

# **Билеты для экзамена по**

## **Тепломассообмену**



*Преподаватель:*  
**Сапожников Сергей Захарович**

*Автор конспекта:*  
**Дмитриев Артем Константинович**  
artem020503@gmail.com

### **СОДЕРЖАНИЕ**

|  |    |
|--|----|
| 1. Теплопередача, её виды. Природа теплопроводности газов, жидкостей и твердых сред. Поле температуры. Изотермические поверхности и изотермы. Градиент температуры. Тепловой поток и его плотность. ....   | 4  |
| 2. Гипотеза Био. Интегральный закон Фурье. Теплопроводность сред и материалов. Дифференциальное уравнение теплопроводности (Фурье). Температуропроводность среды. Краевые условия. Граничные условия 1-4 рода, их физический смысл и формулировка. Краевая задача теплопроводности. .... | 5  |
| 3. Канонические тела. Стационарная теплопроводность неограниченной пластины при граничных условиях 1 и 3 рода. Составная пластина. Коэффициент теплопередачи. Термические сопротивления. ....  | 7  |
| 4. Теплопроводность цилиндрической стенки при граничных условиях 1 и 3 рода. Линейный коэффициент теплопередачи. Составная цилиндрическая стенка. Задача о критическом диаметре цилиндрической стенки. ....  | 9  |
| 5. Теплопроводность шаровой стенки при граничных условиях 1 и 3 рода. Составная шаровая стенка. Коэффициент теплопередачи для шаровой стенки. ....   | 11 |
| 6. Оребрение, его эффективность. Коэффициент эффективности ребра. Расчёт ребра прямоугольного сечения. Возможный порядок расчёта оребрения. ....   | 12 |
| 7. Нестационарная теплопроводность. Неограниченная пластина при симметричных граничных условиях 3 рода. Форма решения, характеристические уравнения и их корни. Безразмерные соотношения, расчёт по таблицам и графикам. ....  | 16 |
| 8. Нагрев и охлаждение тел конечных размеров. Мультипликативные формулы. ....  | 19 |

|   |    |
|---|----|
| 9. Регулярный тепловой режим. Темп охлаждения тела. Коэффициент неравномерности распределения температуры. Теоремы Кондратьева, их использование. ....  | 20 |
| 10. Методы конечных разностей. Метод Шмидта. Метод элементарных балансов (Ваничева). Устойчивость решения. Явные и неявные схемы. ....  | 21 |
| 11. Конвективный теплообмен. Основные понятия. Свободная и вынужденная конвекция. Закон конвективного теплообмена Ньютона, коэффициент теплоотдачи. Закон вязкого трения Ньютона, динамическая и кинематическая вязкость жидкости. Режимы движения жидкости. Динамический и тепловой пограничный слой. ....   | 25 |
| 12. Краевая задача конвективного теплообмена. Используемые фундаментальные и эмпирические законы. Уравнения теплообмена, энергии, движения и сплошности. Краевые условия. ....  | 27 |
| 13. Подобие физических явлений. Необходимые условия подобия. Теоремы подобия. Достаточные условия подобия. Метод размерностей. Основные критерии подобия, их физический смысл. Выбор характерных параметров: размера, температуры, скорости. Графическая обработка опытных данных. ....   | 29 |
| 14. Конвективный теплообмен в однофазной среде. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль неограниченной пластины. Ламинарный и турбулентный режимы. Связь коэффициентов теплоотдачи и трения. Аналогия Рейнольдса. Переходный режим движения. Поправка Михеева. Уравнения подобия для теплообмена на пластине для капельных жидкостей и для газов. .... | 32 |
| 15. Теплообмен при вынужденной конвекции в трубах и каналах. Профили скорости. Автомодельность. Начальный участок и участок стабилизированного течения. Ламинарный и турбулентный режимы. Теплообмен в турбулентном пограничном слое. Турбулентная теплопроводность. Интеграл Лайона. Уравнения подобия. ....   | 35 |
| 16. Теплообмен при поперечном обтекании труб и трубных пучков. Дорожка фон Кармана. Изменение коэффициента теплоотдачи по окружности трубы. Обтекание под углом, отличным от прямого. Трубные пучки, их параметры. Уравнения подобия для теплообмена в пучках. ....   | 41 |
| 17. Теплообмен при свободной конвекции. Физическая природа. Теплообмен на вертикальных поверхностях. Тепловой пограничный слой. Уравнения подобия для теплообмена. Режимы течения, их изменения по координате. ....   | 44 |

|  |    |
|--|----|
| 18. Теплообмен при свободной конвекции на горизонтальных поверхностях (пластин, труб, проволок). Уравнения подобия. Теплообмен в щелях и зазорах. ....   | 46 |
| 19. Теплообмен при кипении. Физическая природа. Режимы и кризисы кипения. Кривая Нукиямы. Параметры паровых пузырьков: отрывной диаметр, частота отрыва, число центров парообразования. ....                             | 48 |
| 20. Теплоотдача при пузырьковом кипении. Числа подобия. Основные уравнения подобия. Первая критическая плотность теплового потока: физический смысл и расчёт. ....   | 51 |
| 21. Теплообмен при конденсации. Физическая природа. Угол смачивания и виды конденсации. Конденсация на вертикальной поверхности. Модель Нуссельта. Поправочные коэффициенты. ....  | 52 |
| 22. Конденсация на горизонтальных трубах. Конденсация на пучках труб. Конденсация внутри труб. Режимы течения двухфазных потоков. Капельная конденсация. ....  | 54 |
| 23. Термосифоны и тепловые трубы. ....   | 58 |
| 24. Теплообменники. Классификация, виды расчёта. Уравнения теплового баланса и теплопередачи. Водяные эквиваленты. $T - F$ – диаграммы. Средний температурный напор. Поправка Нуссельта. Коэффициент теплопередачи. .... | 60 |
| 25. Эффективность теплообменников. Идеальный теплообменник. $\varepsilon - NTU$ – диаграмма и NTU-метод расчёта. ....  | 63 |
| 26. Гидравлический расчёт теплообменников. Потери давления. Мощность, расходуемая на перемещение теплоносителей ....   | 64 |
| 27. Теплообмен излучением. Физическая природа и особенности. Законы Кирхгофа и Стефана – Больцмана. Поглощательная, отражательная и пропускательная способность тел и сред. Абсолютно чёрное тело. Степень черноты. .... | 65 |
| 28. Теплообмен излучением в прозрачной среде. Теплообмен между параллельными серыми пластинами. Радиационные экраны. Инфракрасное излучение газов. ....  | 67 |
| 29. Система «тело в оболочке». Угловые коэффициенты. Способы определения. Метод нитей. ....  | 68 |

# 1

**Теплопередача, её виды. Природа теплопроводности газов, жидкостей и твердых сред. Поле температуры. Изотермические поверхности и изотермы. Градиент температуры. Тепловой поток и его плотность.**

*Теплопередача* – процесс передачи тепловой энергии от более нагревого тела к менее нагретому.

1. Теплопроводность – молекулярный перенос тепла в твёрдой среде на уровне микрочастиц.
2. Конвекция – перенос тепла посредством движения микрочастиц объёма вещества.
3. Теплообмен излучением – передача энергии в виде электромагнитных волн.

Природа теплопроводности в разных средах:

- В газах диффузия происходит путём переноса атомов и молекул;
- В жидкостях и неметаллических твёрдых веществах тепло передаётся упругими волнами;
- В металлах – электронный газ.

*Поле температуры* – совокупность значений температуры в разных точках пространства.

*Изотермическая поверхность* – геометрическое место точек с одинаковой температурой.

*Изотерма* – линия (сечение), образованная пересечением секущей плоскости и изотермической поверхности.

Градиент температуры:

$$\nabla T = \bar{e}_x \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{e}_y \frac{\partial T}{\partial y} + \bar{e}_z \frac{\partial T}{\partial z} \Rightarrow \bar{n} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

Тепловой поток:

$Q$  – количество теплоты прошедшее через поверхность за единицу времени:

$$Q = \frac{dQ_r}{dr}, \quad [Q] = \text{Вт}; \quad (2)$$

$q$  – плотность теплового потока. Тепловой поток через единичную поверхность:

$$q = \frac{dQ}{dF}, \quad [q] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; \quad (3)$$

## 2

**Гипотеза Био. Интегральный закон Фурье. Теплопроводность сред и материалов. Дифференциальное уравнение теплопроводности (Фурье). Температуропроводность среды. Краевые условия. Граничные условия 1-4 рода, их физический смысл и формулировка. Краевая задача теплопроводности.**

*Гипотеза Био –*

Количество теплоты, прошедшее через изотермическую поверхность в сторону убывания температуры, пропорционально  $dr$ ,  $dF$  и  $\Delta T$  и обратно пропорционально  $\Delta n$ :

$$d^2Q_r = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta n} dF dr; \quad (4)$$

*Интегральный закон Фурье:*

- При  $\Delta n \rightarrow 0$ :

$$\frac{\partial^2 Q_r}{\partial F \partial r} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda \nabla T = q \Rightarrow q = -\lambda \nabla T; \quad (5)$$

*Теплопроводность ( $\lambda$ ) –*

Плотность теплового потока при единичной разнице температур.  $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{к}}$

Газы : 0.006...0.6

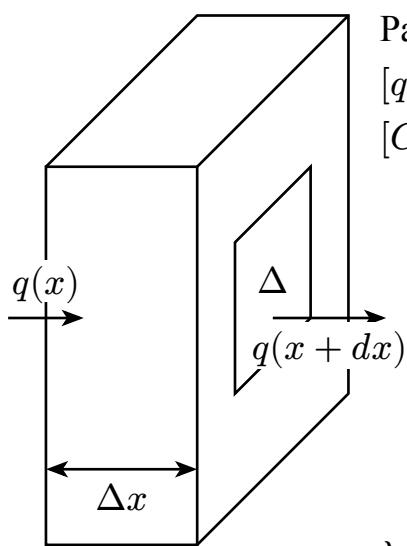
Жидкости : 0.07...0.7

Неметаллы : 0.04...10

Металлы : 8...425

(6)

**Дифференциальное уравнение теплопроводности:**



Рассмотрим пластину.

$[q_v] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$  – плотность внутренних источников тепла;  
 $[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$  – удельная теплоёмкость.

Уравнение теплового баланса:

$$-\lambda F \frac{\partial T(x)}{\partial x} + q_v F \Delta x = \\ = -\lambda F \frac{\partial T(x + \Delta x)}{\partial x} + \rho F c \Delta x \frac{\partial T}{\partial r};$$

$$\lambda \frac{\frac{\partial T(x+\Delta x)}{\partial x} - \frac{\partial T(x)}{\partial x}}{\Delta x} + q_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial r} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial r}$$

Учитывая, что температуропроводность:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}, \quad [\alpha] = \frac{\text{М}^2}{\text{с}}, \quad (7)$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности можно записать так:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q_v}{\rho c} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c} \quad (9)$$

Краевые условия:

Для нахождения единственного решения дифференциального уравнения теплопроводности необходимы краевые условия:

1. Граничные условия
2. Начальные условия
3. Сведения о форме и размерах тела
4. Сведения о тепловых свойствах тела ( $\lambda, \rho, c$ )

Граничные условия:

1. Первого рода:

Задают  $T$  на поверхности тела:

$$T(\Gamma, r) = T_\Gamma(\Gamma, r); \quad (10)$$

*Пример:* кипение и конденсация.

2. Второго рода:

Плотность теплового потока:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma = q_\Gamma(\Gamma, r) \quad (11)$$

*Пример:* нагрев при течении тока.

3. Третьего рода:

Пропорциональность теплового потока разности температур:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma = \alpha(T_f - T_\Gamma) \quad (12)$$

*Пример:* конвективный теплообмен.

4. Четвёртого рода:

Идеальный тепловой контакт:

$$-\lambda_1 \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{\Gamma=0} = -\lambda_2 \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{\Gamma+0} \quad (13)$$

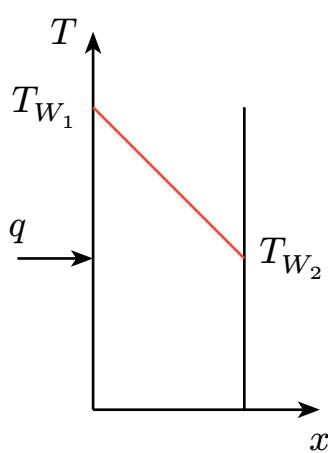
*Пример:* контакт резца с деталью.

### 3

**Канонические тела. Стационарная теплопроводность неограниченной пластины при граничных условиях 1 и 3 рода. Составная пластина. Коэффициент теплопередачи. Термические сопротивления.**

Теплопроводность неограниченной пластины при г/у 1 и 3-го рода:

**Первого рода:**



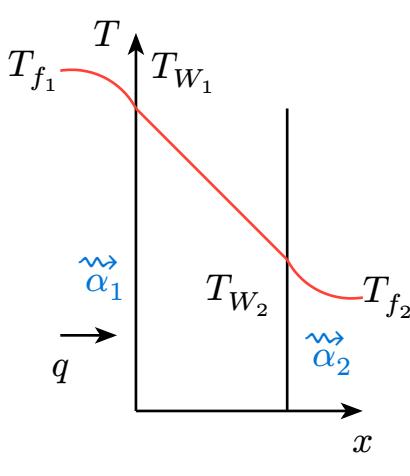
$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \\ T|_{x=0} = T_{W_1} \\ T|_{x=\delta} = T_{W_2} \end{cases}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} \Rightarrow T = C_1 x + C_2; x = 0 \Rightarrow T = T_{W_1} = C_2$$

$$\begin{aligned} x = \delta \Rightarrow T = T_{W_2} = C_2 \delta + T_{W_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow C_2 = \frac{T_{W_2} - T_{W_1}}{\delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_{W_2} - T_{W_1}}{\delta} x + T_{W_1} = T_{W_1} - \left( \frac{T_{W_1} - T_{W_2}}{\delta} \right) x \\ q &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \frac{T_{W_1} - T_{W_2}}{\delta} \end{aligned} \quad (14)$$

**Третьего рода (пластина в воде):**



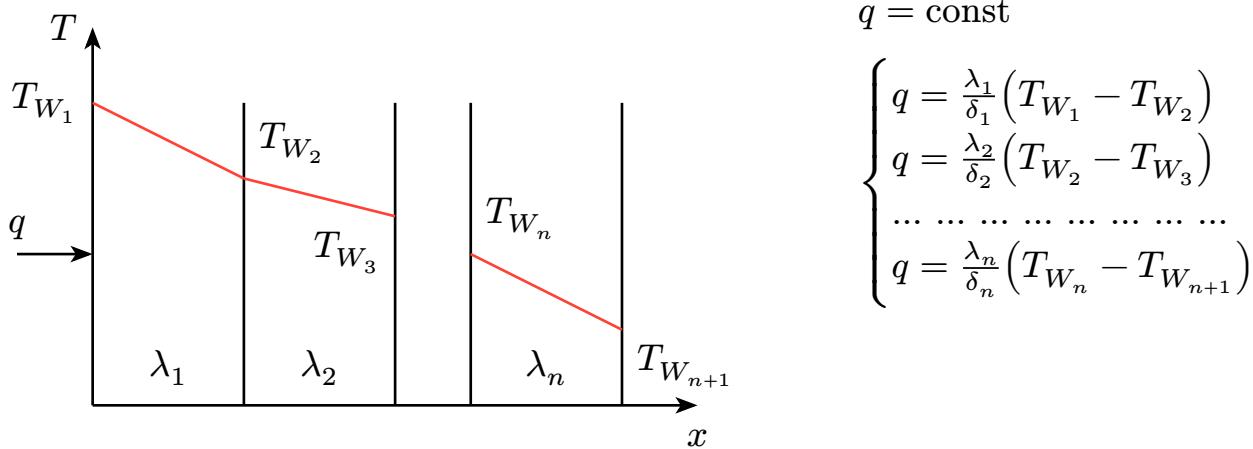
$$q = \text{const} \text{ внутри пластины}$$

$$\left. \begin{aligned} q &= \alpha_1 (T_{f_1} - T_{W_1}) \\ q &= \frac{\lambda}{\delta} (T_{W_1} - T_{W_2}) \\ q &= \alpha_2 (T_{f_2} - T_{W_2}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \right) = T_{f_1} - T_{f_2} \Rightarrow$$

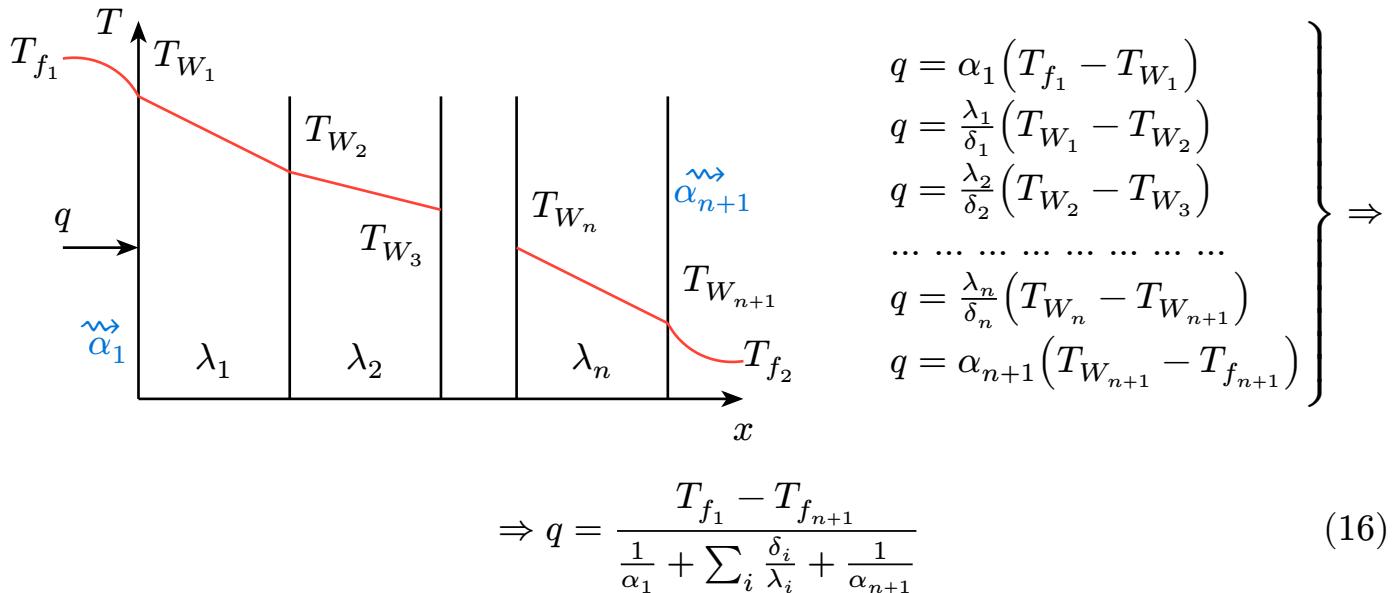
$$\Rightarrow q = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}} \quad (15)$$

## Теплопроводность составной пластины:



$$\left. \begin{array}{l} T_{W_1} - T_{W_2} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} \\ T_{W_2} - T_{W_3} = q \frac{\delta_2}{\lambda_2} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ T_{W_n} - T_{W_{n+1}} = q \frac{\delta_n}{\lambda_n} \end{array} \right\} \Rightarrow q = (T_{W_1} - \frac{T_{W_{n+1}}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}) = \frac{T_{W_1} - T_{W_{n+1}}}{\sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$

При граничных условиях 3-го рода (в воде):



Термическое сопротивление:

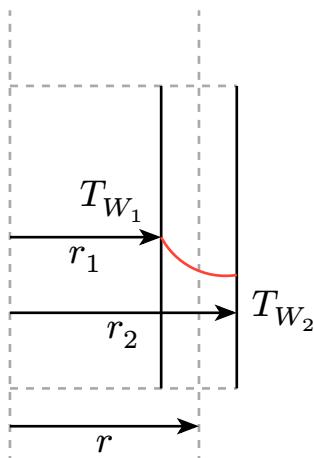
- $R_\lambda = \frac{\delta}{\lambda}$  - внутреннее термическое сопротивление (слоя),
- $R_\alpha = \frac{1}{\alpha}$  - внешнее термическое сопротивление (среды),
- $R_k = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{n+1}}$  - термическое сопротивление комплекса.

Коэффициент теплопередачи  $K$  - величина, показывающая плотность теплового потока при единичной разности температур жидкостей, омывающих стенки.

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{n+1}}} \quad (17)$$

4

**Теплопроводность цилиндрической стенки при граничных условиях 1 и 3 рода. Линейный коэффициент теплопередачи. Составная цилиндрическая стенка. Задача о критическом диаметре цилиндрической стенки.**



По граничным условиям 1-го рода:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0 \\ T|_{r=r_1} = T_{W_1} \\ T|_{r=r_2} = T_{W_2} \end{cases}$$

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0$$

$$U = \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} = 0 \Rightarrow \ln U + \ln r = C_1$$

$$\Rightarrow U = \frac{C_1}{r} \Rightarrow dT = \frac{C_1}{r} dr \Rightarrow T = C_1 \ln r + C_2$$

При граничных радиусах:

$$\begin{cases} r = r_1 : T = T_{W_1} = C_1 \ln r_1 + C_2 \\ r = r_2 : T = T_{W_2} = C_1 \ln r_2 + C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{T_{W_1} - T_{W_2}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \\ C_2 = T_{W_1} - (T_{W_1} - T_{W_2}) \frac{\ln r_1}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \end{cases}$$

$$T(r) = T_{W_1} - (T_{W_1} - T_{W_2}) \frac{\ln\left(\frac{r}{r_2}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr} = \frac{\lambda(T_{W_1} - T_{W_2})}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (18)$$

$$Q = Fq = 2\pi rlq = \frac{2\pi\lambda l(T_{W_1} - T_{W_2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (19)$$

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\lambda(T_{W_1} - T_{W_2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (20)$$

Это линейная плотность теплового потока,  $[q_l] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$

При г/у 3-го рода:

$$\left. \begin{array}{l} Q = \pi D_1 l (T_{f_1} - T_{W_1}) \alpha_1 \\ Q = q_1 \pi D_1 l = \frac{\lambda (T_{W_1} - T_{W_2})}{\frac{D_1}{2} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) \pi D_1 l} \\ T|_{r=r_2} = T_{W_2} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1 \pi D_1 l} + \frac{1}{2\pi l \lambda} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) + \frac{1}{\alpha_2 \pi D_2 l}}$$

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\pi (T_{f_1} - T_{f_2})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2}} \quad (21)$$

### Составные стенки:

Для г/у 1-го рода:

$$q_l = \frac{\pi (T_{W_1} - T_{W_{n+1}})}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda k} \ln\left(\frac{D_{k+1}}{D_k}\right)}$$

Для г/у 3-го рода:

$$q_l = \frac{\pi (T_{f_1} - T_{f_{n+1}})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda k} \ln\left(\frac{D_{k+1}}{D_k}\right) + \frac{1}{\alpha_{n+1} D_{n+1}}}$$

Линейный коэффициент теплопередачи:

$$K_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda k} \ln\left(\frac{D_{k+1}}{D_k}\right) + \frac{1}{\alpha_{n+1} D_{n+1}}} \quad (22)$$

$$q_l = \pi K_l (T_{f_1} - T_{f_{n+1}}) \quad (23)$$

Задача о критическом диаметре цилиндрической стенки:

Имеется двухслойная цилиндрическая стенка (трубопровод с изоляцией). Толщины внутренней стенки задана  $\Rightarrow R_{l\Sigma}$  зависит только от диаметра внешней стенки ( $D_3$ ). Исследуем  $R_{l\Sigma}$  на экстремум.

$$R_{l\Sigma} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) + \frac{1}{2\lambda_2} \ln\left(\frac{D_3}{D_2}\right) + \frac{1}{\alpha_3 D_3}$$

$$\frac{dR_{l\Sigma}}{dD_3} = \frac{1}{2\lambda_2} \cdot \frac{1}{D_3} - \frac{1}{\alpha_3 D_3^2} = 0 \Rightarrow D_3^{(kp)} = \frac{2\lambda_2}{\alpha_3}$$

При  $D_3 < D_3^{kp}$  с ростом  $D_3$   $R_{l\Sigma}$  увеличивается, при  $D_3 = D_3^{kp}$   $R_{l\Sigma}$  достигает максимума, при  $D_3 > D_3^{kp}$  с ростом  $D_3$   $R_{l\Sigma}$  уменьшается.

## 5

**Теплопроводность шаровой стенки при граничных условиях 1 и 3 рода.  
Составная шаровая стенка. Коэффициент теплопередачи для шаровой  
стенки.**

При д/у 1-го рода:

$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dT}{dr} = 0 - \text{Лапласиан в сферических координатах} \\ T|_{r=r_1} = T_{W_1} \\ T|_{r=r_2} = T_{W_2} \end{cases}$$

$$T(r) = T_{W_1} - (T_{W_1} - T_{W_2}) \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr}|_{r=r_1} \pi r_1^2 = \frac{\lambda(T_{W_1} - T_{W_2})\pi}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{\pi(T_{W_1} - T_{W_2})}{\frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \quad (24)$$

При д/у 3-го рода:

$$Q = \frac{\pi(T_{f_1} - T_{f_2})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1^2} + \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2^2}} \quad (25)$$

Составная шаровая стенка:

При д/у 1-го рода:

$$Q = \frac{\pi(T_{W_1} - T_{W_{n+1}})}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda_k} \left( \frac{1}{D_k} - \frac{1}{D_{k+1}} \right)} \quad (26)$$

При д/у 3-го рода:

$$Q = \frac{\pi(T_{f_1} - T_{f_{n+1}})}{\frac{1}{\alpha_1 D_1^2} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda_k} \left( \frac{1}{D_k} - \frac{1}{D_{k+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2^2}} \quad (27)$$

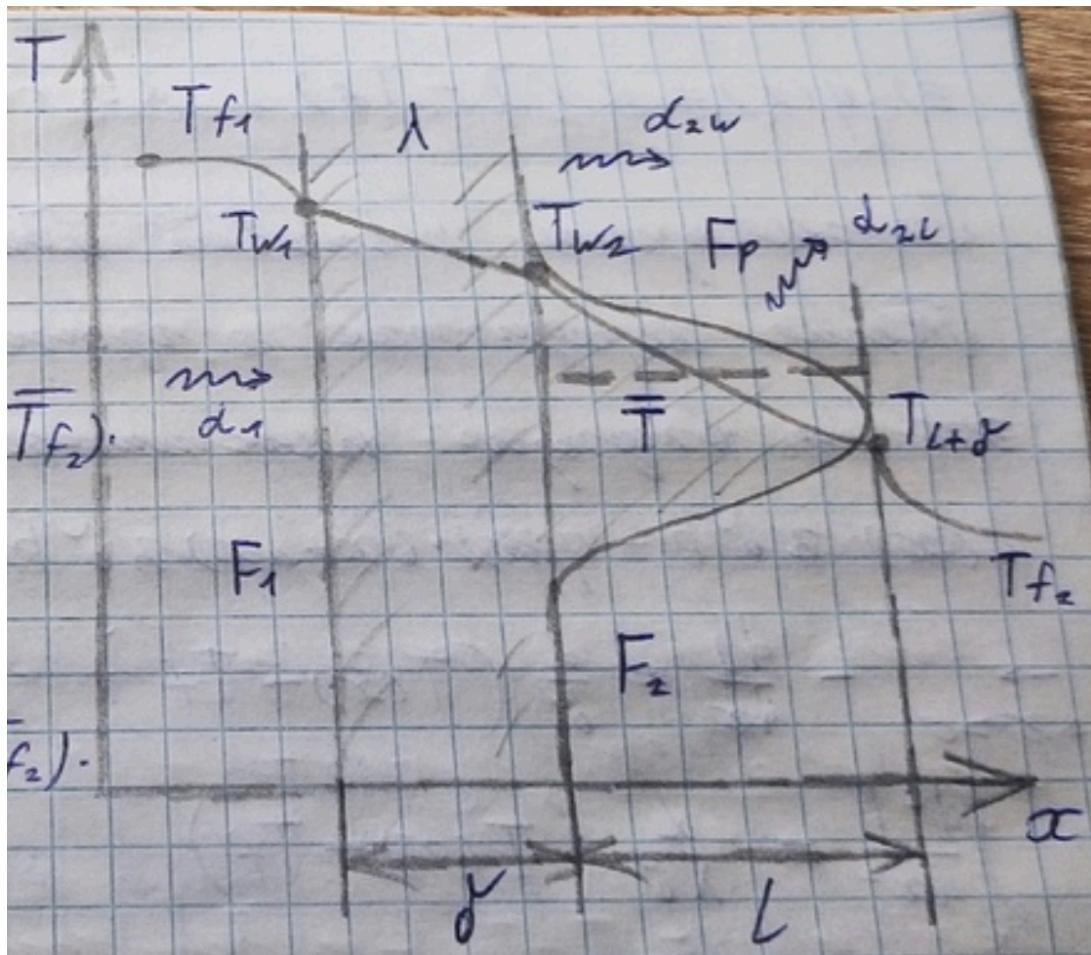
Коэффициент теплопередачи шаровой стенки:

$$K_{ш} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 D_1^2} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\lambda_k} \left( \frac{1}{D_k} - \frac{1}{D_{k+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 D_2^2}} \quad (28)$$

## 6

**Оребрение, его эффективность. Коэффициент эффективности ребра. Расчёт ребра прямоугольного сечения. Возможный порядок расчёта оребрения.**

Оребрение выполняется на поверхностях с низким коэффициентом теплопередачи с целью его увеличения.



$$Q = \text{const}$$

$$\begin{cases} Q = \alpha_1(T_{f_1} - T_{W_1})F_1 \\ Q = \frac{\lambda}{\delta}(T_{W_1} - T_{W_2})F_1 \\ Q = \alpha_{2W}(T_{W_2} - T_{f_2})F_2 + \alpha_{2l}(\bar{T} - \bar{T}_{f_2})F_p \end{cases}$$

$$Q = \alpha_{2W}(T_{W_2} - T_{f_2})F_2 + \alpha_{2l}(\bar{T} - \bar{T}_{f_2})F_p = \left( \alpha_{2W} \frac{F_2}{F_1} + \alpha_{2l} \eta \frac{F_p}{F_1} \right) (T_{W_2} - T_{f_2})F_1$$

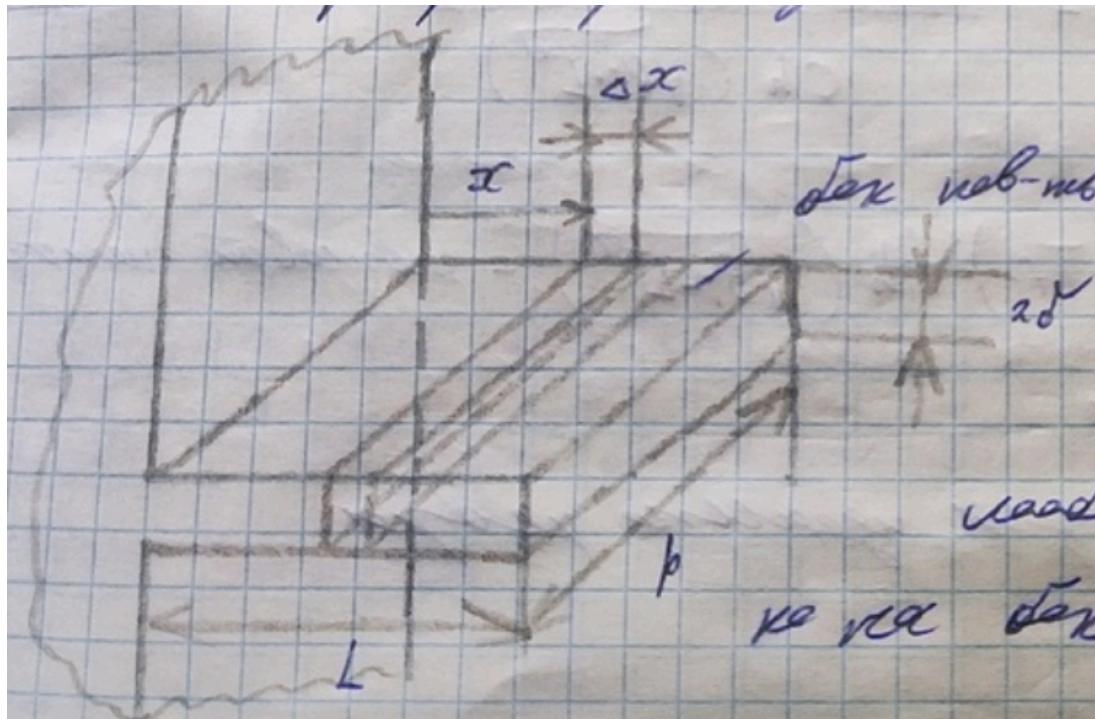
$$= \tilde{\alpha}_2(T_{W_2} - T_{f_2})F_1$$

$\tilde{\alpha}_2$  - приведённый коэффициент теплопередачи

$\eta = \frac{\bar{T} - T_{f_2}}{T_{W_2} - T_{F_2}} < 1$  - Коэффициент энергоэффективности ребра: отношение теплового потока, отдаваемого ребром, к тепловому потоку, отдаваемому идеальным ребром с бесконечной теплопроводностью и температурой  $T_{W_2}$ .

$\tilde{K} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$  - приведённый коэффициент теплопередачи

### Расчет ребра прямоугольного сечения:



Примем допущения:

1.  $T$  меняется только по  $x$ ,
2. Конвективный теплообмен происходит только на боковых поверхностях,
3.  $q(X) = \alpha(T - T_f); \quad \alpha = \text{const.}$

Рассмотрим тепловой баланс элемента  $\Delta x$ . Теплота, переданная с границы, равна убыли теплоты внутри пластины:

$$q(x) \cdot 2\delta p - q(x + \Delta x) \cdot 2\delta p - \alpha(2p \Delta x)(T(x) - T_f) = 0 \mid : 2\delta p dx$$

$$\underset{\Delta x \rightarrow 0}{\rightarrow} -\frac{dq}{dx} = \frac{\alpha}{\delta}(T(x) - T_f); \quad q(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dx^2} = \frac{\alpha}{\delta}(T(x) - T_f) \\ T(0) = T_W \\ \frac{dT}{dx} \Big|_{x=l} = 0 - \text{нет теплообмена на торце} \end{cases}$$

Безразмерный взгляд:

$$\Theta = \frac{T(x) - T_f}{T_W - T_f} \text{ - безразмерная температура}$$

$$X = \frac{x}{L} \text{ - безразмерная координата}$$

$$L^* = \frac{L}{\delta} \text{ - безразмерная длина ребра}$$

$$Bi = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{R_\lambda}{R_\alpha} \text{ - число Био}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2\Theta}{dx^2} = \Theta \cdot Bi \cdot L^* \\ \Theta|_{x=0} = 1 \\ \frac{d\Theta}{dx}|_{x=1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \Theta = \frac{\operatorname{ch}((1-x)\sqrt{Bi \cdot L^*})}{\operatorname{ch}(\sqrt{Bi \cdot L^*})}$$

Тепловой напор, отводимый от ребра:

$$Q = \sqrt{Bi \cdot L^*} \frac{\lambda \cdot 2\delta p}{L} (T_W - T_f) \operatorname{th}(\sqrt{Bi \cdot L^*}) \quad (30)$$

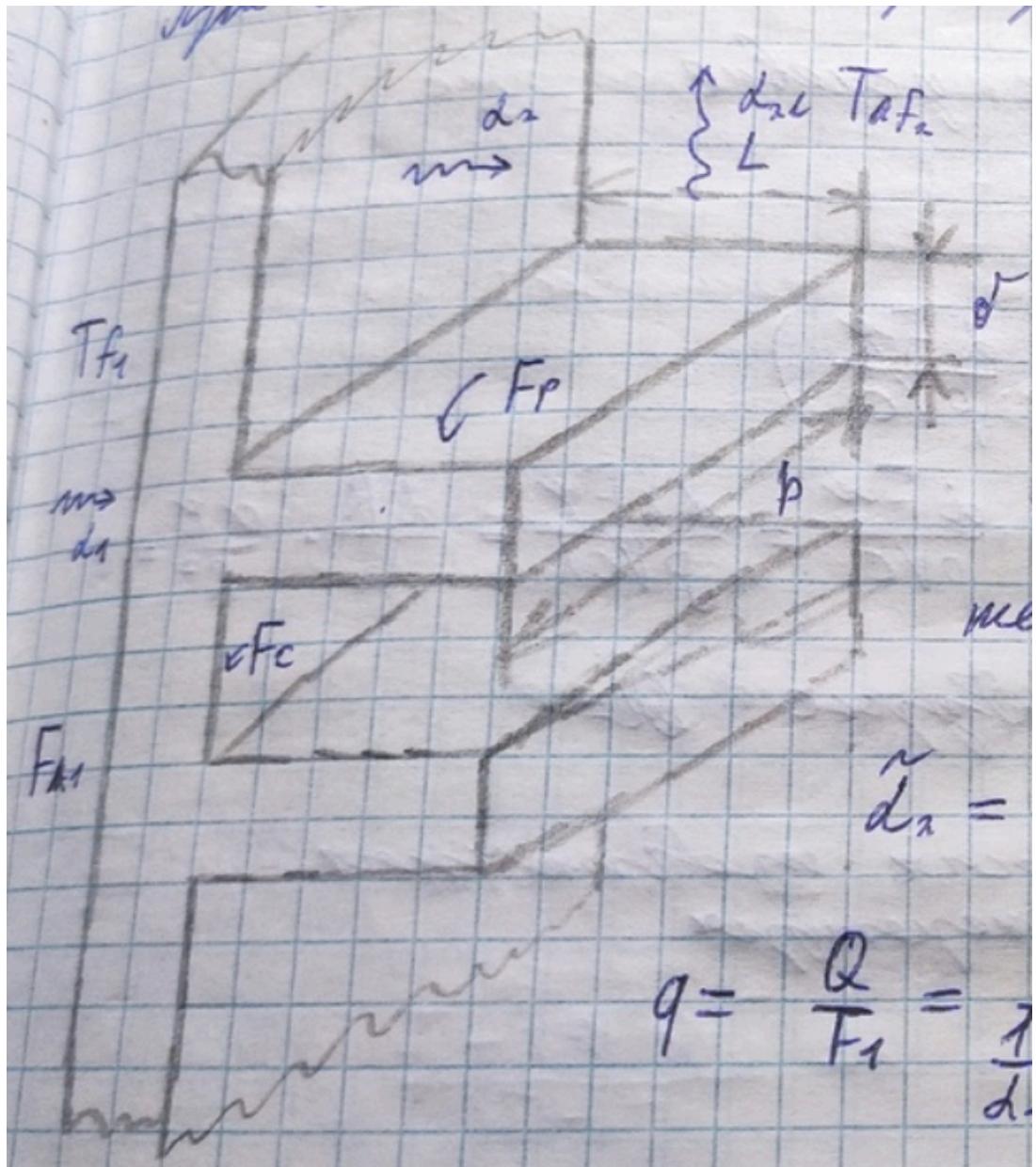
$$Q^* = \lambda \cdot 2\delta p (T_W - T_f) \text{ - для идеального ребра} \quad (31)$$

$$\eta = \frac{Q}{Q^*} = \sqrt{Bi \cdot L^*} \operatorname{th}(\sqrt{Bi \cdot L^*}) \quad (32)$$

Порядок расчёта оребрения:

1. Выбрать материал ребра с высокой теплопроводностью  $\lambda$ ;
2. Задают размеры ребра ( $\delta$ ,  $p$ ,  $L$ ). Оценивают  $\alpha$ ;
3. Переходят к безразмерным параметрам ( $Bi$ ,  $L^*$ ,  $X$ );
4. По графику определяют  $\eta$  и уточняют расчёт;
5. Расчитывают тепловой поток -  $Q = \eta \alpha F (T_W - T_f)$

При большом количестве рёбер:



$F_p$  - площадь боковой поверхности ребра;  $F_c$  - площадь неоребрённой поверхности;  
 $F_{pc} = F_c + 2F_p$  - площадь поверхности теплоотдачи.

$$\tilde{\alpha}_2 = \alpha_{2W} \frac{F_c}{F_{pc}} + \alpha_{2l} \eta \frac{F_p}{F_{pc}} \quad (33)$$

$$q = \frac{Q}{F_1} = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\tilde{\alpha}_2 \frac{F_{pc}}{F_1}}} = \frac{T_{f_1} - T_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\tilde{\alpha}_2 \beta}} \quad (34)$$

$\beta = \frac{F_{pc}}{F_1} = 5 \dots 10$  - коэффициент оребрения

## 7

**Нестационарная теплопроводность. Неограниченная пластина при симметричных граничных условиях 3 рода. Форма решения, характеристические уравнения и их корни. Безразмерные соотношения, расчёт по таблицам и графикам.**

Термически тонкое тело - тело, у которого температура в каждый момент времени одинакова по всему объёму.  $\frac{R_\lambda}{R_\alpha} \ll 1 \Rightarrow Bi \ll 1$  - условие термической тонкости.

Термически тонкое тело погружено в среду. Уменьшение энергии тела равно подведённому теплу:

$$-\rho V C \frac{\partial T(\tau)}{\partial \tau} = \alpha F(T - T_f) \quad (35)$$

Введём  $J = T - T_f$  - избыточная температура.

$$\begin{cases} -\rho V C \frac{\partial T(\tau)}{\partial \tau} = \alpha F J \\ J|_{\tau=0} = J_0 = T_0 - T_f \end{cases} \text{ - начальное условие} \Rightarrow \frac{J(\tau)}{J_0} = e^{\frac{-\alpha F \tau}{\rho V c}} \quad (36)$$

$R = \frac{V}{F}$  - обобщённый размер.

$$\frac{\alpha F \tau}{\rho V c} = \frac{\alpha \lambda F \tau}{\rho V C \lambda} = \frac{\alpha R}{\lambda} \cdot \frac{\alpha \tau}{R^2} = Bi \cdot F_0; \quad F_0 = \frac{\alpha \tau}{R^2} \text{ - число Фурье} \quad (37)$$

$$\Theta = \frac{J(\tau)}{J_0} = e^{-Bi \cdot F_0} \text{ - безразмерная избыточная температура} \quad (38)$$

По закону Ньютона:  $Q(\tau) = \alpha F(T - T_f) = \alpha F J$

$$Q^*(\tau) = \frac{Q(\tau)}{\alpha F J_0} = e^{-Bi \cdot F_0} \text{ - безразмерный тепловой поток} \quad (39)$$

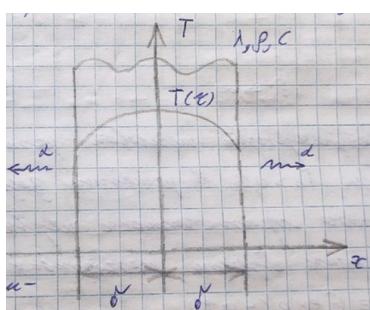
Количество теплоты, отданное телу:

$$Q_\tau = \int_0^\tau Q(\tau) d\tau = \alpha F J_0(t) \int_0^\tau e^{-Bi \cdot F_0} d\tau \quad (40)$$

В безразмерной форме:

$$Q_\tau^* = \frac{Q_\tau}{\alpha F J_0 \tau} = (1 - e^{-Bi \cdot F_0}) \cdot \frac{1}{e^{-Bi \cdot F_0}} \quad (41)$$

Неограниченная пластина при симметричных г/у 3-го:



$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=\delta} = \alpha(T_w - T_f) \\ T|_{\tau=0} = T_0 \end{cases} \quad (42)$$

Введём безразмерные величины:

$$\Theta = \frac{T(x, \tau) - T_f}{T_0 - T_f} \text{ - безразмерная избыточная температура} \quad (43)$$

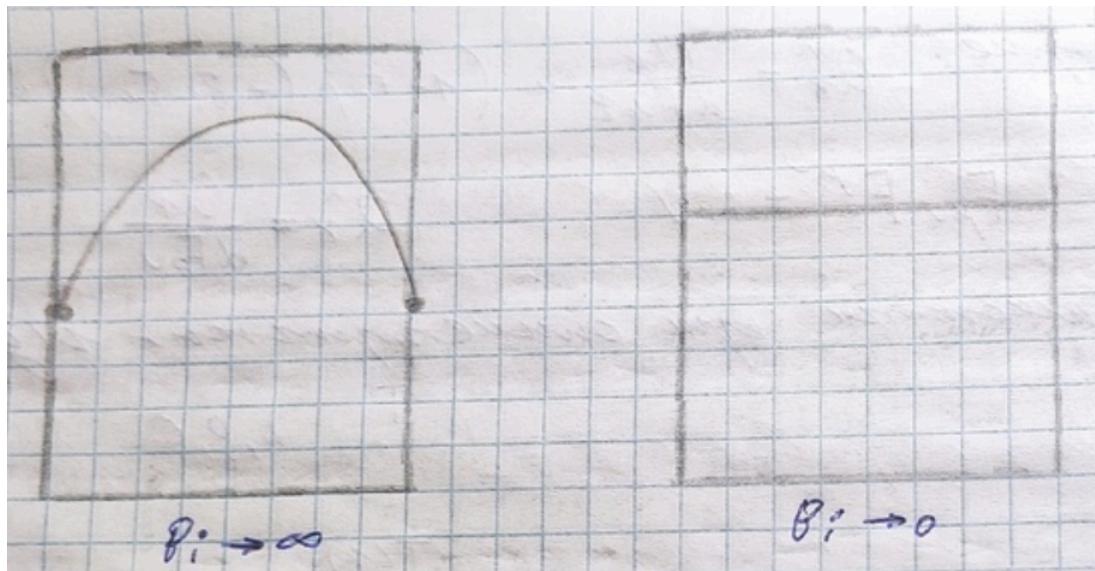
$$\Theta_w = \frac{T_{w(\tau)} - T_f}{T_0 - T_f}, \quad L = \frac{x}{\delta} \text{ - безразмерная координата} \Rightarrow \quad (44)$$

$$Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda}, \quad F_0 = \frac{\alpha \tau}{\delta^2} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \Theta}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial L^2} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial L} \Big|_{L=+-1} = Bi \cdot \Theta_w \Rightarrow \Theta = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n(\mu_n) \cos(\mu_n L) e^{-\mu_n^2 F_0} \\ \Theta \Big|_{F_0=0} = 1 \end{cases} \quad (46)$$

$\mu_n$  - корни уравнения  $\operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu}{Bi}$  - характеристическое уравнение.

$$A_{n(\mu_n)} = \frac{2 \sin(\mu_n)}{(\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n)) \text{ - амплитудная функция}} \quad (47)$$



Расчёт процессов по формулам и таблицам:

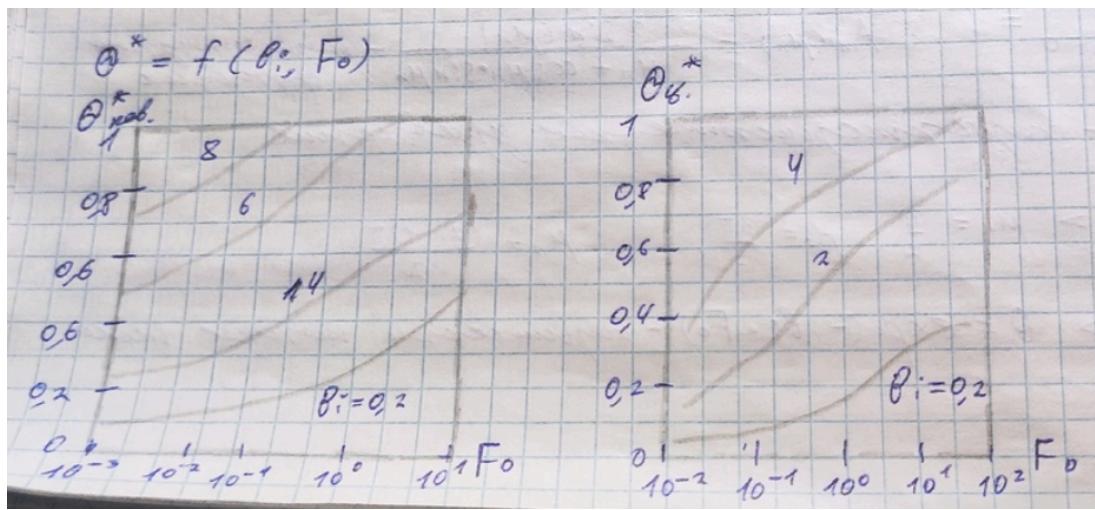
Безразмерные соотношения:

$$\Theta^* = 1 - \Theta; \quad \Theta = \frac{T(x, \tau) - T_f}{T_0 - T_f} \text{ - безразмерная избыточная температура} \quad (48)$$

$$F_0 = \frac{\alpha \tau}{\delta^2} \text{ - число Фурье} \quad Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda} \text{ - число Био} \quad (49)$$

$$\bar{\Theta} = \frac{\bar{T}(\tau) - T_f}{T_0 - T_f}, \quad \text{где } \bar{T}(\tau) \text{ - среднемассовая температура} \quad (50)$$

$$\Theta_{\text{нов}}^* = 1 - \frac{T(\delta, \tau) - T_f}{T_0 - T_f}, \quad \Theta_{\text{н}}^* = 1 - \frac{T(0, \tau) - T_f}{T_0 - T_f} \quad (51)$$



Тела конечных размеров представляются в виде пересечения бесконечных тел.

Мультипликативные формулы:

Безразмерная избыточная температура тела может быть найдена как произведение безразмерных температур бесконечных тел, его образующих:

Для бруска:  $\Theta = \Theta_{t1}(X)\Theta_{t2}(Y)$  Для циллиндра:  $\Theta = \Theta_t(L_y)\Theta_y(L_R)$

## 9

**Регулярный тепловой режим. Темп охлаждения тела. Коэффициент неравномерности распределения температуры. Теоремы Кондратьева, их использование.**

При  $F_0 > 0.3$  в решении задачи теплопроводности можно ограничиться первым членом ряда,  $T$  будет меняться экспоненциально.

$$J = C \cdot e^{-mr} \Rightarrow m = \frac{\ln(J_2) - \ln(J_1)}{r_2 - r_1} \text{ - темп охлаждения, } [m] = \frac{1}{\text{с}} \quad (52)$$

Первая теорема Кондратьева:

$m = \Psi \cdot \frac{\alpha F}{c\rho V}$  при конечном  $\alpha$ , где  $c\rho V$  - полная теплоёмкость тела,  
 $\Psi = \frac{\bar{J}_F}{\bar{J}_V}$  - коэффициент неравномерности распределения температуры,  
 $\bar{J}_F$  - избыточная температура, усреднённая по поверхности,  
 $\bar{J}_V$  - избыточная температура, усреднённая по объёму.

При  $Bi \rightarrow 0$   $\bar{J}_f \approx \bar{J}_V \Rightarrow \Psi = 1$

При  $Bi \rightarrow \infty$   $T_W \rightarrow T_f \Rightarrow \bar{J}_f \rightarrow 0 \Rightarrow \Psi = 0$

Вторая теорема Кондратьева:

При  $Bi \rightarrow \infty$  темп охлаждения  $m_\infty$  прямо пропорционально температуре проводности тела

$$\alpha = Km_\infty; K \text{ - коэффициент, зависящий от формы и размеров тела.} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \text{Для пластины толщиной } 2\delta : K = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)^2} \\ \text{Для шара : } K = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{r_0}\right)^2} \end{aligned} \quad (54)$$

# 10

**Методы конечных разностей. Метод Шмидта. Метод элементарных балансов (Ваничева). Устойчивость решения. Явные и неявные схемы.**

Приближённо заменяют гладкую кривую распределения температур на некото-  
рую ломаную.

Метод Шмидта:

Разобьём пластину на слои толщиной  $\Delta x$ . Номер слоя -  $n$ , номер момента време-  
ни -  $(\Delta r) = K$ ,  $T_{n,K}$  - температура  $n$ -ного слоя в  $K$ -тый момент времени. Ломаная  
приближённо задаёт распределение температур в пластине.

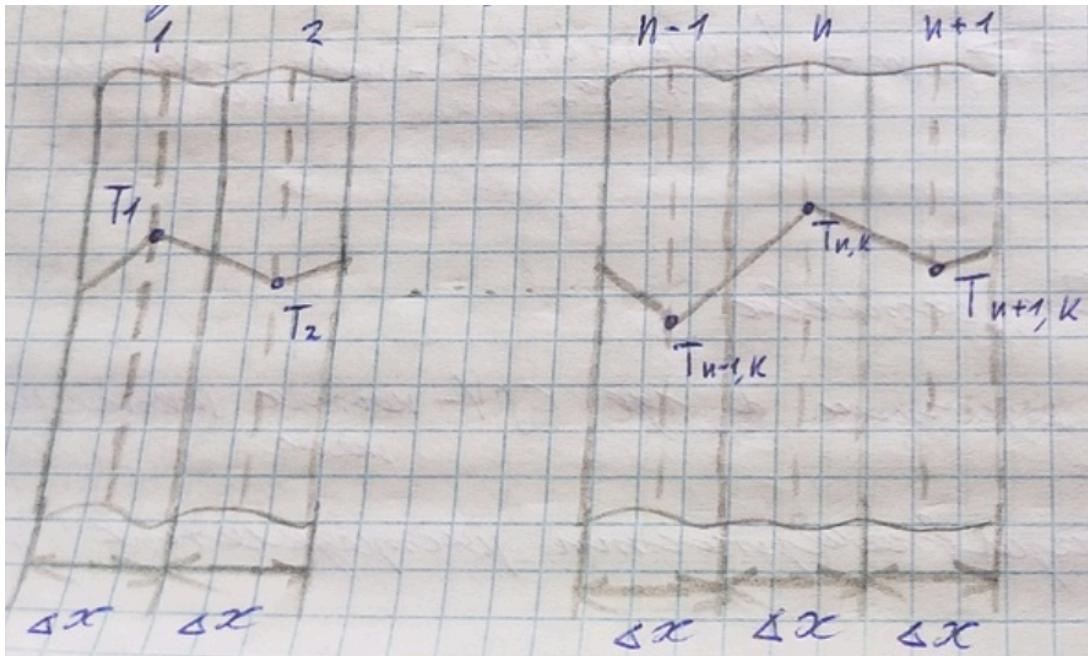


Рис. 14.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \rightarrow \frac{\Delta R}{\Delta \tau} = \alpha \frac{\Delta^2 T}{\Delta x^2}; \quad \tau = K \Delta \tau \quad (55)$$

$$\left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_- = \frac{T_{n,K} - T_{n-1,K}}{\Delta x}, \quad \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_+ = \frac{T_{n+1,K} - T_{n,K}}{\Delta x} \quad (56)$$

$$\frac{\Delta^2 T}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x} \left( \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_+ - \left( \frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_- \right) = \frac{1}{\Delta x^2} (T_{n+1,K} + T_{n-1,K} - 2T_{n,K}) \quad (57)$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{T_{n,K+1} - T_{n,K}}{\Delta \tau} = \alpha \frac{T_{n+1,K} - T_{n-1,K} - 2T_{n,K}}{\Delta x^2} \Rightarrow \quad (58)$$

$$\Rightarrow T_{n,K+1} - T_{n,K} = \frac{2\alpha \Delta \tau}{\Delta x^2} \left( \frac{T_{n+1,K} + T_{n-1,K}}{2} - T_{n,K} \right) \quad (59)$$

$$\text{При } \frac{2\alpha \Delta \tau}{\Delta x^2} = 1 \Rightarrow T_{n,K+1} = \frac{1}{2}(T_{n+1,K} + T_{n-1,K}) \Rightarrow \quad (60)$$

Температура в слое  $n$  в момент  $\tau = (K + 1) \Delta \tau$  равна получумме температур в сосед-  
них слоях в момент  $\tau = K \Delta \tau$

$$\frac{\alpha \Delta \tau}{\Delta x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow F_0 = 0.5 \quad (61)$$

Для использования метода Шмидта нужно:

1. Задать начальное распределение температур;
2. Выбрать  $\Delta \tau$  и  $\Delta x$  так, чтобы  $F_0 = 0.5$
3. Определить температуры в последующие моменты времени.

$$T_{n,K+1} = \frac{1}{2}(T_{n-1,K} + T_{n+1,K}) \quad (62)$$

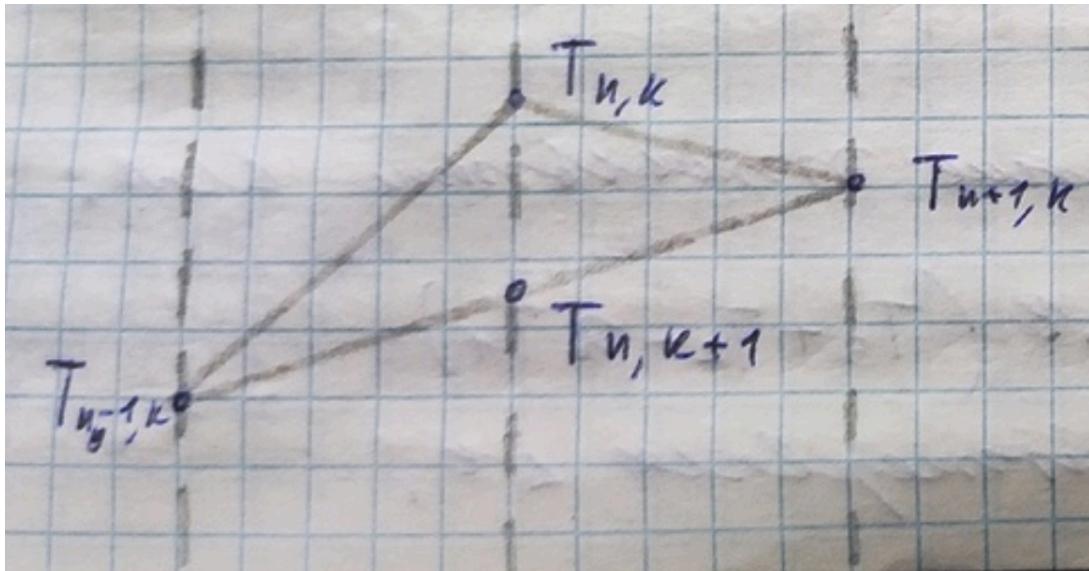


Рис. 15.

Метод Ваничева (элементарных балансов):

Предполагая, что теплоёмкость каждого слоя сосредоточена в центре. С соседними слоями слой соединяется тепловыми связями, по которым перераспределяется тепло.

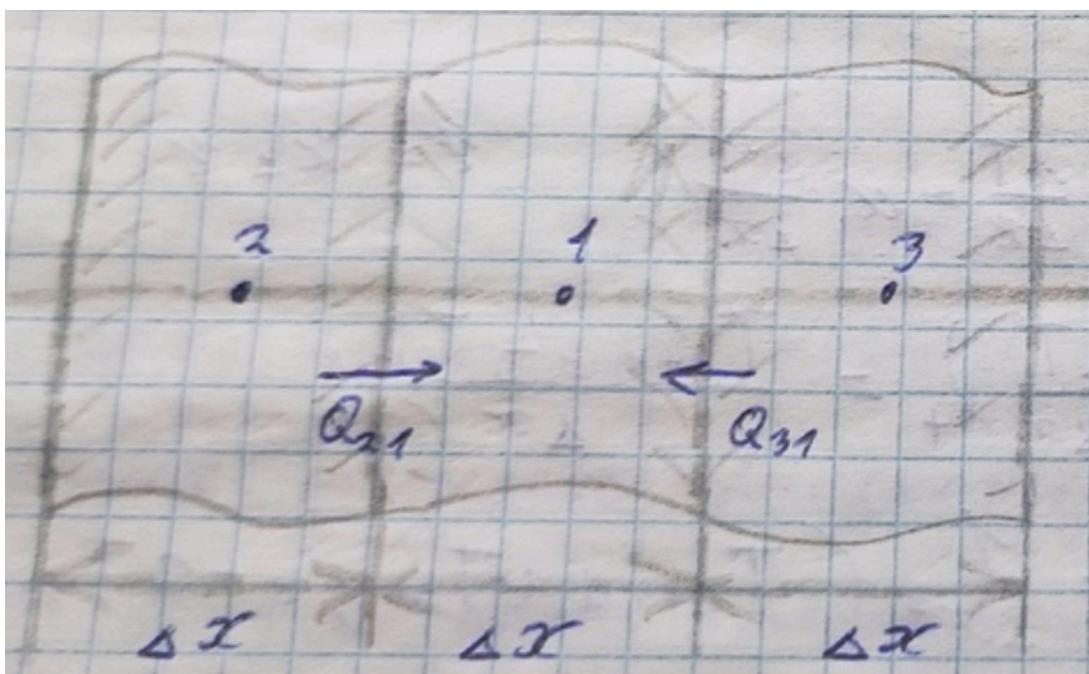
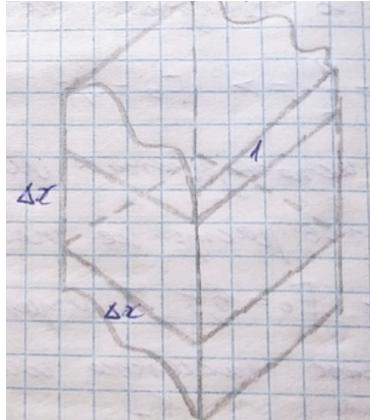


Рис. 16.

Допущения:

1. Изменение температуры между точками происходит по линейному закону.
2. Изменение температуры во времени происходит скачками.
3. Увеличение энталпии элементарного объёма, прилегающего к узлу, пропорционально приращению температуры в узле.

Выделим в слое прямоугольник со сторонами  $\Delta x, \Delta x, 1$  - элементарный объём.



$$V = \Delta x \cdot \Delta x \cdot 1 = (\Delta x)^2; \quad S = \Delta x \cdot 1 = \Delta x \quad (63)$$

$$Q_{21} = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_2 - T_1) \Delta x \Delta \tau \quad (64)$$

$$Q = q \Delta \tau = \frac{\lambda}{\delta} (T_{W_1} - T_{W_2}) S \Delta \tau \quad (65)$$

$$Q_{31} = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_3 - T_1) \Delta x \Delta \tau \quad (66)$$

Тепло идёт на приращение энталпии слоя:

Рис. 17.

$$c\rho V(T_{1'} - T_1) = Q_{21} + Q_{31} = \lambda \Delta \tau (T_3 + T_2 - 2T_1) \quad (67)$$

$T_{1'}$  - температура в конце интервала  $\Delta \tau$

$$\Rightarrow T_{1'} = \frac{\lambda \Delta \tau}{c\rho V} \left( T_2 + T_3 - 2T_1 + \frac{T_1}{\frac{\lambda \Delta \tau}{c\rho V}} \right), \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\lambda}{\rho c}, \quad V = (\Delta x)^2, \quad F_0 = \frac{\alpha \Delta \tau}{(\Delta x)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{1'} &= F_0 \left( T_2 + T_3 + T_1 \left( \frac{1}{F_0} - 2 \right) \right) \end{aligned} \quad (69)$$

При  $F_0 = 0.5$   $T_{1'} = \frac{1}{2}(T_2 + T_3)$  - метод Шмидта.

С уменьшением  $F_0$  растёт точность решения.

Устойчивость решения:

Оба метода дают правильные результаты при  $F_0 \leq 0.5$ .

Пример потери устойчивости при  $F_0 = 1$ :

$$T_{1'} = T_2 + T_3 - T_1; \quad T_2 = T_3 = 500K, T_1 = 300K \Rightarrow \quad (70)$$

$$\Rightarrow T_{1'} = 1000 - 300 = 700K > T_2, T_3 - \text{физически невозможно}. \quad (71)$$

Дополнение: Для двухмерной задачи рассматриваются пространственные тепловые связи.

$$T_{1'} = F_0 \left( T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_1 \left( \frac{1}{F_0} - 4 \right) \right) \quad (72)$$

Устойчивость при  $F_0 \leq 0.5$ .

### **Явные и неявные схемы:**

Методы Шмидта и Ваничева реализуют явные конечно-разностные схемы, а именно каждая последующая определяется с использованием предыдущей. Существуют неявные разностные схемы, позволяющие определить температуру в любой момент времени и для любого  $F_0$ .

Запишем уравнение теплового баланса для момента  $\tau + \delta\tau$ :

$$c\rho V(T_{1'} - T_1) = Q_{21} + Q_{31} = \lambda \Delta\tau((T_{2'} - T_{1'}) + (T_{3'} - T_{1'})) \Rightarrow \quad (73)$$

$$\Rightarrow (1 + 2F_0)T_{1'} - F_0(T_{2'} - T_{3'}) - T_1 = 0 \quad (74)$$

$T_{1'}$  зависит от  $T_{2'}$  и  $T_{3'}$  в соседних узлах в тот же момент времени.

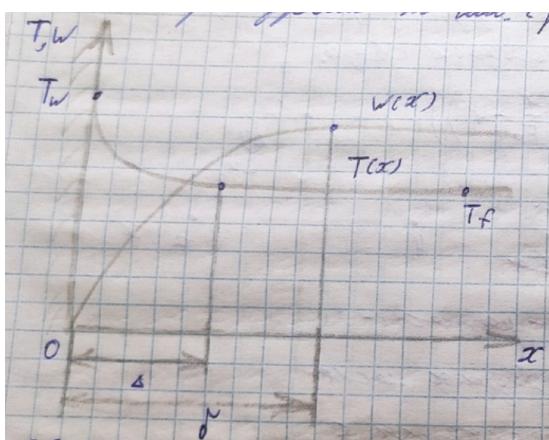
Систему уравнений нужно записать для всех узлов и решить для  $\tau + \Delta\tau$

# 11

**Конвективный теплообмен. Основные понятия. Свободная и вынужденная конвекция. Закон конвективного теплообмена Ньютона, коэффициент теплоотдачи. Закон вязкого трения Ньютона, динамическая и кинематическая вязкость жидкости. Режимы движения жидкости. Динамический и тепловой пограничный слой.**

При теплообмене конвекцией совместно действуют как конвективный перенос тепла, так и теплопроводность. Среда, участвующая в конвективном теплообмене, условно называется жидкостью.

Основная задача конвективного теплообмена - установить связь плотности теплового потока на поверхности с температурами жидкости. (распределением температуры)



$\delta$  - толщина динамического пограничного слоя, за его пределами  $w = \text{const.}$

$\Delta$  - толщина теплового пограничного слоя.

Рис. 18.

## Свободная и вынужденная конвекция:

Если движение жидкости вызвана неоднородным полем массовых сил (гравитационных, электромагнитных), то конвекция называется свободной. Если движение жидкости вызвано воздействием поверхностных сил, внутренних массовых сил или внешним подводом кинетической энергии, то конвекция называется вынужденной.

Закон конвективного теплообмена Ньютона:

$$q = \alpha(T_f - T_W), \quad [\alpha] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \text{ - коэффициент теплоотдачи} \quad (75)$$

Если температуры жидкости и стенки неоднородны, то определяется средний коэффициент теплоотдачи:

$$\bar{\alpha} = \frac{Q_m}{(T_{f_m} - T_{W_m})F} \quad (76)$$

$Q_m, T_{f_m}, T_{W_m}$  - среднее значение  $Q, T_f$  и  $T_W$ .  $F$  - площадь поверхности теплообмена.  
 $\alpha_i = \frac{q_i}{T_{f_i} - T_{W_i}}$  - местный коэффициент теплоотдачи

$q_i, T_{f_i}, T_{W_i}$  - значение температуры стенки, жидкости и плотность теплового потока в данной точке.

Если есть участки, на которых  $\alpha_i \approx \text{const}$ , тепловой поток  $Q$  определяется, как:

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i F_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i (T_{f_i} - T_{W_i}) F_i \quad (77)$$

В общем случае  $Q$  определяется интегрированием по поверхности  $F$ :

$$\int_F \alpha (T_f - T_W) dF \quad (78)$$

$$\begin{cases} q = \alpha (T_f - T_W) \\ q = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0} \text{ - закон фурье} \end{cases} \Rightarrow \alpha = -\lambda_f \frac{\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0}}{T_f - T_W} \text{ - уравнение теплоотдачи} \quad (79)$$

Так как  $T = T_f$  на некотором удалении от стенки, то

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0} = -\frac{T_f - T_W}{\delta} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda_f}{\delta}, \quad \delta \text{ - толщина теплового пограничного слоя} \quad (80)$$

Закон вязкого трения Ньютона, кинематическая и динамическая вязкость жидкости:

$S$  - касательное напряжение. Касательная сила, отнесённая к единице поверхности.

$$S = \mu \frac{\partial W}{\partial n} \text{ - закон вязкого трения Ньютона} \quad (81)$$

$[\mu] = \frac{\text{Па}}{\text{с}}$  - динамическая вязкость.

$\nu = \frac{\mu}{\rho_f}$ ;  $[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$  - кинематическая вязкость жидкости.

Жидкость, подчиняющаяся закону Ньютона, называется ньютоновской.

Для газов введён температурный коэффициент объёмного расширения:

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T_f} \right)_p, \quad [\beta] = \frac{1}{K}, \quad V = \frac{1}{\rho_f} \text{ - удельный объём} \quad (82)$$

Для идеального газа  $\beta = \frac{1}{T_f}$

Режимы движения жидкости:

1. Ламинарный режим: Движение устойчиво, без случайных изменений вектора скорости по модулю и направлению.
2. Тurbulentный режим: Характеристики потока меняются хаотично во времени. Режим характеризуется число Рейнольдса  $Re = \frac{wd}{\nu}$  - отношение сил инерции и кинематической вязкости.

$Re_{kp}$  - критическое число Рейнольдса.

При  $Re < Re_{kp}$  течение ламинарное, при  $Re > Re_{kp}$  - турбулентное.

## 12

**Краевая задача конвективного теплообмена. Используемые фундаментальные и эмпирические законы. Уравнения теплообмена, энергии, движения и сплошности. Краевые условия.**

Используемые фундаментальные и эмпирические законы:

1. Жидкость является сплошной средой;
2. В объёме жидкости действуют законы сохранения энергии, массы, импульса;
3. Действуют законы теплообмена Ньютона и вязкого трения Ньютона;
4. Физические свойства жидкости считаются заданными.

**Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена:**

1. Уравнение теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \left( \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0} \right)}{T_f - T_W} \quad (83)$$

2. Уравнение энергии:

$$\frac{DT}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \text{ - субстанциональная производная}$$

$\frac{\partial T}{\partial \tau}$  - локальная составляющая, остальное - конвективная.

$$\frac{DT}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial x} W_x + \frac{\partial T}{\partial y} W_y + \frac{\partial T}{\partial z} W_z$$

$$\frac{DT}{\partial \tau} = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_{pf}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \alpha_f \nabla^2 T \text{ - уравнение энергии} \quad (84)$$

Выражает закон сохранения энергии при конвективном теплообмене.

3. Уравнение движения (уравнение Навье-Стокса):

$$\rho_f \frac{D\bar{W}}{\partial \tau} = \rho_f \bar{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \bar{W} \quad (85)$$

$$\begin{cases} \rho_f \frac{DW_x}{\partial \tau} = \rho_f g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2} \right) \\ \rho_f \frac{DW_y}{\partial \tau} = \rho_f g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2} \right) \\ \rho_f \frac{DW_z}{\partial \tau} = \rho_f g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (86)$$

4. Уравнение неразрывности (сплошности, сохранения массы) В силу закона сохранения массы в любой объём поступает столько массы, сколько выходит:

$$\Delta G_m = \oint_F \rho_f \bar{W} dF = 0 \text{ - изменение массового расхода} \quad (87)$$

По теоремме Остроградского-Гаусса:

$$\begin{aligned}
\oint_F \rho_f \bar{W} dF &= \int_V \left( \frac{\partial(\rho_f W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_f W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_f W_z)}{\partial z} \right) dV = \\
&= \int_V \nabla \cdot (\rho_f \bar{W}) dV, \text{ так как жидкость несжимаема, } \rho_f = \text{const} \Rightarrow \quad (88) \\
&\Rightarrow \nabla \cdot (\bar{W}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

**Краевые условия** (условия однозначности):

1. Задание геометрических размеров;
2. Задание физических свойств жидкости:  $\rho_f, \lambda_f, c_{pf}, \mu, \beta$ ;
3. Задание граничных условий:  $T_W, W_W, p_W$  -  $T, W, P$  на поверхности, омываемой жидкостью;
4. Если теплообмен нестационарный, задают начальные условия. Значения  $T, W, \rho, T_W$  в начальный момент времени по всему объёму.

## 13

**Подобие физических явлений. Необходимые условия подобия. Теоремы подобия. Достаточные условия подобия. Метод размерностей. Основные критерии подобия, их физический смысл. Выбор характерных параметров: размера, температуры, скорости. Графическая обработка опытных данных.**

Когда различные физические явления описываются тождественными дифференциальными уравнениями, то говорят, что они принадлежат к одному классу. Если у таких явлений качественно совпадают начальные условия, то их называют явлениями одного рода. Если в явлениях одного рода физические величины распределены в пространстве и во времени схожим образом, то говорят о физическом подобии.

Необходимые условия подобия:

1. Явления должны происходить в геометрически подобных ситуациях;
2. Нестационарные явления должны быть гомохронными (каждому моменту во времени должен соответствовать другой момент во времени.)

$$Fo_1 = Fo_2 \Rightarrow \frac{\alpha_1 \tau_1}{d_1^2} = \frac{\alpha_2 \tau_2}{d_2^2} - \text{условие гомохронности} \quad (89)$$

3. Отношения одноимённых величин в сходственных точках в сходственные моменты времени должны быть равны друг другу.

$$C_\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}; \quad C_l = \frac{l_1}{l_2}; \quad C_\tau = \frac{\tau_1}{\tau_2} - \text{множители преобразования} \quad (90)$$

Теоремы подобия:

В теории подобия используются безразмерные соотношения, делящиеся на две группы:

1. Симплексы - отношения однородных величин.

Пример:  $L = \frac{l}{l_0}$  - безразмерная длина,  $\Theta = \frac{T}{T_0}$  - безразмерная температура.

2. Комплексы - отношения разнородных величин, характеризующих процесс

Пример:  $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_f}$ ,  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ ,  $Fo = \frac{\alpha \tau}{l^2}$ ,  $Bi = \frac{\alpha l}{\lambda_w}$

Первая теоремма подобия:

Подобные явления имеют одни и те же критерии подобия.

Вторая теорема подобия:

Всякое уравнение, связывающее между собой  $n$  физических величин, может быть приведено к зависимости между  $i \geq n - k$  безразмерными комплексами этих величин.  $k$  - число первичных величин, используемых при описании явления. (масса, энергия, длина, температура)

Третья теорема подобия:

Подобны между собой те явления, у которых совпадают однотипные условия однозначности и равны определяющие критерии.

Определяющий критерий - критерий подобия, включающий в себя независимую переменную. Искомые величины входят в определяемые критерии.

Достаточное условие подобия - равенство определяющих критериев процессов.

Метод размерностей:

$\lambda = Cl^b W^c \rho_f^d \nu^e c_{pf}^f \lambda_f^g$  - уравнение коэффициента теплоотдачи при вынужденном теплообмене  $n = 7, k = 4 \Rightarrow i \geq 3$

Задание уравнения подобия с помощью гомогенной формы.

Первичные величины:  $[L]$  - длина,  $[M]$  - масса,  $[T]$  - время,  $[\Theta]$  - температура.

$[\alpha] = \frac{W_t}{M^2 \cdot k} = \left[ \frac{M}{T^3 \Theta} \right], [L] = [L], [\rho] = \left[ \frac{M}{L^3} \right], [J] = \left[ \frac{L^2}{T} \right], [W] = \left[ \frac{L}{T} \right], [C] = \left[ \frac{L^2}{T^2 \Theta} \right], [\lambda] = \left[ \frac{ML}{T^3 \Theta} \right]$

Подставим в исходное уравнение:

$$\left[ \frac{M}{T^3 \Theta} \right] = C [L]^b \left[ \frac{L}{T} \right]^c \left[ \frac{M}{L^3} \right]^d \left[ \frac{L^2}{T} \right]^e \left[ \frac{L^2}{T^2 \Theta} \right]^f \left[ \frac{ML}{T^3 \Theta} \right]^g \Rightarrow \quad (91)$$

$$\begin{cases} [M] : 1 = d + g \\ [L] : 0 = b + c - 3d + 2e - 3g \\ [T] : -3 = -c - e - 2f - 3g \\ [\Theta] : -1 = -f - g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = d - e - 1 \\ c = d - e \\ f = d \\ g = 1 - d \end{cases} \Rightarrow \quad (92)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{CL^d W^d \rho^d \nu^e C^d \lambda}{l^e W^e \lambda^d l} \Rightarrow \frac{\alpha l}{\lambda} = C \left( \frac{Wl}{\lambda} \right)^{-e} \left( \frac{Wlc\rho}{\lambda} \right)^d = \\ &= C \left( \frac{Wl}{\nu} \right)^{-e} \left( \frac{Wl}{\alpha} \right)^d = C \left( \frac{WL}{\nu} \right)^{d-e} \left( \frac{Wlc\rho}{\lambda} \right)^d \end{aligned}$$

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}; \quad \text{Re} = \frac{Wl}{\nu}; \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}; \quad \text{Pe} = \frac{Wl}{\alpha} \Rightarrow \text{Nu} = C \text{Re}^n \text{Pr}^m \quad (93)$$

Основные числа подобия:

1.  $\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}$  - число Нуссельта. Критерий конвективного теплообмена.
2.  $\text{Re} = \frac{Wl}{\nu}$  - число Рейнольдса. Характеризует соотношение сил вязкости и трения.
3.  $\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$  - число Прандтля. Характеризует теплофизические свойства жидкости.
4.  $\text{Pe} = \frac{Wl}{\alpha}$  - число Пекле.  $\text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Pr}$
5.  $\text{Bi} = \frac{\alpha l}{\lambda W_l}$  - число Био.  $\text{Bi} = \frac{R_\lambda}{R_\alpha}$
6.  $\text{Gr} = \frac{gl^3 \beta \Delta T}{\nu^2}$  - число Грасгофа.
7.  $\text{Ra} = \text{Gr} \cdot \text{Pr}$  - число Релея.

Выбор характерных параметров:

1. Существенные параметры;
2. Величины параметров поддаются измерению и расчёту;
3. Выбор очевиден;
4. Величины параметров = const в ходе эксперимента. Закономерность между критериями подобия представляется графически.

# 14

**Конвективный теплообмен в однородной среде. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль неограниченной пластины. Ламинарный и турбулентный режимы. Связь коэффициентов теплоотдачи и трения. Аналогия Рейнольдса. Переходный режим движения. Поправка Михеева. Уравнения подобия для теплообмена на пластине для капельных жидкостей и для газов.**

Конвективный теплообмен в однородной среде - билет 12.

Теплообмен при вынужденном течении вдоль неограниченной пластины:

В ходе движения жидкости различают два режима течения: ламинарный и турбулентный.

При  $Re_x = \frac{W_x}{\nu} \geq 5 \cdot 10^5$  режим течения турбулентный. При течении жидкости около поверхности пластины образуется пограничный слой.

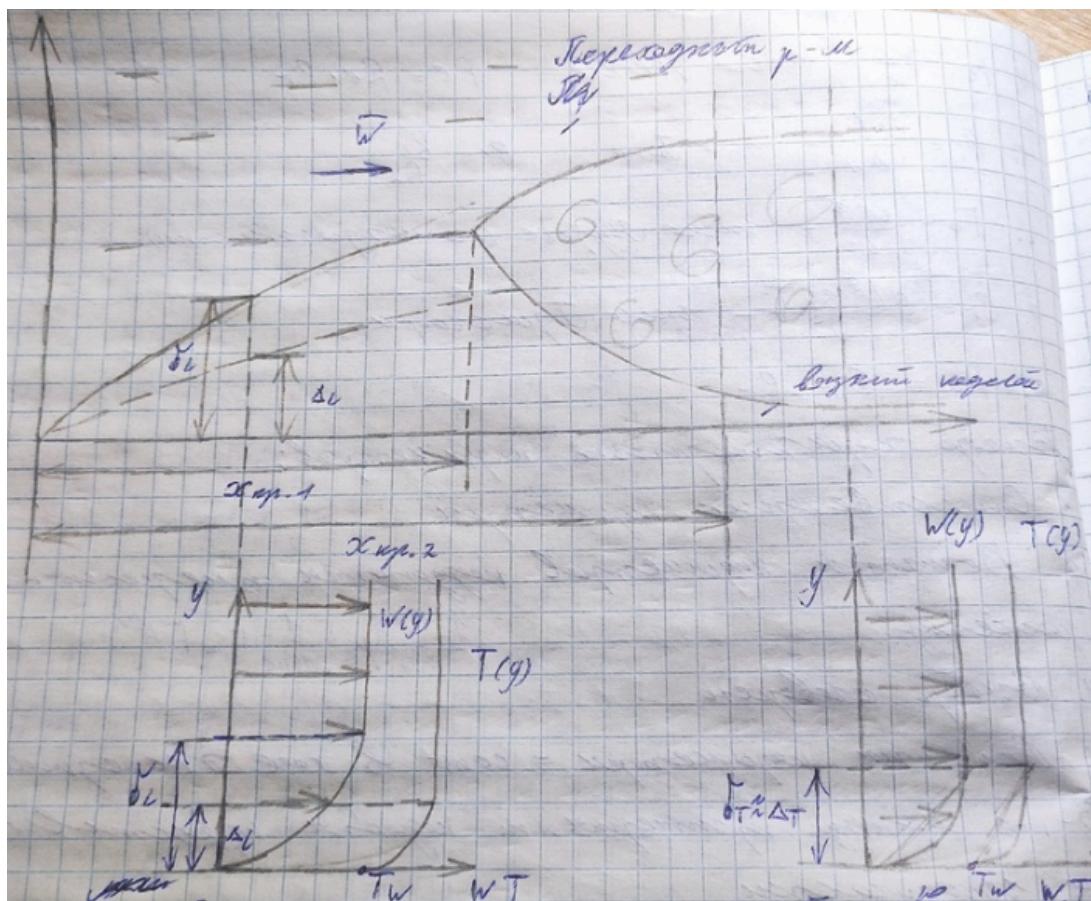


Рис. 19. Пограничный слой

В ходе движения около стенки образуется динамический и тепловой пограничные слои. В динамическом пограничном слое скорость плавно возрастает от 0 на стенке до скорости в ядре потока, в тепловом от температуры стенки до температуры в ядре потока.

При достижении  $Re_{kp1} = \frac{W x_{kp1}}{\nu}$  в пограничном слое начинают образовываться хаотические пульсации. При  $Re_{kp2} = \frac{W x_{kp2}}{\nu}$  пограничный слой окончательно турбули-

зуется. Остаётся вязкий подслой, где скорость и температура линейно убывает до 0 и  $T_w$  соответственно.

$$\frac{\delta_l}{\Delta l} = \frac{1}{3\sqrt{Pr_f}} - \text{ламинарный режим}$$

$\delta_T \approx \Delta_T$  - турбулентный режим

**Ламинарный режим:**

$$Nu_{xf} = 0.335 Re_{xf}^{0.5} Pr_f^{0.33} \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25} \quad (94)$$

$$Nu_{xf} = \frac{\alpha x}{\lambda_f}, \quad Re_{xf} = \frac{\bar{w}x}{\nu_f}, \quad Pr_f = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad Pr = \frac{\nu_w}{\alpha_w} \quad (95)$$

$$\overline{Nu}_{Lf} = 0.67 Re_{Lf}^{0.5} Pr_f^{0.33} \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25} \quad (96)$$

$\left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}$  - поправка Михеева, отличная от 1 только в капельных жидкостях. Учитывает связь коэффициента теплопроводности с направлением теплового потока.

$$\overline{Nu}_{Lf} = \frac{\alpha L}{\lambda_f}, \quad Re_{Lf} = \frac{\bar{w}L}{\nu_f} \quad (97)$$

**Турбулентный режим:**

Аналогия Рейнольдса:

Предположим, что частица переместилась из положения 1 в положение 2. Тогда уравнение неразрывности требует, чтобы из положения 2 в 1 также перешла частица.

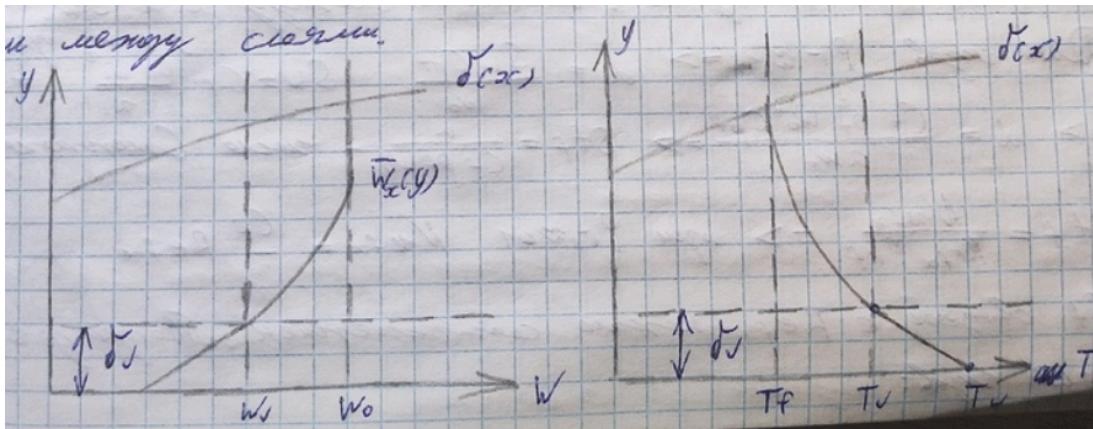


Рис. 20.

Снизу вверх и сверху вниз идёт массовый поток  $\dot{m}_y$ . Выравниванию скорости? препятствует сила трения между слоями жидкости.

По закону сохранения импульса:

$$S_T = \dot{m}_y (\bar{W}_{x1} - \bar{W}_{x2}), \quad S_T - \text{касательное напряжение трения} \quad (98)$$

$\dot{m}_y$  - массовый поток вследствие турбулентных пульсаций.

Частица 1 переносит энтальпию  $C_{pf}\bar{T}_1\dot{m}_y$ , частица 2 -  $C_{pf}\bar{T}_2\dot{m}_y$ . Плотность теплового потока в направлении  $y$ :

$$q_t = C_{pf} \dot{m}_y (\bar{T}_1 - \bar{T}_2) \Rightarrow q_t = \frac{S_T (\bar{T}_1 - \bar{T}_2) C_{pf}}{\bar{W}_{x1} - \bar{W}_{x2}} \quad (99)$$

В пределах вязкого подслоя скорость и температура меняются линейно  $\Rightarrow q_T, S_T = \text{const} \Rightarrow q_T = q_W, S_T = S_W$

$$q_W = \frac{\lambda_f}{\delta_\nu} (T_W - T_\nu) S_W = \mu \frac{W_\nu}{\delta_\nu} \Rightarrow q_W = \frac{\lambda_f (T_W - T_\nu) S_W}{\mu W_\nu} \quad (100)$$

- уравнение аналогии Рейнольдса. Это аналогия между  $\alpha$  и  $S_W$ . Для газов  $Pr \approx 1 \Rightarrow \alpha = \frac{S_W C_{pf}}{W_0} S_W = C_f \frac{\rho_f W_0^2}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{C_f \rho_f^2 W_0 C_{pf}}{2} \Rightarrow St_f = \frac{\alpha}{C_f \rho_f W_0}$  - число Стентона.

$$St_f = \frac{Nu_{fx}}{Re_{fx} Pr_f} \Rightarrow \text{при } Pr_f \approx 1 \quad Nu_{fx} = \frac{C_f}{2} Re_{fx} \quad (101)$$

$C_f$  связан с  $Re_{fx}$  неким соотношением. Тогда:

- Для газов:  $Nu_{fx} = 0.0296 Re_{fx}^{0.8}$
- Для капельных жидкостей:  $Nu_{fx} = 0.0296 Re_{fx}^{0.8} Pr_f^{0.4} \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}$

При Ламинарном течении  $\alpha \sim x^{-0.5}$ , при турбулентном -  $\alpha \sim x^{-0.2}$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x \text{ кр 1}} \alpha_{\text{лам}} dx + \int_{x \text{ кр 1}}^{x \text{ кр 2}} \alpha_{\text{мет}} dx + \int_{x \text{ кр 2}}^{x \text{ кр } L} \alpha_{\text{турб}} dx \right) \quad (102)$$

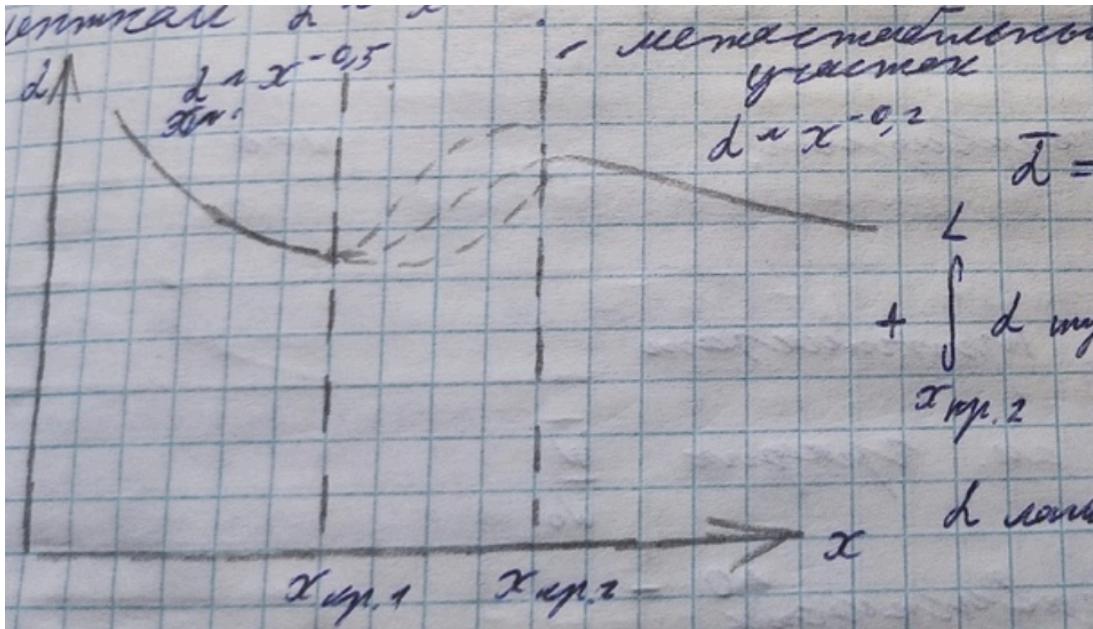


Рис. 21.

Метастабильный член  $\approx 0$ .  $\lambda_{\text{лам}}$  и  $\lambda_{\text{турб}}$  определяют по формулам зависимости  $Nu_{fx}$  от  $Re_{fx}$  для обоих режимов.

# 15

**Теплообмен при вынужденной конвекции в трубах и каналах.**  
**Профили скорости. Автомодельность. Начальный участок и участок стабилизированного течения. Ламинарный и турбулентный режимы.**  
**Теплообмен в турбулентном пограничном слое. Турбулентная теплопроводность. Интеграл Лайона. Уравнения подобия.**

При течении жидкости в каналах возможно смывание пограничных слоёв, что отличает данный случай от неограниченной пластины.

$Re = \frac{\bar{w}d}{\nu}$  - характерный размер - диаметр.  $\bar{w} = \frac{G_V}{F}$ ,  $F = \frac{\pi d^2}{4}$

$Re < 2300$  - ламинарный режим,  $Re > 10^4$  - турбулентный режим.

Профили скорости:

**Ламинарное течение:**

Парабола Пуазейля:

$$w(y) = w_0 \left( 1 - \left( \frac{y}{r_0} \right)^2 \right) \quad (103)$$

**Турбулентное течение:**

Трапециевидная форма, в ядре потока - автомодельность - нет зависимости значений функции от выбранного аргумента.

$$\frac{\bar{w}}{w_0} = f(Re_{df}) \quad (104)$$

При  $Re_{df} < 2300$  принимаем  $\frac{\bar{w}}{w_0} = 0.5$ . При  $Re_{df}$  см график.

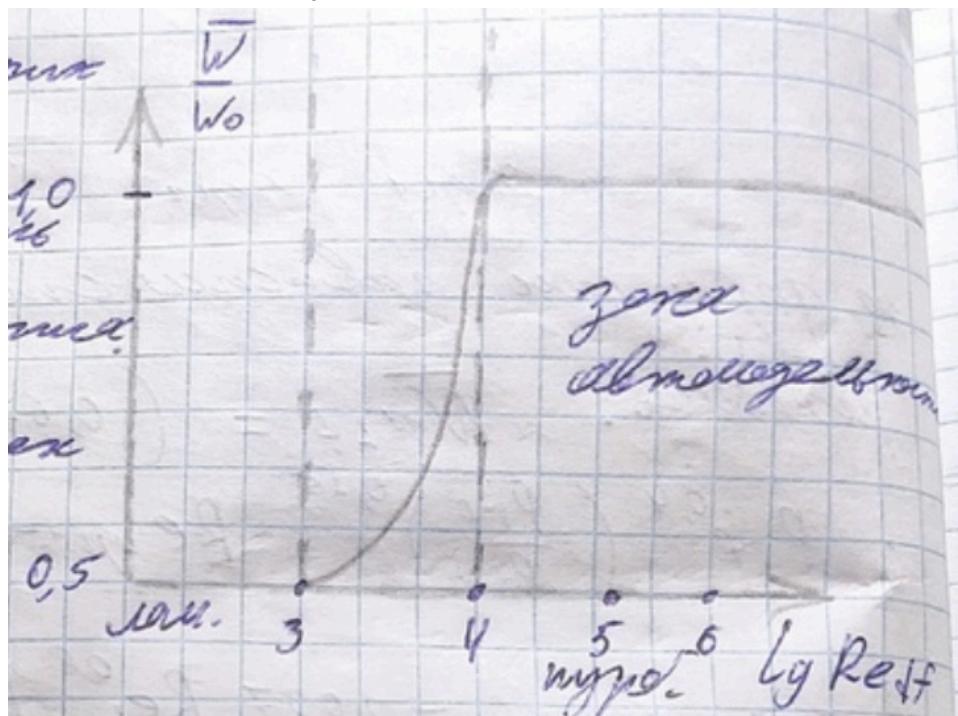


Рис. 22.

Начальный участок и участок стабилизированного течения:

### Ламинарный режим:

На стенках труб появляется пограничный слой. Его толщина на начальном участке  $l_0$  увеличивается до  $\delta_l = r_0$ . Происходит смыкание пограничных слоёв.

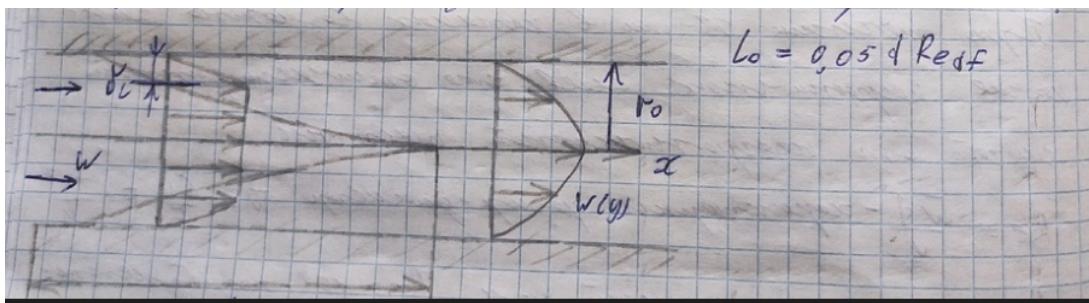


Рис. 23.

### Турбулентный режим:

При турбулентном течении происходит смыкание турбулентных пограничных слоёв. Остаётся только вязкий подслой у стенки.

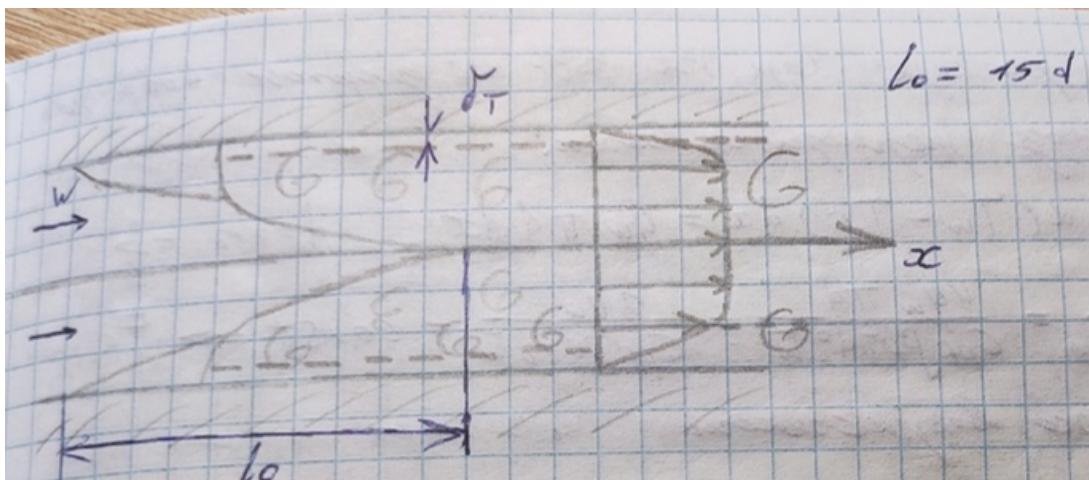


Рис. 24.

### Теплообмен при ламинарном движении в трубах:

При ламинарном течении теплота в радиальном направлении передаётся теплопроводностью, а в осевом - конвекцией.

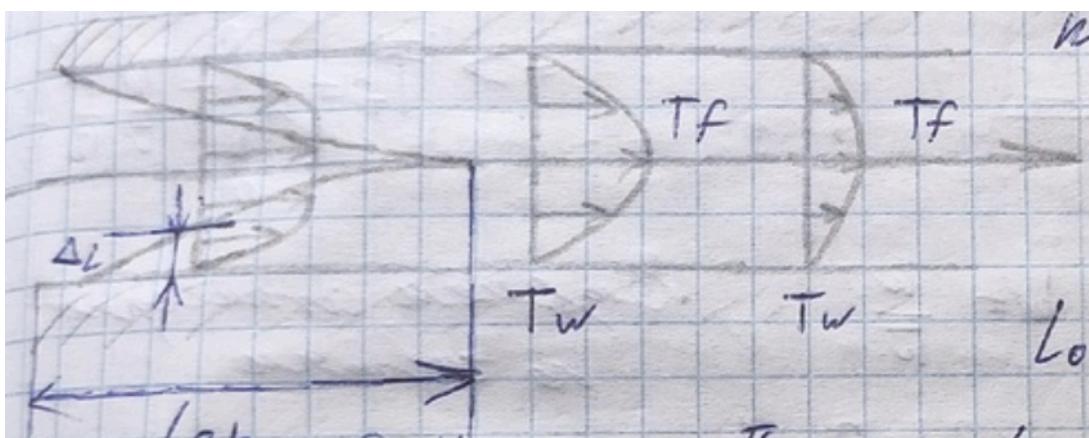


Рис. 25.

Распределение температур по параболе.

$$L_{0n} - \text{длина участка стабилизации. } L_{0n} = 0.05d \text{Re}_{df} Pr_f$$

$$\alpha = -\lambda \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)|_{n=0}}{T_f - T_W} \quad (105)$$

При  $x \leq l_{0n}$   $\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)|_{n=0}$  убывает быстрее, чем  $T_f = T_W \Rightarrow \alpha$  уменьшается.

При  $x > l_{0n}$   $\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)|_{n=0} \sim T_f - T_W \Rightarrow \alpha \approx \text{const}$

Также рассматривают  $\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}}{\bar{T}_f - \bar{T}_w}$ ,  $\bar{T}_f = \frac{1}{F} \int_F T dF$

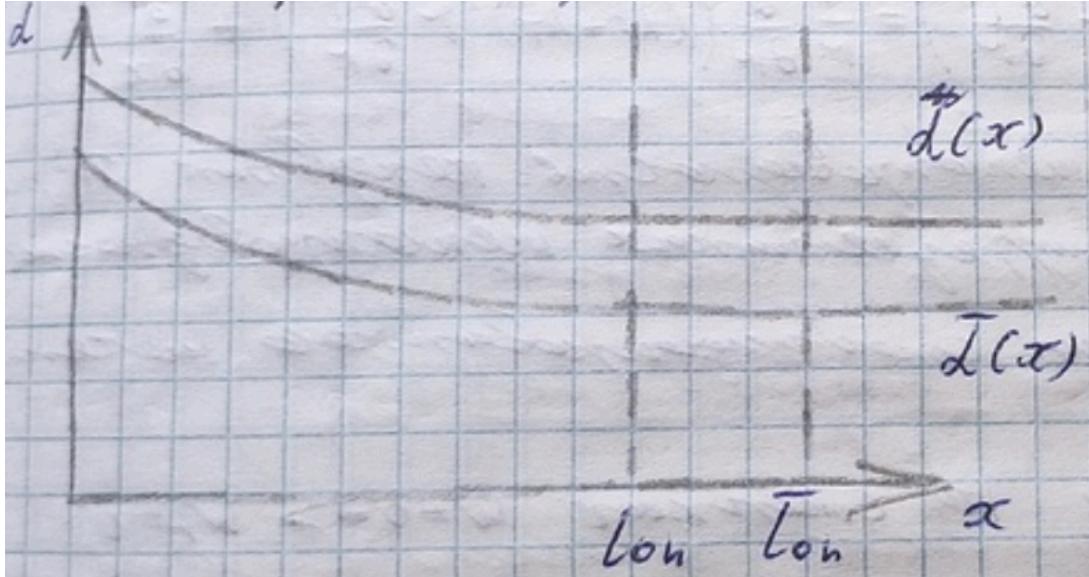


Рис. 26.

$\bar{L}_{0n} > L_{0n}$  - участок стабилизации для  $\bar{\alpha}$

Интеграл Лайона:

Рассчитаем  $\alpha$  на участке стабилизированного теплообмена ( $\alpha = \text{const}$ ) при граничных условиях второго рода ( $q_w = \text{const}$ )

При массовом расходе  $G_m$  на элементе длины  $dx$  по первому началу термодинамики:

$$C_{pf} G_M d\bar{T}_f = \pi d \alpha (T_W - T_f) dx = q_w \pi d dx, \quad d = 2r_0 \Rightarrow \quad (106)$$

$$\Rightarrow \frac{d\bar{T}_f}{dx} = \frac{q_w \pi d}{C_{pf} G_m} = \frac{4q_w \pi d}{C_{pf} \rho_f \pi d^2 \bar{w}} = \frac{2q_w}{C_{pf} \rho_f r_0 \bar{w}} = \text{const} \quad (107)$$

$\Rightarrow \bar{T}_f$  при  $q_w = \text{const}$  линейно растёт

$$\bar{h} = \frac{\int_{F_0} \rho_f w h \Delta F}{\int_{F_0} \rho_f w \Delta F} \quad (108)$$

Для несжимаемой жидкости  $\rho = \text{const}$ ,  $C_{pf} = \text{const} \Rightarrow h = C_{pf} T_f$

$$\bar{T}_f = \frac{\int_{F_0} w T_f dF}{\int_{F_0} w dF} = \frac{\int_{F_0} w T_f dF}{\bar{w} F_0} \Rightarrow \bar{T}_f = 2 \int_0^{r_0} T \frac{w}{\bar{w}} \frac{r}{r_0} \frac{dr}{r_0} = 2 \int_0^1 T W R dR \quad (109)$$

Возьмём интеграл по частям:

$$\bar{T}_f = T_w - 2 \int_0^1 \left( \int_0^1 W R dR \right) dT \quad (110)$$

$$C_{pf} \rho_f \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + w \frac{\partial T}{\partial x} + w_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\lambda_f + \lambda_T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( (\lambda_f + \lambda_T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$\lambda_f$  - теплопроводность

$\lambda_T$  - турбулентная теплопроводность

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \tau} = 0 \text{ - на участке стабилизированного расчёта}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial w_r}{\partial x} = 0 \Rightarrow w_x = \text{const} \text{ на стенках } w = 0 \Rightarrow w_r = 0$$

Турбулентная теплопроводность:

Теплоты, переносимую турбулентными пульсациями в пограничном слое, можно учесть в закон Фурье, добавив  $\lambda_T$  - турбулентная теплопроводность.

$$\bar{q} = -(\lambda_f + \lambda_T) \nabla T \quad (111)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow C_{pf} \rho_f w \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\lambda_f + \lambda_T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (112)$$

На стабилизированном участке теплообмена, как  $T_f$ , так и  $T$  меняются лейно =>

$$\begin{aligned}
 & \text{так как } T \text{ линейное выражение} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda_T w}{C_{pf} \rho_f r_0 w} = \Rightarrow \\
 & \Rightarrow C_{pf} \rho_f w \frac{\lambda_T w}{C_{pf} \rho_f r_0 w} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\lambda_f + \lambda_T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \Rightarrow w = \frac{w}{\omega} R = \frac{r}{r_0} \\
 & \text{тогда } \frac{\lambda_T w}{\lambda_f} R = \frac{1}{r} \left( \left( 1 + \frac{\lambda_T}{\lambda_f} \right) R \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \frac{\lambda_T w r_0}{\lambda_f} \int_0^R R dR = \left( 1 + \frac{\lambda_T}{\lambda_f} \right) R \frac{\partial T}{\partial r} = \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \bar{T}_f = T_w - \frac{4 \lambda_T w r_0}{\lambda_f} \int_0^R \frac{\left( \int_0^R R dR \right)^2 dR}{\left( 1 + \frac{\lambda_T}{\lambda_f} \right) R} = \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \bar{N}_{Nu,if} = \left( \frac{2}{\lambda_f} \int_0^1 \frac{\left( \int_0^R R dR \right)^2 dR}{\left( 1 + \frac{\lambda_T}{\lambda_f} \right) R} \right)^{-1} \bar{N}_{Nu,if} = \frac{2}{\lambda_f} \text{ - итоговая формула}
 \end{aligned}$$

Проверка при замкнутом потоке + раб. масса:

$$Re_{eff} < 2300 \quad \lambda_T = 0 \Rightarrow W W = \frac{W}{W} \quad R = \frac{V}{r_0} \Rightarrow W = 2(1 - R^2) -$$

- ф-ла Торзенх

$$N_{eff} = \left( 2 \int_0^1 \frac{\left( \int_0^R 2(1 - R^2) dR \right)^2}{R} dR \right)^{-1} = \left( 2 \int_0^1 \left( \int_0^R (R - R^3) \frac{dR}{R} \right)^2 \right)^{-1}$$

$$= \frac{48}{11} \approx 4,36 \Rightarrow \bar{Z} = 4,36 \frac{\lambda_f}{\delta} - \text{автоматическое } k-\text{изменение } ( \text{воздуха } \text{от } Re_{eff})$$

При  $\delta \ll \delta_0$  в открытом потоке значение нормированной величины  $W$  используется формула для

$$\text{замкнут} \quad N_{eff} = 0,335 Re_{eff}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \left( \frac{x}{\delta} \right)^{0,1}$$

$$N_{eff} = \frac{2x}{\lambda_f} \quad Re_{eff} = \frac{Wx}{\nu}$$

$$\text{При } \delta \approx \delta_0 \quad N_{eff} = 1,4 \left( Re_{eff} \frac{\delta}{\delta_0} \right)^{0,4} Pr_f^{0,33} \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \epsilon_L$$

$\epsilon_L$  - к-м гидравлического з-ва длины  $\delta$  в  $Re_{eff}$

Проверка при открытой потоке  $k$ -ми:

$$\text{Приближ. } \text{кр-м} \text{ сопротивления } \text{пп-ни} \quad \frac{W}{U_x} = 8,74 \left( \frac{(r_0 - r) U_x}{\nu} \right)^{0,1}$$

$$U_x = \sqrt{\frac{S_w}{\rho_f}} - \text{сопротивление}$$

$$\frac{\lambda_T}{\lambda_f} = \frac{\lambda_T \rho_f C_{pf}}{\lambda_f \rho_f C_{pf}} = \frac{\alpha_T}{\alpha_f} = \frac{\alpha_T J_f \beta_f \rho_f}{\alpha_f J_f \beta_f \rho_f} = \frac{\rho_f}{\rho_f} \frac{\mu_T}{\mu_f} \quad \alpha_T = \frac{\lambda_T}{\beta_f C_{pf}} -$$

- гидравлическое сопротивление,  $\rho_f = \frac{J_f}{\alpha_f}$  - гидравлический коэффициент,  $\mu_T = \mu_f$  - гидравлический коэффициент Торзенх,  $\mu_f$  - гидравлическое трение.  $\mu_f \approx 0,8$

$$M_T = \rho Z^2 (r_0 - r)^2 \frac{\partial W}{\partial y} - \text{из условия Торзенх } k=0,4$$

$$\epsilon = \frac{0,31}{Re_{eff}^{0,14}} - k-\text{изменение } \text{с напором} \quad U_x = \bar{W} \sqrt{\frac{\epsilon}{8}} \Rightarrow$$

$$\epsilon = \frac{0.31}{Re_{df}^{0.14}} - k\text{-м индекс в формуле} \quad U_* = \bar{w} \sqrt{\frac{\epsilon}{8}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{H_f}{\mu_f} = 0.25 Re_{df} (1-R)^{0.77} Pr_f \Rightarrow \text{из интеграла Бетсона}$$

$$\overline{Nu}_{df} = 0.023 Re_{df}^{0.8} Pr_f \quad \text{при } Pr_f = 1 = \text{const}$$

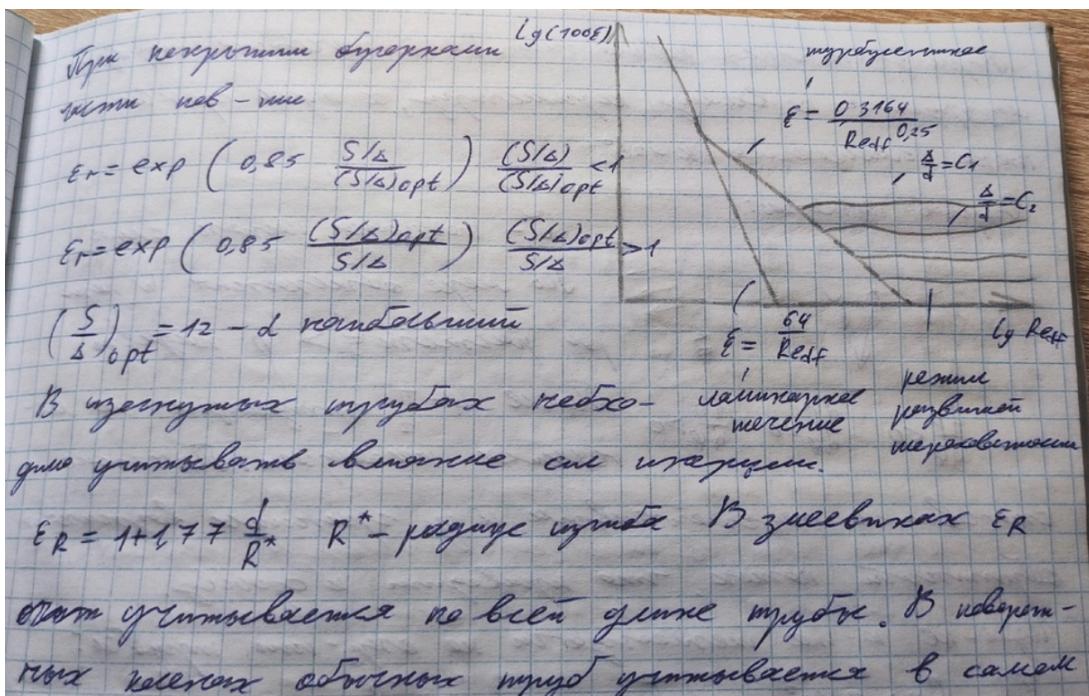
$$\overline{Nu}_{df} = 0.023 Re_{df}^{0.8} Pr_f^{0.4} \left( \frac{Pr_w}{Pr_f} \right)^{0.35} - \text{бесконечные длины}$$

(уменьшения сопротивления уменьшается)

$$\overline{Nu}_{df} = 0.023 Re_{df}^{0.8} Pr_f^{0.4} \epsilon_i \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25} \epsilon_i \left( \frac{L}{d}, Re_{df} \right) \quad Re_{df} < 10^5$$

При  $Re_{df} > 10^5$  на шероховатом нормальном сопротивлении не учитывается индекс

$$\delta \epsilon_r = \frac{\epsilon_r}{\epsilon} - \text{где коэффициент шероховатости } \epsilon_r = \frac{d}{L}$$

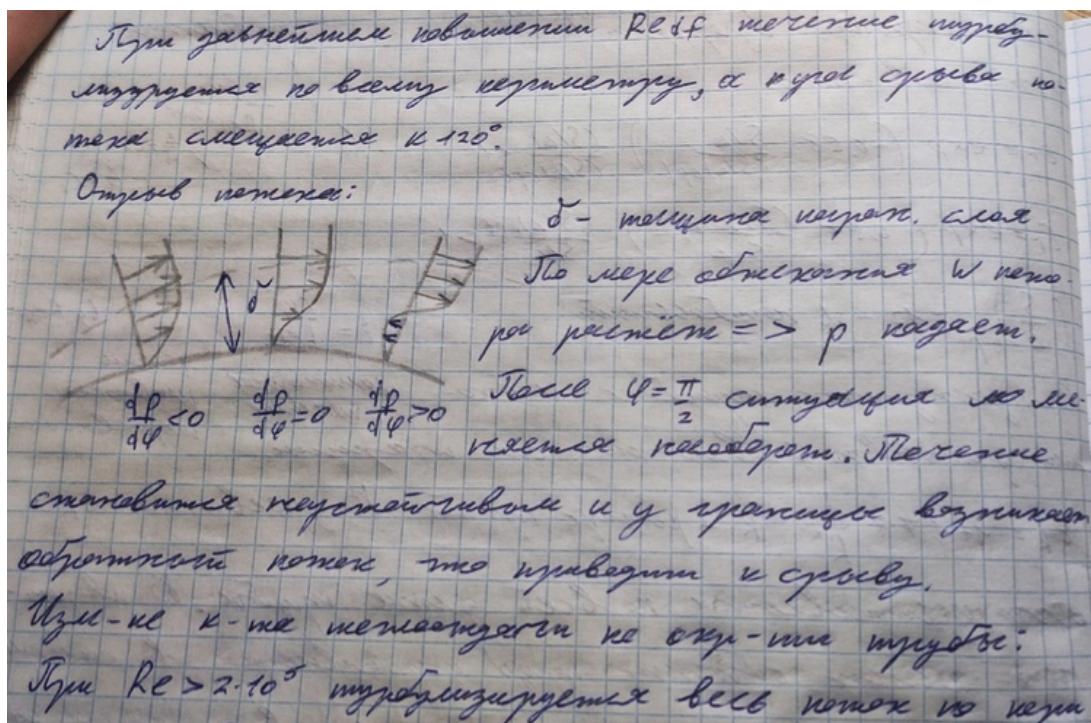
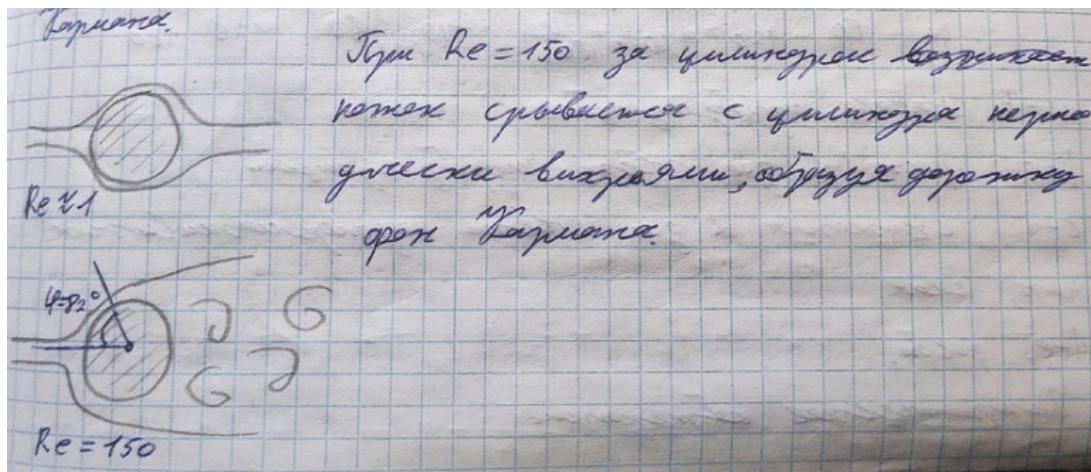


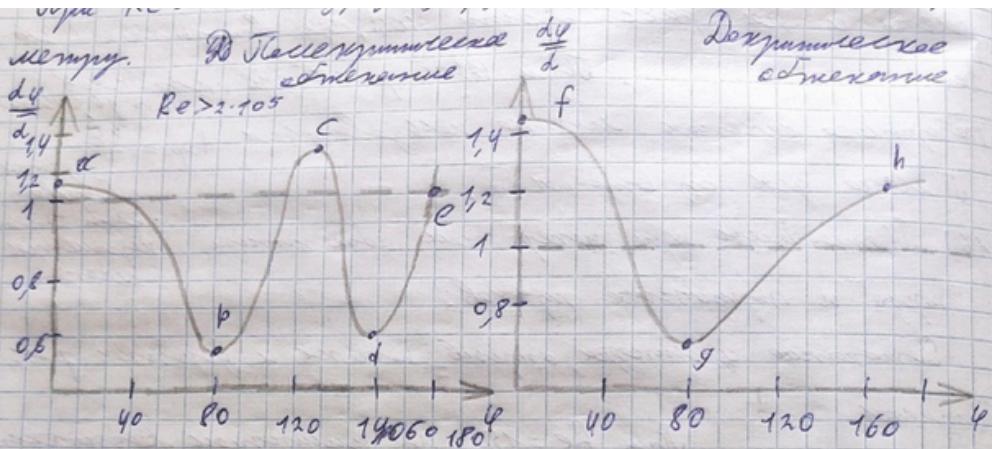
колено и на расстоянии 10d, где вторичные течения затихают. При рассчёте каналов некруглого сечения можно пользоваться  $d_{\text{эфф}} = \frac{4F}{L}$ , F - площадь сечения, L - длина обогреваемой части сечения.

Только для определения  $\bar{\alpha}$

# 16

Теплообмен при поперечном обтекании труб и трубных пучков. Дорожка фон Кармана. Изменение коэффициента теплоотдачи по окружности трубы. Обтекание под углом, отличным от прямого. Трубные пучки, их параметры. Уравнения подобия для теплообмена в пучках.





$a-b$  начало турбулентности

$b-c$  пост.  $d$  за счет турбулентности

$c-d$  изменение  $d$  за счет нерегулярных вихревых структур

$d-e$  пост.

Джуринское сопротивление

$f-g$  - изменение нейтрального значения  $d$  за счет

изменения нерегулярного вихревого движения

$g-h$  - пост.  $d$  в ламинарной зоне

$\eta_f$  - не нулевое:

$$Nu_{df} \leq 1 \leq Re \leq 40 \quad Nu_{df} = 0,76 Re_{df}^{0.4} Pr_f^{0.37} E_T$$

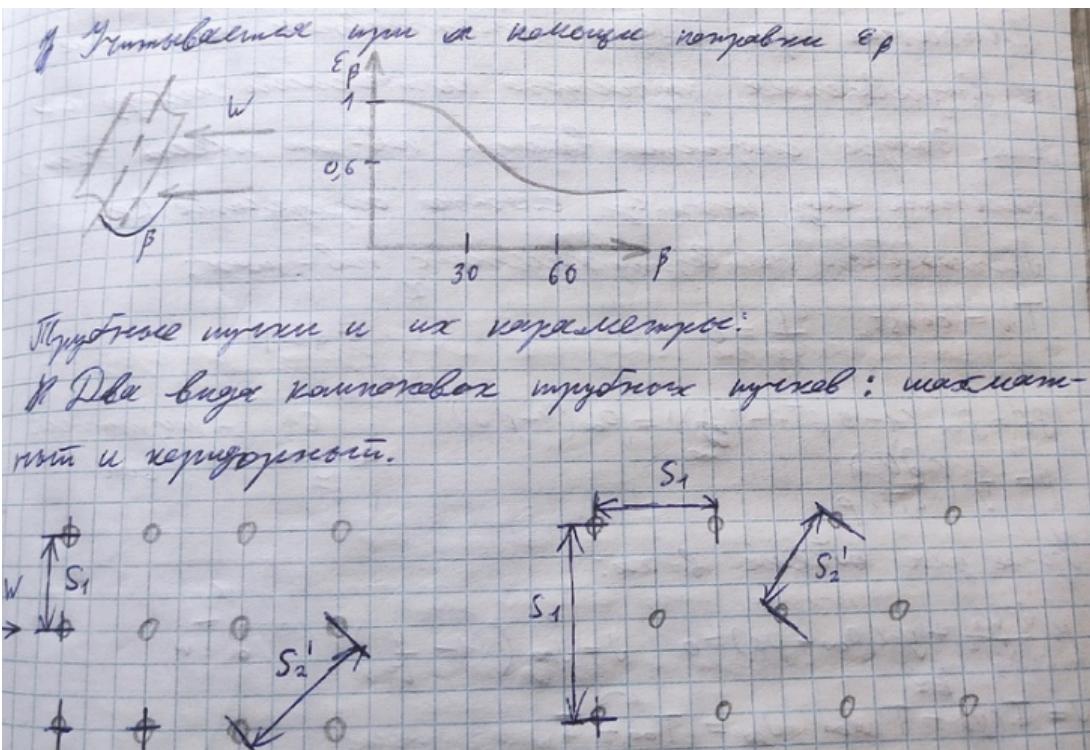
$$E_T = \left( \frac{P_{if}}{Pr_w} \right)^{0.55}$$

$$10 < Re \leq 10^3 \quad Nu_{df} = 0,52 Re_{df}^{0.5} Pr_f^{0.37} E_T$$

$$10^3 < Re \leq 10^5 \quad Nu_{df} = 0,26 Re_{df}^{0.6} Pr_f^{0.57} E_T$$

$$10^5 < Re \leq 10^7 \quad Nu_{df} = 0,023 Re_{df}^{0.8} Pr_f^{0.4} E_T$$

Ограничение этого же условия:



Если  $S_2 \rightarrow d$ , то рассматривают течение в канале, если  $S_2 \gg d$ , рассматривают обтекание одиночной трубы.

Условия подобия для трубных пучков:

$$\frac{S_2}{d} \approx 1 \dots 2 \quad 10^3 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5 \quad (113)$$

$$Re = \frac{w_{y_3}d}{\nu}, \quad w_{y_3} - \text{скорость узкого сечения} \quad (114)$$

Коридорный пучёк:

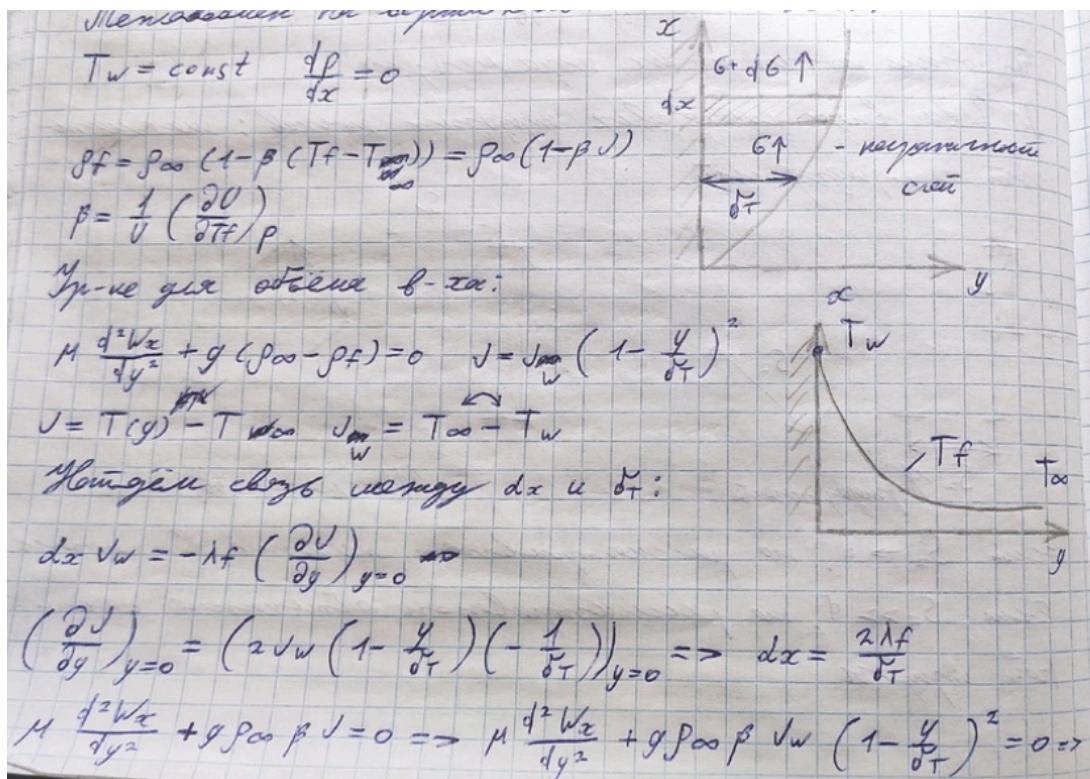
$$\overline{Nu} = 0.27 Re^{0.63} Pr^{0.36} \varepsilon_T, \quad \varepsilon_T = \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.2} \quad (115)$$

Шахматный пучёк:

$$\begin{aligned} \frac{S_1}{S_2} < 2 \Rightarrow \overline{Nu} &= 0.35 \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^{0.2} Re^{0.6} Pr^{0.36} \varepsilon_T \\ \frac{S_1}{S_2} > 2 \Rightarrow \overline{Nu} &= 0.4 Re^{0.6} Pr^{0.36} \varepsilon_T; \quad \overline{Nu}_{df} = \frac{\bar{\alpha}d}{\lambda_f} \end{aligned} \quad (116)$$

Движение при свободно конвективном теплообмене вызывается разностью плотностей между слоями.

Теплообмен на вертикальных поверхностях:



$$\Rightarrow \frac{d^2 w_x}{dy^2} = -\frac{g \rho_\infty \beta J_w}{\mu} \left( 1 - 2 \frac{y}{\delta_T} + \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^2 \right) = -A \left( 1 - 2 \frac{y}{\delta_T} + \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^2 \right) \quad A = \frac{g \rho_\infty \beta J_w}{\mu}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dw_x}{dy} \right) = -A \left( 1 - 2 \frac{y}{\delta_T} + \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^2 \right) \Rightarrow \frac{dw_x}{dy}$$

$$\Rightarrow w_x = -A \left( \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3 \delta_T^2} + \frac{y^4}{12 \delta_T^3} \right) + C_1 y + C_2$$

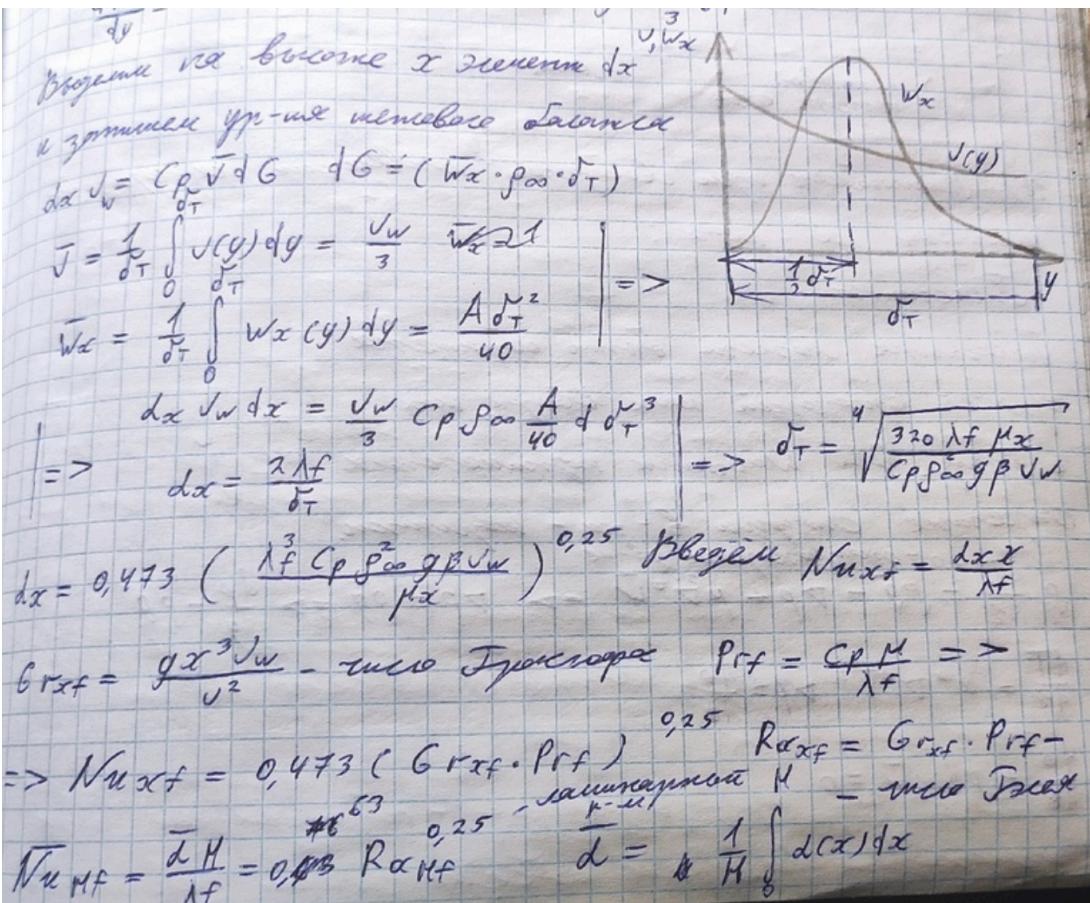
$$y=0 \Rightarrow w_x(y) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$y=\delta_T \Rightarrow w_x(\delta_T) = 0 \Rightarrow -A \left( \frac{\delta_T^2}{2} - \frac{\delta_T^3}{3} + \frac{\delta_T^4}{12} \right) + C_1 \delta_T = 0$$

$$\delta_T = 1 \Rightarrow C_1 = \frac{A \delta_T}{4}$$

$$w_x(y) = A \left( \frac{y^2}{3 \delta_T} + \frac{1}{4} \delta_T y + \frac{y^2}{2} - \frac{1}{12} \frac{y^4}{\delta_T^2} \right)$$

$$\frac{dw_x}{dy} = 0 \Rightarrow w_x = w_{\max} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \delta_T$$



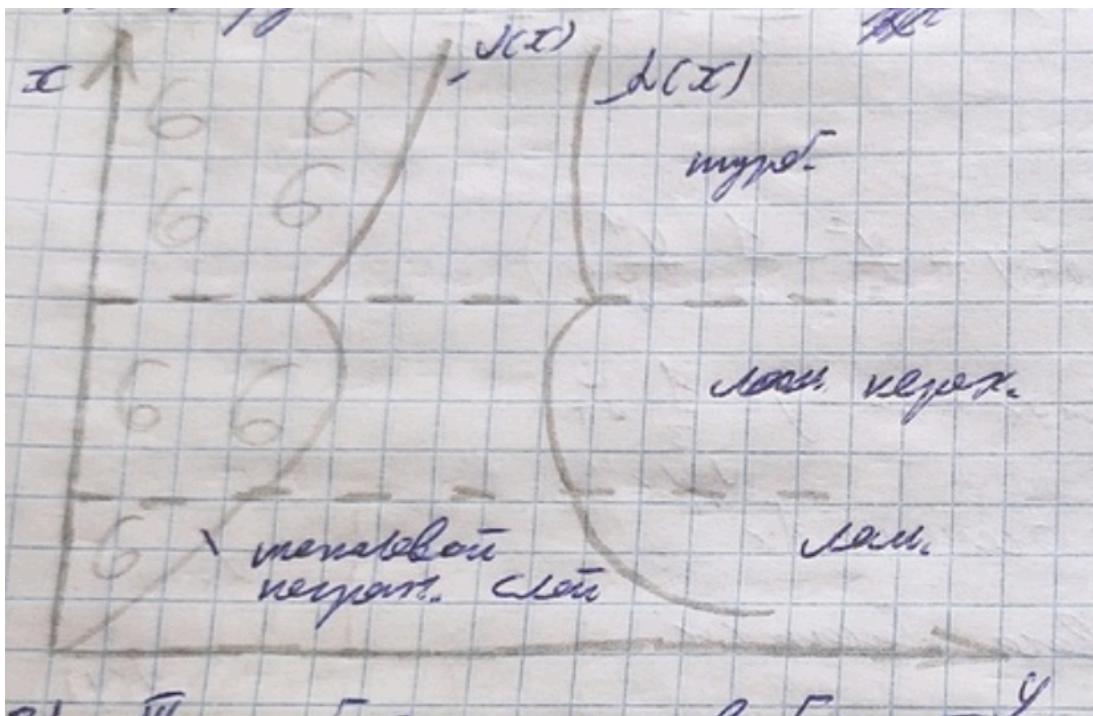
Для турбулентного  $Nu_{xf} = 0.6 Ra_{xf}^{0.5}$ ,  $\overline{Nu}_{mf} = 0.15 Ra_{mf}^{0.33}$

Режимы течения:

Ra - число Релея - аналог числа Рейнольдса для конвективного теплообмена.

$$Ra_{mf} < 10^3 \dots 10^9 - \text{ламинарное}, \quad Ra_{mf} > 6 \cdot 10^{10} - \text{турбулентное} \quad (117)$$

Тепловой пограничный слой и изменение режимов течения по координате:



## 18

Теплообмен при свободной конвекции на горизонтальных поверхностях (пластины, труб, проволок). Уравнения подобия. Теплообмен в щелях и зазорах.

Пластина:

Пластина может быть обращена горячей стороной как вверх, так и вниз. От пластины поднимаются нагретые струи воздуха.

$$\int \frac{d\bar{w}}{dy} = 0 \quad \text{- симметрическое движение}$$

$$\int \rho \frac{d\bar{v}}{dy} = \rho \bar{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \bar{v} \Rightarrow \nabla p = \rho \bar{g} \Rightarrow \frac{dp}{dy} = \rho g$$

$$\frac{dT}{dx} = \alpha \nabla^2 T \quad \nabla p = \frac{dp}{dy}$$

$$\frac{dp}{dy} + \rho g v \bar{w} = 0$$

$$\rho = \frac{1}{f} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{f} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad \text{- к-т обобщенного изотермического расширения}$$

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta \Delta T) \quad \text{- \(\rho\)-рая температура}$$

$$\frac{dp}{dy} = \rho_0 g - \rho_0 \beta \Delta T g \Rightarrow \frac{dp}{dy} = \pm \rho_0 \beta g (T_w - T_0) \Rightarrow \beta = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 (T - T_0)}$$

$$\rho \beta \Delta T = \rho_0 - \rho$$

$$\Rightarrow P_{ext,y} = \int_0^{+\infty} \rho_0 g \beta (T_w - T_0) dy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = \pm \frac{d}{dx} \int_0^{+\infty} \rho_0 g \beta (T_w - T_0) dy \quad \text{(растяг x-координаты)} \\ \text{изменяется, а с ним } grad p \\ \text{Когда } \frac{dp}{dx} < 0 \text{ течение идет от середины к краю.}$$

$$l = \frac{F}{\pi} \quad \text{- характерный размер} \quad Nu = \frac{dL}{\lambda}$$

$$\overline{Nu}_{df} = 1,1 \cdot Ra_{df}^{0,2}$$

$$Ra_{df} < 10^5 \quad Ra_{df} = Gr_{df} \cdot Pr_{df} =$$

$$\overline{Nu}_{df} = 0,203 \cdot Ra_{df}^{0,33}$$

$$Ra_{df} > 10^5 \quad Ra_{df} = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} \frac{1}{\alpha} = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu \alpha}$$

- коммерческие методы измерения  
и технология измерения

Применение для измерения инфракрас:

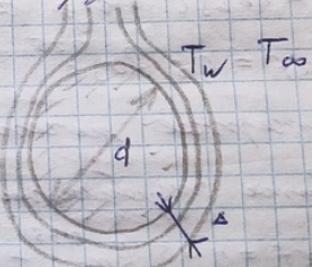
$$\rho \frac{dW}{dx} = \rho F$$

$$10^3 < Gr_{df} < 10^8$$

$$\overline{Nu}_{df} = 0,5 (Gr_{df} \cdot Pr_f)^{0,25} \left( \frac{Pr_w}{Pr_f} \right)^{0,25}$$

$$Ra_{df} \propto B \cdot \alpha \cdot Pr \approx 0,7 = \text{const}$$

$$\overline{Nu}_{df} = 0,5 (Gr_{df} \cdot Pr_f)^{0,25}$$



Он характеризует изоболюмы:

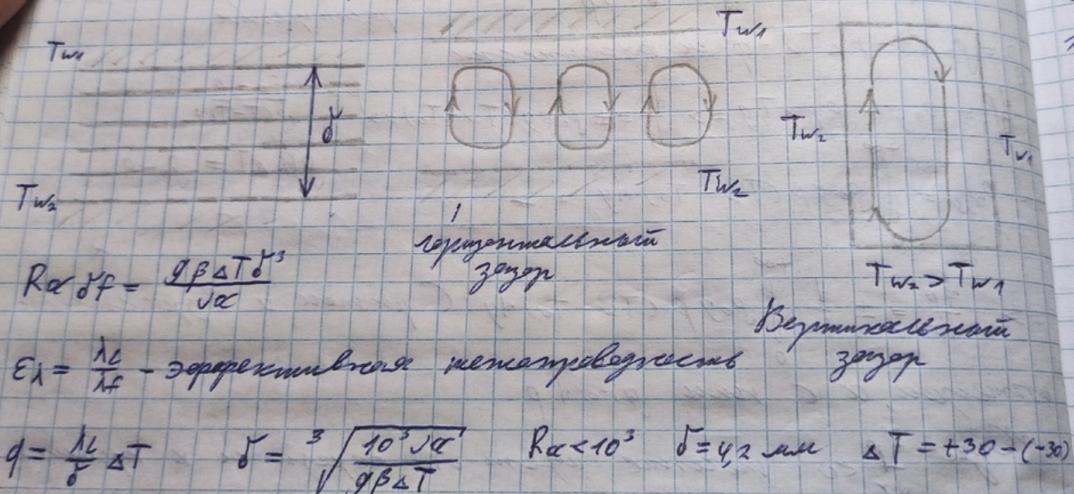
$$Nu = \frac{dd}{\lambda f}$$

$$d = 0,2 \dots 2 \text{ м} \quad Ra_{df} < 1 \Rightarrow \overline{Nu}_{df} = 0,5$$

$$Ra_{df} \quad 10^{-4} \quad 10^{-3} \quad 10^{-2} \quad 10^{-1} \quad 1 \quad 10 \quad 100$$

$$Nu_{df} \quad 0,463 \quad 0,525 \quad 0,596 \quad 0,8 \quad 1,07 \quad 1,5 \quad 2,1$$

Применение в экспериментальной работе (труба, зонд)



# 19

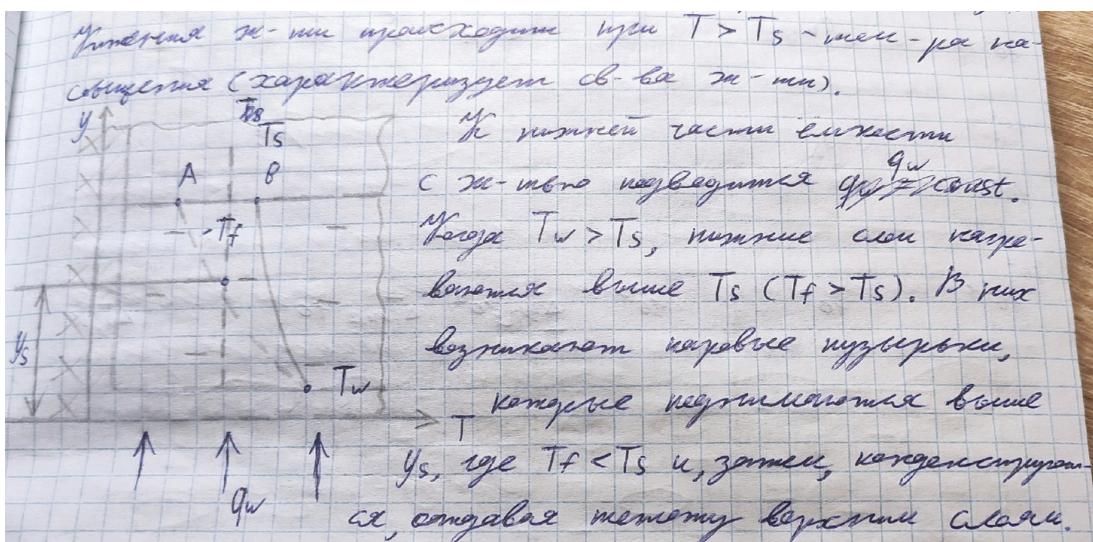
Теплообмен при кипении. Физическая природа. Режимы и кризисы кипения. Кривая Нуксиямы. Параметры паровых пузырьков: отрывной диаметр, частота отрыва, число центров парообразования.

Кипение - парообразование в объёме жидкости.

Виды кипения:

- Объёмное - парообразование во всём объёме жидкости (аварийный случай)
- Поверхностное - образование пузырьков пара идёт только около поверхности нагрева.

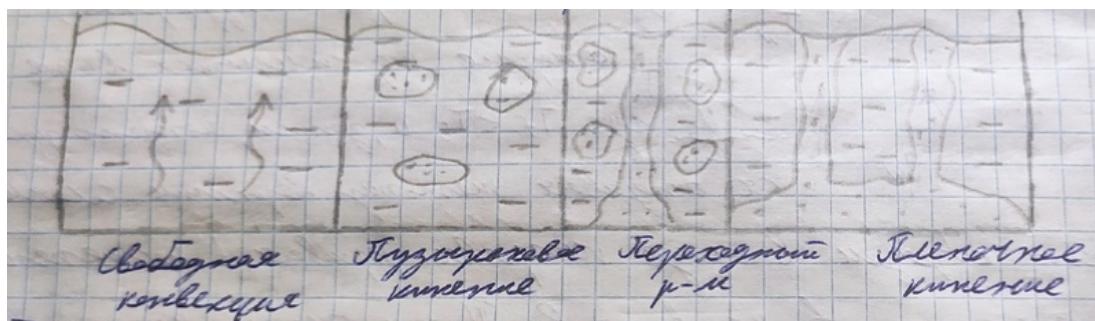
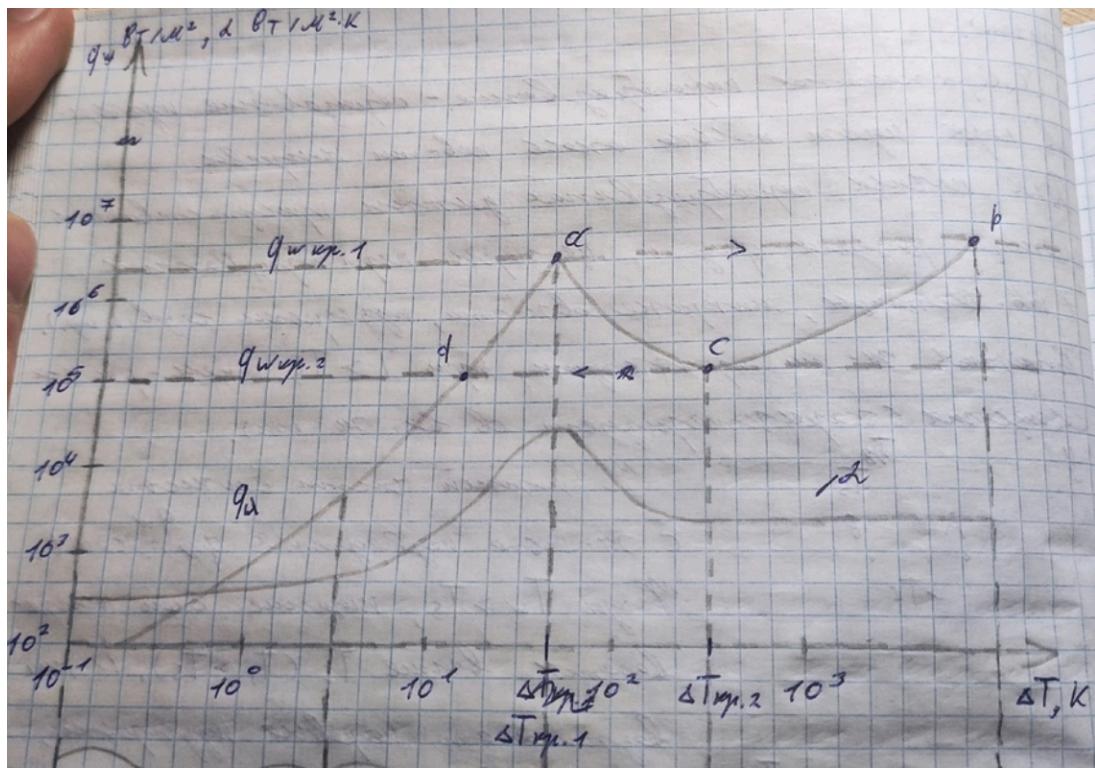
Для начала парообразования должны присутствовать границы раздела фаз и центры парообразования.



Некие образцы в ходе нагрева превратятся в кипение и переходят в кипение в. Их же температура кипения во всей области, а подогрева пока достигают нужные разделы фаз.

Кривая Нуксиямы. Температура и кипение жидкости.  $T_w = T_s$  - критический кипения.  $\Delta T = T_w - T_s$  (перепад).  $\Delta T \approx T_w - T_s$  - минимальный перепад температурной ячейки на кипение кипения.

Значение  $q_w (\Delta T)$  называется называемое кривой Нуксиямы. Её зависимость с графическим и  $\Delta T$ . При этом получается, что  $T_w = \text{const}$  во всей кипеющей области (эти 1-2 кг).



1. Свободная конвекция
2. Пузырьковое кипение
3. Переходный режим. У поверхности возникают паровые пятна,  $q_w$  падает.
4. Пленочное кипение. У поверхности образуется паровая плёнка.  $\alpha = \text{const}$ ,  $q_w$  растёт.

$\Delta T_{\text{up.1}} - \Delta T_{\text{up.2}}$  - первый краевой кипение ( $\alpha - \gamma$ )  
 $\Delta T_{\text{up.2}} - \beta$  - второй краевой кипение ( $\gamma - \beta$ )  
 $\Delta T_{\text{up.3}}$  - температура линии насыщения  $\times$   
 Для первого  $\Delta T_{\text{up.1}} = 25 \text{ K}$   $q_{w \text{ up.1}} = 1,2 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2 \cdot K}$   
 $\Delta T_{\text{up.2}} = 150 \text{ K}$   $q_{w \text{ up.2}} = (2 \dots 5) \cdot 10^6 \frac{W}{m^2 \cdot K}$   
 Во избежание аварий все экспериментальные радиометры  
 при  $q < q_{w \text{ up.1}}$ , т.к. при достижении  $q_{w \text{ up.1}}$  вода  
 мгновенно переходит в пару  $\rho$ .  $\alpha - \beta - \gamma - \delta$

Сложные к-ти менеджерами производим за время  
образования паровых пузырьков вновь и нов-ми пузырька  
(когда они пары отдают, они синтезируются, а они синтезируются  
и пары получают, что они нов-ми к н-м). На увели-  
чение  $C - d \propto \text{const}$ , а рост  $q_w$  производим за время  
менеджеров изучается.

Параметры паровых пузырьков:

В ходе плавания на нов-ми образуются паровые пузырь-  
ки.

В ходе плавания на нов-ми образуются паровые пузырь-  
ки.

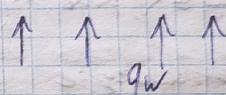
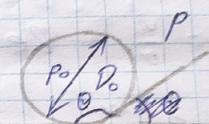
$\Theta$  - угол сжатия

$\Theta < \frac{\pi}{2}$  - нов-ми сжимаются,  $\Theta > \frac{\pi}{2}$

не сжимаются.

$D_o$  - отрывной диаметр пузырька

$\frac{D_o}{D} \propto \frac{P_0}{P}$  Там пузырь сжимается охлаж-  
дением пузырьков нов-ми под тяже-  
стью влаги. После отрыва пузырь паро-  
бумага срывается, чтобы нов-ми Т в данной  
месте - то - срыве отрывается.



$\tau_p$  - время роста пузыря.  $f = \frac{1}{\tau_p + \tau_o}$  - частота отрыва пузырей.

При  $\tau_0 \rightarrow 0 f = \frac{1}{\tau_p}$

N - число центров парообразования

При малых  $q_w N \sim q_w$

При  $q_w = (0.5 \dots 1.0) q_{w \text{ кр}} N \sim q_w^{2.12}$

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu J} F^{\mu J}$$

## 20

Теплоотдача при пузырьковом кипении. Числа подобия. Основные уравнения подобия. Первая критическая плотность теплового потока: физический смысл и расчёт.

20) Теплоотдача при пузырьковом кипении. Числа подобия и основное уравнение подобия:

В ходе разведки ур-ий используется ур-ие Эйри, дф-иц, передаваемое для т-ни, ур-ие Рейнхольда и движение пузырька, а также то что имеющиеся числа сопоставляются и ур-ие теплоотдачи на границе пузырька.

$$l_0 = \sqrt{6(\rho' - \rho'')g} - характеристический размер (постоянная при T_s \text{ ламинар})$$

$\rho'$  - м-ва т-ни,  $\rho''$  - м-ва пары,  $g$  - изоударное ускорение

$$Pr = \frac{\nu'}{\alpha'} \quad Re = \frac{W' l_0}{\nu'} \quad K_p = \frac{P}{\sqrt{6(\rho' - \rho'')g}} = P$$

$$\frac{d l_0}{\lambda'} = \frac{Nu}{8,7 \cdot 10^{-4}} \left( \frac{q_w l_0}{\rho' \nu' \lambda'} \right)^{0,7} \left( \frac{\nu'}{\alpha'} \right)^{0,35} \left( \frac{P}{\sqrt{6(\rho' - \rho'')g}} \right)^{0,7} - \text{оп-ия } \text{у-} \text{у-} \text{у-} \text{у-}$$

моделизме  $\tau$ -человека имеем наработанное

$$d = 0,075 \left( 1 + 10 \left( \frac{\rho''}{\rho' - \rho''} \right)^{0,67} \right) \left( \frac{\lambda^2}{\sqrt{6} T_s} \right)^{0,33} q_w^{0,94} - \text{оп-ия}$$

погружена

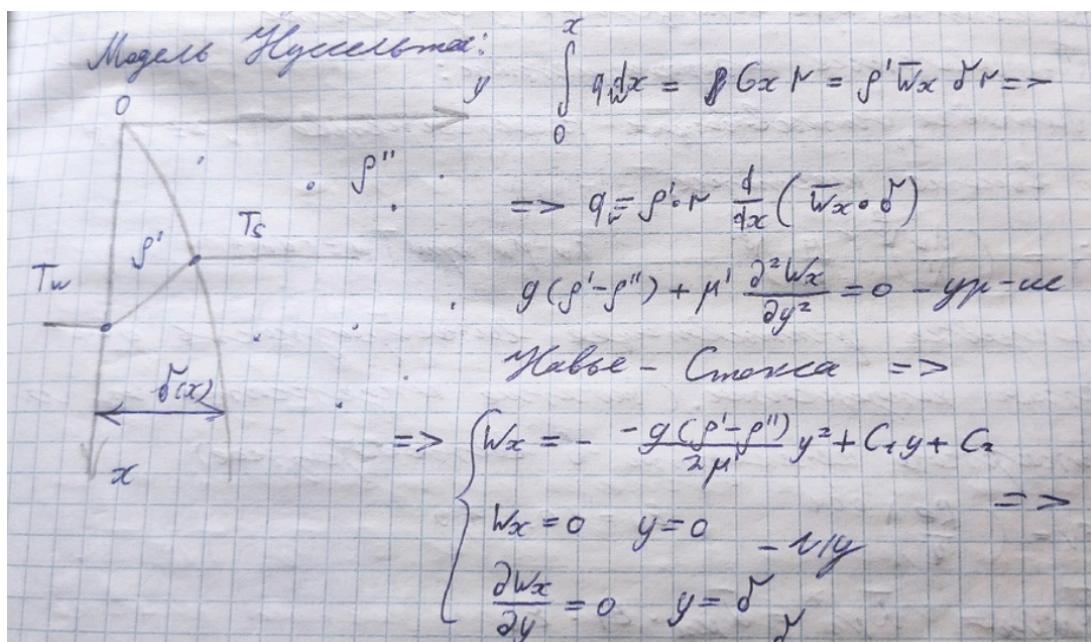
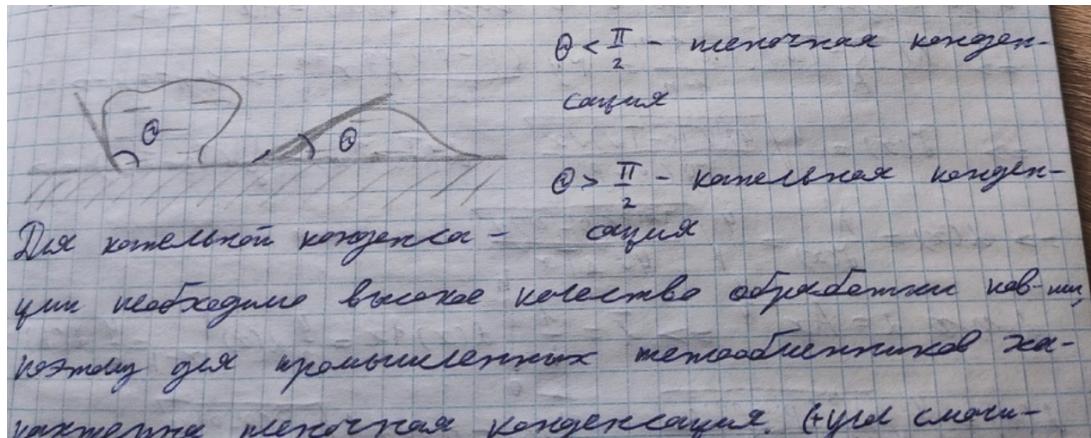
$$d = 5 \left( P^{0,1} + 0,725 P^{1,25} \right) q_w^{0,67} - \text{погружение опущено}$$

X

## 21

Теплообмен при конденсации. Физическая природа. Угол смачивания и виды конденсации. Конденсация на вертикальной поверхности. Модель Нуссельта. Поправочные коэффициенты.

Поверхностная конденсация делится на два типа: капельную и плёночную:



$w_x = g \frac{\rho' - \rho''}{\mu} \left( y^2 - \frac{\delta^2}{2} \right)$

$\bar{w}_x = \frac{1}{2} \int_0^\delta w_x dy = \frac{(\rho' - \rho'') g}{3 \mu} \delta^2$

$q_w dx = p$  В модели Нуссельта можно через коэффициенты слои передаётся межфазное теплообменом

$$q_w = \frac{\lambda'}{\delta} (T_s - T_w) \quad G_x = \int_0^y w x dy = \int_0^y \frac{\rho'}{\mu''} dy = \frac{\rho'}{\mu''} (y - \frac{y^2}{2})$$

$$dy = \frac{g(\rho' - \rho'')}{3\delta} \nu^3 \quad \lambda' (T_s - T_w) \int x \frac{dx}{\delta} = \nu g (\frac{\rho' - \rho''}{3\delta}) \nu^3$$

Все будем выражать в единицах длины  $d(x) = Ax^n \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\lambda' (T_s - T_w)}{A} \cdot \frac{x^{1-n}}{1-n} = \nu g (\frac{\rho' - \rho''}{3\delta}) A^3 x^{3n} \Rightarrow 1-n=3n \Rightarrow n=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow d(x) = \sqrt[4]{\frac{4\lambda' (T_s - T_w) \nu x}{\nu g (\rho' - \rho'')}} \quad d(T_s - T_w) = \frac{\lambda'}{\delta} (T_s - T_w) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d(x) = \frac{\lambda'}{d(x)} = \sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 (\rho' - \rho'') g}{4 \nu \Delta T h}}$$

$$d(x) = Ax^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow \bar{d} = \frac{1}{h} \int_0^h d(x) dx = \frac{4}{3} d(x) \Big|_{x=h} = \frac{4}{3} d(h)$$

$$d(h) = \sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 (\rho' - \rho'') g}{4 \nu \Delta T h}} \quad \bar{d}_{Nu} = 0,993 \sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 (\rho' - \rho'') g}{\nu \Delta T h}} - K - m$$

меняющим при дальнейшем вычислении  
использование коэффициентов:  
используя универсальную зависимость  $T_w \neq \text{const}$   
но become maximum.

$$E_T = \left( \frac{\lambda'}{\lambda''} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\mu'}{\mu''} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \lambda', \mu' \text{ при } T_w = \text{const}$$

Коэффициент пропорциональности для  
одинаковой конвергенции. (первая конвергенция из  
матричного исходного в конвективное)

$$E_V = \left( \frac{Re}{4} \right)^{0.04} \quad E_V = 1,0 \dots 1,3$$

$$\bar{d}_{Nu} \approx \bar{d}_{Nu}^* = \bar{d}_{Nu} \cdot E_T \cdot E_V$$

Конденсация на горизонтальных трубах. Конденсация на пучках труб.  
Конденсация внутри труб. Режимы течения двухфазных потоков.  
Капельная конденсация.

$$d = 2r_0, T_w = \text{const}, \delta \ll r_0, \alpha = \frac{\lambda'}{\delta} \quad (118)$$

- теплота передаётся теплопроводностью.

Допущения оправданны в модели Чусовского для однотоматной трубы.

$\lambda' \Delta T r_0 = q' n \frac{d}{dx} (\bar{w}_x \delta')$

$\frac{d}{dy} = \frac{d}{dx} \cdot \frac{dx}{dy} = r_0 \frac{d}{dx}$

$\frac{\lambda'}{\delta} \Delta T r_0 = q' n \frac{d}{dy} (\bar{w}_\varphi \delta')$

Уравнение Чебышева - Синуса  $q_\varphi = q \sin \varphi$

Уравнение Чебышева - Синуса  $q_\varphi = q \sin \varphi$

$\left\{ \begin{array}{l} q_\varphi (\rho' - \rho'') + \mu' \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\bar{w}_\varphi) = 0 \\ \bar{w}_\varphi = 0 \quad y=0 \\ \frac{\partial \bar{w}_\varphi}{\partial y} = 0 \quad y=\delta \end{array} \right.$

$\bar{w}_\varphi = \frac{q_\varphi (\rho' - \rho'')}{\mu'} \frac{y^2}{2} - C_1 y$

$C_2 = 0 \quad \text{так как } \int_0^\delta \bar{w}_\varphi dy = 0$

$\bar{w}_\varphi = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \bar{w}_\varphi dx = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \frac{q_\varphi (\rho' - \rho'')}{\mu'} \frac{y^2}{2} dy = \frac{1}{\delta} \frac{q_\varphi (\rho' - \rho'')}{\mu'} \frac{\delta^3}{2} \sin \varphi$

$\Rightarrow \bar{w}_\varphi = \frac{1}{3} \frac{q_\varphi (\rho' - \rho'')}{\mu'} \delta^2 \sin \varphi$

$\frac{\lambda'}{\delta} \Delta T r_0 = q' n \frac{d}{dy} (\bar{w}_\varphi \delta')$

$\Rightarrow \delta' = \left( \frac{4}{3} A \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{f^{\frac{1}{3}}} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} f^{\frac{1}{3}} d\varphi \right)^{\frac{1}{4}} \quad f = \sin \varphi$

$d\varphi = \frac{1}{\delta'} = \lambda' \left( \frac{3}{4A} \right)^{\frac{1}{4}} f^{\frac{1}{3}} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} f^{\frac{1}{3}} d\varphi \right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi =$

$\bar{w}_{\text{вн}} = 0,693 \sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 (\rho' - \rho'') A n}{\nu (T_s - T_w) d}}$

Аналогично использованы и поправки  
использованные на трубах трубах:

$G_L = \frac{\bar{w}_w \pi d}{n}$  - расход конденсата все единицу длины

$$\Delta T = \frac{G_L \cdot r}{\pi d \lambda}$$

$$\frac{\Delta T}{\lambda} = N_{av} = 1,5 \lambda' \left( \frac{4 G_L}{\mu^2} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

Две вида теплообмена:

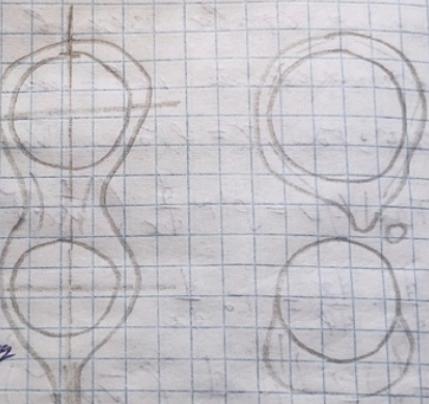
$$G_L^{(1)} = \frac{d_1 \pi (T_s - T_w)}{r}$$

$$G_L^{(2)} = \frac{d_2 \pi (T_s - T_w)}{r} - \text{внешний теплообмен}$$

$G_L = G_L^{(1)} + G_L^{(2)}$  — общая теплоотдача излучением и конвекцией  
или  $G_L = G_L^{(1)} + G_L^{(2)}$  в зависимости от вида теплообмена

Все виды  $G_L$  и  $G_L^{(1)}$  в зависимости от вида теплообмена

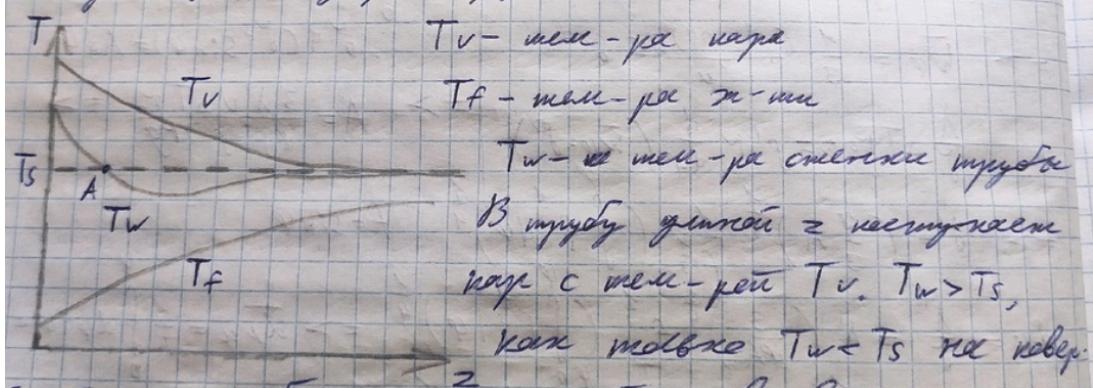
$G_L^{(2)}$  — теплообмен излучением



Температура на поверхности:

$$T = d_o \cdot E_v \quad E_v = 1,4 \left( \frac{W_m^2 (T_s - T_w)}{q d w \mu} \right)^{0.5} \quad W_m - \text{коэффициент сопротивления конвекции наружной поверхности}$$

Факторы влияющие на темп.:



холодное тело с равномерным облучиванием конвекцией (трубка А). В месте В  $Tw \cdot Tr = Ts$ .

Причины изменения температуры можно выразить:

$E_v$  — расход тепла. По мере движения  $E_v$  изменяется, а расход тепла остается неизменным.

$$\chi = \frac{G_V}{G_V + G_L} = \frac{G_V}{G} - \text{степень сухости пара}$$

$\chi = 0$  - при полной конденсации

$\chi > 0$  - при частичной конденсации

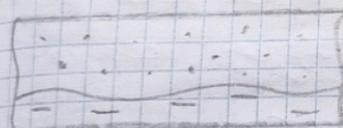
Чаще всего конденсацией сопровождается движение влаги -  $F_{max}$  и вода испаряется -  $F_{mp}$ . Если  $F_{max}$  совпадает с  $F_{mp}$ , то никакого сдвигения стекла не происходит.

Если же  $F_{max}$  совпадает с  $F_{mp}$ , но движение влаги конденсации начинает зависеть от ориентации трубы. Если движение влаги конденсации

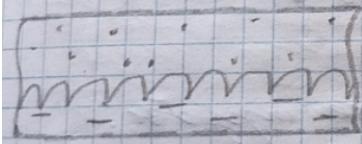
зависит от ориентации трубы. Если пар неадсорбируется на стекле, то никакого сдвигения стекла не происходит. Наконец с некоторой скоростью, если конденсат отдаётся влаге. Если конденсат неадсорбируется на стекле, то движение влаги конденсации начинает зависеть от ориентации трубы. Если движение влаги конденсации

Граница между движением двухсторонних потоков:

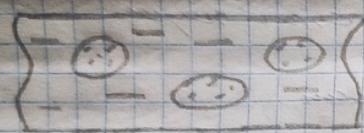
$$\rightarrow W$$



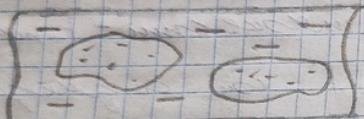
A - расходящийся поток



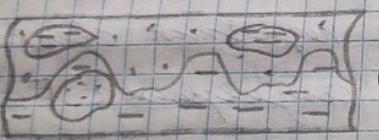
B - сходящийся поток



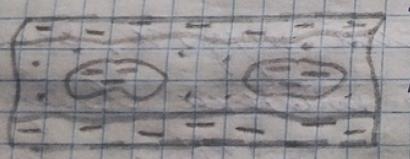
В - индифферентный режим



Г - предложеный режим  
(паревые индузии перегру-  
жены с индифферентной  
предкапом)



Д - индуцированный режим  
(пар и индифферентные  
туманы в виде отходящей  
эмиссии)



Е - центрально-концентри-  
ческий режим

(шероховатое расположение паров)

стенки, а газовые турбулентности увеличива-  
ет паром)

Несимметрическая конденсация:

Происходит на неоднородных поверхнос-  
тиях (отталкиванием паров). И знако-  
мство выше, чем при несимметрической конден-  
сации.

$$Nu = \frac{\bar{u}d}{\lambda}$$

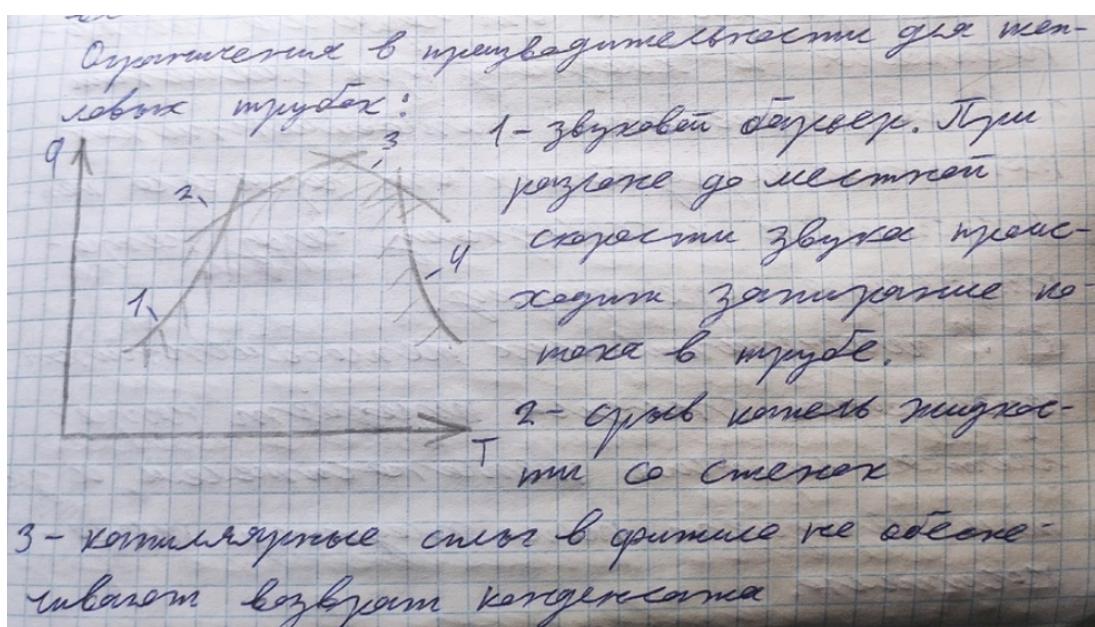
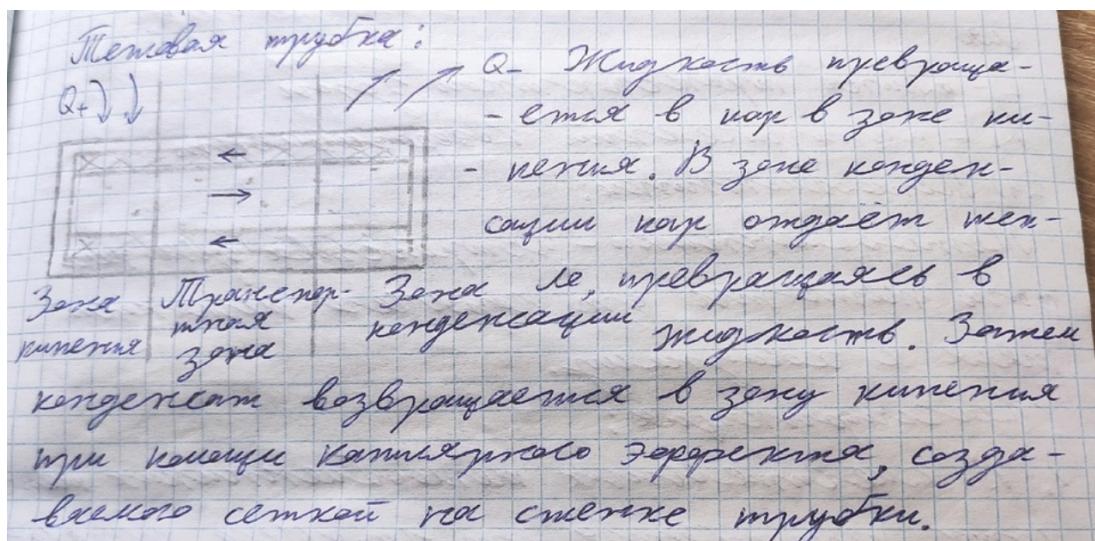
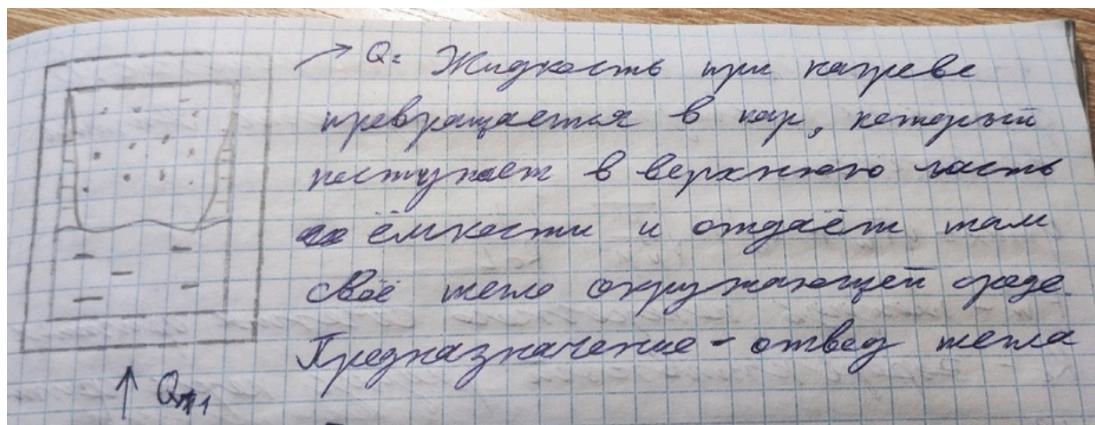
$$Nu = f(Re_*, \Pi_K, Pr)$$

$$Pr = \frac{\nu'}{\alpha'}$$

$$\Pi_K = \frac{\pi \ell^2 \delta^2 T_s}{r \rho^{1/2} \nu'^2} \quad \ell = \frac{1}{6} \frac{\partial \delta}{\partial T} - \text{коэффи-}$$

циент теплоизд.

Термосифон - замкнутая область, частично заполненная парами жидкости.



Ч - максимальное сопротивление земли отталкиванию. В  
результате не получаем движение тягой сопротивления. Тормоз  
блокировка.

$$Q_{max} = 4F_w R (\beta')^2 \sqrt{\frac{\rho''}{\mu''}} \frac{d}{RcL}$$

$F_w$  - сила тяжести неподвижного снаряда сопротивления  
 $Rc$  - зероупругий радиус края сопротивления

и тд

$L$  - длина транспортируемой земли

$K_L$  - коэффициент коеческого сопротивления

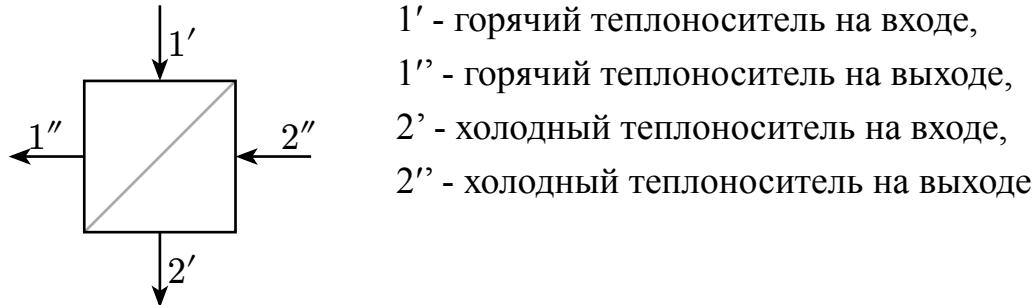
## 24

**Теплообменники. Классификация, виды расчёта. Уравнения теплового баланса и теплопередачи. Водяные эквиваленты. Т – F – диаграммы. Средний температурный напор. Поправка Нуссельта. Коэффициент теплопередачи.**

Теплообменники - устройства для передачи теплоты от горячего теплоносителя к холодному.

Классификация:

1. В смесительных теплообменниках теплота передаётся от горячего теплоносителя к холодному путём смещивания.
  2. В поверхностных теплообменниках теплота передаётся от горячего теплоносителя к холодному через непроницаемую перегородку.
- a) В регенеративных теплообменниках перегородка сначала нагревается горячим теплоносителем, а затем передаёт тепло холодному теплоносителю. б) В рекуперативных теплообменниках перегородка одновременно контактирует с горячим и холодным теплоносителями.



Уравнения теплового баланса и теплопередачи для теплообменника:

$$\begin{aligned} Q_1 &= G_1 C_{p1}(T_{1'} - T_{1''}) \\ Q_2 &= G_2 C_{p2}(T_{2''} - T_{2'}) \\ Q &= Q_1 = Q_2 \Rightarrow G_1 C_{p1}(T_{1'} - T_{1''}) = G_2 C_{p2}(T_{2''} - T_{2'}) \end{aligned} \quad (119)$$

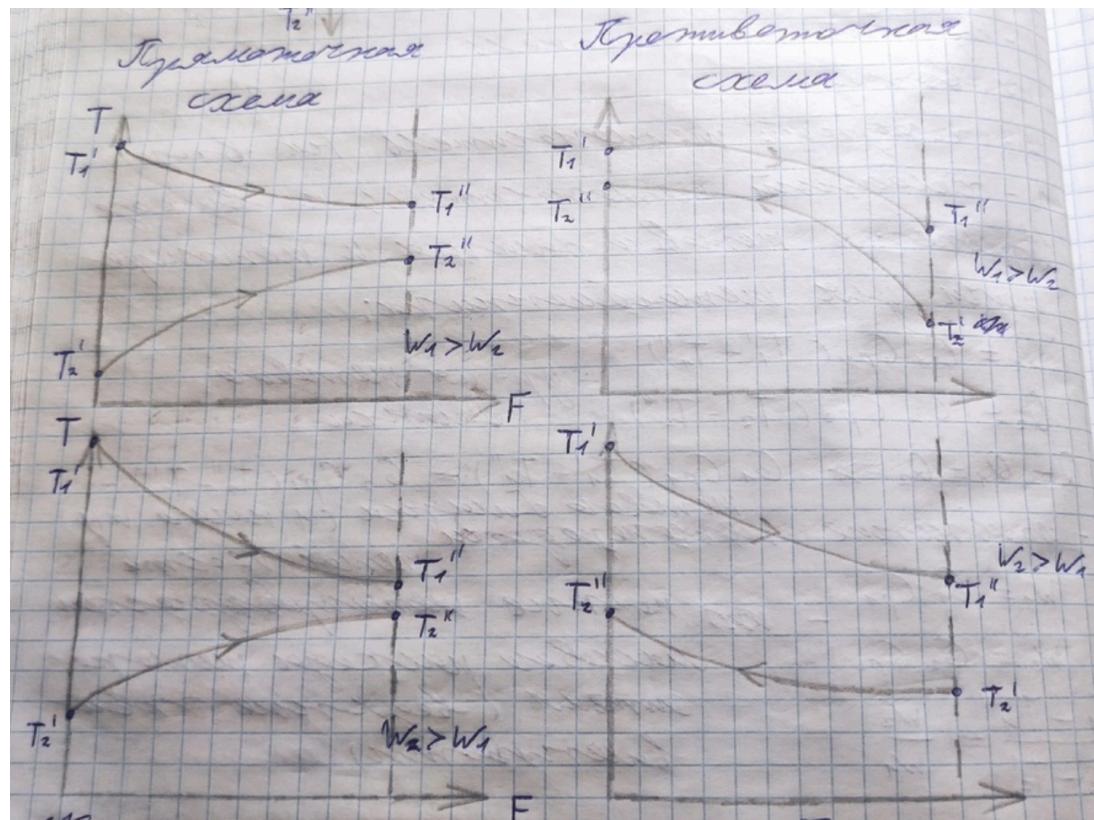
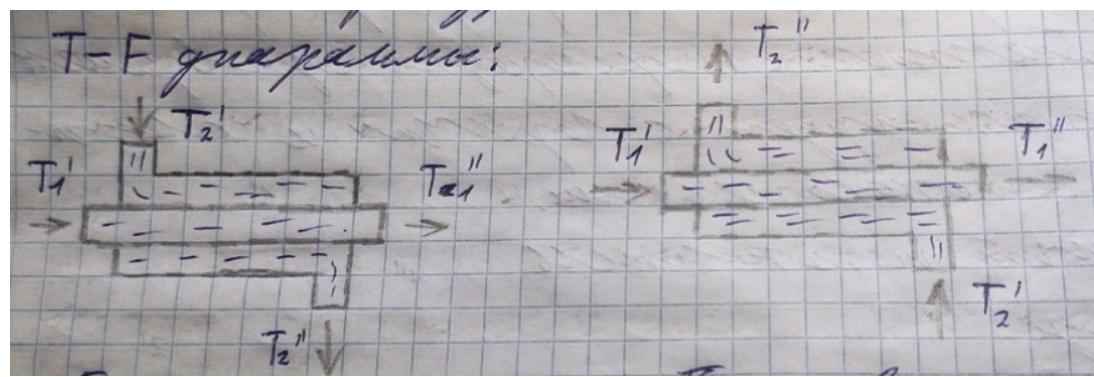
Это уравнение теплового баланса (1 начало термодинамики)

$w_1 = G_1 C_{p1}$ ;  $w_2 = G_2 C_{p2}$  - полные теплоёмкости массового расхода теплоносителя (водяные эквиваленты).

$$\frac{T_{1'} - T_{1''}}{T_{2''} - T_{2'}} = \frac{w_2}{w_1} \quad (120)$$

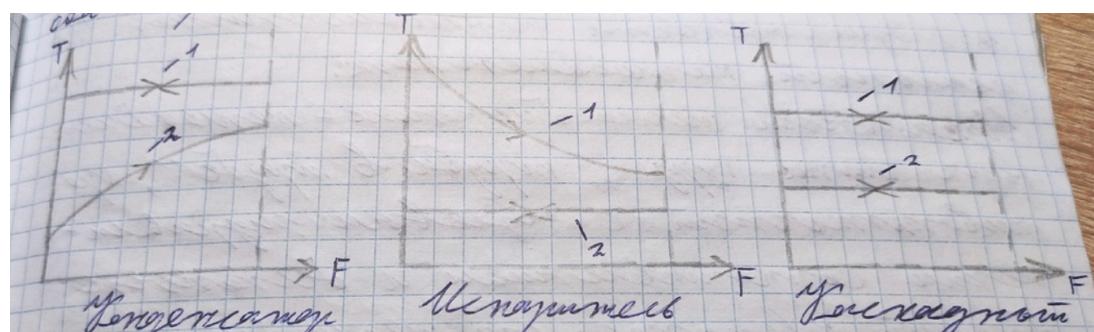
$$dQ = k \Delta T dF; \quad Q = \int_0^F k \Delta T dF = \bar{k} \Delta \bar{T} F - \text{уравнение теплопередачи}$$

$K$  - коэффициент теплопередачи. Определяет  $q$  переданное от горячего теплоносителя к холодному при единичной разнице температур.



Какой  $w$  меньше, у того больше скорость возрастания температуры.  $T - F$  диаграмма показывает изменение температур теплоносителей по длине трубы.

У прямоточного теплообменника всегда  $T_{1''} > T_{2''}$



Средний температурный напор. Поправка Нуссельта:

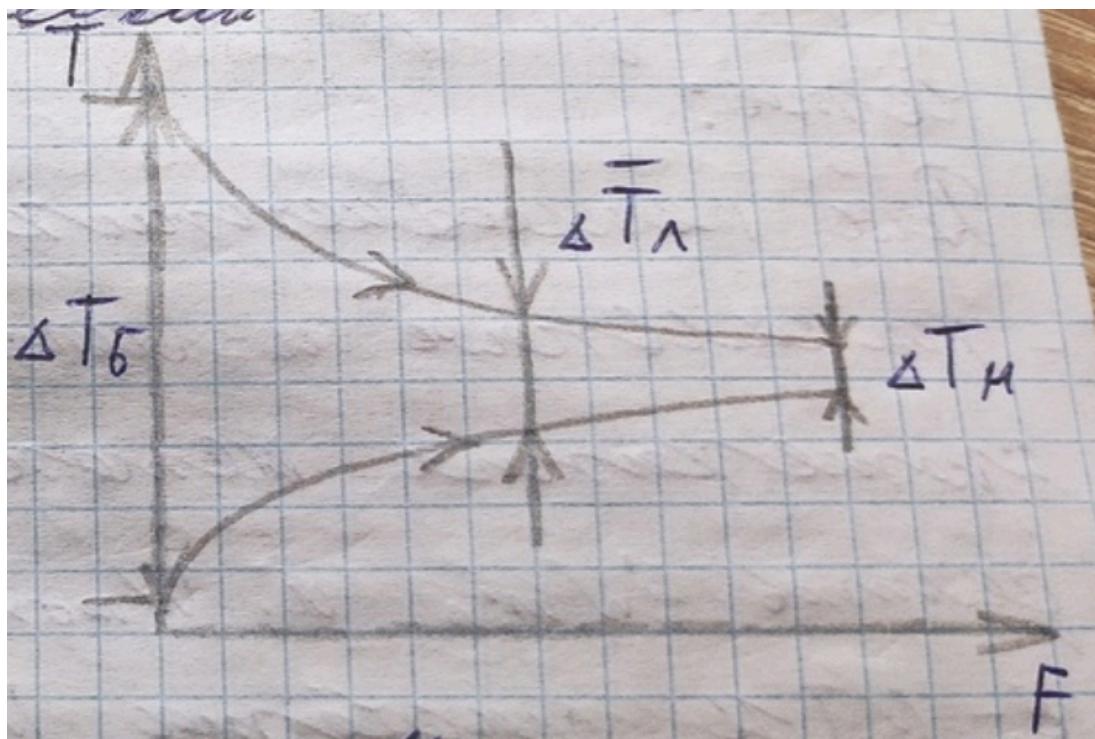
Рассмотрим прямоточный теплообменник типа «труба в трубе».

$\Delta \bar{T}_\text{л}$  - среднелогарифмический температурный напор. (смотреть уравнение теплопередачи)

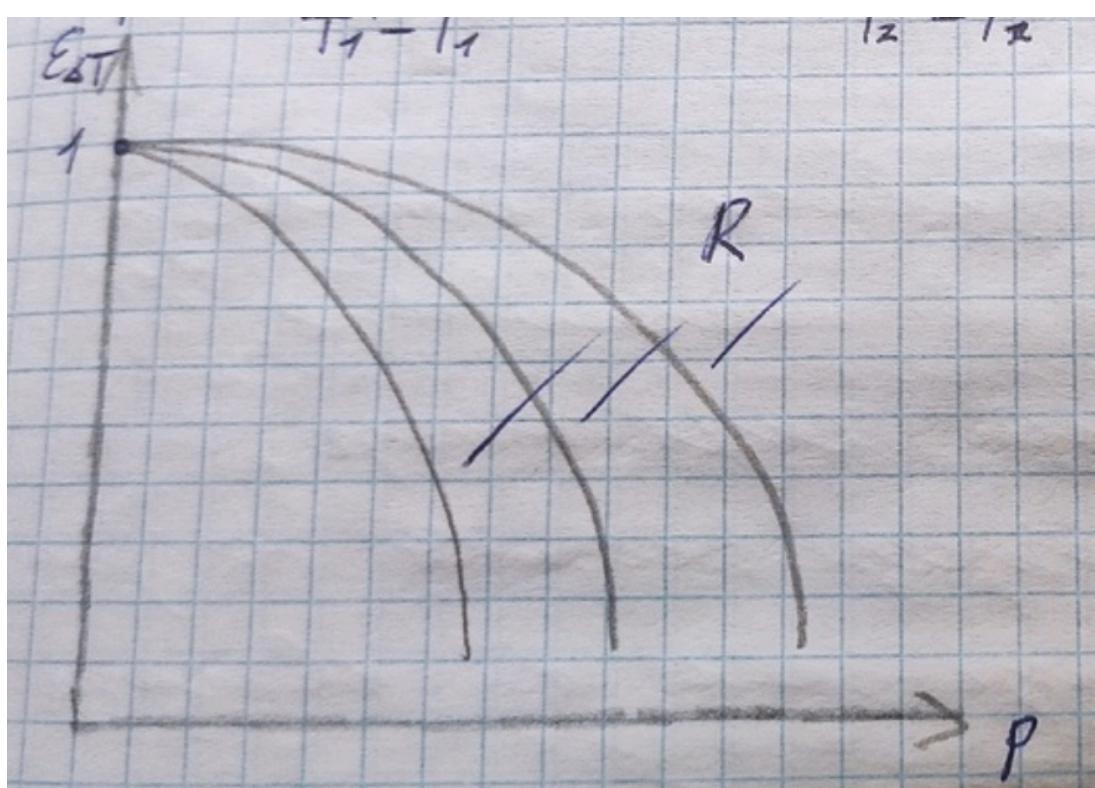
$$\Delta \bar{T}_\text{л} = \frac{T_6 - T_\text{M}}{\ln\left(\frac{T_6}{T_\text{M}}\right)}$$

$$\Delta \bar{T}_\lambda^* = \Delta \bar{T}_\lambda \cdot \varepsilon_{\Delta T} - \text{поправка Нуссельта} \quad (121)$$

Чем она ближе к 1, тем лучше теплообмен.



$$p = \frac{T_{2''} - T_{2'}}{T_{1'} - T_{1''}}, \quad R = \frac{T_{1'} - T_{1''}}{T_{2''} - T_{2'}} \quad (122)$$



25

**Эффективность теплообменников. Идеальный теплообменник.  $\varepsilon$  – NTU – диаграмма и NTU-метод расчёта.**

Идеальный теплообменник - теплообменник типа «труба в трубе», противоточный с нулевым гидравлическим сопротивлением и бесконечно большой поверхностью теплообмена.

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_{\text{ид}}} \text{ - эффективность теплообменника} \quad (123)$$

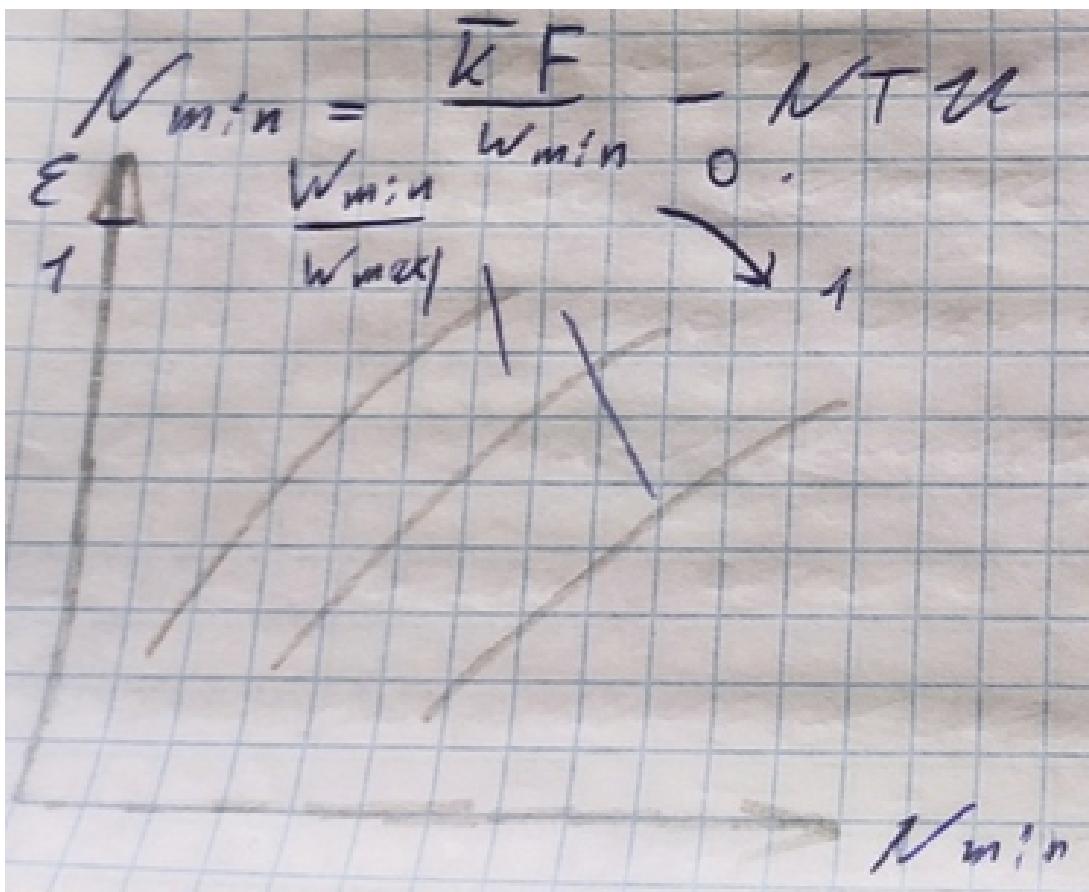
$Q_{\text{ид}}$  берётся для сопоставимой площади теплообмена.

$\varepsilon$  – NTU диаграмма и метод расчета:

Для теплообменника, которого можно определить  $W_{\min}$  и  $W_{\max}$  применим этот метод расчёта. NTU - Number of Transfer Units. (количество переданных единиц)

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{\left(1 + \frac{W_{\min}}{W_{\max}}\right) N_{\min}}}{1 + \frac{W_{\min}}{W_{\max}}} \quad (124)$$

$$N_{\min} = \frac{\bar{K}F}{W_{\min}} \quad (125)$$



**26****Гидравлический расчёт теплообменников. Потери давления. Мощность, расходуемая на перемещение теплоносителей**

Тепловой расчет теплообменника дополняется гидравлическим расчётом.

Мощность, расходуемая на преодоление гидравлических сопротивлений:

$$N_i = \frac{G_i \Delta P_{i\xi}}{\bar{\rho}_i \eta}; \quad i = 1, 2 - \text{нумерует холодный и горячий теплоноситель} \quad (126)$$

$\Delta P_{i\xi}$  - потери давления от гидравлических сопротивлений;

$\bar{\rho}_i$  - средняя плотность теплоносителя;

$\eta = 0.7 \dots 0.8$  - КПД насоса

## 27

**Теплообмен излучением. Физическая природа и особенности. Законы Кирхгофа и Стефана – Больцмана. Поглощательная, отражательная и пропускательная способность тел и сред. Абсолютно чёрное тело. Степень черноты.**

Теплообмен ведётся посредством обмена электромагнитными волнами.

$\lambda$  - длина волны;  $\nu$  - частота;  $\lambda\nu = c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Особенности:

- Происходит как при наличии, так и при отсутствии промежуточной среды между телами. Если среда не поглощает излучение, её наличие не влияет на теплообмен;
- Тепловой поток зависит от всех тел, участвующих в теплообмене;
- Тепловой поток определяется не разностью температур тел, а зависит от четвёртой степени их температур;
- Тепловой поток определяется свойствами излучающих тел.

Поглощающая, отражающая и пропускательная способность тел:

$Q_R$  - отражённое тепло;  $Q_A$  - поглощённое тепло;  $Q_D$  - пропущенное тепло.

По первому началу термодинамики:

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D \Rightarrow \frac{Q_A}{Q} + \frac{Q_R}{Q} + \frac{Q_D}{Q} = 1 \Rightarrow R + A + D = 1 \quad (127)$$

- $R$  - отражательная способность тела. На зеркальных поверхностях отражение происходит по законам зеркальной оптики, на шероховатых - диффузационной.
- $A$  - поглощательная способность тела. Зависит от природы материала и  $\lambda$  падающего света
- $D$  - пропускательная способность тела. Только для стёкол и других прозрачных сред.

Идеальные тела:

- $A = 0, D = 0, R = 1$  - абсолютно белое тело;
- $A = 1, D = 0, R = 0$  - абсолютно чёрное тело;
- $A = 0, D = 1, R = 0$  - абсолютно прозрачное тело.

Степень черноты - отношение плотности потока собственного излучения тела к плотности потока излучения АЧТ.

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{соб}}}{E_0}; \quad \varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{\lambda_{\text{соб}}}} \text{ - спектральная степень черноты} \quad (128)$$

При расчёте  $\varepsilon$  сравнивают плотность теплового потока, излучаемого во всём диапазоне частот, а при  $\varepsilon_\lambda$  - только при частоте  $\lambda$ .

*Серое тело* - тело, у которого  $A < 1$  и не зависит от температуры.

Закон Стефана-Больцмана:

Плотность теплового потока АЧТ пропорциональна четвёртой степени его абсолютной температуры:

$$E_0 = \sigma_0 T^4; \quad \sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}} \text{ — постоянная Стефана-Больцмана} \quad (129)$$

Закон Кирхгофа:

Отношение спектральной плотности теплового потока, излучаемого телом, к его спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела.

$$\frac{E_{\lambda_{\text{соб}}}(\lambda, T)}{A_\lambda(\lambda, T)} \quad (130)$$

Выоды из закона Кирхгофа:

1. Из всех тел больше всех излучает АЧТ;
2. Если тело не поглощает в данном интервале частот, то оно не излучает в нём;

## 28

**Теплообмен излучением в прозрачной среде. Теплообмен между параллельными серыми пластинами. Радиационные экраны. Инфракрасное излучение газов.**

Теплообмен излучением между серыми пластинами:

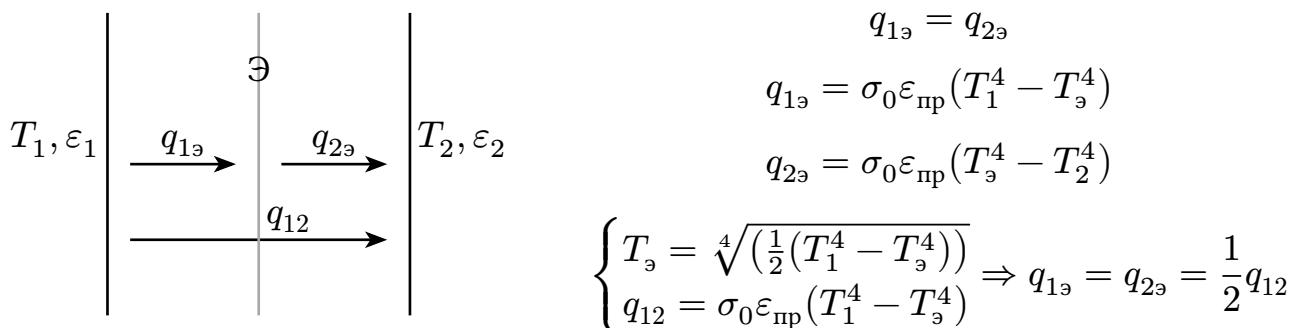
Две пластины с малым зазором.

$$q_{12} = C_0 \varepsilon_{\text{пр}} \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (131)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \text{ - приведённая степень черноты} \quad (132)$$

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0.7 \dots 0.8 \Rightarrow \varepsilon_{\text{пр}} \approx \varepsilon_1 \varepsilon_2 \quad (133)$$

Радиационные экраны:



Излучение серого газа. Особенности излучения газов:

- Газы излучают и поглощают не поверхностью, а всем объёмом;
- В инфракрасной области излучают только трёх- и многоатомные газы;
- Излучение и поглощение объёма газа зависит от числа молекул, оказавшихся на пути луча.  $L \approx 3.6 \frac{V}{F}$  - путь луча в газе.

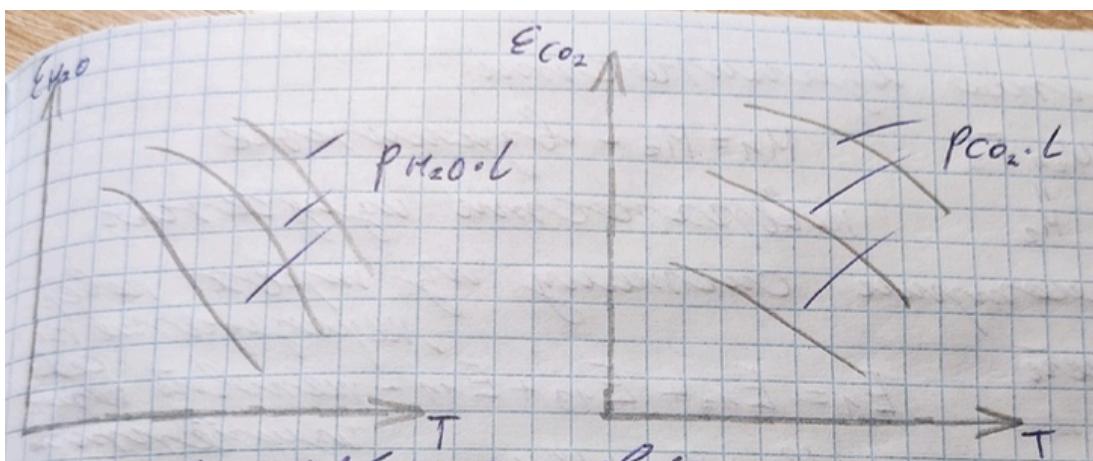


Рис. 85.

$p$  - парциальное давление газа;  $l$  - путь луча в газе;

$$\varepsilon = \varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2} - \Delta\varepsilon \text{ - поправка на совместное действие газов} \quad (134)$$

29

**Система «тело в оболочке». Угловые коэффициенты. Способы определения. Метод нитей.**

$$Q_{12} = Q_1 - \varphi_{21} Q_2 \quad (135)$$

$\varphi_{21}$  - угловой коэффициент. Показывает, какая доля излучения тела 2 попадает на тело 1.

$$Q_{12} = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \varphi_{21}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \left( F_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \varphi_{21} F_2 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (136)$$

$$\text{Если } T_1 \approx T_2 : Q_{12} = C_0 \varepsilon_{\text{пр}} F_1 \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (137)$$

$$\text{Если } F_2 \gg F_1 : Q_{12} = C_0 \varepsilon_1 F_1 \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \quad (138)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{2}{\varepsilon_2} - 1} \quad (139)$$

Угловые коэффициенты:

1. Свойство взаимности

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2; \quad H_1 = \varphi_{12} F_1, H_2 = \varphi_{21} F_2 \quad (140)$$

$H_1, H_2$  - взаимные поверхности излучения.

2. Рассмотрим систему из трёх поверхностей:

$E_1 = E_{12} + E_{13} + E_{11}$  - тепловой поток излучённый поверхностью 1.

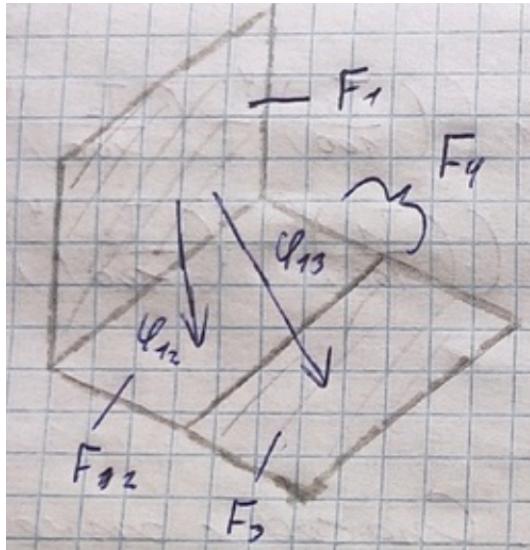
$1 = \varphi_{12} + \varphi_{13} + \varphi_{11}$ ; Если поверхность плоская, то  $\varphi_{11} = 0$ .

Если есть замкнутая система из n поверхностей, то:

$$\sum_{j=1}^n \varphi_{ij} = 1 \text{ - условие замкнутости} \quad (141)$$

Способы определения угловых коэффициентов:

1. По таблицам;
2. Прямой расчет:



$$E_1 F_1 \varphi_{14} = E_1 F_1 \varphi_{12} + E_1 F_1 \varphi_{13} \Rightarrow$$

$$\varphi_{14} = \varphi_{12} + \varphi_{13}$$

Рис. 86.

### 3. Метод натянутых нитей;

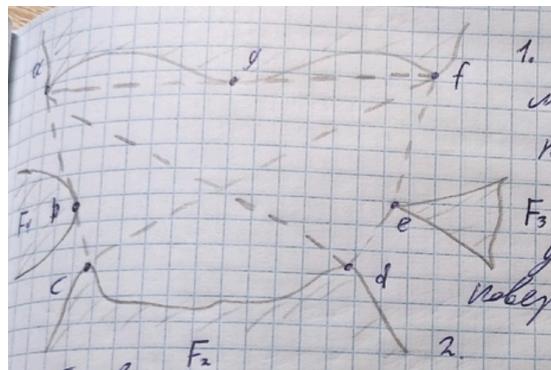


Рис. 87.

1. Соединяем хордами выступы поверхности 1;
2. Соединяе хордами выступы поверхностей 3,4 и 2;
3. Проведём диагонали  $ad$  и  $cf$ ;
4. Измеряем длины всех отрезков  
 $L_1 \approx ag + gf$   
 $\varphi_{12} = \frac{1}{2L_1}((cf + ad) - (cb + ba) - (de + ef))$

Угловой коэффициент равен полуразности сумм длинн диагоналей и непересекающихся отрезков, отнесённой к длине излучающей поверхности в плоскости чертежа.