

### Задание 1. Вариант 5.

Задана линейная система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = Ax + Bu + f, \quad t \in [t_0, +\infty).$$

Здесь  $x, f \in \mathbb{R}^2$ ,  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $u \in \mathbb{R}^2$ . На значения управляющих параметров  $u$  наложено ограничение:  $u \in \mathcal{P}$ . Пусть  $\mathcal{X}_0$  – начальное множество значений фазового вектора,  $\mathcal{X}_1$  – целевое множество значений фазового вектора. Необходимо решить задачу быстродействия, т.е. найти минимальное время  $T > 0$ , за которое траектория системы, выпущенная в момент времени  $t_0$  из некоторой точки множества  $\mathcal{X}_0$ , может попасть в некоторую точку множества  $\mathcal{X}_1$ .

$$\mathcal{P} = \{x = (x_1, x_2)' \in \mathbb{R}^2 : a(x_1 - p_1)^4 + b(x_2 - p_2)^2 \leq c\}, \quad a, b, c > 0;$$

$\mathcal{X}_0$  – выпуклая оболочка трех квадратов с длинами сторон  $r_1, r_2, r_3$ , с центрами в точках  $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}$

(стороны квадратов параллельны координатным осям);

$$\mathcal{X}_1 = \{x_1\}.$$

- 1) Необходимо написать в среде MatLab программу с пользовательским интерфейсом, которая по заданным параметрам  $A, B, f, t_0, a, b, c, r_1, r_2, r_3, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x_1$  определяет, разрешима ли задача быстродействия. Если задача разрешима, то программа должна (приблизительно) найти значение  $T$ , построить графики компонент оптимального управления, компонент оптимальной траектории, сопряженных переменных. Программа должна рассчитывать погрешность выполнения условий трансверсальности для найденной “оптимальной” траектории. Программа должна давать пользователю возможность постепенно улучшать результаты расчетов за счет изменения параметров численного метода и анализа получающихся приближенных результатов.

**Замечание.** В программе не должно быть перебора по  $x(t_0)$ .

- 2) В соответствующем заданию отчете необходимо привести все теоретические выкладки, сделанные в ходе решения задачи оптимального управления, привести примеры построенных оптимальных управлений и траекторий (с иллюстрациями) для различных параметров системы (обязательно для различных собственных значений матрицы  $A$ ). Необходимо также исследовать на непрерывность величину  $T$  по начальному (целевому) множеству фазовых переменных.