

## 4. ОЦЕНИВАНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Оценками законов распределения случайных величин являются *статистические законы распределения*. Их построение осуществляется на основе информации, содержащейся в выборке  $\hat{X}_{<n>}$ .

В дальнейшем, в рамках раздела 4 предполагается, что выборка  $\hat{X}_{<n>}$  простая, т.е. повторная выборка из распределения

$$\varphi_{\hat{x}}(x) = \varphi_{\hat{x}}(x; A_{<m>}),$$

где  $A_{<m>}$  - вектор параметров распределения.

### 4.1. Статистические ряды распределения

При проведении серии испытаний экспериментальные данные (выборка) представляются в виде табл.4.1, которая называется простым статистическим рядом.

**Т а б л и ц а 4.1**

*Простой статистический ряд*

Номера испытаний	1	2	3	...	$i$	...	$n$
Варианты признака $\hat{x}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_i$	...	$x_n$

Если элементы случайной выборки упорядочены по возрастанию, т.е.

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_i \leq \dots \leq x_n,$$

получаемая таблица называется *вариационным рядом*. Разность  $w_n = x_n - x_1$  между наибольшим и наименьшим элементами вариационного ряда называется *размахом выборки*.

Вариационный ряд является простейшей формой статистического закона распределения, который определяется в результате эксперимента.

Если наблюдаемый случайный признак является дискретным, или точность измерений ограничена, или результаты наблюдений округляются, значения некоторых вариантов признака в выборке могут совпадать. Множества совпадающих вариантов наблюдаемого признака называются *связками*. Из этого следует, что различные варианты могут появляться с разной частотой.

**Т а б л и ц а 4.2**

*Вариационный ряд с вариантами различной частоты*

Варианты признака $\hat{x}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_l$	...	$x_n$
Частота вариантов	$m_1/n$	$m_2/n$	$m_3/n$	...	$m_l/n$	...	$m_n/n$

В табл. 4.2 представлен вариационный ряд, в котором  $m_l$  – число появлений в выборке варианта  $x_l$ ;  $P_l^* = m_l / n$  – частота варианта  $x_l$ ,  $l = \overline{1, n}$ . Такой ряд можно рассматривать как ряд распределения некоторой дискретной случайной величины.

**Пример 4.1.** Проведены испытания 12 однотипных микросхем и с точностью до 1 часа зарегистрировано время безотказной работы каждой из них. Результаты испытаний сведены в простой статистический ряд.

Таблица 4.3

*Простой статистический ряд (к примеру 4.1)*

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\tau_i$ , ч	30	108	36	69	117	161	143	500	108	135	89	36

На основе простого статистического ряда, табл.4.3, построен вариационный ряд.

Таблица 4.4

*Вариационный ряд (к примеру 4.1)*

$l$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\tau_l$ , ч	30	36	36	69	89	108	108	117	135	143	161	500

Массив данных в табл. 4.4 может быть представлен вариационным рядом с частотами вариантов.

Таблица 4.5

*Вариационный ряд с частотами вариантов (к примеру 4.1)*

$\tau_l$ , ч	30	36	69	89	108	117	135	143	161	500
$P_l^*$	1/12	2/12	1/12	1/12	2/12	1/12	1/12	1/12	1/12	1/12

Из табл.4.5 видно, что в выборке содержатся две связки, в каждую из которых входит два варианта.

По распределению величины  $\hat{\tau}$  – времени безотказной работы микросхем, можно судить о распределении генеральной совокупности, тем точнее и надёжнее, чем больше объём  $n$  выборки.

При большом объёме выборки из генеральной совокупности, наблюдаемый признак которой имеет непрерывное распределение, вариационный ряд (табл. 4.2) становится громоздким. В этом случае диапазон наблюдаемых вариантов  $x_i$  разбивают на интервалы, называемые разрядами, вычисляют частоты  $P_l^*$  попадания вариантов случайной величины  $\hat{x}$  в эти разряды и представляют результаты в виде табл. 4.6. Эта таблица называется **интервальным вариационным** или **статистическим рядом** случайной величины  $\hat{x}$ .

Т а б л и ц а 4.6

*Интервальный вариационный ряд*

$J_l$	$x_1; x_2$	$x_2; x_3$	...	$x_l; x_{l+1}$	...	$x_r; x_{r+1}$
$m_l$	$m_1$	$m_2$	...	$m_l$	...	$m_r$
$P_l^*$	$P_1^*$	$P_2^*$	...	$P_l^*$	...	$P_r^*$

В представленной таблице  $J_l = [x_l; x_{l+1})$  –  $l$ -й разряд;  $m_l$  – число значений (вариантов) случайной величины  $\hat{x}$ , попавших в  $l$ -й разряд;  $x_l; x_{l+1}$  – границы  $l$ -го разряда;  $r$  – число разрядов;  $P_l^* = m_l/n = P^*(x_l \leq x_i < x_{l+1})$ ,  $l = \overline{1, r}$ .

Число  $r$  разрядов, на которые разбивается случайная выборка, не должно быть слишком большим. В этом случае частоты подвергаются незакономерным колебаниям и статистический ряд становится невыразительным. Указанное число не должно быть и слишком малым, так как описание распределения случайной величины становится грубым. Чем однороднее статистический материал и чем больше его объём, тем большее число разрядов можно выбирать. Для ориентировочного определения числа разрядов можно пользоваться соотношениями

$$r \approx 5 \lg n \text{ или } r \approx \sqrt{n}.$$

При этом целесообразно, чтобы выполнялись условия  $5 < r < 25$ ,  $m_l \geq 5$ ,  $l = \overline{1, r}$ . Длины разрядов можно брать как одинаковыми, так и различными. В последнем случае статистическая обработка экспериментальных данных несколько усложняется, однако при значительной неравномерности распределения наблюдаемой случайной величины в областях её наибольшей изменчивости разряды целесообразно делать более короткими.

Примечание. Если наблюдаемый признак  $\hat{x}$  представляет собой дискретную случайную величину, то статистический ряд её распределения может иметь лишь форму табл.4.2. Для такого признака интервальный статистический ряд лишён физического смысла.

**Пример 4.2.** Проведены испытания 100 однотипных микросхем и зарегистрировано время безотказной работы каждой из них в часах. Результаты испытаний сведены в табл.4.7.

**Таблица 4.7***Результаты испытаний микросхем (к примеру 4.2)*

$i$	$\tau_i$	$i$	$\tau_i$	$i$	$\tau_i$	$i$	$\tau_i$	$i$	$\tau_i$
1	151,5	21	151,5	41	2,0	61	105,0	81	21,1
2	190,0	22	38,5	42	56,2	62	30,0	82	107,8
3	67,2	23	190,0	43	211,4	63	73,3	83	111,0
4	38,5	24	46,0	44	151,5	64	138,8	84	123,8
5	281,0	25	301,7	45	40,2	65	84,3	85	301,7
6	156,4	26	261,2	46	114,1	66	33,0	86	13,1
7	38,5	27	40,2	47	3,0	67	3,9	87	8,5
8	18,6	28	120,3	48	212,0	68	190,0	88	105,0
9	34,4	29	26,3	49	114,1	69	96,7	89	241,4
10	58,2	20	63,3	50	51,3	60	267,0	90	18,6
11	18,5	31	105,0	51	177,4	71	494,8	91	75,3
12	49,5	32	30,0	52	30,0	72	105,0	92	24,5
13	204,3	33	156,2	53	73,2	73	33,0	93	13,1
14	65,2	34	67,2	54	107,8	74	46,0	94	67,2
15	86,7	35	89,1	55	71,2	75	27,8	95	123,8
16	107,8	36	386,2	56	102,2	76	9,5	96	86,7
17	43,2	37	58,2	57	40,2	77	54,2	97	230,3
18	21,1	38	34,4	58	120,3	78	5,8	98	167,1
19	107,8	39	75,3	59	26,3	79	40,2	99	34,4
20	7,2	40	221,1	60	63,3	80	22,3	100	117,2

На основе статистического материала табл.4.7 построен интервальный вариационный ряд, который приведён в табл.4.8.

**Таблица 4.8***Интервальный вариационный ряд (к примеру 4.2)*

$J_l$	0; 50	50; 100	100; 150	150; 200	200; 250
$m_l$	38	21	18	10	6
$P_l^*$	0,38	0,21	0,18	0,1	0,06
$J_l$	250; 300	300; 350	350; 400	400; 450	450; 500
$m_l$	3	2	1	0	1
$P_l^*$	0,03	0,02	0,01	0,00	0,01

Для большей наглядности ряд может оформляться графически в виде полигона. При его построении определяются «представители» разрядов ряда распределения, т.е. их средние точки с абсциссами

$$\bar{x}_l = 0,5(x_l + x_{l+1}), \quad l = \overline{1, r}.$$

Из этих точек восстанавливаются перпендикуляры, длины которых равны частотам  $P_l^*$ . Описанный переход от вариационного ряда к статистическому можно интерпретировать как переход к новой дискретной

случайной величине  $\hat{x}$ , принимающей значения  $\bar{x}_l$  с «вероятностями»  $P_l^*$ .

Совокупность точек  $A_1, A_2, \dots, A_r$ , которые лежат на верхних концах перпендикуляров, называется **огивой распределения** случайной величины  $\hat{x}$  [9]. Соединив смежные точки огивы отрезками прямых, получим полигон распределения случайной величины  $\hat{x}$ , который является полной аналогией многоугольника распределения. На рис.4.1 изображён полигон, который построен на основании статистического материала примера 4.2.

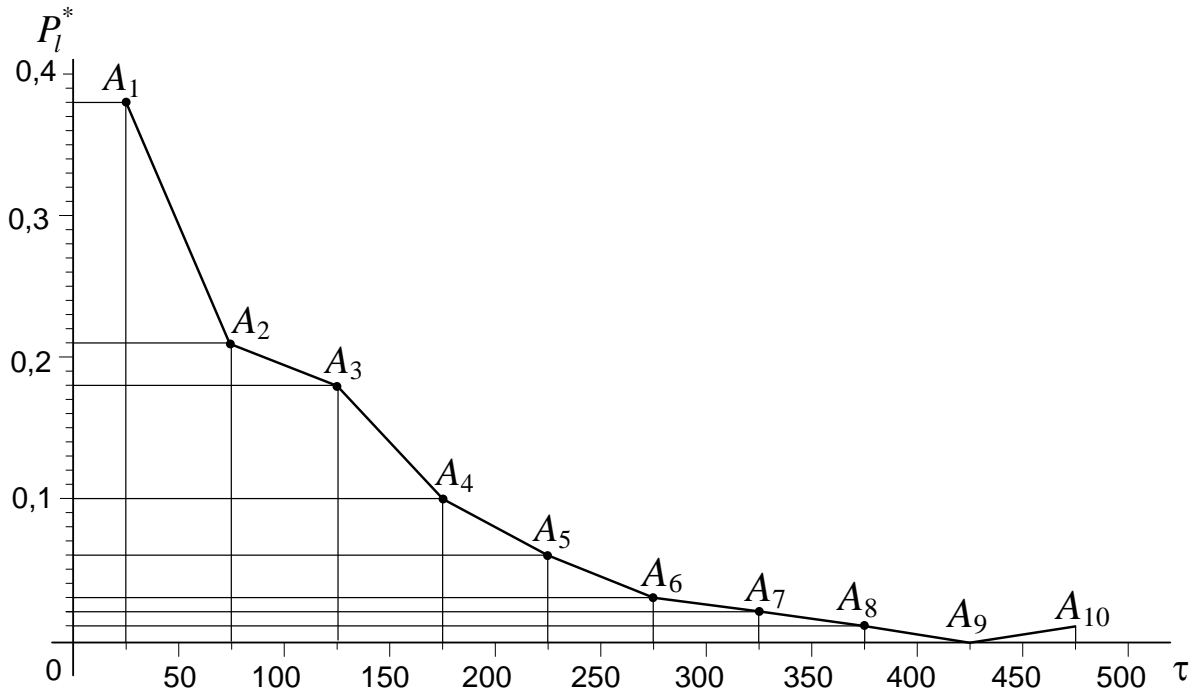


Рис.4.1. Полигон распределения (к примеру 4.2)

## 4.2. Статистические плотности распределения

Если экспериментальные данные представлены случайной величиной непрерывного типа, необходимо искать и более наглядную, чем интервальный вариационный ряд, форму статистического закона её распределения. Для этого частоту  $P_l^*$  попадания наблюдаемой случайной величины в соответствующий разряд статистического ряда необходимо распределить по всем её значениям из данного разряда. Существуют различные способы выполнения такой операции, из которых наиболее употребительны способы **полигона** и **гистограммы**.

### 4.2.1. Нормированный полигон распределения

При способе полигона предполагается, что разряды статистического ряда имеют длину

$$h_l = x_{l+1} - x_l$$

и что частоты попадания в разряды наблюдаемых значений случайной величины  $\hat{x}$  плавно изменяются в пределах разрядов по линейному закону. Тогда, выполняя деление ординаты полигона на  $h_l$ , получим нормированный полигон распределения случайной величины  $\hat{x}_r$ . При этом крайние точки  $A'_1$  и  $A'_r$  нормированной огивы следует соединить горизонтальными отрезками прямых с точками  $A'_0$  и  $A'_{r+1}$  соответственно. Для примера 4.2 нормированный полигон распределения показан на рис.4.2. Пунктиром показана кривая показательного распределения, которому подчиняется время безотказной работы микросхем.

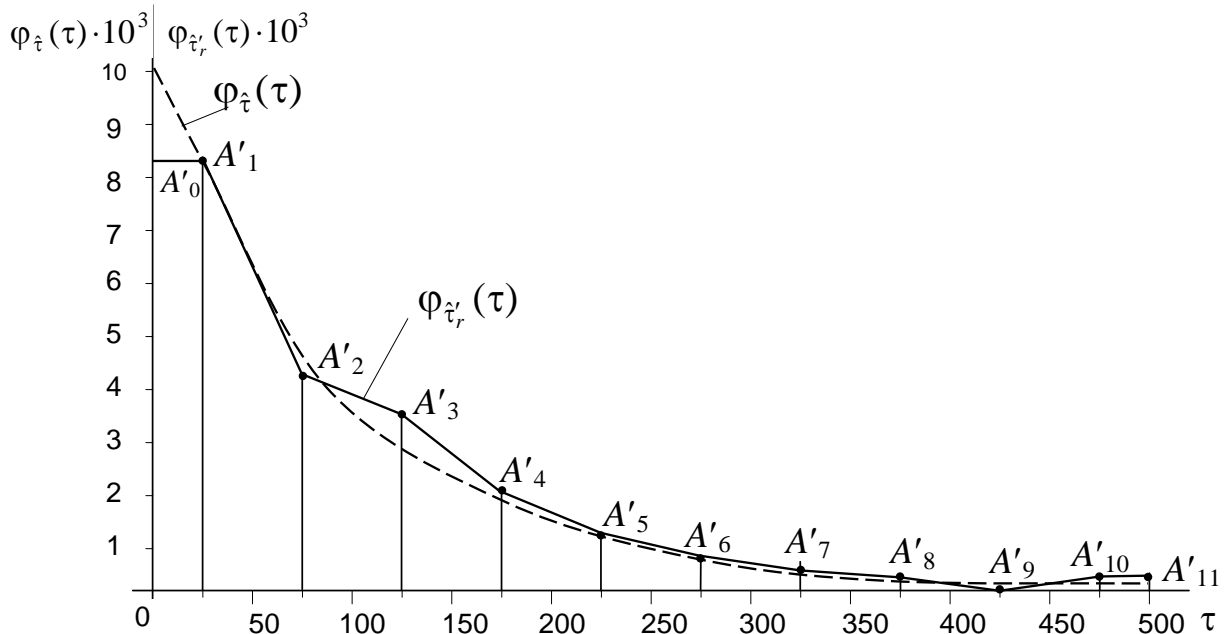


Рис.4.2. Нормированный полигон распределения (к примеру 4.2)

Нетрудно видеть, что построенный многоугольник  $A'_0, A'_1, \dots, A'_{r+1}$  представляет собой кривую распределения некоторой непрерывной случайной величины  $\hat{x}'_r$ , а описывающая её зависимость

$$y = \varphi_{\hat{x}'_r}(x)$$

обладает всеми свойствами плотности распределения, в частности

$$\int_{x_1}^{x_{r+1}} \varphi_{\hat{x}'_r}(x) dx = 1.$$

### 4.2.2. Гистограмма распределения

При способе гистограммы предполагается, что в пределах  $l$ -го разряда статистического ряда плотность распределения непрерывной случайной величины  $\hat{x}_r''$  постоянна и равна

$$\varphi_{\hat{x}_r''}(\bar{x}_l) = \frac{P_l^*}{h_l},$$

где  $h_l = x_{l+1} - x_l$  — длина  $l$ -го разряда.

Проводя через точки  $A'_1, A'_2, \dots, A'_r$  нормированной огибающей горизонтальные отрезки прямых, получают семейство прямоугольников, называемое **гистограммой распределения** случайной величины  $\hat{x}$ . На рис.4.3 приведена гистограмма по данным примера 4.2. Для сравнения там же пунктиром изображена теоретическая кривая показательного распределения. Легко заметить, что площади прямоугольников, составляющих гистограмму, равны соответствующим частотам, а площадь всей гистограммы равна единице:

$$\int_{x_1}^{x_{r+1}} \varphi_{\hat{x}_r''}(x) dx = 1.$$

Следовательно, огибающая гистограммы обладает свойствами кривой распределения, а описывающая её зависимость

$$y = \varphi_{\hat{x}_r''}(x)$$

имеет свойства плотности распределения.

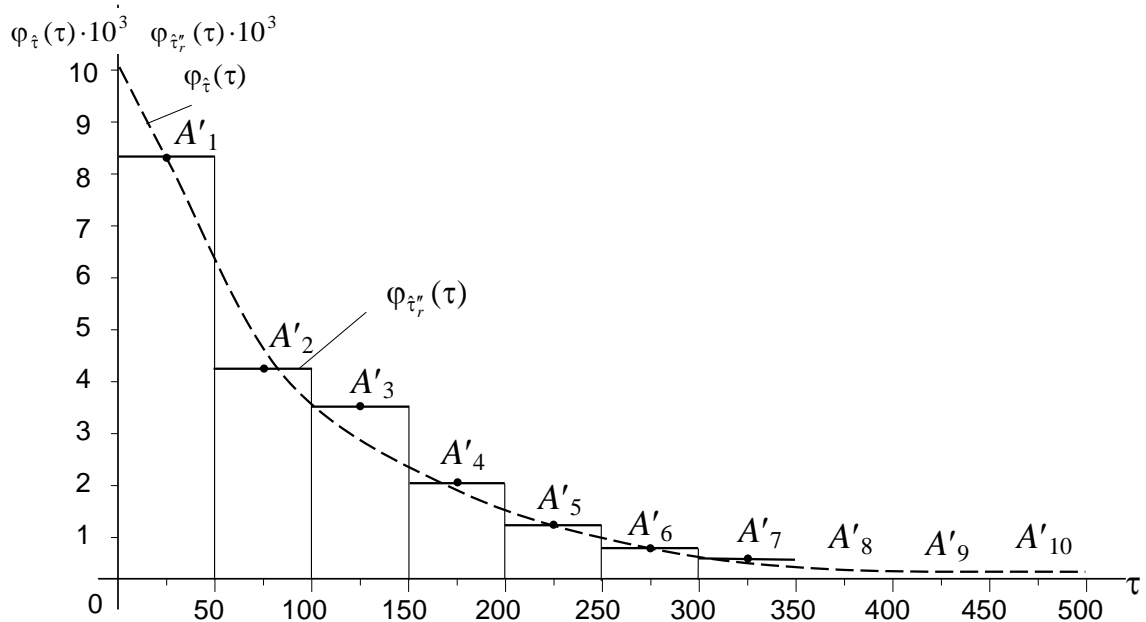


Рис.4.3. Гистограмма распределения (к примеру 4.2)

С увеличением объёма  $n$  выборки и, следовательно, числа разрядов статистического ряда огибающие полигона  $\varphi_{\hat{x}_r'}(x)$  и гистограммы  $\varphi_{\hat{x}_r''}(x)$  всё более приближаются к кривой распределения  $\varphi_{\hat{x}}(x)$  случайной величины  $\hat{x}$ . Таким образом, они могут использоваться для приближённого описания плотности её распределения:

$$\varphi_{\hat{x}}(x) \approx \varphi_{\hat{x}_r'}(x) = \tilde{\varphi}_{\hat{x}}(x)$$

или

$$\varphi_{\hat{x}}(x) \approx \varphi_{\hat{x}_r''}(x) = \tilde{\varphi}_{\hat{x}}(x).$$

## 4.3. Статистические функции распределения

### 4.3.1. Выборочная функция распределения

По вариационному ряду табл.4.2 можно построить *статистическую* или *выборочную функцию распределения*  $F_{\hat{x}}^*(x)$  случайной величины  $\hat{x}$ .

По определению

$$F_{\hat{x}}^*(x) = F_{\hat{x}}^*(x; n) = \sum_{x_k < x} P^*(x_i = x_k).$$

Следовательно, в явном виде статистическая функция распределения примет вид

$$F_{\hat{x}}^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_1 \\ \frac{m_1}{n}, & x_1 < x \leq x_2 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i, & x_k < x \leq x_{k+1} \\ \dots\dots\dots \\ 1, & x > x_n \end{cases}. \quad (4.3.1)$$

График функции (4.3.1) в условиях примера 4.1 показан на рис.4.4. Обоснованием применимости функции  $F_{\hat{x}}^*(x; n)$  для оценивания истинной функции распределения  $F_{\hat{x}}(x)$  случайной величины  $\hat{x}$  служит предельная теорема В.И. Гливенко, которая формулируется следующим образом.

При увеличении объёма  $n$  выборки статистическая функция распределения  $F_{\hat{x}}^*(x; n)$  неограниченно приближается (сходится по вероятности) к истинной функции распределения  $F_{\hat{x}}(x)$  случайной величины  $\hat{x}$ :



$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\max_x \left\{ \left| F_{\hat{x}}^*(x; n) - F_{\hat{x}}(x) \right| \right\} < \varepsilon\right) = 1, \quad \forall \varepsilon > 0. \quad (4.3.2)$$

Таким образом,  $F_{\hat{x}}^*(x)$  – состоятельная оценка  $F_{\hat{x}}(x)$ . Известно также, что функция  $F_{\hat{x}}^*(x)$  является несмещённой оценкой для  $F_{\hat{x}}(x)$ :

$$M[F_{\hat{x}}^*(x)] = F_{\hat{x}}(x).$$

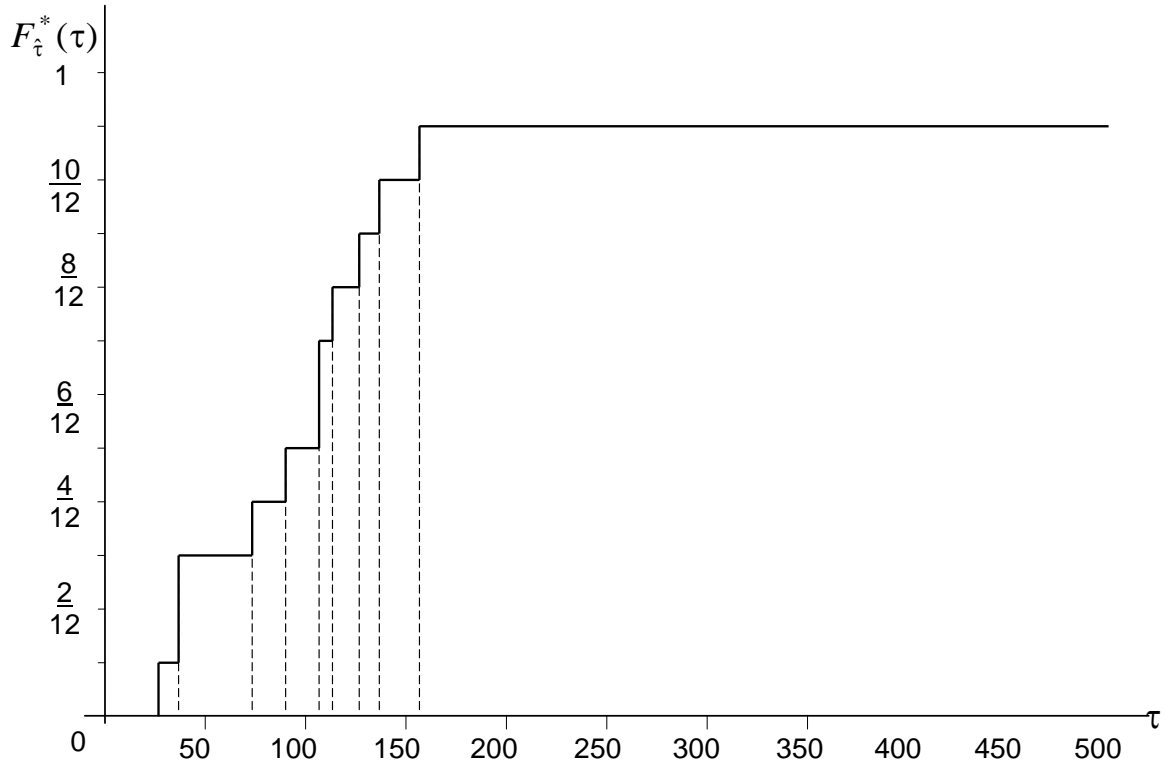


Рис.4.4. Статистическая функция распределения (к примеру 4.1)

В силу соотношения (4.3.2) дисперсия  $D[F_{\hat{x}}^*(x)]$  с ростом  $n$  уменьшается, следовательно, эта оценка является асимптотически эффективной. Отсюда вытекает, что при достаточно большом массиве экспериментальных данных функцию распределения изучаемой случайной величины можно приближённо заменять её выборочной функцией распределения.

### 4.3.2. Кумулята распределения

Используя полигон или гистограмму, можно построить статистическую функцию распределения (так называемую кумуляту распределения случайной величины) путём интегрирования функции  $\tilde{\varphi}_{\hat{x}}(x)$ :

$$F_{\hat{x}}(x) \approx F_{\hat{x}}^*(x) = \tilde{F}_{\hat{x}}(x) = \int_{-\infty}^x \tilde{\varphi}_{\hat{x}}(z) dz.$$

При численном интегрировании получим

$$\tilde{F}_{\hat{x}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_1; \\ P_1^* \frac{\Delta x_1}{h_1}, & x_1 < x \leq x_2; \\ P_1^* + P_2^* \frac{\Delta x_2}{h_2}, & x_2 < x \leq x_3; \\ \dots\dots\dots & \\ \sum_{i=1}^{l-1} P_i^* + P_l^* \frac{\Delta x_l}{h_l}, & x_l < x \leq x_{l+1}; \\ \dots\dots\dots & \\ 1, & x > x_r, \end{cases} \quad (4.3.3)$$

где  $h_l = x_{l+1} - x_l$ ,  $\Delta x_l = x - x_l$ .

График функции (4.3.3) в условиях примера 4.2 показан на рис.4.5, на котором пунктиром изображён график теоретической функции показательного закона распределения.

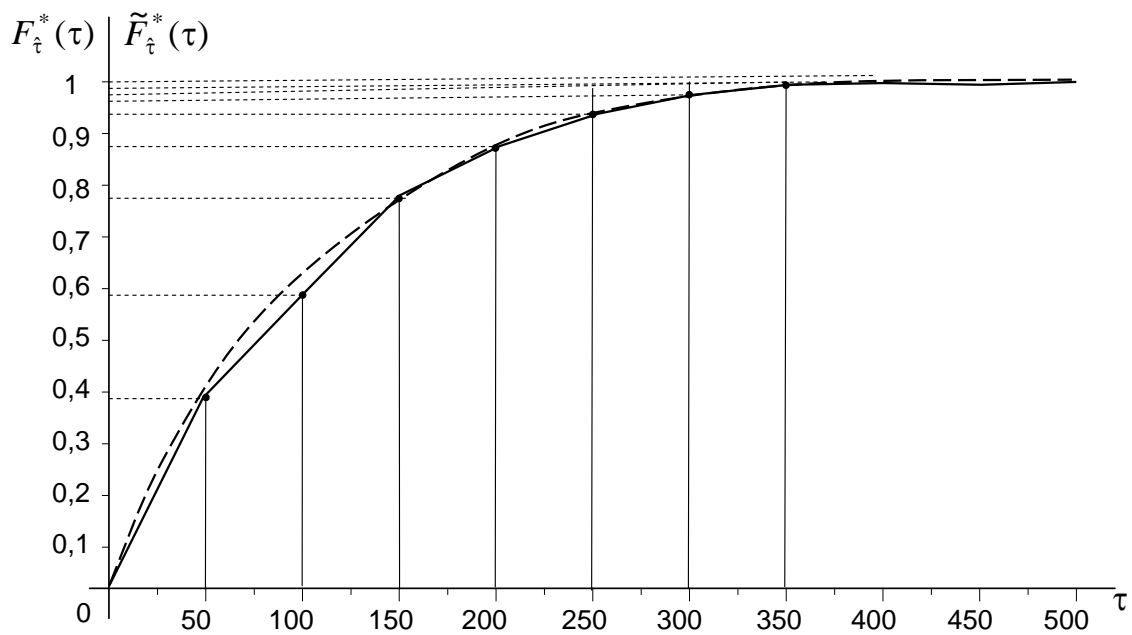


Рис.4.5. Кумулята распределения (к примеру 4.2)

*Примечание.* Поскольку функция распределения дискретной случайной величины ступенчатая, то её оценка может иметь лишь форму рис.4.4. Другими словами для дискретной случайной величины кумуляты не существует.

#### 4.3.4. Качество оценивания функций распределения

По определению функция распределения  $F_{\hat{x}}(x)$  случайной величины  $\hat{x}$  есть вероятность случайного события:

$$F_{\hat{x}}(x) \stackrel{d}{=} P(\hat{x} < x).$$

Пусть в качестве её оценки  $\tilde{F}_{\hat{x}}(x)$  используется частота статистического аналога  $x_i < x$  события  $\hat{x} < x$  в серии  $n$  испытаний:

$$\tilde{F}_{\hat{x}}(x) = F_{\hat{x}}^*(x; n) = P^*(x_i < x). \quad (4.3.4)$$

Поскольку (4.3.4) является оценкой вероятности случайного события  $\hat{x} < x$ , то её качество должно исследоваться методами, рассмотренными в § 3.3.

Если объём выборки достаточно велик, то закон распределения оценки функции  $F_{\hat{x}}(x)$  может быть аппроксимирован нормальным законом аналогично (3.3.4):

$$\begin{aligned} F_{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)}(\vartheta) &\approx F_{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)}(\vartheta; M_{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)}; \sigma_{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)}) = F_{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)}\left(\vartheta; F_{\hat{x}}(x); \sqrt{\frac{F_{\hat{x}}(x)(1-F_{\hat{x}}(x))}{n}}\right) = \\ &= \Phi_1\left(\frac{(\vartheta - F_{\hat{x}}(x))\sqrt{n}}{\sqrt{F_{\hat{x}}(x)(1-F_{\hat{x}}(x))}}\right). \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

С учётом (4.3.5) по аналогии с формулами (3.3.5) – (3.3.7) получим

$$\begin{aligned} \forall x: \beta_x &= \beta_{I,n} = \beta_{\varepsilon,n} = (P | \tilde{F}_{\hat{x}}(x) - F_{\hat{x}}(x) | \leq \varepsilon) = \\ &= 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)}}\right) = 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{F_{\hat{x}}(x)(1-F_{\hat{x}}(x))}}\right); \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

$$\forall x: \varepsilon_x = \varepsilon_{\beta,n} = t_{\beta} \sqrt{\frac{F_{\hat{x}}(x)(1-F_{\hat{x}}(x))}{n}}; \quad (4.3.7)$$

$$\forall x: I_x = I_{\beta,n} = [F'_{\hat{x}}(x); F''_{\hat{x}}(x)] = [\tilde{F}_{\hat{x}}(x) - \varepsilon_x; \tilde{F}_{\hat{x}}(x) + \varepsilon_x]. \quad (4.3.8)$$

При исследовании качества оценки  $\tilde{F}_{\hat{x}}(x)$  возникает проблема, связанная с незнанием истинной функции распределения  $F_{\hat{x}}(x)$ . При большом объёме выборки эта функция заменяется её оценкой  $\tilde{F}_{\hat{x}}(x)$  и формулы (4.3.6) – (4.3.8) приобретают вид:

$$\beta_x = \beta_{I,n} = \beta_{\varepsilon,n} \approx 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)(1-\tilde{F}_{\hat{x}}(x))}}\right); \quad (4.3.9)$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{\beta,n} \approx t_{\beta} \sqrt{\frac{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)(1-\tilde{F}_{\hat{x}}(x))}{n}}; \quad (4.3.10)$$

$$I = I_{\beta,n} \approx [\tilde{F}_{\hat{x}}(x) - \varepsilon_x; \tilde{F}_{\hat{x}}(x) + \varepsilon_x]. \quad (4.3.11)$$

Из соотношений (4.3.6) – (4.3.11) видно, что все показатели качества оценивания функции распределения  $F_{\hat{x}}(x)$  зависят от её аргумента  $x$ .

Так, при фиксированных доверительной вероятности  $\beta = \text{const}$  и объёме выборки  $n = \text{const}$  доверительные границы для  $F_{\hat{x}}(x)$  будут функциями:

$$F'_{\hat{x}}(x) = f_1(x); \quad F''_{\hat{x}}(x) = f_2(x).$$

**Пример 4.4.** Пусть признак  $\hat{x}$  массива экспериментальных данных распределён нормально, т.е.

$$F_{\hat{x}}(x) = F_{\hat{x}}^H(x; M_{\hat{x}}; \sigma_{\hat{x}}) = F_{\hat{x}}^H(x; 0; 1) = \Phi_1(x).$$

По результатам ста наблюдений ( $n = 100$ ) построена статистическая функция распределения

$$\tilde{F}_{\hat{x}}(x) = F_{\hat{x}}^*(x; 100) = \tilde{\Phi}_1(x).$$

Требуется построить для функции распределения 95-процентный доверительный интервал ( $\beta = 0,95$ ).

▼ По формулам (4.3.7) и (4.3.8) получим

$$\varepsilon_{0,95;100} = t_{\beta} \sqrt{\frac{\Phi_1(x)(1 - \Phi_1(x))}{n}} = 0,196 \sqrt{\Phi_1(x)(1 - \Phi_1(x))};$$

$$I_{0,95;100} = [\tilde{\Phi}_1(x) - 0,196 \sqrt{\Phi_1(x)(1 - \Phi_1(x))}; \tilde{\Phi}_1(x) + 0,196 \sqrt{\Phi_1(x)(1 - \Phi_1(x))}].$$

На рис.4.6 изображена доверительная область для функции  $\Phi_1(x)$ , границы которой даны пунктиром. График функции  $\Phi_1(x)$  – сплошная линия. ▲

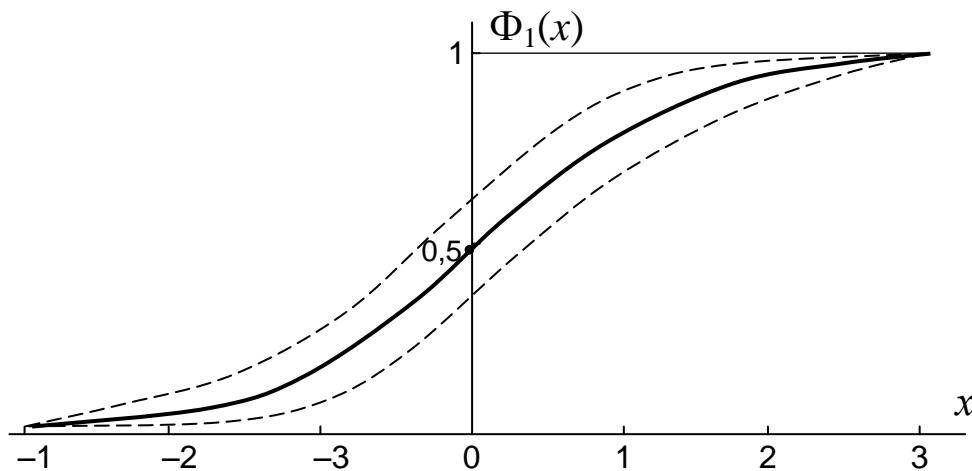


Рис.4.6. Доверительная область функции распределения (к примеру 4.4)

#### 4.3.5. Потребный объём экспериментальных данных

Поскольку  $\tilde{F}_{\hat{x}}(x)$  является оценкой вероятности случайного события  $\hat{x} < x$ , то объём  $n$  выборки, потребный для оценивания функции распределения  $F_{\hat{x}}(x)$  с необходимыми точностью  $\varepsilon$  и надёжностью  $\beta$ , определяется выражением, аналогичным (3.3.8):

$$n = n_{\beta, \varepsilon} \geq \frac{F_{\hat{x}}(x)(1 - F_{\hat{x}}(x))}{\varepsilon^2} t_{\beta}^2 \approx \frac{\tilde{F}_{\hat{x}}(x)(1 - \tilde{F}_{\hat{x}}(x))}{\varepsilon^2} t_{\beta}^2. \quad (4.3.12)$$

Как видно из рис.4.6, доверительная область для  $F_{\hat{x}}(x)$  зависит от  $x$  и имеет наибольшую ширину при  $x=0$ . Это означает, что наибольшее число наблюдений потребуется для оценивания значения  $F_{\hat{x}}(0)$  (см. табл.3.1). Согласно формуле (4.3.12) и табл.3.1. при  $x \rightarrow \infty$  потребное число  $n$  экспериментальных точек снижается, однако при этом уменьшается правомерность предположения о нормальном распределении оценки  $\tilde{F}_{\hat{x}}(x)$ . Поэтому при оценивании функции распределения объём выборки берётся максимальным, обеспечивающим требуемые точность и надёжность оценки  $\tilde{F}_{\hat{x}}(x)$  при всех  $x \in \{x\}$ . Указанный объём определяется соотношением

$$n = n_{\beta, \varepsilon} \geq \frac{t_{\beta}^2}{4\varepsilon^2}. \quad (4.3.13)$$