Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Практическое руководство по дифференцированию

Методическое пособие по дисциплине «Введение в математический анализ»

1 курс

~~Маслов А.С.~~ Дифференциатор М.А.С.

Долгопрудный
2021

1 Введение

В пособии рассматриваются методы решения задач на взятие производных. В начале рассматриваются производные элементарных функций, приводится необходимая теория для решения сложных задач. Далее рассматриваются примеры решения задач.

2 Производные элементарных функций

Из школьного курса алгебры известно, что

1. $c' = 0$.
2. $x' = 1$.
3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

   Производная степенной функции:
   $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$.

   Производные показательной и логарифмической функций:

1. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
2. $(e^x)' = e^x$
3. $\log_a x = \frac{1}{x \ln a}$
4. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

   Производные тригонометрических функций:

1. $(\sin x)' = \cos x$
2. $(\cos x)' = -\sin x$
3. $(\tan x)' = \frac{1}{(\cos x)^2}$
4. $(\cot x)' = \frac{1}{(\sin x)^2}$

   Производные обратных тригонометрических функций:

1. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
2. $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
3. $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

   Производные гиперболических функций:

1. $(\sinh x)' = \cosh x$
2. $(\cosh x)' = \sinh x$

Данного теоретического материала достаточно, чтобы приступить к решению практических задач.

3 Примеры решения задач

Задача 1

Найти производную $(\frac{\arccos(\sqrt{x})+(\sin(3\cdot x-1))^2}{5^{x^3}+(\ln(1+e^x))^2})^{x^2\cdot\sinh x}$

Решение:

Освежим формулы, забытые студентами за лето: производная x равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{1}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Всем известно, что производная степенной функции вычисляется легко по формуле: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 \tag{2}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 = 2 \cdot x \tag{3}$$

Пользуясь формулами 4-6 из параграфа 5.1, 5 глава, 1 том Никольского "Курс математического анализа."(стр 130) [3], получаем, что производная произведения равна $(f(x)\cdot g(x))' = (f(x))' \cdot g(x) + (g(x))' \cdot f(x)$.

$$(x^2 \cdot \sinh x)' = (2 \cdot x \cdot \sinh x + \cosh x \cdot x^2) \tag{4}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Всем известно, что производную функции, содержащей возведение в степень всегда неприятно считать! Ведь производная равна такому крокодилу: $(f(x)^{g(x)})' = f(x)^{g(x)} \cdot (\ln f(x) \cdot g(x))'$

$$(e^x)' = e^x \cdot (\frac{x}{e} \cdot 0 + \ln e \cdot 1) \tag{5}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$e^x \cdot (\frac{x}{e} \cdot 0 + \ln e \cdot 1) = e^x \cdot \ln e \tag{6}$$

Из курса математического анализа известно, что производная константы равна 0.

$$(1)' = 0 \tag{7}$$

По теореме 4.2 из параграфа 1, IV глава 1 часть учебника А.Ю.Петровича "Введение в математический анализ."(стр. 136) [1] производная суммы просто равна сумме производных.

$$((1 + e^x))' = (0 + e^x \cdot \ln e) \tag{8}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$(0 + e^x \cdot \ln e) = e^x \cdot \ln e \tag{9}$$

Легко видеть, что производная натурального логарифма равна $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

$$(\ln(1 + e^x))' = \frac{1}{1 + e^x} \cdot e^x \cdot \ln e \tag{10}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Всем известно, что производная степенной функции вычисляется легко по формуле: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$(x^3)' = 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 \tag{11}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 = 3 \cdot x^2 \tag{12}$$

Всем известно, что производная константы равна 0.

$$(5)' = 0 \tag{13}$$

Очевидно, что производную функции, содержащей возведение в степень всегда неприятно считать! Ведь производная равна такому крокодилу: $(f(x)^{g(x)})' = f(x)^{g(x)} \cdot (\ln f(x) \cdot g(x))'$

$$(5^{x^3})' = 5^{x^3} \cdot (\frac{x^3}{5} \cdot 0 + \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2) \tag{14}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$5^{x^3} \cdot (\frac{x^3}{5} \cdot 0 + \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2) = 5^{x^3} \cdot \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2 \tag{15}$$

Пользуясь формулами 4-6 из параграфа 5.1, 5 глава, 1 том Никольского "Курс математического анализа."(стр 130) [3], получаем, что производная суммы просто равна сумме производных.

$$(5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2)' = (5^{x^3} \cdot \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2 + A) \tag{16}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = 2 \cdot \ln(1 + e^x) \cdot \frac{1}{1 + e^x} \cdot e^x \cdot \ln e \tag{17}$$

Из курса элементарной алгебры известно, что производная константы равна 0.

$$(1)' = 0 \tag{18}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Не сложно показать, что производная синуса равна $(\sin x)' = \cos x$.

$$(\sin(3 \cdot x - 1))' = \cos(3 \cdot x - 1) \cdot 3 \tag{19}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Всем известно, что производная корня вычисляется по формуле $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} \cdot 1 \tag{20}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} \cdot 1 = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} \tag{21}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

По теореме 3 из параграфа 9.5, I глава 1 том Кудрявцева Л.Д "Курс математического анализа."(стр. 288) [2] производная частного ~~имеет очень громоздкую формулу~~ равна $(f(x) \cdot g(x))' = \frac{(f(x))' \cdot g(x) - (g(x))' \cdot f(x)}{(g(x))^2}$.

$$(A)' = \frac{D}{(5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2)^2} \tag{22}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = \frac{(\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2)}{(5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2)} \tag{23}$$

$$B = (\frac{-1}{\sqrt{1 - (\sqrt{x})^2}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} + 2 \cdot \sin(3 \cdot x - 1) \cdot \cos(3 \cdot x - 1) \cdot 3) \tag{24}$$

$$C = (5^{x^3} \cdot \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2 + 2 \cdot \ln(1 + e^x) \cdot \frac{1}{1 + e^x} \cdot e^x \cdot \ln e) \tag{25}$$

$$D = (B \cdot (5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2) - C \cdot (\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2)) \tag{26}$$

Всем известно, что производную функции, содержащей возведение в степень всегда неприятно считать! Ведь производная равна такому крокодилу: $(f(x)^{g(x)})' = f(x)^{g(x)} \cdot (\ln f(x) \cdot g(x))'$

$$((\frac{\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2}{5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2})^{x^2 \cdot \sinh x})' = A^{x^2 \cdot \sinh x} \cdot G \tag{27}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = \frac{(\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2)}{(5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2)} \tag{28}$$

$$B = \frac{(\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2)}{(5^{x^3} + (\ln(1 + e^x))^2)} \tag{29}$$

$$C = (\frac{-1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} + 2 \cdot \sin(3 \cdot x - 1) \cdot \cos(3 \cdot x - 1) \cdot 3) \cdot (5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2) \quad (30)$$

$$D = (5^{x^3} \cdot \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2 + 2 \cdot \ln(1+e^x) \cdot \frac{1}{1+e^x} \cdot e^x \cdot \ln e) \cdot (\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2) \quad (31)$$

$$E = \frac{(C - D)}{(5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2)^2} \quad (32)$$

$$F = \frac{(\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2)}{(5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2)} \quad (33)$$

$$G = (\frac{x^2 \cdot \sinh x}{B} \cdot E + \ln F \cdot (2 \cdot x \cdot \sinh x + \cosh x \cdot x^2)) \quad (34)$$

Ответ:

$$A \cdot (C + D) \quad (35)$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = (\frac{\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2}{5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2})^{x^2 \cdot \sinh x} \quad (36)$$

$$B = \frac{x^2 \cdot \sinh x}{\frac{\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2}{5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2}} \quad (37)$$

$$C = B \cdot \frac{((\frac{-1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} + 2 \cdot \sin(3 \cdot x - 1) \cdot \cos(3 \cdot x - 1) \cdot 3) \cdot (5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2) - (5^{x^3} \cdot \ln 5 \cdot 3 \cdot x^2}{(5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2)^2} \quad (38)$$

$$D = \ln(\frac{\arccos(\sqrt{x}) + (\sin(3 \cdot x - 1))^2}{5^{x^3} + (\ln(1+e^x))^2}) \cdot (2 \cdot x \cdot \sinh x + \cosh x \cdot x^2) \quad (39)$$

Задача 2

Найти производную $\arctan(x + \sqrt{x^2+1})$

Решение:

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Очевидно, что производная степенной функции вычисляется легко по формуле: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 \quad (40)$$

Приведем подобные слагаемые.

$$2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 = 2 \cdot x \quad (41)$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Вспомин формулы, которые студенты забыли после сдачи ЕГЭ: производная x равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{42}$$

По теореме 4.2 из параграфа 1, IV глава 1 часть учебника А.Ю.Петровича "Введение в математический анализ."(стр. 136) [1] производная суммы просто равна сумме производных.

$$((x + \sqrt{x^2+1}))' = (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{43}$$

Не каждый первокурсник знает, но производная $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$.

$$(\arctan(x + \sqrt{x^2+1}))' = \frac{1}{1 + (x + \sqrt{x^2+1})^2} \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{44}$$

Ответ:

$$\frac{1}{1 + (x + \sqrt{x^2+1})^2} \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{45}$$

Задача 3

Найти производную $\frac{1}{1+(x+\sqrt{x^2+1})^2} \cdot (1 + \frac{1}{2\cdot\sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x)$

Решение:

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

По теореме 4.2 из параграфа 1, IV глава 1 часть учебника А.Ю.Петровича "Введение в математический анализ."(стр. 136) [1] производная произведения равна $(f(x) \cdot g(x))' = (f(x))' \cdot g(x) + (g(x))' \cdot f(x)$.

$$(2 \cdot x)' = (0 \cdot x + 1 \cdot 2) \tag{46}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$(0 \cdot x + 1 \cdot 2) = 2 \tag{47}$$

Читатель легко может показать, что производная константы равна 0.

$$(1)' = 0 \tag{48}$$

Читатель легко может показать, что производная x равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{49}$$

Легко видеть, что производная степенной функции вычисляется легко по формуле: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 \tag{50}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 = 2 \cdot x \tag{51}$$

По теореме 3 из параграфа 9.5, I глава 1 том Кудрявцева Л.Д "Курс математического анализа."(стр. 288) [2] производная суммы просто равна сумме производных.

$$(x^2 + 1)' = (2 \cdot x + 0) \tag{52}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$(2 \cdot x + 0) = 2 \cdot x \tag{53}$$

Вспомин формулы, которые студенты забыли после сдачи ЕГЭ: производная корня вычисляется по формуле $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$$(\sqrt{x^2 + 1})' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x \tag{54}$$

Всем известно, что производная константы равна 0.

$$(2)' = 0 \tag{55}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

По теореме 3 из параграфа 9.5, I глава 1 том Кудрявцева Л.Д "Курс математического анализа."(стр. 288) [2] производная частного ~~имеет очень громоздкую формулу~~ равна $(f(x) \cdot g(x))' = \frac{(f(x))' \cdot g(x) - (g(x))' \cdot f(x)}{(g(x))^2}$.

$$(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}})' = \frac{A}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}^2} \tag{56}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = (0 \cdot 2 \cdot \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x \cdot 2 \cdot 1) \tag{57}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$\frac{A}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}^2} = \frac{(0 - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x \cdot 2)}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}^2} \tag{58}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = (0 \cdot 2 \cdot \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x \cdot 2 \cdot 1) \tag{59}$$

Пользуясь формулами 4-6 из параграфа 5.1, 5 глава, 1 том Никольского "Курс математического анализа."(стр 130) [3], получаем, что производная произведения равна $(f(x) \cdot g(x))' = (f(x))' \cdot g(x) + (g(x))' \cdot f(x)$.

$$(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x)' = (A \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}}) \tag{60}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = \frac{(0 - \frac{1}{2\cdot\sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x \cdot 2)}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}^2} \tag{61}$$

Нетрудно показать, что производная константы равна 0.

$$(1)' = 0 \tag{62}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Освежим формулы, забытые студентами за лето: производная x равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{63}$$

Очевидно, что производная степенной функции вычисляется легко по формуле: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 \tag{64}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1 = 2 \cdot x \tag{65}$$

Пользуясь формулами 4-6 из параграфа 5.1, 5 глава, 1 том Никольского "Курс математического анализа."(стр 130) [3], получаем, что производная суммы просто равна сумме производных.

$$(x^2 + 1)' = (2 \cdot x + 0) \tag{66}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$(2 \cdot x + 0) = 2 \cdot x \tag{67}$$

Не сложно показать, что производная корня вычисляется по формуле $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$$(\sqrt{x^2+1})' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x \tag{68}$$

Читатель легко может показать, что производная x равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{69}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Очевидно, что производная константы равна 0.

$$(1)' = 0 \tag{70}$$

По теореме 3 из параграфа 9.5, I глава 1 том Кудрявцева Л.Д "Курс математического анализа."(стр. 288) [2] производная частного ~~имеет очень громоздкую формулу~~ равна $(f(x) \cdot g(x))' = \frac{(f(x))' \cdot g(x) - (g(x))' \cdot f(x)}{(g(x))^2}$.

$$(\frac{1}{1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2})' = \frac{0 \cdot (1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2) - A \cdot 1}{(1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2)^2} \tag{71}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = 2 \cdot (x + \sqrt{x^2 + 1}) \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{72}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$\frac{0 \cdot (1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2) - A \cdot 1}{(1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2)^2} = \frac{0 - B}{(1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2)^2} \tag{73}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = 2 \cdot (x + \sqrt{x^2 + 1}) \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{74}$$

$$B = 2 \cdot (x + \sqrt{x^2 + 1}) \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{75}$$

Пользуясь формулами 4-6 из параграфа 5.1, 5 глава, 1 том Никольского "Курс математического анализа."(стр 130) [3], получаем, что производная произведения равна $(f(x) \cdot g(x))' = (f(x))' \cdot g(x) + (g(x))' \cdot f(x)$.

$$(\frac{1}{1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2} \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x))' = (B + D) \tag{76}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = (0 - 2 \cdot (x + \sqrt{x^2 + 1}) \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x)) \tag{77}$$

$$B = \frac{A}{(1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2)^2} \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x) \tag{78}$$

$$C = \frac{(0 - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x \cdot 2)}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}^2} \cdot 2 \cdot x \tag{79}$$

$$D = (C + 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}}) \cdot \frac{1}{1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2} \tag{80}$$

Ответ:

$$(A \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2 \cdot x) + B \cdot \frac{1}{1 + (x + \sqrt{x^2 + 1})^2}) \tag{81}$$

В данной формуле введены следующие обозначения:

$$A = \frac{(0 - 2 \cdot (x + \sqrt{x^2+1}) \cdot (1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x))}{(1 + (x + \sqrt{x^2+1})^2)^2} \tag{82}$$

$$B = (\frac{(0 - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}} \cdot 2 \cdot x \cdot 2)}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}^2} \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}}) \tag{83}$$

$\boxed{\textbf{Задача 4}}$

Найти производную $((\sin x)^5 + (\cos(15 \cdot x))^5)$

Решение:

Из курса элементарной алгебры известно, что производная х равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{84}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Всем известно, что производная косинуса равна $(\cos x)' = -\sin x$.

$$(\cos(15 \cdot x))' = \sin(15 \cdot x) \cdot 15 \tag{85}$$

Не сложно показать, что производная степенной функции вычисляется легко по формуле: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$((\cos(15 \cdot x))^5)' = 5 \cdot (\cos(15 \cdot x))^{(5-1)} \cdot \sin(15 \cdot x) \cdot 15 \tag{86}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$5 \cdot (\cos(15 \cdot x))^{(5-1)} \cdot \sin(15 \cdot x) \cdot 15 = 5 \cdot (\cos(15 \cdot x))^4 \cdot \sin(15 \cdot x) \cdot 15 \tag{87}$$

Из курса математического анализа известно, что производная х равна 1.

$$(x)' = 1 \tag{88}$$

Не каждый первокурсник знает, но производная синуса равна $(\sin x)' = \cos x$.

$$(\sin x)' = \cos x \cdot 1 \tag{89}$$

Приведем подобные слагаемые.

$$\cos x \cdot 1 = \cos x \tag{90}$$

Опустим некоторые тривиальные рассуждения и перейдём к рассмотрению более значимых вопросов.

Ответ:

$$(5 \cdot (\sin x)^4 \cdot \cos x + 5 \cdot (\cos(15 \cdot x))^4 \cdot \sin(15 \cdot x) \cdot 15) \tag{91}$$

4 Список используемой литературы

1. А.Ю.Петрович. Лекции по математическому анализу. Ч.1. Введение в математический анализ — М.: Печатный салон ШАНС, 2017. — 274 с.

2. Кудрявцев Л.Д, Курс математического анализа. Т.1. — М.: Высшая школа, 1981. — 688 с.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.1. — 4-е изд. — М.: Наука, 1990. — 528 с.

4. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. — М.: Наука, 1988. — 816 с.

5. Яковлев Г.Н. Лекции по математическому анализу. Ч.1. — М.: Физматлит, 2001. — 400 с.

6. Бесов О.В. Лекции по математическому анализу. — М.: Физматлит, 2014. — 480 с.

7. Иванов Г.Е. Лекции по математическому анализу. Ч.1. — М.: МФТИ, 2011. — 318 с.

8. Фихтенгольц Г.М, Курс дифференциального и интегрального исчисления. — 7-у изд. — М.: Наука, 1969. — 608 с.

9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник заадч по математическому анализу. Предел, непрерывность, дифференцируемость /под ред. Л.Д.Кудрявцев — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2003. — 496 с.

10. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — 10-е изд. — М.: Наука, 1990. — 624 с.