

Лабораторная работа № 2

Расчет временных параметров сетевого графика в условиях неопределенности

Цель работы:

Получение навыков по расчету временных параметров программного проекта в условиях неопределенности.

Задание на лабораторную работу

Произвести расчет временных параметров сетевого графика в соответствии с заданием - вариантом сетевого графика, представленных в Приложении 2.

Порядок выполнения работы

- 1) Выбрать вариант сетевого графика.
- 2) Произвести расчеты временных параметров сетевого графика в условиях неопределенности. Теоретический материал представлен в Приложении 1.
- 3) Оформить отчет.
- 4) Защитить отчет.

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

- 1) Титульный лист.
- 2) Цель работы.
- 3) Вариант сетевого графика и результаты расчета.
- 4) Выводы по работе.

Теоретический материал

1. Временные параметры сетевых графиков

Временные параметры (или временные характеристики) сетевой модели являются главными элементами систем проектного управления. Именно для их определения и последующего улучшения выполняется вся подготовительная, вспомогательная работа по составлению сетевой модели проекта и ее последующей оптимизации.

Различают следующие временные параметры:

- продолжительность работ;
- раннее время начала работы;
- раннее время окончания работы;
- позднее время начала работы;
- позднее время окончания работы;
- раннее время наступления события;
- позднее время наступления события;
- продолжительность критического пути;
- резерв времени наступления события;
- полный резерв времени выполнения работы;
- свободный резерв времени выполнения работы;
- независимый резерв времени выполнения работы.

Продолжительность работы (t_i) – календарное время, которое занимает выполнение работы.

Раннее время начала работы (EST_i) – наиболее ранний из возможных сроков начала выполнения работы.

Раннее время окончания работы (EFT_i) – равно раннему времени начала работы плюс ее продолжительность.

Позднее время окончания работы (LFT_i) – наиболее поздний из допустимых сроков окончания работы.

Позднее время начала работы (LST_i) – равно позднему времени окончания работы минус ее продолжительность.

Раннее время наступления события (EET_j) – характеризует наиболее ранний из возможных сроков свершения того или иного события. Поскольку

каждое событие является результатом свершения одной или нескольких работ, а те в свою очередь следуют за какими-либо предшествующими событиями, то срок его наступления определяется величиной наиболее длительного отрезка пути от исходного события до рассматриваемого.

Позднее время наступления события (LET_j) – характеризует наиболее поздний из допустимых сроков совершения того или иного события. Если установлен срок наступления завершающего события, являющегося результатом всего комплекса проводимых работ, то каждое промежуточное событие должно наступить не позже определенного срока. Этот срок и является предельно допускаемым сроком наступления события.

Любая последовательность непосредственно следующих друг за другом работ в сетевой модели называется путем. Путь в сетевой модели может быть очень много, но при этом пути, связывающие исходное и завершающее события сетевой модели, называются полными, а все остальные – неполными. Сумма продолжительностей выполнения работ, составляющих тот или иной путь, называется продолжительностью этого пути.

Самый продолжительный из всех полных путей называется критическим путем сетевой модели. Таким образом, продолжительность критического пути равна сумме продолжительностей всех работ, составляющих этот путь.

Работы, лежащие на критическом пути, называются критическими работами, а события – критическими событиями.

Уже одного определения критического пути сетевой модели проекта достаточно для организации управления всем комплексом работ. Жестко контролируя календарные сроки выполнения критических работ, можно в итоге избежать потерь. У работ, не находящихся на критическом пути, как правило, имеются резервы времени, позволяющие на некоторое время откладывать их выполнение, если это необходимо.

Резерв времени наступления события – это разница между поздним и ранним сроками наступления этого события.

Полный резерв времени выполнения работы (TF_i) – это максимально возможный запас времени для выполнения данной работы сверх продолжительности самой работы при условии, что в результате такой задержки конечное для данной работы событие наступит не позднее, чем в свой поздний срок.

Свободный резерв времени выполнения работы (FFi) – это запас времени, которым можно располагать при выполнении данной работы в предположении, что предшествующее и последующее события этой работы наступают в свои самые ранние сроки.

Независимый резерв времени выполнения работы (IFi) – это запас времени, на который можно отложить начало выполнения работы без риска повлиять на какие бы то ни было сроки наступления каких-либо событий в модели вообще.

2. Основы сетевого моделирования в условиях неопределенности

На практике чаще всего допускают, что продолжительность работ, составляющих проект, определена достаточно четко. Преимущества такого подхода к сетевому моделированию комплексных задач вполне очевидны:

благодаря такой сети получается полное и ясное представление относительно всего комплекса работ; четко выявляются связи всех элементов комплекса;

выявление критического пути позволяет установить работы, определяющие ход выполнения всего комплекса (т.е. критические работы);

появляется полная ясность относительно резервов времени, на которые можно откладывать выполнение отдельных работ, не находящихся на критическом пути, а это, в свою очередь, позволяет более эффективно распоряжаться наличными ресурсами.

Однако в реальной жизни очень часто приходится сталкиваться с ситуациями, когда продолжительность работ не может быть определена точно, а лишь приблизительно. Например, в научно-исследовательских проектах, связанных с проведением экспериментов, ученому заранее не известно, сколько потребуется сделать опытов для получения надежного искомого результата. В бизнесе при разработке программы инвестиций заранее неизвестно, сколько времени займет ее согласование в различных инстанциях. При строительстве дома тоже можно допустить ошибку в количестве дней, которые займет рытье котлована под фундамент, а ошибка может быть очень просто связана с недооценкой сложности грунта.

В принципе, могут иметь место два случая: 1) либо работы не являются новыми, и мы знаем приблизительно закон распределения продолжительности

выполнения каждой из них, 2) либо эти работы совершенно новые для нас, и закон распределения продолжительности их выполнения нам неизвестен.

В первом случае, известность закона распределения продолжительности выполнения работы автоматически подразумевает известность таких двух его параметров как:

математическое ожидание m продолжительности выполнения работы;
дисперсия s^2 продолжительности выполнения работы.

Во втором случае, когда точный закон распределения продолжительности выполнения работ неизвестен предполагается, что это распределение подчиняется нормальному закону и описывается b -функцией, которая имеет следующие математическое ожидание и дисперсию:

$$m = 1/6(O + 4M + P);$$

$$s^2 = [1/6 (O - P)]^2.$$

Таким образом, в любом случае для оценки продолжительности любой работы мы будем иметь его ожидаемое время (математическое ожидание) и погрешность (дисперсию) этого ожидания.

Процедура построения и разметки сетевого графика в случае со случайной продолжительностью работ ничем не отличается от той, что используется в случае с детерминированной продолжительностью работ. Однако продолжительность найденного критического пути также будет иметь две оценки – ожидаемую и погрешность. Ожидаемая продолжительность критического пути равна сумме ожидаемых продолжительностей критических работ, а погрешность продолжительности критического пути равна сумме дисперсий критических работ.

В этом случае говорить о том, что комплекс работ будет завершен к какой-то определенной дате (т.е. будет иметь какую-то фиксированную продолжительность выполнения T_k), можно лишь с некоторой вероятностью $P(T_k < x) = P(T_{kN} < z)$, определяемой по таблицам стандартного нормального распределения вероятностей, причем

$$T_{kN} = (x - m_k) / s_k,$$

где:

m_k – ожидаемая продолжительность критического пути, а

s_k – квадратный корень из погрешности продолжительности критического пути.

В качестве примера рассмотрим сетевую модель, определенную таблицей 1.

Таблица 1

Работа	Предшественники	Оптимистическая оценка продолжительности	Наиболее вероятная оценка продолжительности	Пессимистическая оценка продолжительности
A	-	4	6	10
B	-	3	5	8
C	-	2	4	7
D	A	6	8	12
E	C	5	10	15
F	A	9	12	16
G	F	15	18	22
H	B,D,E	7	10	16

Результаты расчета ожидаемой продолжительности выполнения работ и ее дисперсии приведены в табл. 2:

Таблица 2

Работа	Ожидаемая продолжительность	Дисперсия продолжительности
A	6,33	1,00
B	5,18	0,69
C	4,17	0,69
D	8,33	1,00
E	10,0	2,78
F	12,17	1,36
G	18,17	1,36
H	10,5	2,25

Сетевой график и его разметка с полученными временными характеристиками работ представлены на рис. 1.

Критический путь сетевого графика, приведенного на рис. 1, составляют работы А–F–G. Ожидаемая продолжительность критического пути равна $6,33 + 12,17 + 18,17 = 36,67$, а суммарная погрешность продолжительности критического пути равна $1 + 1,36 + 1,36 = 3,72$.

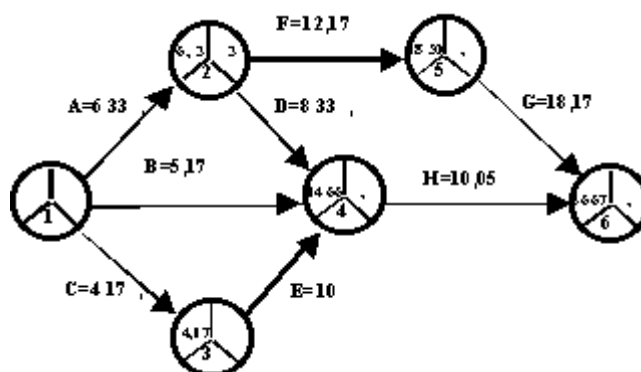


Рисунок 1 - Сетевой график по данным из табл. 1 и 2

Однако полученная ожидаемая продолжительность критического пути не означает, что весь комплекс работ, описанный сетевым графиком, будет завершен именно в течение данного промежутка времени. Утверждать, что этот комплекс работ будет завершен именно в данный промежуток времени, можно только с вероятностью 0,5, так как:

$$P(T_k < (37,7 - 36,7)/1,93) = P(T_k N < 0) \approx 0,5.$$

Если отобразить графически кривую нормального распределения вероятностей, которому соответствует, как предполагается, распределение вероятностей продолжительности выполнения комплекса работ, то нетрудно увидеть, что кумулятивная вероятность до математического ожидания будет равна именно половине всей площади под кривой распределения (см. Рис. 12).

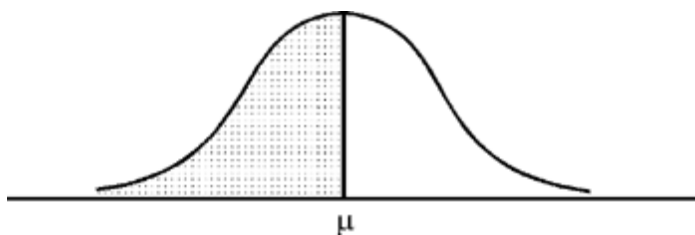


Рисунок 12. Кривая нормального стандартного распределения вероятностей

С таким же успехом можно определить вероятность завершения комплекса работ до любого директивного срока X , например, до $X=38$. Тогда:

$$P(T_k \leq (38 - 36,7)/1,93) = P(T_k N < 0,69) \rightarrow 0,7549.$$

Кроме того, можно решить и обратную задачу, т.е. определить тот срок, к которому рассматриваемый комплекс работ может завершиться с некоторой

заданной вероятностью P_d . Зная P_d , можно воспользоваться нормальным стандартным распределением (в форме таблиц или с помощью известной функциональной зависимости, описываемой интегралом нормального стандартного распределения) и найти z_d , а имея z_d , продолжительность критического пути T_d , соответствующая заданной вероятности P_d , будет равна $T_d = z_{dsk} + m_k$.

Так, для рассматриваемого здесь примера промежуток времени, в течение которого комплекс работ, описываемых сетевым графиком, будет завершен с вероятностью 0,95, равен:

$$P_d = 0,95 \rightarrow z_d = 1,65 \rightarrow T_d = z_{dsk} + m_k = 1,65 \rightarrow 1,93 + 36,67 = 39,85.$$

Практически любой учебник по теории вероятностей содержит таблицы нормального стандартного распределения вероятности, которые можно использовать для решения описанной выше задачи.

Варианты заданий

Коды работ, их продолжительность (таблица в соответствии с номером варианта).

Требуется.

1. Построить сетевой график.
2. Выполнить правильную нумерацию событий.
3. Для выбранного варианта установить пессимистическую, наиболее вероятную (из таблицы варианта) и оптимистическую продолжительности работ. Сформировать таблицу, подобную таблице 1.
4. Рассчитать параметры сетевого графика в условиях неопределенности. . Сформировать таблицу, подобную таблице 2.
5. Решить прямую и обратную задачу по исходным данным, заданных преподавателем.

Bap. I	
I,A	2
I,E	I
A,H	I
A,E	3
H,B	5
H,M	0
E,M	4
B,K	2
M,K	2
K,C	3

Bap. 2	
I,A	3
I,H	I
A,H	4
H,B	8
H,E	2
B,C	2
B,M	0
E,M	3
M,K	5
K,C	I

Bap. 3	
I,A	2
I,E	3
A,K	4
A,E	I
E,H	5
H,M	0
H,B	3
B,M	2
K,M	4
M,C	7

Bap. 4	
I,A	2
I,H	3
I,B	2
A,H	4
B,E	4
E,H	0
E,K	5
H,M	3
K,M	I
M,C	6

Bap. 5	
I,A	3
I,B	0
A,B	4
A,M	3
B,H	I
H,K	2
H,E	3
E,K	0
M,C	4
K,C	5

Bap. 6	
I,B	2
I,A	I
A,B	2
B,K	3
A,H	4
H,K	I
H,M	2
K,E	2
M,E	0
E,C	6

Bap. 7	
I,B	2
I,E	3
I,A	2
A,E	I
B,K	4
E,M	4
M,K	0
M,H	2
K,H	I
H,C	5

Bap. 8	
I,B	2
I,A	3
B,E	I
B,H	0
A,H	3
H,M	I
H,K	2
E,C	4
M,C	2
K,C	3

Bap. 9	
I,B	2
B,K	I
B,E	0
K,E	3
K,M	0
E,A	5
A,H	4
H,M	3
H,C	3
M,C	6

Bap. 10	
I,A	7
A,H	2
A,B	0
A,E	3
E,B	I
H,M	0
B,M	2
B,K	3
M,C	4
K,C	5

Bap. 11	
I,A	2
I,E	3
A,H	0
E,B	I
E,K	2
B,H	4
H,K	5
K,M	3
K,C	2
M,C	2

Bap. 12	
I,A	7
A,H	5
H,B	I
H,K	2
K,P	0
B,E	3
B,K	8
E,P	4
H,C	2
P,C	3

Bap. 13	
I,K	2
I,B	3
K,A	I
K,P	0
K,H	0
A,H	2
B,E	4
E,P	2
H,C	3
P,C	I

Bap. 14	
I,B	2
I,E	3
B,H	I
E,H	8
E,K	0
H,P	9
H,M	7
M,K	5
K,P	4
P,C	6

Bap. 15	
I,H	2
I,A	3
A,B	I
B,H	0
B,M	5
B,E	6
H,K	7
M,K	6
E,K	4
K,C	3

Bap.16	
I,A	2
I,E	1
A,H	1
H,B	5
H,M	1
E,A	0
E,M	4
B,K	2
M,K	2
K,C	3

Bap.17	
I,A	1
I,H	3
A,E	1
H,B	8
H,E	2
B,C	2
B,M	0
B,M	3
M,K	5
K,C	1

Bap.18	
I,A	3
I,E	4
A,K	5
A,H	2
E,H	6
H,M	0
H,B	4
B,M	3
K,M	5
M,C	7

Bap.19	
I,A	2
I,H	3
I,B	2
A,M	9
B,E	4
E,H	0
E,K	5
H,M	3
K,M	1
M,C	6

Bap.20	
I,A	3
I,B	8
A,H	4
A,M	3
B,H	1
H,K	2
H,E	3
E,K	0
M,C	4
K,C	5

Bap.21	
I,B	2
I,A	1
A,K	2
B,K	3
A,H	4
H,K	0
H,M	2
K,E	2
M,E	1
E,C	6

Bap.22	
I,E	2
I,E	3
I,A	2
A,M	4
B,K	4
E,M	4
M,K	0
M,H	2
K,H	3
H,C	5

Bap.23	
I,B	2
I,A	3
B,E	1
A,H	3
H,M	1
H,E	0
H,K	2
E,C	5
M,C	2
K,C	3

Bap.24	
I,B	2
I,H	9
B,K	1
B,E	1
K,M	0
E,A	5
A,H	4
H,M	3
H,C	3
M,C	6

Bap.25	
I,A	7
I,E	9
A,H	2
A,E	3
E,B	1
H,M	0
B,M	2
B,K	3
M,C	4
K,C	5

Bap.26	
I,A	2
I,E	3
A,H	7
E,B	1
E,K	2
B,H	4
H,K	0
K,M	3
K,C	2
M,C	2

Bap.27	
I,A	7
I,E	9
A,H	5
H,B	1
H,K	2
K,P	0
B,E	3
B,K	8
E,P	4
P,C	3

Bap.28	
I,K	2
I,B	3
K,A	1
K,H	0
A,H	2
B,E	4
B,C	6
E,P	2
H,C	3
P,C	1

Bap.29	
I,B	2
I,E	3
B,H	1
E,H	8
E,K	0
H,P	9
H,M	7
M,K	5
K,C	4
P,C	6

Bap.30	
I,H	2
I,A	3
A,B	1
B,K	0
B,M	5
B,E	6
H,K	7
M,C	6
E,K	4
K,C	3