МОДЕЛЬ БИРЖЕВЫХ ТОРГОВ С ИНСАЙДЕРОМ С ЭЛЕМЕНТАМИ ПЕРЕГОВОРОВ

А. И. Пьяных[1,*]

[1]*МГУ им. М. В. Ломоносова, ф-т ВМиК*

(11 ФЕВРАЛЯ 2015 Г.)

Рассматривается модификация дискретной многошаговой модели биржевых торгов. Два игрока ведут между собой торги рисковыми ценными бумагами (акциями). Один из игроков (инсайдер) знает настоящую цену акции, второй знает только её вероятностное распределение. На каждом шаге торгов игроки делают целочисленные ставки. Игрок, предложивший большую ставку, покупает у второго акцию, причем цена сделки определяется как выпуклая комбинация предложенных ставок с некоторым заданным коэффициентом. Получено решение игры бесконечной продолжительности при произвольных значениях параметров: найдены оптимальные стратегии игроков и значение игры.

1. ВВЕДЕНИЕ

В. Доманским в работе [1] рассмотрена модель многошаговых торгов однотипными акциями, в которой торги ведут между собой два игрока. Случайная цена акции может принимать два значения (0 или m). Перед началом торгов случайный ход определяет цену акции на весь период торгов. Выбранная цена сообщается первому игроку и не сообщается второму, при этом второй знает, что первый игрок — инсайдер. Оба игрока знают вероятность высокой цены акции. На каждом шаге торогов оба игрока одновременно и независимо назначают некоторую цену за акцию. Игроки могут делать произвольные целочисленные ставки, причем игрок предложивший большую цену покупает у второго акцию по названной цене. Предложенные цены объявляются игрокам в конце каждого хода. Игроки помнят предложенные цены на всех предыдущих этапах торгов. Задачей игроков является максимизация стоимости своего портфеля.

* Electronic address: artem.pyanykh@gmail.com

Данная модель сводится к повторяющейся игре с неполной информацией неограниченной продолжительности, как описано в [2], для которой Доманским получено решение. Нахождение явного решения для конечных игр остается открытой проблемой. Для n–шаговых игр в работе [3] В. Крепс получено явное решение при $m \leq 3$. В работе [4] М. Сандомирской и В. Доманским найдено явное решение одношаговой игры при произвольном натуральном значении m.

В работе [5] Чаттерджи и Самуэльсон рассматривают модель двухстороннего аукциона с неполной информацией. В торгах участвуют две стороны, покупатель и продавец, которые характеризуются своими резервными ценами v_b и v_s соответственно. С точки зрения покупателя резервная цена продавца – это случайная величина $\mathbf{v_s}$, распределенная на отрезке $[\underline{v_s}, \overline{v_s}]$. Аналогично, с точки зрения продавца резервная цена покупателя – это случайная величина $\mathbf{v_b}$, распределенная на отрезке $[\underline{v_b}, \overline{v_b}]$. Правило торгов следующее: покупатель и продавец одновременно называют цены b и s соответственно. В случае, если $b \geq s$, товар продается по цене $p = \beta b + (1-\beta)s$, где $\beta \in [0, 1]$.

Подобный механизм формирования цены акции можно применить и в данном случае. Пусть наибольшая ставка задает направление транзакции, в то время как цена сделки равняется выпуклой комбинации предложенных ставок с некоторым заданным коэффициентом $\beta \in [0, 1]$.

В работе [1] фактически $\beta = 1$. Решение задачи при значении $\beta = 1/2$ получено в работе [6]. В данной работе мы рассматриваем обобщение модели на случай произвольного вещественного $\beta \in [0, 1]$, и исследуем оптимальные стратегии игроков и их выигрыши в бесконечной игре.

Нужно отметить, что в работе [1] ставки пропорциональны денежной единице, в которой ведутся торги, поэтому все транзакции проводятся в целых числах. При вещественном β цена сделки перестает быть целочисленной, однако интерпретацию дискретности модели в этой постановке можно оставить неизменной. Проблему нецелой финальной выплаты размера a можно решить с помощью случайного механизма, который выберет либо выплату размера $[a]$, либо выплату размера $[a] + 1$. Ожидаемый выигрыш при этом не изменится, но свойство дискретности модели сохранится.

2. МОДЕЛЬ

TODO

---

1. \refitem{***article***}

   V. Domansky, Int J Game Theory **36**, 241 (2007).
2. \refitem{***book***}

   R. Aumann and M. Maschler, *Repeated Games with Incomplete Informaion* (The MIT Press, 1995).
3. \refitem{***article***}

   В. Крепс, Изв. РАН. Теория и системы управления **4**, 109 (2009).
4. \refitem{***article***}

   М. Сандомирская and В. Доманский, Математическая Теория Игр и ее Приложения **4**, 32 (2012).
5. \refitem{***article***}

   K. Chatterjee and W. Samuelson, Operations Research **31**, 835 (1983).
6. \refitem{***article***}

   А. Пьяных, Математическая Теория Игр и ее Приложения **6**, 68 (2014).
7. \refitem{***book***}

   А. Гельфонд, *Исчисление конечных разностей* (М.: Книжный дом «Либроком», 2012).
8. \refitem{***book***}

   А. Самарский and А. Гулин, *Численные методы* (М.: Наука, 1989).
9. \refitem{***article***}

   B. De Meyer and H. Saley, Int J Game Theory **31**, 285 (2002).
10. \refitem{***article***}

    R. Myerson and M. A. Satterthwaite, Journal of Economic Theory **29**, 265 (1983).

MULTISTAGE BIDDING MODEL WITH BARGAINING

A. Pyanykh

This paper is concerned with a modification of a discreete multistage bidding model. Bidding takes place between two players for one unit of a risky asset. The first player (an insider) knows the real price of the asset, while the second knows only a probability distribution over the price. At each stage of the bidding players make integral bids. The higher bid wins and one unit of the asset is transacted to the winning player, wherein the price of the transaction equals to a convex combination of bids with some arbitrary coefficient. This model is reduced to a repeated game with incomplete information. The solution for the infinite game is found including optimal strategies for both players and the value of the game.