Sprawozdanie z projektu metody numeryczne

Układy równań liniowych

Artem Dychenko
192 441

1. Wstęp

Celem projektu jest zaimplementowanie metod iteracyjnych (Jacobiego i Gaussa-Seidla) i metody bezpośredniej (faktoryzacja LU) rozwiązywania układów równań liniowych. Do zrealizowania zadania wykorzystałem matlab.

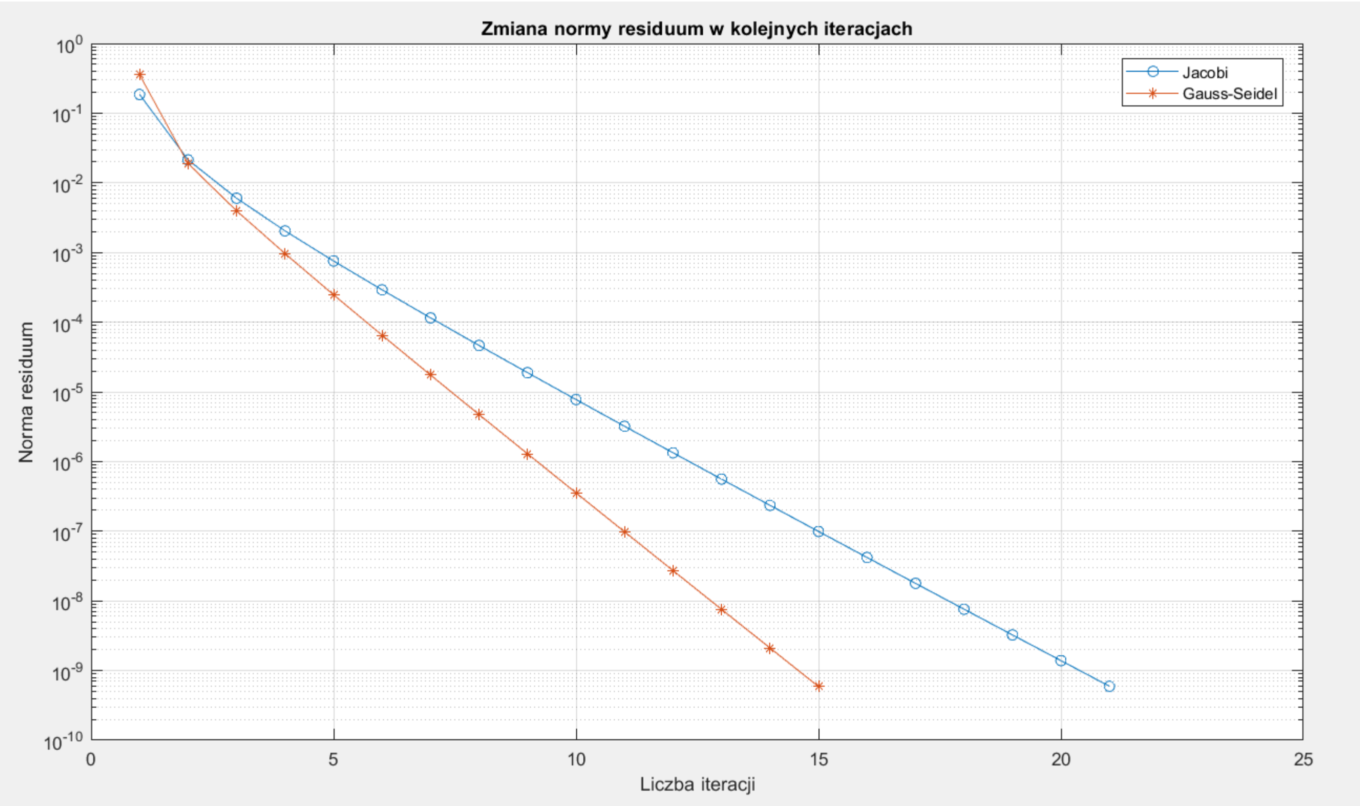
2. Analiza zadania

2.1. Zadanie A

Dla numeru indeksu 192441 otrzymujemy wartości: $a1 = 9$, $a2 = a3 = -1$ dla macierzy A oraz jej wielkość $N = 941$. Wektor b również ma długość $N = 941$, natomiast n-ty element ma wartość $\sin(n \cdot (2 + 1))$.

2.2. Zadanie B

Dla układu równań z podpunktu A wyniki dla metody Jacobiego i Gaussa-Seidla są następujące:



rys. 1 Zmiana residuum dla wyżej wymienonych metod iteracyjnych

Jak widać z wykresu na obliczenie układu metoda Jacobiego potrzebuje 21 iterację, natomiast Gaussa-Seidla potrzebuje tylko 15.

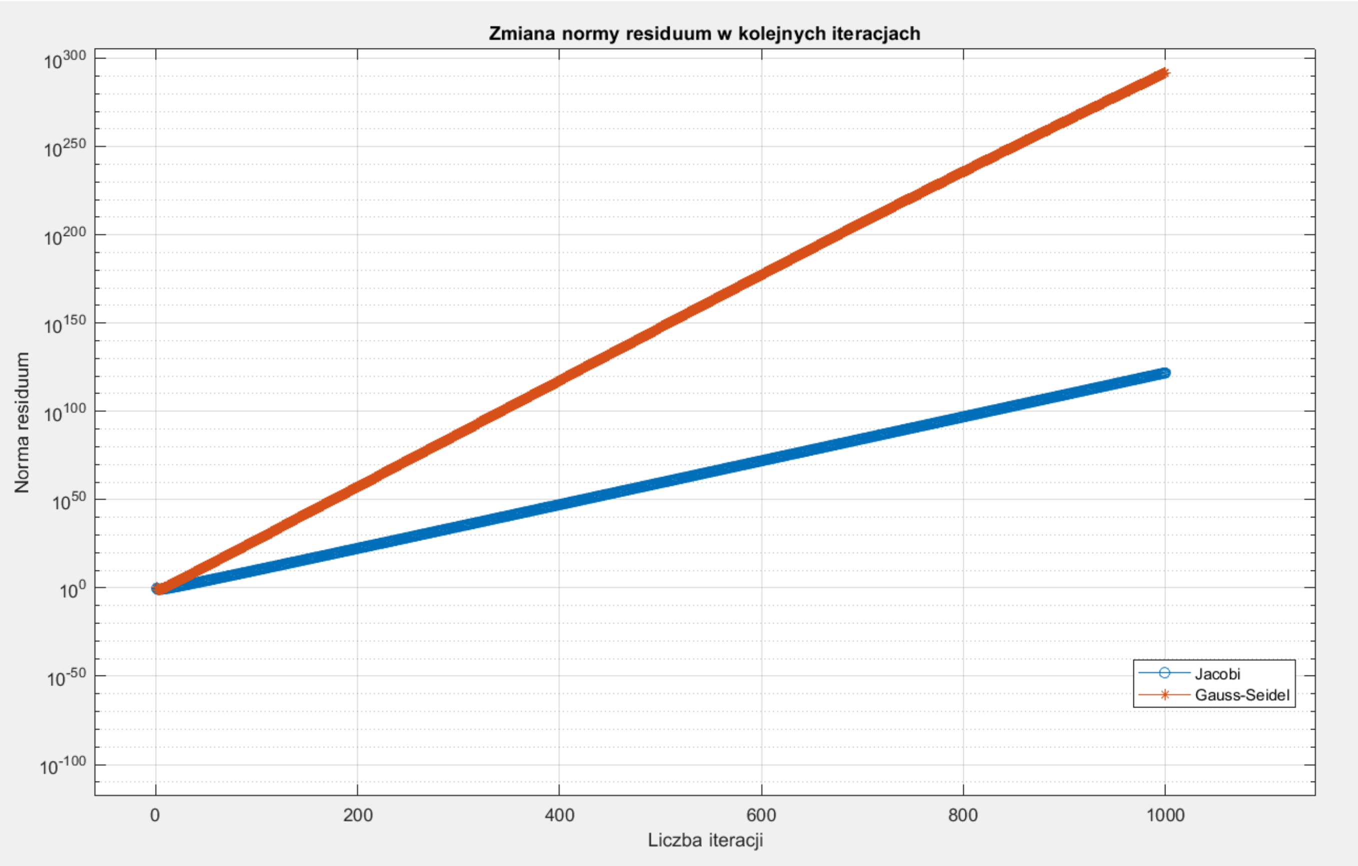
```
Czas trwania metody Jacobiego: 0.0656 sekund
Czas trwania metody Gaussa-Seidla: 0.0724 sekund
```

rys. 2 Czas wyliczania układu równań

Czas jest w obu przypadkach bardzo mały, ponieważ przyjmujemy normę residuum tylko 1e-9 i mamy porównywalnie niewielką macierz. Ale widać, że Gaussa-Seidla jest wolniejszą metodą niż Jacobiego, natomiast potrzebuje mniej iteracji.

2.3. Zadanie C

Tworzymy kolejny układ równań dla którego a1 = 3, a2 = a3 = −1. N i b zostają bez zmian. Otrzymujemy następujący rezultat:



rys. 3 Zmiana residuum dla wyżej wymienonych metod iteracyjnych

Z wykresu widać, że dla obu metod residuum nie maleje, wręć przeciwnie się powiększa. Dla Gaussa-Seidla zwiększa się szybciej, ale to nie ma w tym przypadku żadnego znaczenia, bo wzrost już sygnalizuje, że metody nie zbiegają się dla danego układu równań.

```
Czas trwania metody Jacobiego: 1.1166 sekund
Czas trwania metody Gaussa-Seidla: 1.1054 sekund
```

rys. 4 Czas wyliczania układu równań

Czas jest taki ponieważ metody wykorzystały cały swój zapas iteracji.

2.4. Zadanie D

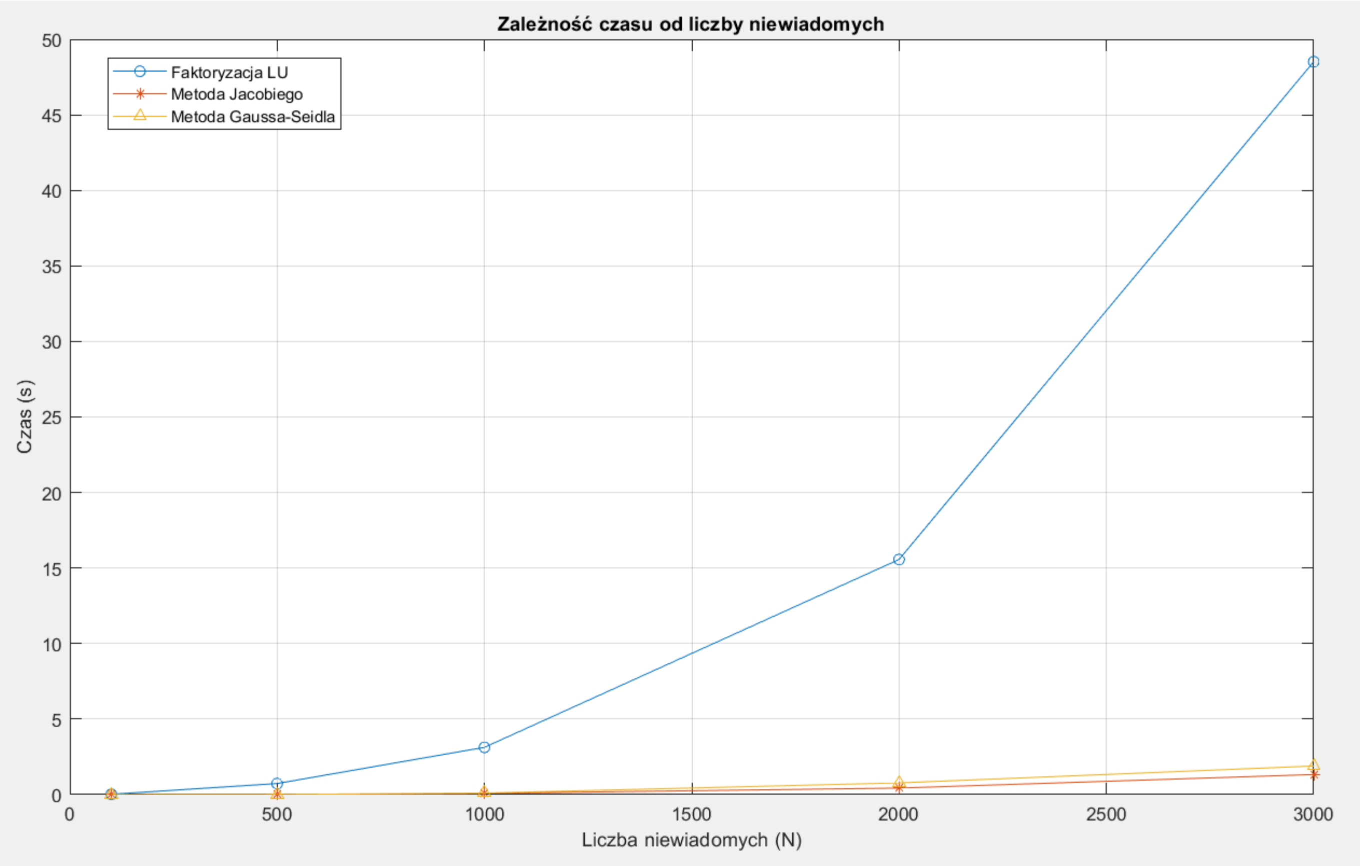
Po zaimplementowaniu metody bezpośredniej rozwiązania układów równań liniowych(metodą faktoryzacji LU) i po zastosowaniu do równania badanego w przypadku C, widzimy że residuum jest bardzo mały, na 5 miejsc po przecinku dokładniejszy naszej normy, zatem metoda dobrze sprawdza się dla takich przypadków układów równań.

```
Czas trwania metody direct solve: 3.1814 sekund
Norma residuum: 4.369626e-14
```

rys. 5 Czas wyliczania układu równań dla metody bezpośredniej

2.5. Zadanie E

Stworzywszy wykres zależności czasu trwania poszczególnych algorytmów od wielkości macierzy A = [100, 200, 500, 1000, 2000, 3000] można zobaczyć, że dla każdego algorytmu czas trwania rośnie wraz ze zwiększeniem liczby N. Także to można zobaczyć, że metoda bezpośrednia wymagała najwięcej czasu w każdym przypadku, a więc była wolniejsza od metod iteracyjnych.



rys. 6 Zmiana czasu w zależności od rozmiaru tablicy dla trzech metod

2.6. Zadanie F

Wszystkie te trzy metody są użyteczny w poszczegołnych przypadkach. Na przykład iteracyjne są bardziej szybsze od metody faktoryzacji LU, zwłaszcza dla więszych N. Tak samo porównując Gaussa-Saiedla i Jacobiego, to metoda Gaussa-Siedla znajduje rozwiązanie w mniejszą ilość iteracji, ale dłużej wykonuje się przez to, że może wymagać większej liczby operacji na każdą iterację niż metoda Jacobiego. Jednak warto wspomnieć o przydkach pokazanych w zadaniu C, gdzie iteracyjne metody w ogóle nie potrafiły nic zrobić, natomiast metoda faktoryzacji LU pomimo swojego długiego czasu działania, znajdowała rozwiązanie.

Podsumowując, metody iteracyjne często charakteryzują się szybszym wykonaniem kosztem mniejszej dokładności. Istnieją jednak przypadki, w których te metody nie zbiegają się do rozwiązania. W takich sytuacjach, mimo dłuższego czasu działania, zaleca się zastosowanie metod bezpośrednich, które zapewniają dokładniejsze wyniki.