ГУАП

КАФЕДРА № 43

ОТЧЁТ   
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| к.т.н., доцент |  |  |  | В. В. Мышко |
| должность, уч. Степень, звание |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ОТЧЁТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2 | | | | | |
| выравнивание статистических распределений и проверка гипотез о законах распределения случайных величин | | | | | |
| по дисциплине: ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ | | | | | |
|  | | | | | |
| РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ | | | | | |
| СТУДЕНТ ГР. | 4931 |  |  |  | А.А. Кинько |
|  |  |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

Санкт-Петербург 2023

**Текст задания**

Согласно варианту №4931-12:

По заданному интервальному статистическому ряду:

* построить статистическое распределение экспериментальных данных в виде гистограммы;
* произвести её выравнивание теоретической плотностью нормального распределения;
* проверить гипотезу о соответствии статистического и теоретического распределений.

Порядок выполнения задания:

1. Найти статистические вероятности попаданий значений случайной величины в интервалы , по заданному числу попаданий (таблица 1);

2. Построить гистограмму распределения экспериментальных данных;

3. Найти теоретическую плотность нормального распределения в соответствии с методом моментов. Полученную кривую нанести на гистограмму распределения;

4. Проверить гипотезу о соответствии статистического и теоретического распределений (т.е. гипотезу о нормальном распределении случайной величины) методом К. Пирсона при уровне значимости .

*Таблица №1. Экспериментальные данные варианта №4931-12*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Случ. величина | Интервальный статистический ряд | | | | | | |
| Число попаданий |
|  | 0; 1 | 1; 2 | 2; 3 | 3; 4 | 4; 5 | 5; 6 | 6; 7 |
|  | 2 | 10 | 25 | 23 | 21 | 12 | 7 |

**Расчетные формулы**

1. Формула плотности нормального распределения:

где параметр совпадает с математическим ожиданием (,

2. Метод моментов.

Необходимо подобрать параметры нормального распределения (для данной лабораторной работы) так, чтобы сохранить первые два момента – математическое ожидание и дисперсию статистического распределения. Оценка математического ожидания вычисляется по формуле:

где – среднее арифметическое начала и конца интервала; – вероятность попадания в интервал; – количество интервалов.

Оценка дисперсии вычисляется по формуле:

Оценка среднего квадратичного отклонения вычисляется по формуле:

3. Метод Пирсона.

Порядок проверки гипотезы о виде закона распределения состоит в следующем.

1. Назначается уровень значимости , и по таблице критических точек распределения (приложение 7) определяется критическая граница . Входами в таблицу служат уровень значимости и число степеней свободы (для данной лабораторной работы равно 7 (количество интервалов) минус 3 (совпадение математического ожидания и дисперсии), в итоге – 4)

2. Вычисляются вероятности попадания случайной величины , которая подчиняется гипотетическому закону распределения, в -й разряд:

где – плотность распределения гипотетического закона.

3. Рассчитывается значение показателя согласованности гипотезы по формуле:

где – количество интервалов; – количество экспериментов; – эмпирические вероятности; – теоретические вероятности.

4. Проверяется условие . Если оно выполняется, то расхождение между экспериментальными данными и гипотезой полагается незначительным. В противном случае нулевая гипотеза отвергается.

**Результаты работы**

В ходе выполнения данной лабораторной работы была написана программа на языке Python 3.10, решающая задачу в общем виде. На вход программе подается таблица интервального ряда для каждого варианта, а также значения уровней значимости для четных и нечетных вариантов соответственно. Так, для варианта №4931-12 были получены следующие результаты:

Загружаем данные для варианта № 12 ...

Загруженные интервалы: [[0.0, 1.0], [1.0, 2.0], [2.0, 3.0], [3.0, 4.0], [4.0, 5.0], [5.0, 6.0], [6.0, 7.0]]

Соответствующие количества попаданий: [2.0, 10.0, 25.0, 23.0, 21.0, 12.0, 7.0]

Общее количество экспериментов: 100.0

Соответствующие частоты: [0.02, 0.1, 0.25, 0.23, 0.21, 0.12, 0.07]

---- Поиск теоретической плотности нормального распределения ----

Оценка математического ожидания: 3.6500000000000004

Второй начальный момент: 15.45

Оценка дисперсии: 2.127499999999996

Соответственно, параметры нормального распределения: m = 3.6500000000000004 ; sigma = 1.4585952145814807

Границы интервалов: [0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0]

Соответствующие значения плотности распределения нормального закона: [0.012, 0.053, 0.144, 0.248, 0.266, 0.178, 0.075, 0.02]

---- Проверка гипотезы о нормальном распределении ----

Интервалы: [[0.0, 1.0], [1.0, 2.0], [2.0, 3.0], [3.0, 4.0], [4.0, 5.0], [5.0, 6.0], [6.0, 7.0]]

[0.028, 0.094, 0.199, 0.267, 0.228, 0.124, 0.043]

Эмпирические вероятности: [0.02, 0.1, 0.25, 0.23, 0.21, 0.12, 0.07]

Теоретические вероятности: [0.028, 0.094, 0.199, 0.267, 0.228, 0.124, 0.043]

Квадраты разностей: [6.4e-05, 3.600000000000006e-05, 0.002600999999999999, 0.0013690000000000004, 0.00032400000000000056, 1.600000000000003e-05, 0.0007290000000000006]

Слагаемые показателя согласованности: [0.22857142857142854, 0.038297872340425594, 1.3070351758793963, 0.5127340823970039, 0.14210526315789496, 0.012903225806451637, 1.695348837209304]

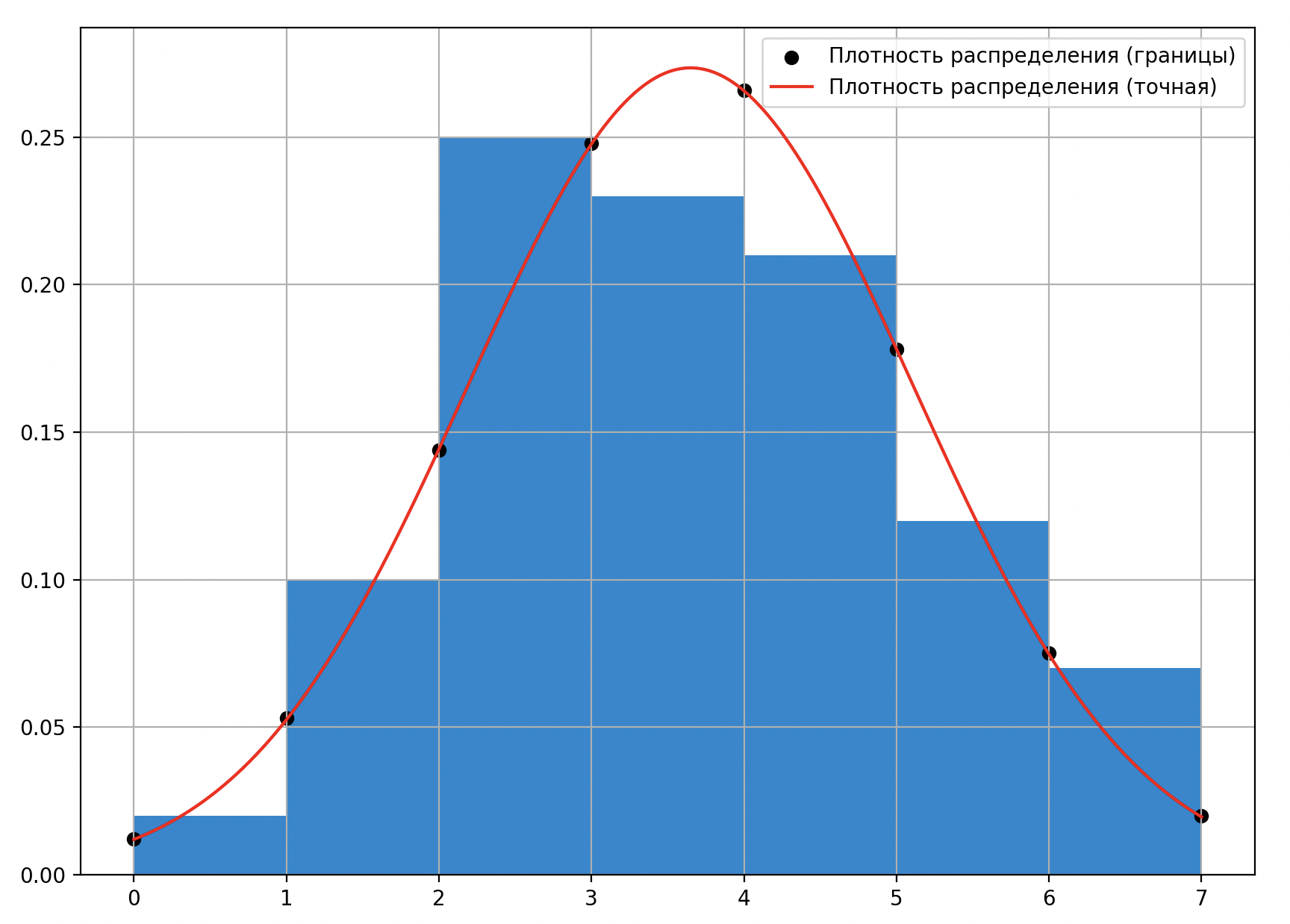
Значение показателя согласованности гипотезы: 3.936995885361905

Уровень значимости: 0.025

Соответствующая критическая граница: 11.1

Так как значение согласованности гипотезы меньше или равно критической границе, соответствующей заданному уровню значимости, гипотеза о нормальном распределении случайной величины принимается

*Рисунок №1. Гистограмма с изображенным графиком плотности распределения.*



**Выводы**

В ходе данной лабораторной работы были получены навыки анализа интервальных статистических рядов, а также метод моментов для получения теоретической плотности нормального распределения и метод Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении случайной величины.

**Приложение А. Листинг программы**

Листинг программы доступен по ссылке: <https://github.com/ArtemKinko/SUAI-labs-spring-2023/tree/main/EDP/LABS/LAB-2-Statistic>

Файл lab2-statistic.py:

import math  
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
from scipy import integrate  
  
  
def upload\_matrix(data\_file\_name, task\_file\_name, significance\_file\_name):  
 with open(data\_file\_name) as data\_file:  
 with open(significance\_file\_name) as significance\_file:  
 with open(task\_file\_name) as task\_file:  
 task\_num = int(task\_file.readline())  
 print("Загружаем данные для варианта №", task\_num, "...")  
 data = [[], []]  
 ready\_data = [[], []]  
 for \_ in range(task\_num):  
 data[0] = data\_file.readline().rsplit()  
 data[1] = data\_file.readline().rsplit()  
 ready\_data[0] = [[float(data[0][i][:-1].replace(',', '.')),  
 float(data[0][i + 1].replace(',', '.'))] for i in range(0, len(data[0]), 2)]  
 ready\_data[1] = [float(x.replace(',', '.')) for x in data[1]]  
 signif = float(significance\_file.readline().rsplit()[0])  
 for \_ in range(task\_num % 2):  
 signif = float(significance\_file.readline().rsplit()[0])  
 return ready\_data, signif  
  
  
def get\_probabilities(counters):  
 sum\_num = sum(counters)  
 print("Общее количество экспериментов:", sum\_num)  
 return [x / sum\_num for x in counters]  
  
  
def show\_hist(intervals, probabs):  
 fig = plt.figure(figsize=(6, 4))  
 ax = fig.add\_subplot()  
 for i in range(len(probabs)):  
 difference = intervals[i][1] - intervals[i][0]  
 medium = intervals[i][0] + difference / 2  
 ax.bar(medium, probabs[i], difference, facecolor="#0288D1")  
 ax.grid()  
  
  
def get\_first\_moment(intervals, probabilities):  
 return sum([(intervals[i][0] + (intervals[i][1] - intervals[i][0]) / 2) \* probabilities[i]  
 for i in range(len(probabilities))])  
  
  
def get\_second\_moment(intervals, probabilities):  
 return sum([(intervals[i][0] + (intervals[i][1] - intervals[i][0]) / 2) \*\* 2 \* probabilities[i]  
 for i in range(len(probabilities))])  
  
  
def get\_dispersion(intervals, probabilities):  
 first\_moment = get\_first\_moment(intervals, probabilities)  
 second\_moment = get\_second\_moment(intervals, probabilities)  
 return second\_moment - first\_moment \*\* 2  
  
  
def get\_probability\_normal\_interval\_edges(intervals, average, deviation):  
 edges = []  
 probabilities = []  
 for interval in intervals:  
 for i in range(2):  
 if interval[i] not in edges:  
 edges.append(interval[i])  
 probabilities.append(round(1 / deviation / math.sqrt(2 \* math.pi) \*  
 math.e \*\* (-1 / 2 \* ((interval[i] - average) / deviation) \*\* 2), 3))  
 return edges, probabilities  
  
  
def show\_normal\_graph(edges, probabilities, average, deviation):  
 x = np.array(edges)  
 y = np.array(probabilities)  
 plt.scatter(x, y, color="black", label="Плотность распределения (границы)")  
  
 x\_acc = np.linspace(edges[0], edges[-1], 1000)  
 y\_acc = 1 / deviation / math.sqrt(2 \* math.pi) \* math.e \*\* (-1 / 2 \* ((x\_acc - average) / deviation) \*\* 2)  
 plt.plot(x\_acc, y\_acc, color="red", label="Плотность распределения (точная)")  
 plt.legend()  
  
 plt.show()  
  
  
def normal\_probability(x, average, deviation):  
 return 1 / deviation / math.sqrt(2 \* math.pi) \* math.e \*\* (-1 / 2 \* ((x - average) / deviation) \*\* 2)  
  
  
def get\_theoretical\_probabilities(intervals, average, deviation):  
 probabilities = []  
 for interval in intervals:  
 probabilities.append(round(integrate.quad(normal\_probability, interval[0], interval[1],  
 args=(average, deviation))[0], 3))  
 return probabilities  
  
  
def get\_quad\_difference\_theoretical\_empirical(theoretical, empirical):  
 return [(theoretical[i] - empirical[i]) \*\* 2 for i in range(len(empirical))]  
  
  
def get\_u\_parts(num\_experiments, theoretical, empirical):  
 difference = get\_quad\_difference\_theoretical\_empirical(theoretical, empirical)  
 return [num\_experiments \* difference[i] / theoretical[i] for i in range(len(empirical))]  
  
  
def get\_u\_function(f, significance, u\_function\_file):  
 with open(u\_function\_file) as u\_file:  
 u\_function = ["", ""]  
 for \_ in range(f):  
 u\_function = u\_file.readline().rsplit()  
 if significance == 0.025:  
 return float(u\_function[0].replace(",", "."))  
 else:  
 return float(u\_function[1].replace(",", "."))  
  
  
def solve\_task():  
 data\_matrix, significance = upload\_matrix("data.txt", "task.txt", "significance.txt")  
 print("Загруженные интервалы:", data\_matrix[0])  
 print("Соответствующие количества попаданий:", data\_matrix[1])  
 probabilities = get\_probabilities(data\_matrix[1])  
 print("Соответствующие частоты:", probabilities)  
 show\_hist(data\_matrix[0], probabilities)  
 print("\n\n---- Поиск теоретической плотности нормального распределения ----")  
 first\_moment = get\_first\_moment(data\_matrix[0], probabilities)  
 print("Оценка математического ожидания:", first\_moment)  
 second\_moment = get\_second\_moment(data\_matrix[0], probabilities)  
 print("Второй начальный момент:", second\_moment)  
 dispersion = get\_dispersion(data\_matrix[0], probabilities)  
 print("Оценка дисперсии:", dispersion)  
 deviation = math.sqrt(dispersion)  
 print("Соответственно, параметры нормального распределения: m =", first\_moment, "; sigma =", deviation)  
 normal\_edges, normal\_probabilities = get\_probability\_normal\_interval\_edges(data\_matrix[0], first\_moment, deviation)  
 print("Границы интервалов:", normal\_edges)  
 print("Соответствующие значения плотности распределения нормального закона:", normal\_probabilities)  
 print("\n\n---- Проверка гипотезы о нормальном распределении ----")  
 print("Интервалы:", data\_matrix[0])  
 theoretical\_probabilities = get\_theoretical\_probabilities(data\_matrix[0], first\_moment, deviation)  
 print(theoretical\_probabilities)  
 print("Эмпирические вероятности:", probabilities)  
 print("Теоретические вероятности:", theoretical\_probabilities)  
 quad\_difference\_theoretical\_empirical = get\_quad\_difference\_theoretical\_empirical(theoretical\_probabilities,  
 probabilities)  
 print("Квадраты разностей:", quad\_difference\_theoretical\_empirical)  
 u\_parts = get\_u\_parts(sum(data\_matrix[1]), theoretical\_probabilities, probabilities)  
 print("Слагаемые показателя согласованности:", u\_parts)  
 u = sum(u\_parts)  
 print("Значение показателя согласованности гипотезы:", u)  
 print("Уровень значимости:", significance)  
 u\_real = get\_u\_function(len(probabilities) - 3, significance, "u\_function.txt")  
 print("Соответствующая критическая граница:", u\_real)  
 if u <= u\_real:  
 print("Так как значение согласованности гипотезы меньше или равно критической границе, соответствующей"  
 "заданному уровню значимости, гипотеза о нормальном распредлении случайной величины принимается")  
 else:  
 print("Так как значение согласованности гипотезы больше критической границы, соответствующей"  
 "заданному уровню значимости, гипотеза о нормальном распределении случайной величины отвергается")  
  
 show\_normal\_graph(normal\_edges, normal\_probabilities, first\_moment, deviation)  
  
  
solve\_task()

Файл data.txt:

0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
4 12 27 23 21 10 3  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
2 10 30 29 16 10 3  
-5; -4 -4; -3 -3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2  
4 11 31 26 16 7 5  
-2,5; -2 -2; -1,5 -1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1  
3 11 29 26 22 7 2  
-0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6  
5 18 22 21 15 13 6  
0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3 3; 3,5  
8 12 20 19 21 13 7  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
14 14 20 20 17 12 3  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
5 11 16 20 21 13 14  
0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6 0,6; 0,7  
7 19 21 23 15 11 4  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
5 11 16 26 21 14 7  
-2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5  
7 14 21 25 18 12 3  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
2 10 25 23 21 12 7  
-5; -4 -4; -3 -3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2  
6 9 27 25 16 10 7  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
7 11 22 20 21 10 9  
-0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6  
2 16 22 30 15 14 1  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
3 13 14 28 20 17 5  
-3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4  
4 12 30 29 13 10 2  
-0,3; -0,2 -0,2; -0,1 -0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4  
2 14 25 27 17 11 4  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
2 17 22 28 20 10 1  
-3; -2,5 -2,5; -2 -2; -1,5 -1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5  
5 11 17 25 19 18 5  
-0,25; 0 0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5  
4 15 27 23 19 11 1  
-1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5  
4 12 18 24 23 14 5  
-0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3  
2 10 29 30 21 7 1  
-0,2; -0,1 -0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5  
6 12 22 27 18 11 4  
-5; -4 -4; -3 -3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2  
4 11 31 26 16 7 5  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
2 10 30 29 16 10 3  
-2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5  
7 14 21 25 18 12 3  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
4 12 27 23 21 10 3  
0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3 3; 3,5  
8 12 20 19 21 13 7  
-2,5; -2 -2; -1,5 -1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1  
3 11 29 26 22 7 2  
-3; -2,5 -2,5; -2 -2; -1,5 -1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5  
5 11 17 25 19 18 5  
-0,25; 0 0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5  
4 15 27 23 19 11 1  
-0,3; -0,2 -0,2; -0,1 -0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4  
2 14 25 27 17 11 4  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
7 11 22 20 21 10 9  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
14 14 20 20 17 12 3  
0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3 3; 3,5  
1 12 25 30 21 9 2  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
5 13 22 28 19 10 3  
-0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6  
5 18 22 21 15 13 6  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
2 17 22 28 20 10 1  
0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3 3; 3,5  
1 12 25 30 21 9 2  
-5; -4 -4; -3 -3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2  
6 9 27 25 16 10 7  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
2 10 25 23 21 12 7  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
3 13 14 28 20 17 5  
0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6 0,6; 0,7  
3 16 22 27 15 11 6  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
5 11 16 20 21 13 14  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
5 13 22 28 19 10 3  
-0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6  
2 16 22 30 15 14 1  
-3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4  
1 15 33 26 16 7 2  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
8 12 22 22 20 10 6  
-2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5  
3 15 23 27 20 11 1  
0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6 0,6; 0,7  
7 19 21 23 15 11 4  
-1,5; -1 -1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2  
5 11 16 26 21 14 7  
-3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4  
4 12 30 29 13 10 2  
-1; -0,5 -0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5  
4 12 18 24 23 14 5  
-2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5  
3 15 23 27 20 11 1  
0; 0,25 0,25; 0,5 0,5; 0,75 0,75; 1 1; 1,25 1,25; 1,5 1,5; 1,75  
5 13 22 28 19 10 3  
-2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5  
3 15 23 27 20 11 1  
0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3 3; 3,5  
1 12 25 30 21 9 2  
0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5 0,5; 0,6 0,6; 0,7  
3 16 22 27 15 11 6  
0; 1 1; 2 2; 3 3; 4 4; 5 5; 6 6; 7  
8 12 22 22 20 10 6  
-3; -2 -2; -1 -1; 0 0; 1 1; 2 2; 3 3; 4  
1 15 33 26 16 7 2  
-0,5; 0 0; 0,5 0,5; 1 1; 1,5 1,5; 2 2; 2,5 2,5; 3  
2 10 29 30 21 7 1  
-0,2; -0,1 -0,1; 0 0; 0,1 0,1; 0,2 0,2; 0,3 0,3; 0,4 0,4; 0,5  
6 12 22 27 18 11 4

Файл significance.txt:

0.025  
0.05

Файл u\_function.txt:

5 3,8  
7,4 6  
9,4 7,8  
11,1 9,5  
12,8 11,1  
14,4 12,6  
16 14,1  
17,5 15,5  
19 16,9  
20,5 18,3  
21,9 19,7  
23,3 21  
24,7 22,4  
26,1 23,7  
27,5 25  
28,8 26,3  
30,2 27,6  
31,5 28,9  
32,9 30,1  
34,2 31,4  
35,5 32,7  
36,8 33,9  
38,1 35,2  
39,4 36,4  
40,6 37,7  
41,9 38,9  
43,2 40,1  
44,5 41,3  
45,7 42,6  
47 43,8

Файл task.txt:

12