуре проводности тела

$$\alpha = Km_\infty; K \text{ - коэффициент, зависящий от формы и размеров тела.} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \text{Для пластины толщиной } 2\delta : K = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)^2} \\ \text{Для шара : } K = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{r_0}\right)^2} \end{aligned} \quad (37)$$

# 10

**Методы конечных разностей. Метод Шмидта. Метод элементарных балансов (Ваничева). Устойчивость решения. Явные и неявные схемы.**

Приближённо заменяют гладкую кривую распределения температур на некото-  
рую ломаную.

Метод Шмидта:

Разобьём пластину на слои толщиной  $\Delta x$ . Номер слоя -  $n$ , номер момента времени -  $(\Delta r) = K$ ,  $T_{n,K}$  - температура  $n$ -ного слоя в  $K$ -тый момент времени. Ломаная приближённо задаёт распределение температур в пластине.

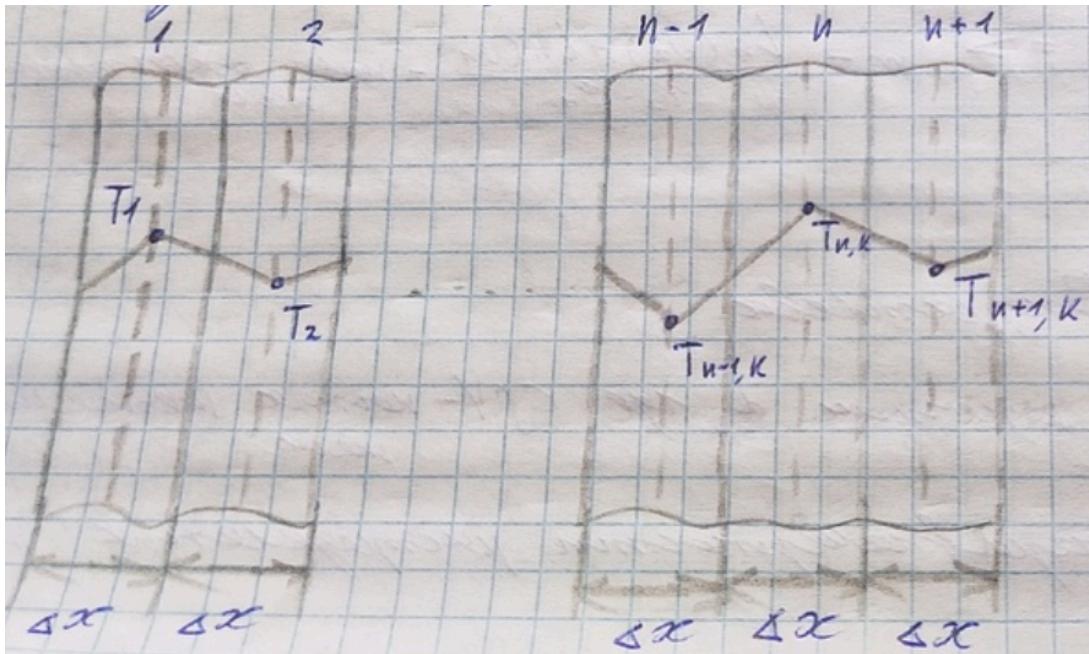


Рис. 8.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \rightarrow \frac{\Delta R}{\Delta \tau} = \alpha \frac{\Delta^2 T}{\Delta x^2}; \quad \tau = K \Delta \tau \quad (38)$$

$$\left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_- = \frac{T_{n,K} - T_{n-1,K}}{\Delta x}, \quad \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_+ = \frac{T_{n+1,K} - T_{n,K}}{\Delta x} \quad (39)$$

$$\frac{\Delta^2 T}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x} \left( \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_+ - \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_- \right) = \frac{1}{\Delta x^2} (T_{n+1,K} + T_{n-1,K} - 2T_{n,K}) \quad (40)$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{T_{n,K+1} - T_{n,K}}{\Delta \tau} = \alpha \frac{T_{n+1,K} - T_{n-1,K} - 2T_{n,K}}{\Delta x^2} \Rightarrow \quad (41)$$

$$\Rightarrow T_{n,K+1} - T_{n,K} = \frac{2\alpha \Delta \tau}{\Delta x^2} \left( \frac{T_{n+1,K} + T_{n-1,K}}{2} - T_{n,K} \right) \quad (42)$$

$$\text{При } \frac{2\alpha \Delta \tau}{\Delta x^2} = 1 \Rightarrow T_{n,K+1} = \frac{1}{2}(T_{n+1,K} + T_{n-1,K}) \Rightarrow \quad (43)$$

Температура в слое  $n$  в момент  $\tau = (K + 1) \Delta \tau$  равна получумме температур в сосед-  
них слоях в момент  $\tau = K \Delta \tau$

$$\frac{\alpha \Delta \tau}{\Delta x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow F_0 = 0.5 \quad (44)$$

Для использования метода Шмидта нужно:

1. Задать начальное распределение температур;
2. Выбрать  $\Delta \tau$  и  $\Delta x$  так, чтобы  $F_0 = 0.5$
3. Определить температуры в последующие моменты времени.

$$T_{n,K+1} = \frac{1}{2}(T_{n-1,K} + T_{n+1,K}) \quad (45)$$

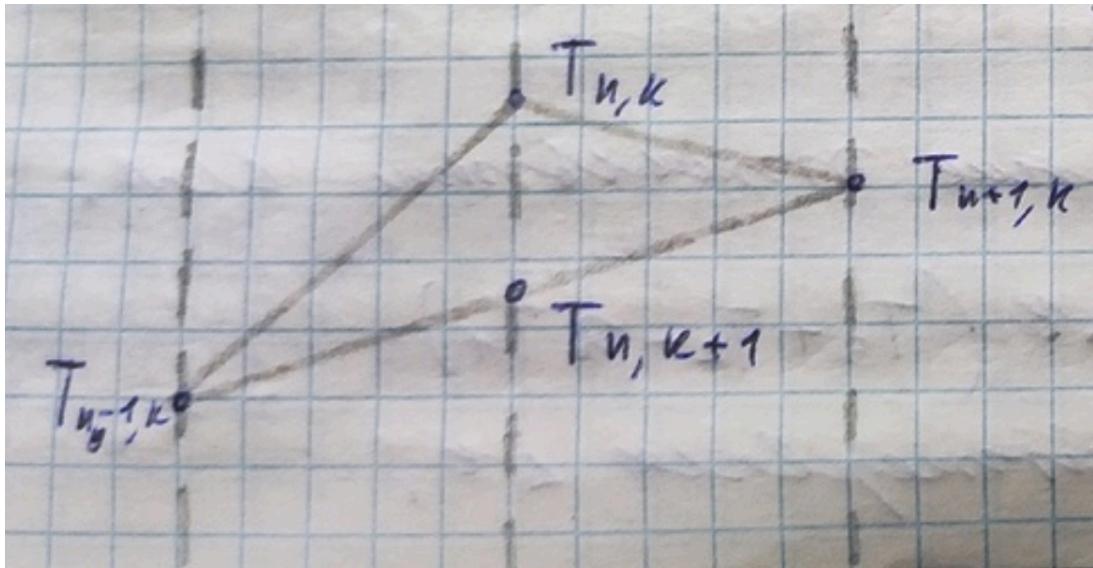


Рис. 9.

Метод Ваничева (элементарных балансов):

Предполагая, что теплоёмкость каждого слоя сосредоточена в центре. С соседними слоями слой соединяется тепловыми связями, по которым перераспределяется тепло.

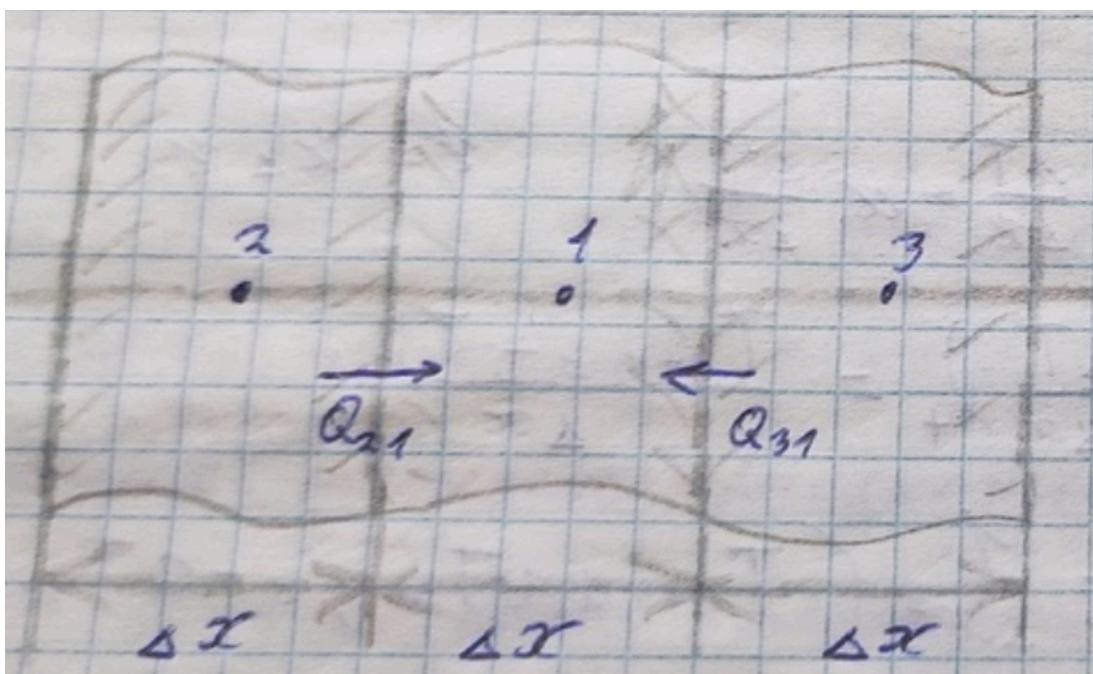
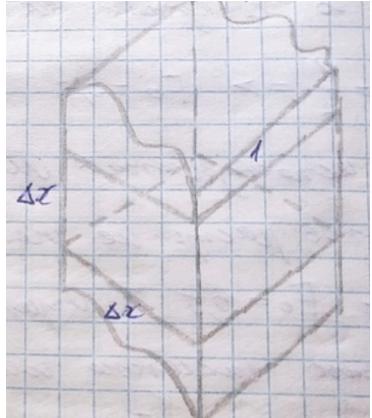


Рис. 10.

Допущения:

1. Изменение температуры между точками происходит по линейному закону.
2. Изменение температуры во времени происходит скачками.
3. Увеличение энталпии элементарного объёма, прилегающего к узлу, пропорционально приращению температуры в узле.

Выделим в слое прямоугольник со сторонами  $\Delta x, \Delta x, 1$  - элементарный объём.



$$V = \Delta x \cdot \Delta x \cdot 1 = (\Delta x)^2; \quad S = \Delta x \cdot 1 = \Delta x \quad (46)$$

$$Q_{21} = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_2 - T_1) \Delta x \Delta \tau \quad (47)$$

$$Q = q \Delta \tau = \frac{\lambda}{\delta} (T_{W_1} - T_{W_2}) S \Delta \tau \quad (48)$$

$$Q_{31} = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_3 - T_1) \Delta x \Delta \tau \quad (49)$$

Тепло идёт на приращение энталпии слоя:

Рис. 11.

$$c\rho V(T_{1'} - T_1) = Q_{21} + Q_{31} = \lambda \Delta \tau (T_3 + T_2 - 2T_1) \quad (50)$$

$T_{1'}$  - температура в конце интервала  $\Delta \tau$

$$\Rightarrow T_{1'} = \frac{\lambda \Delta \tau}{c\rho V} \left( T_2 + T_3 - 2T_1 + \frac{T_1}{\frac{\lambda \Delta \tau}{c\rho V}} \right), \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\lambda}{\rho c}, \quad V = (\Delta x)^2, \quad F_0 = \frac{\alpha \Delta \tau}{(\Delta x)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{1'} &= F_0 \left( T_2 + T_3 + T_1 \left( \frac{1}{F_0} - 2 \right) \right) \end{aligned} \quad (52)$$

При  $F_0 = 0.5$   $T_{1'} = \frac{1}{2}(T_2 + T_3)$  - метод Шмидта.

С уменьшением  $F_0$  растёт точность решения.

Устойчивость решения:

Оба метода дают правильные результаты при  $F_0 \leq 0.5$ .

Пример потери устойчивости при  $F_0 = 1$ :

$$T_{1'} = T_2 + T_3 - T_1; \quad T_2 = T_3 = 500K, T_1 = 300K \Rightarrow \quad (53)$$

$$\Rightarrow T_{1'} = 1000 - 300 = 700K > T_2, T_3 - \text{физически невозможно}. \quad (54)$$

Дополнение: Для двухмерной задачи рассматриваются пространственные тепловые связи.

$$T_{1'} = F_0 \left( T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_1 \left( \frac{1}{F_0} - 4 \right) \right) \quad (55)$$

Устойчивость при  $F_0 \leq 0.5$ .

### **Явные и неявные схемы:**

Методы Шмидта и Ваничева реализуют явные конечно-разностные схемы, а именно каждая последующая определяется с использованием предыдущей. Существуют неявные разностные схемы, позволяющие определить температуру в любой момент времени и для любого  $F_0$ .

Запишем уравнение теплового баланса для момента  $\tau + \delta\tau$ :

$$c\rho V(T_{1'} - T_1) = Q_{21} + Q_{31} = \lambda \Delta\tau((T_{2'} - T_{1'}) + (T_{3'} - T_{1'})) \Rightarrow \quad (56)$$

$$\Rightarrow (1 + 2F_0)T_{1'} - F_0(T_{2'} - T_{3'}) - T_1 = 0 \quad (57)$$

$T_{1'}$  зависит от  $T_{2'}$  и  $T_{3'}$  в соседних узлах в тот же момент времени.

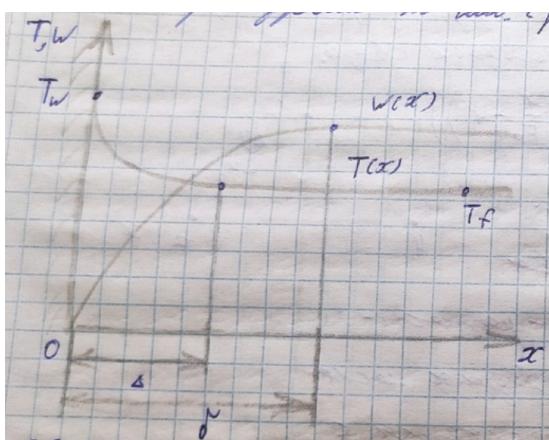
Систему уравнений нужно записать для всех узлов и решить для  $\tau + \Delta\tau$

# 11

**Конвективный теплообмен. Основные понятия. Свободная и вынужденная конвекция. Закон конвективного теплообмена Ньютона, коэффициент теплоотдачи. Закон вязкого трения Ньютона, динамическая и кинематическая вязкость жидкости. Режимы движения жидкости. Динамический и тепловой пограничный слой.**

При теплообмене конвекцией совместно действуют как конвективный перенос тепла, так и теплопроводность. Среда, участвующая в конвективном теплообмене, условно называется жидкостью.

Основная задача конвективного теплообмена - установить связь плотности теплового потока на поверхности с температурами жидкости. (распределением температуры)



$\delta$  - толщина динамического пограничного слоя, за его пределами  $w = \text{const.}$

$\Delta$  - толщина теплового пограничного слоя.

Рис. 12.

## Свободная и вынужденная конвекция:

Если движение жидкости вызвана неоднородным полем массовых сил (гравитационных, электромагнитных), то конвекция называется свободной. Если движение жидкости вызвано воздействием поверхностных сил, внутренних массовых сил или внешним подводом кинетической энергии, то конвекция называется вынужденной.

Закон конвективного теплообмена Ньютона:

$$q = \alpha(T_f - T_W), \quad [\alpha] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \text{ - коэффициент теплоотдачи} \quad (58)$$

Если температуры жидкости и стенки неоднородны, то определяется средний коэффициент теплоотдачи:

$$\bar{\alpha} = \frac{Q_m}{(T_{f_m} - T_{W_m})F} \quad (59)$$

$Q_m, T_{f_m}, T_{W_m}$  - среднее значение  $Q, T_f$  и  $T_W$ .  $F$  - площадь поверхности теплообмена.  
 $\alpha_i = \frac{q_i}{T_{f_i} - T_{W_i}}$  - местный коэффициент теплоотдачи

$q_i, T_{f_i}, T_{W_i}$  - значение температуры стенки, жидкости и плотность теплового потока в данной точке.

Если есть участки, на которых  $\alpha_i \approx \text{const}$ , тепловой поток  $Q$  определяется, как:

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i F_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i (T_{f_i} - T_{W_i}) F_i \quad (60)$$

В общем случае  $Q$  определяется интегрированием по поверхности  $F$ :

$$\int_F \alpha (T_f - T_W) dF \quad (61)$$

$$\begin{cases} q = \alpha (T_f - T_W) \\ q = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0} \end{cases} \text{ - закон фурье} \Rightarrow \alpha = -\lambda_f \frac{\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0}}{T_f - T_W} \text{ - уравнение теплоотдачи} \quad (62)$$

Так как  $T = T_f$  на некотором удалении от стенки, то

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0} = -\frac{T_f - T_W}{\delta} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda_f}{\delta}, \quad \delta \text{ - толщина теплового пограничного слоя} \quad (63)$$

Закон вязкого трения Ньютона, кинематическая и динамическая вязкость жидкости:

$S$  - касательное напряжение. Касательная сила, отнесённая к единице поверхности.

$$S = \mu \frac{\partial W}{\partial n} \text{ - закон вязкого трения Ньютона} \quad (64)$$

$[\mu] = \frac{\text{Па}}{\text{с}}$  - динамическая вязкость.

$\nu = \frac{\mu}{\rho_f}$ ;  $[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$  - кинематическая вязкость жидкости.

Жидкость, подчиняющаяся закону Ньютона, называется ньютоновской.

Для газов введён температурный коэффициент объёмного расширения:

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T_f} \right)_p, \quad [\beta] = \frac{1}{K}, \quad V = \frac{1}{\rho_f} \text{ - удельный объём} \quad (65)$$

Для идеального газа  $\beta = \frac{1}{T_f}$

Режимы движения жидкости:

1. Ламинарный режим: Движение устойчиво, без случайных изменений вектора скорости по модулю и направлению.
2. Тurbulentный режим: Характеристики потока меняются хаотично во времени. Режим характеризуется число Рейнольдса  $Re = \frac{wd}{\nu}$  - отношение сил инерции и кинематической вязкости.

$Re_{kp}$  - критическое число Рейнольдса.

При  $Re < Re_{kp}$  течение ламинарное, при  $Re > Re_{kp}$  - турбулентное.

## 12

**Краевая задача конвективного теплообмена. Используемые фундаментальные и эмпирические законы. Уравнения теплообмена, энергии, движения и сплошности. Краевые условия.**

Используемые фундаментальные и эмпирические законы:

1. Жидкость является сплошной средой;
2. В объёме жидкости действуют законы сохранения энергии, массы, импульса;
3. Действуют законы теплообмена Ньютона и вязкого трения Ньютона;
4. Физические свойства жидкости считаются заданными.

**Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена:**

1. Уравнение теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}}{T_f - T_W} \quad (66)$$

2. Уравнение энергии:

$$\frac{DT}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \text{ - субстанциональная производная}$$

$\frac{\partial T}{\partial \tau}$  - локальная составляющая, остальное - конвективная.

$$\frac{DT}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial x} W_x + \frac{\partial T}{\partial y} W_y + \frac{\partial T}{\partial z} W_z$$

$$\frac{DT}{\partial \tau} = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_{pf}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \alpha_f \nabla^2 T \text{ - уравнение энергии} \quad (67)$$

Выражает закон сохранения энергии при конвективном теплообмене.

3. Уравнение движения (уравнение Навье-Стокса):

$$\rho_f \frac{D\bar{W}}{\partial \tau} = \rho_f \bar{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \bar{W} \quad (68)$$

$$\begin{cases} \rho_f \frac{DW_x}{\partial \tau} = \rho_f g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2} \right) \\ \rho_f \frac{DW_y}{\partial \tau} = \rho_f g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2} \right) \\ \rho_f \frac{DW_z}{\partial \tau} = \rho_f g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (69)$$

4. Уравнение неразрывности (сплошности, сохранения массы) В силу закона сохранения массы в любой объём поступает столько массы, сколько выходит:

$$\Delta G_m = \oint_F \rho_f \bar{W} dF = 0 \text{ - изменение массового расхода} \quad (70)$$

По теоремме Остроградского-Гаусса:

$$\begin{aligned}
\oint_F \rho_f \bar{W} dF &= \int_V \left( \frac{\partial(\rho_f W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_f W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_f W_z)}{\partial z} \right) dV = \\
&= \int_V \nabla \cdot (\rho_f \bar{W}) dV, \text{ так как жидкость несжимаема, } \rho_f = \text{const} \Rightarrow \quad (71) \\
&\Rightarrow \nabla \cdot (\bar{W}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

**Краевые условия** (условия однозначности):

1. Задание геометрических размеров;
2. Задание физических свойств жидкости:  $\rho_f, \lambda_f, c_{pf}, \mu, \beta$ ;
3. Задание граничных условий:  $T_W, W_W, p_W$  -  $T, W, P$  на поверхности, омываемой жидкостью;
4. Если теплообмен нестационарный, задают начальные условия. Значения  $T, W, \rho, T_W$  в начальный момент времени по всему объёму.

# 13

**Подобие физических явлений. Необходимые условия подобия. Теоремы подобия. Достаточные условия подобия. Метод размерностей. Основные критерии подобия, их физический смысл. Выбор характерных параметров: размера, температуры, скорости. Графическая обработка опытных данных.**

Когда различные физические явления описываются тождественными дифференциальными уравнениями, то говорят, что они принадлежат к одному классу. Если у таких явлений качественно совпадают начальные условия, то их называют явлениями одного рода. Если в явлениях одного рода физические величины распределены в пространстве и во времени схожим образом, то говорят о физическом подобии.

Необходимые условия подобия:

1. Явления должны происходить в геометрически подобных ситуациях;
2. Нестационарные явления должны быть гомохронными (каждому моменту во времени должен соответствовать другой момент во времени.)

$$Fo_1 = Fo_2 \Rightarrow \frac{\alpha_1 \tau_1}{d_1^2} = \frac{\alpha_2 \tau_2}{d_2^2} - \text{условие гомохронности} \quad (72)$$

**Конвективный теплообмен в однофазной среде. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль неограниченной пластины. Ламинарный и турбулентный режимы. Связь коэффициентов теплоотдачи и трения. Аналогия Рейнольдса. Переходный режим движения. Поправка Михеева. Уравнения подобия для теплообмена на пластине для капельных жидкостей и для газов.**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequo doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudianda sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nolle me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis

evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequo doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distingue possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nolle me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequo doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudianda sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequo doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequo doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudianda sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distingue possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nolle me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequo doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguique possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diurnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequa doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distingue possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitibus aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedit, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeno, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extreum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum.

## 26

### Гидравлический расчёт теплообменников. Потери давления. Мощность, расходуемая на перемещение теплоносителей

Тепловой расчет теплообменника дополняется гидравлическим расчётом.

Мощность, расходуемая на преодоление гидравлических сопротивлений:

$$N_i = \frac{G_i \Delta P_{i\xi}}{\bar{\rho}_i \eta}; \quad i = 1, 2 - \text{нумерует холодный и горячий теплоноситель; (73)}$$

$\Delta P_{i\xi}$  - потери давления от гидравлических сопротивлений;

$\bar{\rho}_i$  - средняя плотность теплоносителя;

$\eta = 0.7 \dots 0.8$  - КПД насоса

## 27

**Теплообмен излучением. Физическая природа и особенности. Законы Кирхгофа и Стефана – Больцмана. Поглощательная, отражательная и пропускательная способность тел и сред. Абсолютно чёрное тело. Степень черноты.**

Теплообмен ведётся посредством обмена электромагнитными волнами.

$\lambda$  - длина волны;  $\nu$  - частота;  $\lambda\nu = c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Особенности:

- Происходит как при наличии, так и при отсутствии промежуточной среды между телами. Если среда не поглощает излучение, её наличие не влияет на теплообмен;
- Тепловой поток зависит от всех тел, участвующих в теплообмене;
- Тепловой поток определяется не разностью температур тел, а зависит от четвёртой степени их температур;
- Тепловой поток определяется свойствами излучающих тел.

Поглощающая, отражающая и пропускательная способность тел:

$Q_R$  - отражённое тепло;  $Q_A$  - поглощённое тепло;  $Q_D$  - пропущенное тепло.

По первому началу термодинамики:

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D \Rightarrow \frac{Q_A}{Q} + \frac{Q_R}{Q} + \frac{Q_D}{Q} = 1 \Rightarrow R + A + D = 1 \quad (74)$$

- $R$  - отражательная способность тела. На зеркальных поверхностях отражение происходит по законам зеркальной оптики, на шероховатых - диффузационной.
- $A$  - поглощательная способность тела. Зависит от природы материала и  $\lambda$  падающего света
- $D$  - пропускательная способность тела. Только для стёкол и других прозрачных сред.

Идеальные тела:

- $A = 0, D = 0, R = 1$  - абсолютно белое тело;
- $A = 1, D = 0, R = 0$  - абсолютно чёрное тело;
- $A = 0, D = 1, R = 0$  - абсолютно прозрачное тело.

Степень черноты - отношение плотности потока собственного излучения тела к плотности потока излучения АЧТ.

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{соб}}}{E_0}; \quad \varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{\lambda_{\text{соб}}}} \text{ - спектральная степень черноты} \quad (75)$$

При расчёте  $\varepsilon$  сравнивают плотность теплового потока, излучаемого во всём диапазоне частот, а при  $\varepsilon_\lambda$  - только при частоте  $\lambda$ .

*Серое тело* - тело, у которого  $A < 1$  и не зависит от температуры.

Закон Стефана-Больцмана:

Плотность теплового потока АЧТ пропорциональна четвёртой степени его абсолютной температуры:

$$E_0 = \sigma_0 T^4; \quad \sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}} \text{ — постоянная Стефана-Больцмана} \quad (76)$$

Закон Кирхгофа:

Отношение спектральной плотности теплового потока, излучаемого телом, к его спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела.

$$\frac{E_{\lambda_{\text{соб}}}(\lambda, T)}{A_\lambda(\lambda, T)} \quad (77)$$

Выоды из закона Кирхгофа:

1. Из всех тел больше всех излучает АЧТ;
2. Если тело не поглощает в данном интервале частот, то оно не излучает в нём;

## 28

**Теплообмен излучением в прозрачной среде. Теплообмен между параллельными серыми пластинами. Радиационные экраны. Инфракрасное излучение газов.**

Теплообмен излучением между серыми пластинами:

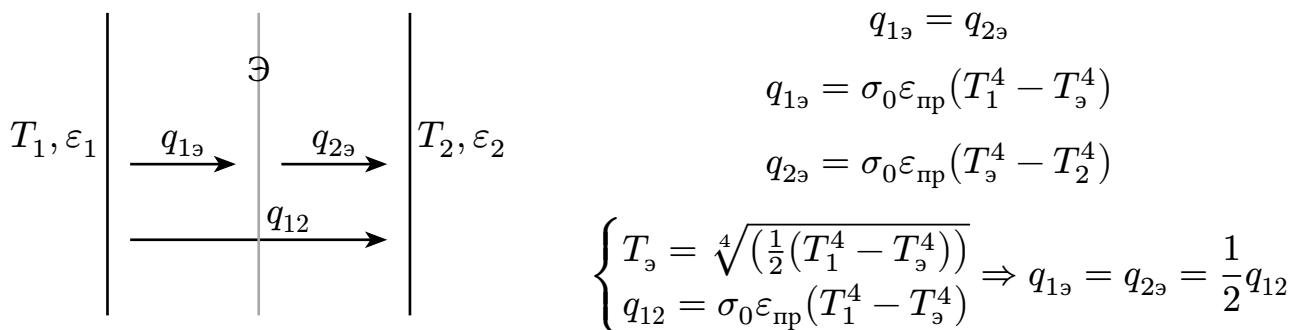
Две пластины с малым зазором.

$$q_{12} = C_0 \varepsilon_{\text{пр}} \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (78)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \text{ - приведённая степень черноты} \quad (79)$$

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0.7 \dots 0.8 \Rightarrow \varepsilon_{\text{пр}} \approx \varepsilon_1 \varepsilon_2 \quad (80)$$

Радиационные экраны:



Излучение серого газа. Особенности излучения газов:

- Газы излучают и поглощают не поверхностью, а всем объёмом;
- В инфракрасной области излучают только трёх- и многоатомные газы;
- Излучение и поглощение объёма газа зависит от числа молекул, оказавшихся на пути луча.  $L \approx 3.6 \frac{V}{F}$  - путь луча в газе.

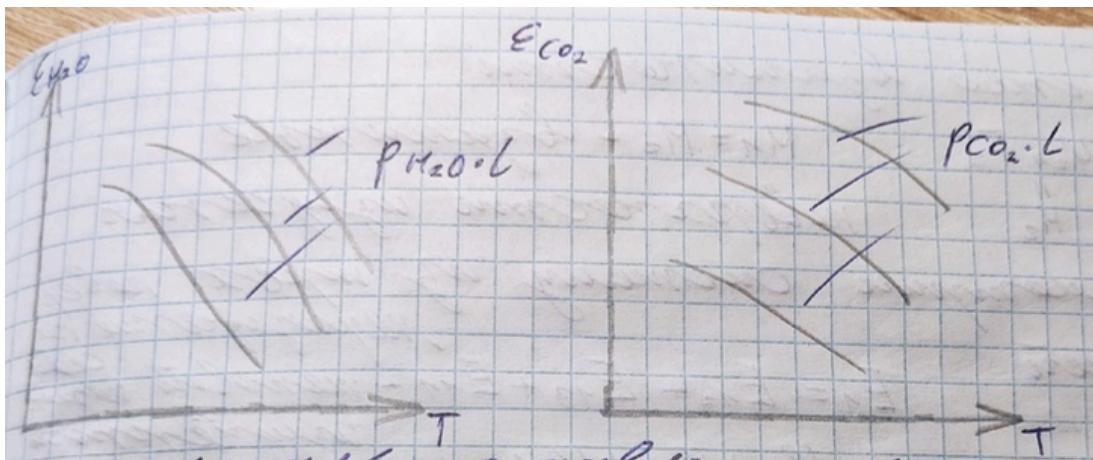


Рис. 14.

$p$  - парциальное давление газа;  $l$  - путь луча в газе;

$$\varepsilon = \varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2} - \Delta\varepsilon \text{ - поправка на совместное действие газов} \quad (81)$$

**29**

**Система «тело в оболочке». Угловые коэффициенты. Способы определения. Метод нитей.**

$$Q_{12} = Q_1 - \varphi_{21} Q_2 \quad (82)$$

$\varphi_{21}$  - угловой коэффициент. Показывает, какая доля излучения тела 2 попадает на тело 1.

$$Q_{12} = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \varphi_{21}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \left( F_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \varphi_{21} F_2 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (83)$$

$$\text{Если } T_1 \approx T_2 : Q_{12} = C_0 \varepsilon_{\text{пр}} F_1 \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (84)$$

$$\text{Если } F_2 \gg F_1 : Q_{12} = C_0 \varepsilon_1 F_1 \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (85)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{2}{\varepsilon_2} - 1} \quad (86)$$

Угловые коэффициенты:

1. Свойство взаимности

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2; \quad H_1 = \varphi_{12} F_1, H_2 = \varphi_{21} F_2 \quad (87)$$

$H_1, H_2$  - взаимные поверхности излучения.

2. Рассмотрим систему из трёх поверхностей:

$E_1 = E_{12} + E_{13} + E_{11}$  - тепловой поток излучённый поверхностью 1.

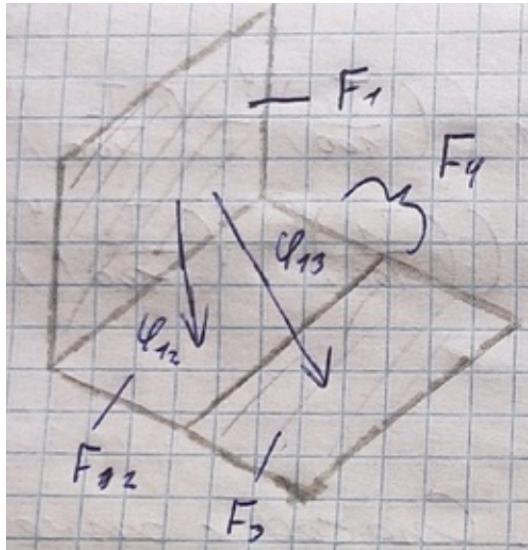
$1 = \varphi_{12} + \varphi_{13} + \varphi_{11}$ ; Если поверхность плоская, то  $\varphi_{11} = 0$ .

Если есть замкнутая система из n поверхностей, то:

$$\sum_{j=1}^n \varphi_{ij} = 1 \text{ - условие замкнутости} \quad (88)$$

Способы определения угловых коэффициентов:

1. По таблицам;
2. Прямой расчет:



$$E_1 F_1 \varphi_{14} = E_1 F_1 \varphi_{12} + E_1 F_1 \varphi_{13} \Rightarrow$$

$$\varphi_{14} = \varphi_{12} + \varphi_{13}$$

Рис. 15.

3. Метод натянутых нитей;

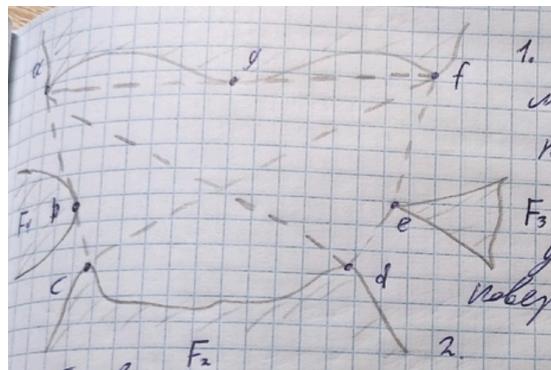


Рис. 16.

1. Соединяем хордами выступы поверхности 1;
2. Соединяя хордами выступы поверхностей 3,4 и 2;
3. Проведём диагонали  $ad$  и  $cf$ ;
4. Измеряем длины всех отрезков  
 $L_1 \approx ag + gf$   
 $\varphi_{12} = \frac{1}{2L_1}((cf + ad) - (cb + ba) - (de + ef))$

Угловой коэффициент равен полуразности сумм длинн диагоналей и непересекающихся отрезков, отнесённой к длине излучающей поверхности в плоскости чертежа.