

# ГИПЕРЭВРИСТИЧЕСКИЙ РОЕВЫЙ МЕТОД СЕГМЕНТАЦИИ МЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

стр. \_\_\_\_

С.А. Эль Хатиб<sup>1</sup>, Ю.А. Скобцов<sup>2</sup>, С.И. Родзин<sup>1</sup><sup>1</sup>Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург**Контактные данные:** Скобцов Юрий Александрович, e-mail: ya\_skobtsov@list.ru

**Резюме: Цель работы.** Разработка новых методов сегментации медицинских изображений, поскольку современные методы медицинской диагностики в значительной степени основаны на обработке изображений МРТ, рентгенографии и т.п. **Материалы и методы.** Предложен гибридный роевой алгоритм для сегментации медицинских изображений, который включает модифицированный и элитный экспоненциальный роевой алгоритм сегментации в сочетании с методом k-средних. На основе дрейф анализа исследована временная сложность разработанного алгоритма. Показано, что разработанный алгоритм сегментации МРТ-изображений имеет полиномиальную временную сложность. **Результаты.** Для тестирования разработанных алгоритмов использовались изображения тестового множества Ossirix и реальные медицинские изображения. При сравнении времени работы предложенных методов сегментации было установлено: гипер-эвристический роевой метод показывает время работы в среднем в 2 раза меньшее, чем при использовании гибридного муравьиного метода, а результаты сегментации для изображений хорошего качества и размытых изображений получаются сопоставимыми. **Выводы.** Предложено несколько модификаций роевых алгоритмов сегментации изображений для различных типов медицинских изображений, которые включа<sup>я</sup> контрастные, зашумленные <sup>и</sup> размытые изображения, <sup>которые</sup> показали при тестировании хорошие результаты и низкую временную сложность.

**Ключевые слова:** сегментация изображений, био-инспирированные методы, роевой алгоритм, дрейф-анализ.

## HYPER HEURISTIC PARTICLE SWARM OPTIMIZATION METHOD FOR MEDICAL IMAGES SEGMENTATION

pages \_\_\_\_

Samer El-Khatib<sup>1</sup>, Yuri Skobtsov<sup>2</sup>, Sergey Rodzin<sup>1</sup><sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,<sup>2</sup> St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia,

**Summary: Purpose.** Development of new methods for medical images segmentation, since modern methods of medical diagnostics are largely based on image processing MRI, CT scan etc. **Materials and Methods.** A hybrid particle swarm algorithm for medical image segmentation is proposed, which includes a modified and elite exponential particle swarm segmentation algorithm in combination with the k-means method. The time complexity of the developed algorithm is investigated on the basis of the drift analysis. It is shown that the developed algorithm for segmentation of MRI images has a polynomial time complexity. **Results.** To test the developed algorithms, images of the Ossirix test set and real medical images were used. When comparing the operating time of the proposed segmentation methods, it was found that the hyper-heuristic swarm method shows the operating time on average 2 times less than when using the hybrid ant method, and the segmentation results for good quality images and blurry images are comparable. **Conclusions.** Several modifications of swarm image segmentation algorithms have been proposed for various types of medical images, including contrasting, noisy and blurred images, which showed good results during testing and low time complexity.

**Keywords:** Image segmentation, PSO, Swarm intelligence, Drift analysis, Bio-inspired methods.

### Введение

Сегментация является одной из самых сложных задач при обработке изображений. Сегментацией называется разбиение изображения на некоторые области на основе их

спектральных или пространственных (размер, форма, текстура и т.д.) характеристик. Данная процедура используется для решения широкого круга задач: локализации объектов на спутниковых снимках (леса, моря и т.д.), распознавания лиц,

обработки медицинских снимков (МРТ, КТ) и т.д. Главная сложность в процессе сегментации заключается в наличии дополнительных факторов, присущих изображениям: вариативность фона, наличие шума на снимках, разница между частями изображения. Существует два основных класса сегментации [8] - автоматическая (участие пользователя не требуется) и интерактивная (пользователь уточняет дополнительные данные). К наиболее известным и используемым методам автоматической сегментации относят операторы выделения краев [8] (фильтр Робертса, Собела, Превитта, Кэнни), гистограммные методы, алгоритмы, основанные на графах.

В последнее время сегментация изображений становится одним из актуальных направлений развития компьютерных технологий в медицине для улучшения качества изображения, распознавание отдельных элементов патологического процесса. Задача автоматизированной диагностики патологических процессов по данным медицинских изображений на данный момент не решена в общем виде, т.к. не существует одного универсального алгоритма сегментации. Результаты исследований последних лет показывают перспективность применения био-инспирированных подходов к задаче сегментации изображений, таких как метод муравьиных колоний, алгоритм роя частиц и алгоритм пчелиных колоний.

Применение роевой эвристики [10], также, как и применение других био-инспирированных подходов [1,2] недостаточно изучено и является предметом актуальных исследований. В предыдущих работах авторов [3,4] предложены модификации муравьиных алгоритмов сегментации изображений МРТ. В данной статье рассматриваются модификация роевых алгоритмов, включая экспоненциальный алгоритм роя частиц (EPSO) для решения этой же задачи. Для оценки теоретической и практической временной сложности разработанных алгоритмов предложено использовать метод дрейф-анализа [9].

### Гиперэвристический роевой метод сегментации изображений

Постановка задачи сегментации изображений заключается в следующем: при заданных исходных изображениях в виде набора пикселей с такими визуальными свойствами, как яркость, цвет, текстура, а также определенного размера,

уровня шума, контрастирования и качества, необходимо в пределах имеющихся ресурсов времени найти разметку изображений на  $K$  кластеров, которая обеспечивает приемлемую точность и качество распознавания изображений.

Под гиперэвристикой понимается процедура поиска, направленная на автоматизацию процесса выбора, комбинирования и адаптации нескольких более простых эвристик для эффективного решения задачи. Главной идеей предлагаемого гиперэвристического метода является применение нескольких эвристик, каждая из которых имеет свои слабые и сильные места, а затем их использования в зависимости от текущего состояния решения. Предлагаемая гиперэвристика представляет собой управляющую систему, в подчинении которой имеется три роевых биоинспирированных эвристики: роевой алгоритм (РА) [1] К-средних, модифицированный экспоненциальный РА, элитный экспоненциальный РА. Каждая из гиперэвристик применяется в зависимости от качества исходных изображений: хорошее качество (отсутствуют шумы и прочие артефакты); с наличием шума; контрастные изображения, размытые изображения. Схема управления метода представлена на рис. 1.

### Гибридный роевой алгоритм с методом к-средних

Отметим, что роевые алгоритмы хорошо сочетаются со многими другими эвристиками, в частности с алгоритмом к-средних. Для получения лучшего результата сегментации, предлагается гибридный метод, использующий преимущества роевого алгоритма и известного алгоритма к-средних [7, 14]. При реализации эвристики *РА-К-средних*  $n$ -мерное пространство поиска населяется роем из  $m$  частиц (популяция решений). Координата  $i$ -й частицы ( $i \in [1: m]$ ) задается вектором  $x_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n)$ , который определяет набор параметров оптимизации: скорость  $v_i(t)$  и местоположение  $x_i(t)$  в момент времени  $t$ . Местоположение частицы меняется в соответствии с формулой:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1), \text{ где } x_i(0) \sim U(x_{\min}, x_{\max}) \quad (1)$$

Для каждой позиции  $n$ -мерного пространства поиска, в котором побывала  $i$ -я частица, вычисляется значение целевой функции  $f(x_i)$ . При этом запоминается лучшее значение целевой функции, а также координаты позиции в  $n$ -мерном

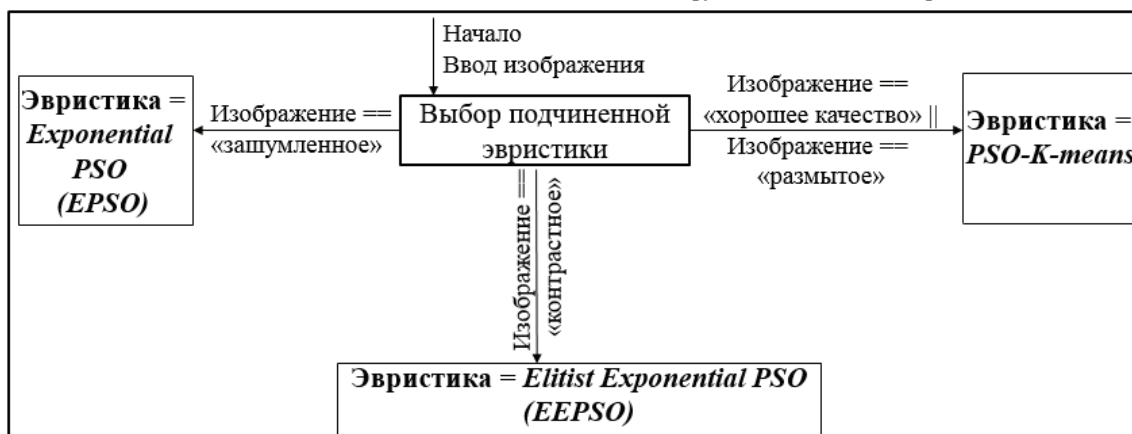


Рис. 1. Схема управления подчиненными гиперэвристиками

пространстве, соответствующие этому значению целевой функции. Коррекция каждой  $j$ -й координаты вектора скорости ( $j \in [1: n]$ )  $i$ -й частицы выполняется в соответствии с формулой:

$$v_{ij}(t+1) = v_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_j(t) - x_{ij}(t)], \quad (2)$$

где  $v_{ij}(t)$  –  $j$ -я компонента скорости ( $j=1, \dots, n_x$ )  $i$ -й частицы в момент  $t$ ;  $x_{ij}(t)$  –  $j$ -я координата позиции частицы  $i$ ;  $c_1, c_2$  – коэффициенты ускорения;  $r_{1j}(t), r_{2j}(t) \sim U(0,1)$  – случайные величины на отрезке  $[0,1]$ ;

$y_{ij}(t)$  и  $\hat{y}_j(t)$  – когнитивная и социальная составляющие роя.

Лучшая позиция ( $gbest$ ) в момент  $(t+1)$  рассчитывается по формуле:

$$y_i(t+1) = \begin{cases} y_i(t) & \text{if } f(x_i(t+1)) \geq f(y_i(t)) \\ x_i(t+1) & \text{if } f(x_i(t+1)) < f(y_i(t)) \end{cases} \quad (3)$$

Социальная составляющая роя  $\hat{y}_j(t)$  в момент  $t$  рассчитывается как

$$\hat{y}(t) \in \{y_0(t), \dots, y_{n_s}(t)\} | f(y(t)) = \min\{f(y_0(t)), \dots, f(y_{n_s}(t))\}, \quad (4)$$

где  $n_s$  – общее число частиц роя. При коррекции вектора скорости  $v_i$  используется модификация формулы (2):

$$v_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_j(t) - x_{ij}(t)], \quad (5)$$

в которой перед  $j$ -й координатой вектора скорости  $i$ -й частицы добавлен множитель  $\omega$  – весовой коэффициент инерции, поэтому скорость изменяется более плавно. Здесь каждая частица  $x_i$  представляет  $K$  кластеров таким образом, что  $x_i = (m_{i1}, \dots, m_{ij}, \dots, m_{iK})$ , где  $m_{ij}$  представляет центр кластера  $j$  для частицы  $i$ .

Целевая функция для каждого набора кластеров рассчитывается согласно

$$f(x_i, Z_i) = \omega_1 \bar{d}_{\max}(Z_i, x_i) + \omega_2 (z_{\max} - d_{\min}(x_i)), \quad (6)$$

где  $Z_{\max} = 2^s - 1$  для  $s$ -bit изображения;  $Z$  – матрица, отображающая связь между пикселем и принадлежностью кластеру для частицы  $i$ . Каждый элемент этой матрицы  $z_{ip}$  показывает, принадлежит ли пиксель  $z_p$  кластеру  $C_{ij}$  для частицы  $i$ . Константы  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяются пользователем;  $d_{\max}$  – максимальное среднее евклидово расстояние от частиц до связанных с ними кластеров:

$$\bar{d}_{\max}(Z_i, x_i) = \max_{j=1..K} \left\{ \sum_{p \in C_{ij}} d(Z_p, m_{ij}) / |C_{ij}| \right\}, \quad (7)$$

$d_{\min}(x_i)$  – минимальное евклидово расстояние между парами кластерных центров:

$$d_{\min}(x_i) = \min_{\forall j_1, j_2, j_1 \neq j_2} \{d(m_{ij_1}, m_{ij_2})\} \quad (8)$$

### 3. Модифицированный экспоненциальный роевой алгоритм сегментации

Рассмотрим следующую подчиненную эвристику – экспоненциальный РА, входящий в гиперэвристический роевой метод [5]. Эта эвристика предпочтительна для сегментации

«зашумленных» изображений. Задача алгоритма роя частиц при сегментации заключается в получении хорошей кластеризации, используя переданные параметры. Это достигается при помощи самообучения. Каждая частица РА представляется пикселем, а такие свойства пикселя, как интенсивность и т.д., используются в качестве входных параметров РА.

Пошаговое описание алгоритма:

1. Инициализируем количество частиц в рое  $m$ , индивидуальный и глобальный коэффициенты ускорения  $c_1$  и  $c_2$ , максимальное количество итераций  $N_{\max}$ , параметры для целевой функции  $f$  (5).

2. For  $i = 1 \dots m$  (для каждой частицы)

2.1 Инициализировать начальное положение частиц, используя вектор  $x_i$

2.2 Начальное положение частицы – лучшее известное положение  $y_i = x_i$ .

2.3 Если  $f(y_i) < f(\hat{y})$ , обновляем лучшее значение роя путем замены  $\hat{y}$  на  $y_i$ .

2.4 Инициализируем случайным образом скорости частиц  $v_i$ .

3. Текущее количество итераций  $N = 1$ .

4. For  $i = 1 \dots m$  (для каждой частицы)

5. For  $j = 1, \dots, n$  (количество параметров фитнес-функции)

5.1 Обновляем скорость частицы  $v_{ij}$  и положение согласно  $x_{ij} = x_{ij} + v_{ij}$ .

6. Если  $f(x_i) < f(y_i)$ , заменяем лучшее локальное решение частицы  $y_i = x_i$ , иначе возврат к п. 4.

7. Если  $f(x_i) < f(\hat{y})$ , обновляем лучшее глобальное решение роя  $\hat{y} = x_i$ , иначе возврат к п. 4.

8. Количество итераций  $N = N + 1$ .

9. Если  $N \leq N_{\max}$ , то возврат к п. 4, иначе в  $\hat{y}$  находится лучшее найденное решение.

10. Используя найденные алгоритмом лучшие позиции частиц, инициализируем  $K$  центров кластеров

11. Рассчитываем принадлежность каждого пикселя кластеру (на основании расстояния до центра)

12. Согласно (5) пересчитываем центры кластеров. Если они не совпадают с предыдущими, то повторяем п. 11.

13. Сохраняем лучшее индивидуальное решение для каждой частицы ( $pbest(3)$ ).

14. Запоминаем лучшее общее решение среди  $m$  частиц ( $gbest(4)$ ).

15. Обновляем кластерные центры.

16. Если изменились кластера, то возвращаемся к п. 12.

Согласно алгоритму роя частиц, частицы стремятся лететь непосредственно к позиции  $gbest$ , найденной самой успешной частицей. Этот подход позволяет быстро обнаруживать возможные решения. Но благодаря данному механизму, частицы часто устремляются в локальные минимумы, вместо глобальных, что ведет к нахождению субоптимальных решений. Для преодоления данного эффекта вводится коэффициент инерции  $\omega$  [12,5] в (6) согласно

$$\omega = (\omega - \omega_{\min}) \frac{(n_{\max} - n)}{n_{\max}} + \omega_{\min}, \quad (9)$$

где  $n_{max}$  – максимальное число итераций,  $n$  – номер текущей итерации. Рекомендуемые значения  $\omega_{max}=0,9$ ;  $\omega_{min}=0,4$ ; снижение значения  $\omega$  до  $\omega_{min}$  производится на протяжении 1500 итераций. Если же изменять весовой коэффициент инерции  $\omega$  экспоненциально, результат может быть улучшен. В модификации EPSO предлагается  $\omega$  изменять следующим образом:

$$\omega = (\omega - \omega_{min})e^{-\frac{(n_{max}-n)}{n_{max}}} + \omega_{min} \quad (10)$$

#### 4. Элитный экспоненциальный роевой алгоритм

Третьей подчиненной эвристикой предлагаемого роевого метода является элитный экспоненциальный РА. Ее идея состоит в следующем. В формуле (2)  $r_1$  и  $r_2$  – нормально распределенные случайные числа. Если инерционный вес  $\omega$  небольшой, то существует вероятность преждевременной сходимости процесса. Эта эвристика заключается во введении коэффициента темпа роста  $\beta$  для каждой частицы [13,6]. Если значение целевой функции для частицы на  $t$ -й итерации больше, чем на  $(t-1)$ , тогда значение  $\beta$  увеличивается. После того, как значение  $pbest$  для всех частиц определено, обновляется текущее лучшее значение  $pbest$ . Значение  $gbest$  заменяется на  $pbest$  с наибольшим значением коэффициента  $\beta$ . Этапы эвристики EEPPO схожи с шагами EPSO, кроме целевой функции, которая имеет вид

$$f(x_i, Z_i, \beta_i) = \omega_1 d_{max}(Z_i, x_i) + \omega_2 \beta_{max}(z_{max} - d_{min}(x_i)) \quad (11)$$

где  $\beta_{max}$  – максимально допустимая степень роста. Эвристику EEPPO целесообразно применять для «контрастных» снимков.

#### Тестирование гипер-эвристического роевого метода сегментации

Разработанный гипер-эвристический роевой метод сегментации программно реализован и исследован на множестве тестовых изображений (benchmarks). Параметры исследования: эталонные изображения из базы Ossirix [11], выборка из 150 изображений с различными начальными условиями - хорошее качество (отсутствуют шумы и прочие артефакты); с наличием шума; контрастные изображения, размытые изображения.

Проведена серия тестовых экспериментов на эталонных сложноструктурированных изображениях из известной коллекции бенчмарков, полученной системой Ossirix [11]. Поскольку разработанный гиперэвристический роевой метод включает три подчиненных эвристики *PSO-k-means*, *Exponential PSO* и *Elitist Exponential PSO*, то ниже приводятся результаты сегментации изображений для каждой из них. Результаты сегментации исходных изображений сравнивались с результатами, полученными по алгоритму *k-means*.

На рисунках 2-а и 3-а в качестве примера представлены два исходных изображения, в качестве которых использовались изображения *IM-0201-0007.dcm* и *IM-0301-0005.dcm* из коллекции Ossirix; на рисунках 2-б и 3-б – результаты,

полученные с помощью классического автоматического алгоритма сегментации *k-means*; на рисунках 2-в и 3-в – результаты, полученные с помощью подчиненной эвристики *PSO-k-means*; на рисунках 2-г и 3-г – результаты, полученные с помощью подчиненной эвристики *Exponential PSO*; на рисунках 2-д и 3-д – результаты, полученные с помощью подчиненной эвристики *Elitist Exponential PSO*.

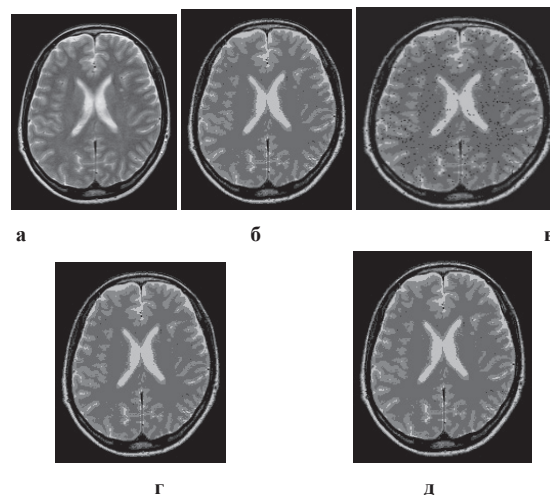


Рис. 2. Изображение *IM-0201-0007.dcm*: а – исходный снимок, б – сегментация *k-means*, в – сегментация *PSO-k-means*, г – сегментация *Exponential PSO*, д – сегментация *Elitist Exponential PSO*

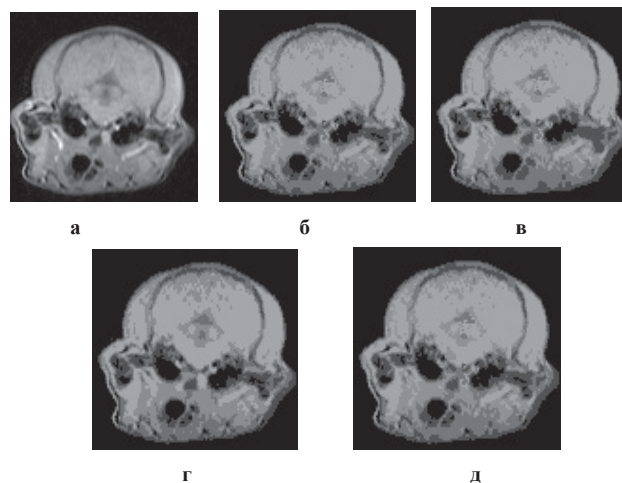


Рис. 3. Изображение *IM-0301-0005.dcm*: а – исходный снимок, б – сегментация *k-means*, в – сегментация *PSO-k-means*, г – сегментация *Exponential PSO*, д – сегментация *Elitist Exponential PSO*

На рисунке 2, результат сегментации был наилучшим на рисунке г, т.е. с использованием алгоритма *Exponential PSO*, на рисунке же 3 наиболее близкий к эталону результат показал алгоритм *PSO-K-means* (рисунок 3-в).

Для анализа точности сегментации на заданной выборке МРТ-изображений использовалась матрица ошибок. Тестировались 150 изображений из коллекции Ossirix. Изображения отличались как хорошим качеством (отсутствуют шумы и прочие артефакты), так и наличием шума, контрастности, «размытости». На рисунках 4-7 приведены результаты сравнения точности сегментации соответственно



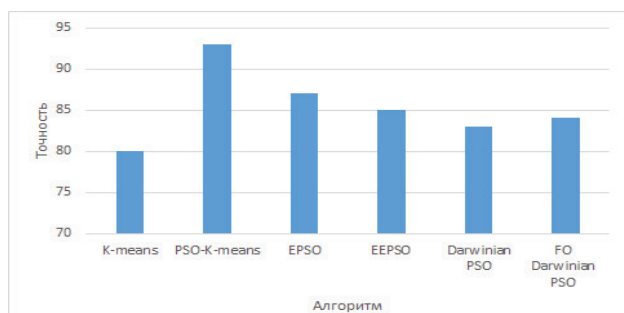


Рис. 4. Оценка точности сегментации для изображений хорошего качества

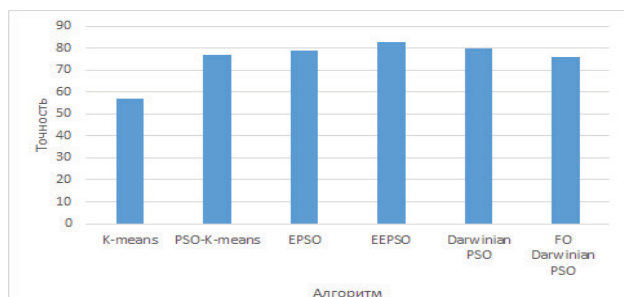


Рис. 5. Оценка точности сегментации контрастных изображений

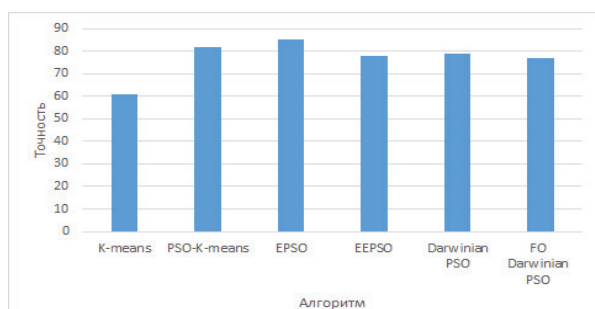


Рис. 6. Оценка точности сегментации для зашумленных изображений

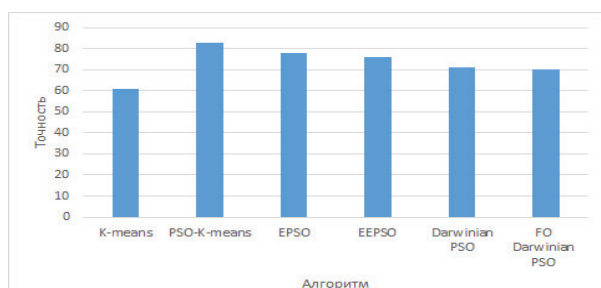


Рис. 7. Оценка точности сегментации размытых изображений

Установлено: каждая из подчиненных эвристик в гиперэвристическом роевом методе показывает лучшие результаты при определенных начальных условиях изображений. Использование подчиненных эвристик позволяет для всех исследованных типов изображений показывать в среднем на 4.5% точнее результат, чем при использовании методов Darwinian PSO, FO Darwinian PSO. При сравнении времени работы методов сегментации было установлено: гиперэвристический роевой метод показывает время работы в среднем в 2 раза меньшее, чем при использовании гибридного муравьиного метода [3,4], а результаты сегментации для изображений

хорошего качества и размытых изображений получаются сопоставимыми. Далее представлена итоговая табл.1 сравнительной оценки различных методов сегментации.

## 5. Оценка сложности роевого экспоненциального алгоритма на основе дрейф-анализа

До недавнего времени отсутствие методов оценки сложности было одним из самых серьезных недостатков биоинспирированных алгоритмов. Ситуация изменилась после публикации работ по дрейф-анализу, который является современным средством для оценивания трудоемкости биостохастических методов [9]. Пусть в конечном пространстве состояний  $S$  имеется некоторая функция  $f(x)$ ,  $x \in S$ . Найти

$$\max \{f(x); x \in S\} \quad (12)$$

Обозначим  $x^*$  - состояние с максимальным значением функции  $f_{\max} = f(x^*)$ . Обычно биоинспирированный метод для решения поставленной оптимизационной задачи включает следующие шаги:

1. **Инициализация** популяции решений (случайным образом или эвристически)  $\xi_0 = (x_1, \dots, x_{2n})$  из  $2n$  особей ( $n$  – целое число). Присвоить  $k = 0$ . Для каждой популяции  $\xi_k$  определить

$$\xi_k = \max \{f(x_i); x_i \in \xi_k\}.$$

2. **Генерация** популяции  $\xi_{k+1/2}$  с помощью эволюционных операторов.

3. **Селекция и репродукция**  $2n$  особей из популяций  $\xi_{k+1/2}$  и  $\xi_k$  и получение новой популяции  $\xi_{k+s}$ .

4. Если  $f(\xi_{k+s}) = f_{\max}$ , иначе и переход к шагу 2.

Пусть  $x^*$  – точка оптимума. Обозначим  $d(x, x^*)$  расстояние между точкой  $x$  и  $x^*$ . Если имеется множество оптимумов  $S^*$ , то  $d(x, S^*) = \min \{d(x, x^*); x^* \in S^*\}$  является расстоянием между точкой  $x$  и множеством  $S^*$ . Это расстояние будем просто обозначать через  $d(x)$ . Тогда  $d(x^*) = 0$ ,  $d(x) > 0$  для любого  $x \notin S^*$ . Учитывая, что популяция  $X = \min \{x_1, \dots, x_{2n}\}$ , положим

$$d(X) = \min \{d(x); x \in X\} \quad (13)$$

Формула (13) служит для измерения расстояния между популяцией и оптимальным решением. Последовательность  $\{d(\xi_k); k = 0, 1, 2, \dots\}$  порожденная био-инспирированным методом, является случайной последовательностью, которая моделируется однородной цепью Маркова. Тогда дрейф случайной последовательности в момент времени  $k$  определяется как

$$\Delta(d(\xi_k)) = d(\xi_{k+1}) - d(\xi_k) \quad (14)$$

Время останова метода оценивается как  $\tau = \min \{k : d(\xi_k) = 0\}$ . Задача состоит в изучении взаимосвязи между временем  $\tau$  и размерностью задачи  $n$ . При каких значениях дрейфа  $\Delta(d(\xi_k))$  можно оценить математическое ожидание  $E[\tau]$ ? Найдет ли в среднем метод оптимальное решение за полиномиальное время или ему потребуется экспоненциальное время.

Идея анализа дрейфа довольно проста. Ключевым вопросом здесь является оценка соотношения  $d$  и  $\Delta$ . Биоинспири-

Таблица 1.

Сравнительная оценка времени работы методов сегментации изображений

Algorithm	k-means	Mean-shift	K-means PSO	Modified Exponential PSO	Elitist EPSO	Hybrid ACO	One cut	Fuzzy C-means	Grow cut	Darwinian PSO	FO Darwinian PSO	JSEG
1	3,9	1,3	7,48	7,34	7,35	12,1	2,0	9,5	14,8	11,9	11,4	7,8
2	0,5	0,1	0,21	0,2	0,18	0,93	1,4	1,2	2,09	5,88	5,87	2,2
3	5,9	2,5	17,7	16,1	19,1	28,3	5,3	15	44,3	17,7	15,6	10
4	3,5	3,0	7,13	7,27	7,32	11,8	2,5	9,3	7,68	16,5	16,2	10
5	0,3	0,1	0,18	0,18	0,19	0,93	1,7	0,9	1,35	16,3	15,5	0,7

рованный метод может решить оптимизационную задачу за полиномиальное среднее время при следующих условиях дрейфа:

– если существует полином  $h_0(n) > 0$  ( $n$  – размерность задачи) такой, что

$$d(X) \leq h_0(n) \quad (15)$$

– для любой данной популяции  $X$ , т.е. расстояние от любой популяции до оптимального решения является полиномиальной функцией от размерности задачи;

– в любой момент  $k \geq 0$ , если  $d(\xi_k) > 0$ , то существует полином  $h_1(n) > 0$  такой, что

$$E[d(\xi_k) - d(\xi_{k+1}) | d(\xi_k) > 0] \geq 1/h_1(n) \quad (16)$$

т.е. дрейф случайной последовательности  $\{d(\xi_k); k = 0, 1, 2, \dots\}$  по отношению к оптимальному решению всегда положителен и ограничен обратным полиномом. В [9] доказано следующее:

– если данные условия соблюдаются для случайной последовательности  $\{d(\xi_k); k = 0, 1, 2, \dots\}$ , то уже от начальной популяции  $X$  с  $d(X) > 0$  выполняется неравенство

$$E[\tau | d(\xi_0) > 0] \leq h(n) \quad (17)$$

где  $h(n)$  – полиномом размерности задачи  $n$ ;

– если имеется множество задач и биоинспирированный метод для их решения, то для любой начальной популяции  $X$  с  $d(X) > 0$ , справедливо

$$E[\tau | \xi_0 = X] \leq h(n) \quad (18)$$

– если целевая функция является линейной с положительными коэффициентами ( $c_1 > c_2 > \dots > c_n > 0$ ), то для получения оптимального решения биоинспирированному методу с вероятностью мутации  $pm = 1/n$  потребуется в среднем  $O(n \ln(n))$  шагов;

– если целевая функция  $f: S \rightarrow R$  является псевдо-модульной  $\forall x, y \in S$  (например,  $f(x) = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i s_j$ ), то при вероятности мутации  $pm = 1/n$  ожидаемое время останова биоинспирированного метода удовлетворяет неравенству  $E[\tau] \leq n^2(\exp - 1)$ .

Иными словами, биоинспирированный метод при некоторых условиях может потребовать в среднем экспоненциаль-

ного времени для поиска оптимального решения. Следствием результатов дрейф-анализа является то обстоятельство, что оценка значения дрейфа превращается в оценку времени работы метода, а локальное свойство (дрейф за один шаг) преобразуется в глобальное свойство (время работы метода до нахождения оптимума). Это новый результат в оценке временной сложности биоинспирированных методов, полученный посредством анализа дрейфа, поскольку оценить дрейф проще. С помощью анализа дрейфа определены условия, выполнение которых гарантирует решение некоторых задач в среднем за полиномиальное время, а также условия, при которых метод требует для решения задачи в среднем экспоненциальное время вычисления.

Таким образом, применительно к разработанным модификациям роевых методов сегментации представляет интерес применение методики дрейф-анализа для оценки сложности. Необходимо на основании практических данных изображений в процессе сегментации оценить значения дрейфа и выполнить проверку выполнения условия [9] полиномиального времени работы метода. Оценим выполнение данных условий для конкретных значений целевых функций разработанных методов сегментации изображений.

Как видно из вышеизложенного в отношении разработанного гибридного метода сегментации РА-к-средних, интерес представляет использование метода анализа дрейфа для оценки временной сложности. Необходимо оценить значения дрейфа на основе данных изображений во время процесса сегментации и выполнить проверку выполнения критерия на полиномиальную временную сложность. Оценим выполнение этих условий для конкретных значений целевых функций при использовании разработанного метода сегментации изображения. В таблице 1 представлены значения целевой функции алгоритма РА-К-средних с числом частиц  $m = 5$ , числом кластеров  $k = 5$ , размером изображения  $109 \times 106$ . Значения целевых функций вычислены на итерации  $k$  согласно формулам (6).

Тогда значения функций  $f_1 - f_3$  в формулах (14) для целевой функции следующие:

$$d(X) \leq \sum_{\substack{i=1..width*height \\ height, j \neq i}} \sum_{\substack{j=1..width*height \\ height, j \neq i}} \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \leq \\ \leq width * height * \sqrt{width^2 + height^2}$$

где *width* – ширина и *height* – высота изображения.

Формулу (16) для математического ожидания дрейфа можно представить как комбинацию  $E[d(\xi_k) - d(\xi_{k+1}) | d(\xi_k) > 0] \geq \min(d(X))$ . По данным табл. 2 получено математическое ожидание дрейфа, которое представлено в табл.3.

Таблица 2

Значение целевой функции гиперэвристического роевого метода

k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7
245,38	245,38	245,38	245,38	245,38	-----	----

Таблица 3

Значение дрейфа целевой функции гиперэвристического роевого метода

	k=2	k=3	k=4	k=5
E	0	0	0	0

Из этих результатов видно, формулы (15) и (16) справедливы при подстановке представленных реальных данных и следовательно, согласно [9] экспоненциальный роевой алгоритм сегментации имеет полиномиальную сложность.

## Заключение

Представлен гибридный роевой алгоритм сегментации МРТ-изображений и исследована его теоретическая и практическая временная сложность на основе дрейфа анализа. Эксперименты показали, что предложенный метод сегментации имеет полиномиальную временную сложность. Предложенный алгоритм может быть улучшен с помощью дополнительных исследований, в частности, с использованием псевдослучайных эвристических коэффициентов, а также их влияния на сходимость и конечный результат обработки.

Исследования, выполненные по данной тематике, проводились при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-07-00570, № 18-29-22019.

Конфликт интересов отсутствует.

There is not conflict of interests.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Родзин С.И., Скобцов Ю.А., Эль-Хатиб С.А. Биоэвристики: теория, алгоритмы и приложения: монография. – Чебоксары: ИД «Среда», 2019. – 224 с.
2. Скобцов Ю.А., Сперанский Д.В. Эволюционные вычисления: учебное пособие. М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» 2015, 331с.
3. El-Khatib S., Rodzin S., Skobtcov Y. Investigation of Optimal Heuristical Parameters for Mixed ACO-k-means Segmentation Algorithm for MRI Images // Proceedings of III International Scientific Conference on Information Technologies in Science, Management, Social Sphere and Medicine

(ITSMSSM 2016). – ISBN (on-line): 978-94-6252-196-4. Part of series Advances in Computer Science Research. – Vol. 51. – [Published by Atlantis Press], 2016. – P. 216–221. DOI:10.2991/itsmssm-16.2016.72

4. El-Khatib S., Skobtcov Y., Rodzin S. Theoretical and experimental evaluation of hybrid ACO-k-means image segmentation algorithm for MRI images using drift-analysis // Proceedings of XIII International Symposium «Intelligent Systems – 2018» (INTELS'18), St Petersburg, Russia, 22-24 Oct 2018, Procedia Computer Science, p.1-9.
5. El-Khatib S. Modified exponential particle swarm optimization algorithm for medical image segmentation. // Proceedings of XIX International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM 2016). – St. Petersburg (25-27 May 2016). – Vol. 1 – pp. – 513-516.
6. El-Khatib, S., Skobtcov, Y., Rodzin, S. Modified Exponential Particle Swarm Optimization Algorithm for Medical Images Segmentation. / In.: B. Kryzhanovsky et al. (Eds.): Selected Papers from the XX International Conference on Neuroinformatics, Studies in Computational Intelligence Volume 799, October 8–12, 2018, Moscow, Russia, pp. 243–249, 2019. Springer Nature Switzerland AG 2019. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-01328-8\\_29](https://doi.org/10.1007/978-3-030-01328-8_29)
7. [El-Khatib S., Skobtcov Y., Rodzin S., Zelentsov V. Hyperheuristic Particle Swarm Method for MR Images Segmentation. // In: Silhavy R. (eds) Artificial Intelligence and Algorithms in Intelligent Systems. CSOC2018, 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 764. Springer, p. 256-264. Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2019. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-91189-2\\_25](https://doi.org/10.1007/978-3-319-91189-2_25)
8. Gonzalez R.C., Woods R.E., Digital Image Processing, 3rd edition, Prentice-Hall, 2008.
9. He J., Yao X.: Drift analysis and average time complexity of evolutionary algorithms. In.: Artificial intelligence, Volume 127, No. 1, p. 57-85, 2001.
10. Kennedy J, Eberhart R.C. Particle swarm intelligence // In Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks. – 1995. – P. 1942–1948.
11. Osirix the world famous medical imaging viewer // OSIRIX Project site.
12. Saatchi, S. and C.C. Hung, 2007. Swarm intelligence and image segmentation swarm intelligence. ARS J.
13. Swagatam Das, Ajith Abraham, Amit Konar, Automatic kernel clustering with a Multi-Elitist Particle Swarm Optimization Algorithm, Science direct, Pattern Recognition Letters 29 (2008) 688–699
14. El-Khatib S., Skobtcov Y., Rodzin S. Improved Particle Swarm Medical Image Segmentation Algorithm for Decision Making. // In: Kotenko I., Badica C., Desnitsky V., El Baz D., Ivanovic M. (eds) Intelligent Distributed Computing XIII. IDC 2019. Studies in Computational Intelligence, vol 868. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-32258-8\\_51](https://doi.org/10.1007/978-3-030-32258-8_51)

Поступила 0

УДК

Received 0

UDC

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

1. **Эль-Хатиб С.А.** – кандидат технических наук, научный сотрудник ФГАОУ «Южный Федеральный Университет», г. Ростов-на-Дону. e-mail: [samer\\_elkhatib@mail.ru](mailto:samer_elkhatib@mail.ru)
2. **Скобцов Юрий Александрович** – доктор технических наук, профессор ФГАОУ «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения», Санкт-Петербург. e-mail: [ya\\_skobtsov@list.ru](mailto:ya_skobtsov@list.ru)
3. **Родзин Сергей Иванович** – кандидат технических наук, профессор ФГАОУ «Южный Федеральный Университет», г. Ростов-на-Дону. e-mail: [srodzin@yandex.ru](mailto:srodzin@yandex.ru)

## AUTHORS' INFORMATION

1. **Samer El-Khatib** – Candidate of Technical Sciences, Researcher of Southern Federal University, Rostov on Don. e-mail: [samer\\_elkhatib@mail.ru](mailto:samer_elkhatib@mail.ru)
2. **Yuri Skobtsov** - Doctor of Technical Sciences, Professor of St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. Saint-Petersburg. e-mail: [ya\\_skobtsov@list.ru](mailto:ya_skobtsov@list.ru)
3. **Sergey Rodzin** - Candidate of Technical Sciences, Professor Researcher of Southern Federal University, Rostov on Don. e-mail: [srodzin@yandex.ru](mailto:srodzin@yandex.ru)