ANOVA.

1 (1 балл) Рассмотрим статистику критерия Пейджа L. Доказать, что

$$\frac{12L}{nk(k^2-1)} - \frac{3(k+1)}{k-1} = \overline{\rho_S},$$

где $\overline{\rho_S} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \rho_i$, а ρ_i – коэффициент корреляции Спирмена, вычисленный между ранжировкой наблюдений i-того объекта (блока) и возрастающей ранжировкой.

2 (2 балла) Пусть данные $\{X_{ij}\},\ i = 1, \ldots, k,\ j = 1, \ldots, n$, подчиняются двухфакторной модели $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$, где $\{\varepsilon_{ij}\}$ – н.о.р. случайные ошибки. Предложить методику (не обязательно точную) проверки $\{\varepsilon_{ij}\}$ на нормальность.

3 (3 балла) Мистер Фаттахов и господин Цай ищут лекарство от своей агрессивности. Они засекают время (в часах) от приема препарата до достижения абсолютного спокойствия, причем для выявления эффекта некоторые препараты были приняты несколько раз. Мистер Фаттахов считает, что по сравнению с плацебо остальные лекарства не дают положительного эффекта. Так ли это? Если нет, то укажите мистеру Фаттахову и господину Цаю то лекарство, которое им поможет.

4 (3 балла) Выданы наблюдения $X = \{X_{ij}\}, i = 1, \ldots n, j = 1, \ldots, k$. В рамках двухфакторного дисперсионного анализа проверить гипотезы об отсутствии влияния каждого из факторов. Можно ли пользоваться критерием Фишера двухфакторного дисперсионного анализа?

5 (3 балла) Пусть наблюдения $\{X_{ij}\}, i = 1, \ldots n, j = 1, \ldots, k$, подчиняются двухфакторной модели $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$, где ε_{ij} – н.о.р. с ф.р. F. Исследовать, как ведут себя мощности критериев Пейджа и Фридмана при альтернативе $H_1 : \beta_j = j\beta$, где $\beta > 0$. Зависит ли мощность критериев от β и от вида функции распределения F? Пояснить свои выводы графиками, варьируя на них n, k и β.