

## Множественная проверка гипотез и критерии случайности.

- 1 (2 балла) Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка из распределения Коши с плотностью  $p_\theta(x) = \frac{1}{\pi((x-\theta)^2+1)}$ . Доказать, что если из выборки выкинуть по  $\alpha\%$ ,  $\alpha > 0$ , наблюдений справа и слева, считая их выбросами, то выборочное среднее по оставшимся наблюдениям будет несмещенной и состоятельной оценкой параметра  $\theta$ .
- 2 (2 балла) Доказать, что нисходящая процедура Холма с  $\alpha_i = \alpha/(m-i+1)$  обеспечивает контроль над FWER на уровне  $\alpha$ .
- 3 (2 балла) Выданы наблюдения  $X_1, \dots, X_n$ . Проверить гипотезу о нормальности распределения наблюдений с помощью статистической процедуры, контролирующей FWER на уровне  $\alpha$ . Объяснить использование именно этой процедуры. Использовать хотя бы 5 критериев проверки нормальности.
- 4 (3 балла) Известно, что БЭСМ-1 (Большая электронно-счетная машина), построенная в СССР в 1952 году, работала на лампочках. Выданы наблюдения  $X_1, \dots, X_{1000}$  – срок службы лампочек (в годах) в БЭСМ-1. Проверить выборку на экспоненциальность и вычислить оценку среднего срока службы одной лампочки.
- 5 (3 балла) Выдано  $n$  выборок  $\{X_i^{(1)}\}_{i=1}^{k_1}, \dots, \{X_i^{(n)}\}_{i=1}^{k_n}$ . Проверить гипотезу о нормальности выданных выборок с помощью статистической процедуры, контролирующей FDR на уровне  $\alpha$ . Использовать хотя бы 5 критериев проверки нормальности для каждой из выборок. Можно ли в данном случае пользоваться восходящей процедурой Бенджамини-Хохберга?