

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## Введение в базовые операции

### ВАРИАНТ 1

Во всех заданиях для генерирования случайных величин можно пользоваться **только** командами `rand` и `randn`. Все задания должны выполняться с минимальным использованием циклов. Каждое задание должно быть оформлено как блок в скрипте. В каждом задании, где нужно что-либо “проверить”, программа должна выводить адекватное сообщение об ошибке в случае невыполнения проверяемого условия.

Любое изменение скорости работы алгоритма должно производиться по большому количеству запусков алгоритма при фиксированных параметрах, с последующим усреднением результатов.

**1** [0,5]. Задать два вещественных числа ( $a$  и  $b$ ), натуральное число  $n$  и равномерную сетку на  $[a, b]$  с  $n$  точками. Задать функцию  $f(x) = \sin(\ln(1+|x|)+x^2)$ . Нарисовать график её значений на сетке, отметить отдельно максимальные и минимальные значения.

**2** [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа  $n$ . Проверить, что введенное число — натуральное.

1. Создать вектор из всех нечетных чисел, делящихся на 9, из промежутка от 1 до  $n$ .

2. Построить матрицу размера  $n \times n$ , все элементы  $i$ -й строки которой равны  $i$ .

3. Создать матрицу  $B$   $n \times (n+1)$  вида

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Вытянуть матрицу  $B$  в вектор  $s$ . Присвоить переменной  $D$  последние 2 столбца матрицы  $B$ .

**3** [0,5]. Создать матрицу размера  $7 \times 7$ , состоящую из случайных элементов с равномерным распределением среди натуральных чисел от 1 до 315, найти максимальный элемент на диагонали этой матрицы, найти максимальное и минимальное отношение произведения к сумме для строк этой матрицы, отсортировать строки матрицы в лексикографическом порядке (то есть строка  $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$  стоит в матрице выше строки  $[b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$ , если  $a_i = b_i$  при  $i = 1, \dots, k-1$  и  $a_k < b_k$  для некоторого  $k$ ).

**4** [0,5]. Построить таблицу умножения всевозможных пар элементов таких, что первый — элемент вектора  $X$ , а второй — вектора  $Y$ :

$$\begin{bmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{bmatrix}$$

**5** [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа  $n$ . Проверить, что введенное число — простое. Создать случайную матрицу  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  и вектор  $b \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ , в случае, если  $A$  не вырождена, решить уравнение  $Ax = b$  (решить задачу не менее чем двумя способами и вставить проверку возможности решения и правильности решения).

**6** [0,5]. Даны векторы  $a$  размерности  $n$  и  $b$  размерности  $m$ . Найти, используя только арифметические операции и команды `max` и `min`, максимум функции  $|a_i - b_j|$ , где  $a_i$  — элемент вектора  $a$ ,  $b_j$  — элемент вектора  $b$ . Функцию `abs` и дополнительную память не использовать.

**7** [0,5]. Пусть у нас задано  $n$  точек в пространстве  $\mathbb{R}^k$  в виде матрицы `double[n,k]`. Требуется построить матрицу `double[n,n]` расстояний между каждой парой точек. Пользоваться командами `pdist` и `squareform` нельзя.

**8** [0,5]. Построить матрицу, в которой по строкам записаны все  $n$ -мерные бинарные векторы. Натуральное число  $n$  задается пользователем.

**9** [0,5]. Реализовать функцию `C = my_multiply(A,B)`, которая выполняет расчет значения  $C = AB$  по определению («строка на столбец»). Сравнить быстродействие этой функции и стандартного умножения матриц для матриц различной размерности. Построить график времени работы в зависимости от размера матриц (в случае квадратных матриц).

**10** [0,5]. Напишите функцию, которая находит средние значения (по одному направлению) с учётом NaN элементов матрицы. Для

$$X = \begin{bmatrix} NaN & 1 & 2 \\ NaN & 0 & 6 \\ 1 & 5 & NaN \end{bmatrix}$$

ответ [1, 2, 4]. Команду `nanmean` использовать нельзя.

**11** [1]. Сгенерировать вектор из  $n$  случайных величин с нормальным распределением  $N(a, \sigma^2)$ . Проверить «правило трёх сигм»: вывести долю элементов вектора, находящихся в интервале  $[a - 3\sigma, a + 3\sigma]$ .

**12** [2]. По аналогии с функцией `trapz` реализовать аналогичные функции `rectangles` (интегрирование методом прямоугольников) и `simpson` (методом Симпсона). С помощью них построить график первообразной функции  $f(x) = \sin(x)/x$ . Сравнить внутреннюю скорость сходимости при использовании всех трёх методов (внутренняя скорость сходимости определяется с помощью сравнения разностей решений при шаге  $h$  и  $h/2$ , нарисовать график этой ошибки в зависимости от  $h$ ). Сравнить время вычисления.

**13** [1]. Задать формулу для некоторой функции и её производной. На одном графике в логарифмическом масштабе (`loglog`) вывести модули разностей между точным значением производной в некоторой точке и правой и центральной разностной производной в зависимости от шага численного дифференцирования.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## Введение в базовые операции

### ВАРИАНТ 2

Во всех заданиях для генерирования случайных величин можно пользоваться **только** командами **rand** и **randn**. Все задания должны выполняться с минимальным использованием циклов. Каждое задание должно быть оформлено как блок в скрипте. В каждом задании, где нужно что-либо “проверить”, программа должна выводить адекватное сообщение об ошибке в случае невыполнения проверяемого условия.

Любое изменение скорости работы алгоритма должно производиться по большому количеству запусков алгоритма при фиксированных параметрах, с последующим усреднением результатов.

**1** [0,5]. Задать два вещественных числа ( $a$  и  $b$ ), натуральное число  $n$  и равномерную сетку на  $[a, b]$  с  $n$  точками. Задать функцию  $f(x) = \cos(x^3 - 5|x|)$ . Нарисовать график её значений на сетке, отметить отдельно максимальные и минимальные значения.

**2** [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа  $n$ . Проверить, что введенное число — простое.

1. Создать вектор из всех нечетных чисел, делящихся на 7, из промежутка от 1 до  $n$ .

2. Построить матрицу размера  $n \times n$ , все элементы  $i$ -й строки которой равны  $i + 1$ .

3. Создать матрицу  $B$   $(n + 1) \times (n + 1)$  вида

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Вытянуть матрицу  $B$  в вектор  $c$ . Присвоить переменной  $D$  последние 2 столбца матрицы  $B$ .

**3** [0,5]. Создать матрицу размера  $5 \times 8$ , состоящую из случайных элементов с равномерным распределением среди целых чисел от -10 до 10, найти максимальный элемент на диагонали этой матрицы, найти максимальное и минимальное отношение произведения к сумме для строк этой матрицы, отсортировать строки матрицы в обратном лексикографическом порядке (то есть строка  $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$  стоит в матрице ниже строки  $[b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$ , если  $a_i = b_i$  при  $i = 1, \dots, k - 1$  и  $a_k < b_k$  для некоторого  $k$ ).

**4** [0,5]. Реализовать разбиение произвольной матрицы  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  на матрицы  $R, G, B$  по следующему правилу:

$$A = \begin{bmatrix} G_{11} & R_{11} & G_{12} & R_{12} & \dots \\ B_{11} & G_{21} & B_{12} & G_{22} & \dots \\ G_{31} & R_{21} & G_{32} & R_{22} & \dots \\ B_{21} & G_{41} & B_{22} & G_{42} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

**5** [0,5]. Для пар векторов  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}^m$  построить матрицу  $A \in \mathbb{R}^{nm \times 2}$ , строки которой — все пары декартова произведения  $x \times y$ .

**6** [0,5]. Задан  $3 \times n$  массив точек, интерпретируемый как координаты векторов  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^3$ . Построить матрицу  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , такую, что  $a_{ij} = |x_i \times x_j|$  (модуль векторного произведения).

**7** [0,5]. Даны векторы  $a$  размерности  $n$  и  $b$  размерности  $m$ . Найти, используя только арифметические операции и команды **max** и **min**, максимум функции  $|a_i - b_j|$ , где  $a_i$  — элемент вектора  $a$ ,  $b_j$  — элемент вектора  $b$ . Функцию **abs** и дополнительную память не использовать.

**8** [0,5]. Пусть у нас задано  $n$  точек в пространстве  $\mathbb{R}^k$  в виде матрицы **double[n,k]**. Требуется построить матрицу **double[n,n]** расстояний между каждой парой точек. Пользоваться командами **pdist** и **squareform** нельзя.

**9** [0,5]. Реализовать функцию **C = my\_add(A,B)**, которая выполняет сложение матриц  $C = A + B$  по определению. Сравнить быстроедействие этой функции и стандартного сложения матриц для матриц различной размерности. Построить график времени работы.

**10** [0,5]. Проверить, является ли вектор  $A$  симметричным. Например, векторы  $A = [3, 4, 5, 4, 3]$ ,  $A = [6, 6]$ ,  $A = [7]$  являются, а векторы  $A = [1, 2]$ ,  $A = [1, 2, 3, 4, 1]$  — нет.

**11** [1]. Сгенерировать вектор из  $n$  случайных величин с равномерным распределением на отрезке  $[0, a]$ . Проверить неравенство Маркова: для заданного числа  $b > 0$  вывести долю элементов вектора, больших  $b$ , и сравнить с числом  $a/2b$ .

**12** [2]. По аналогии с функцией **trapz** реализовать аналогичные функции **rectangles** (интегрирование методом прямоугольников) и **simpson** (методом Симпсона). С помощью них построить график первообразной функции  $f(x) = \exp(-x^2)$ . Сравнить внутреннюю скорость сходимости при использовании всех трёх методов (внутренняя скорость сходимости определяется с помощью сравнения разностей решений при шаге  $h$  и  $h/2$ , нарисовать график этой ошибки в зависимости от  $h$ ). Сравнить время вычисления.

**13** [1]. Задать формулу для некоторой функции и её производной. На одном графике в логарифмическом масштабе (**loglog**) вывести модули разностей между точным значением производной в некоторой точке и правой и центральной разностной производной в зависимости от шага численного дифференцирования.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## Введение в базовые операции

### ВАРИАНТ 3

Во всех заданиях для генерирования случайных величин можно пользоваться **только** командами **rand** и **randn**. Все задания должны выполняться с минимальным использованием циклов. Каждое задание должно быть оформлено как блок в скрипте. В каждом задании, где нужно что-либо “проверить”, программа должна выводить адекватное сообщение об ошибке в случае невыполнения проверяемого условия.

Любое изменение скорости работы алгоритма должно производиться по большому количеству запусков алгоритма при фиксированных параметрах, с последующим усреднением результатов.

**1** [0,5]. Задать два вещественных числа ( $a$  и  $b$ ), натуральное число  $n$  и равномерную сетку на  $[a, b]$  с  $n$  точками. Задать функцию  $f(x) = |x| \sin(2x^2 + 1)$ . Нарисовать график её значений на сетке, отметить отдельно максимальные и минимальные значения.

**2** [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа  $n$ . Проверить, что введенное число — простое.

1. Создать вектор из всех нечетных чисел, делящихся на 7, из промежутка от 1 до  $n$ .

2. Построить матрицу размера  $n \times n$ , все элементы  $i$ -й строки которой равны  $i + 1$ .

3. Создать матрицу  $B$   $(n + 1) \times (n + 1)$  вида

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Вытянуть матрицу  $B$  в вектор  $s$ . Присвоить переменной  $D$  последние 2 столбца матрицы  $B$ .

**3** [0,5]. Создать матрицу размера  $13 \times 7$ , состоящую из случайных элементов с нормальным распределением с параметрами  $a = 5$ ,  $\sigma^2 = 0.001$ , найти элемент с максимальным модулем на диагонали этой матрицы, найти максимальное и минимальное отношение произведения к сумме для столбцов этой матрицы, отсортировать строки матрицы в обратном лексикографическом порядке (то есть строка  $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$  стоит в матрице ниже строки  $[b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$ , если  $a_i = b_i$  при  $i = 1, \dots, k - 1$  и  $a_k < b_k$  для некоторого  $k$ ).

**4** [0,5]. Предложить три способа создания матрицы  $A$  размера  $(2n + 1) \times (2n + 1)$ , где  $n \geq 5$ , следующего вида:

$$A = \{a_{ij}\}, \quad a_{ij} = \begin{cases} 5, & i = 1 \text{ или } (2n + 1), \quad j - \text{чётное}, \\ 5, & i - \text{чётное}, \quad j = 1 \text{ или } (2n + 1), \\ 10, & (i, j) = \{(n, n), (n + 2, n), (n, n + 2), (n + 2, n + 2)\}, \\ -5, & (i, j) = \{(n + 1, n + 1)\}, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

**5** [0,5]. Задан массив  $2 \times n$  координат точек на плоскости. Построить матрицу  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , в позиции  $(i, j)$  которой будет стоять псевдоскалярное произведение  $i$ -го и  $j$ -го вектора ( $x \bullet y = x_1 y_2 - x_2 y_1$ ).

**6** [0,5]. Даны векторы  $a$  размерности  $n$  и  $b$  размерности  $m$ . Найти, используя только арифметические операции и команды **max** и **min**, максимум функции  $|a_i - b_j|$ , где  $a_i$  — элемент вектора  $a$ ,  $b_j$  — элемент вектора  $b$ . Функцию **abs** и дополнительную память не использовать.

**7** [0,5]. В каждом столбце матрицы  $X$  есть ненулевой элемент. Найти порядковые номера (в столбце) и значения всех первых ненулевых элементов каждого столбца.

**8** [0,5]. Пусть у нас задано  $n$  точек в пространстве  $\mathbb{R}^k$  в виде матрицы **double[n,k]**. Требуется построить матрицу **double[n,n]** расстояний между каждой парой точек. Пользоваться командами **pdist** и **squareform** нельзя.

**9** [0,5]. Реализовать функцию  $c = \text{my\_prod}(x, y)$ , которая выполняет скалярное умножение векторов  $c = \langle x, y \rangle$  по определению (через цикл). Сравнить быстродействие этой функции, команды **x\*y** и команды **dot** для векторов различной размерности. Построить график времени работы.

**10** [0,5]. Применяя функцию Matlab **ismember**, реализовать ее версию с ключом **'rows'** для матрицы с неотрицательными целочисленными элементами (можно использовать функцию **ismember** без ключа и функцию **sub2ind**).

**11** [1]. Сгенерировать вектор  $x$  из  $n$  случайных величин с нормальным распределением  $N(a, \sigma^2)$ . Проверить неравенство Чебышёва: для заданного числа  $b$  вывести долю элементов  $x_i$  таких, что  $|x_i - a| > b$ , и сравнить с числом  $\sigma^2/b^2$ .

**12** [2]. По аналогии с функцией **trapz** реализовать аналогичные функции **rectangles** (интегрирование методом прямоугольников) и **simpson** (методом Симпсона). С помощью них построить график первообразной функции  $f(x) = \cos(x^2)$ . Сравнить внутреннюю скорость сходимости при использовании всех трёх методов (внутренняя скорость сходимости определяется с помощью сравнения разностей решений при шаге  $h$  и  $h/2$ , нарисовать график этой ошибки в зависимости от  $h$ ). Сравнить время вычисления.

**13** [1]. Задать формулу для некоторой функции и её производной. На одном графике в логарифмическом масштабе (**loglog**) вывести модули разностей между точным значением производной в некоторой точке и правой и центральной разностной производной в зависимости от шага численного дифференцирования.