## Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Факультет інформатики та обчислювальної техніки Кафедра обчислювальної техніки

## Лабораторна робота №3

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»

**на тему:** «ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ 3 ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ»

## Виконав:

студент 2-го курсу ФІОТ

групи ІО-82

Скібінський А.О.

Номер у списку: 19

Перевірив:

Регіда П.Г.

Варіант:

_ ·· <b>/</b> · ··· · · · · · ·						
219	15	45	-70	-10	15	30

## Лістинг коду програми:

```
import numpy as np
X1max = 45
X1min = 15
X2max = -10
X2min = -70
X3max = 30
X3min = 15
Ymax = 200 + (X1max + X2max + X3max)/3
Ymin = 200 + (X1min + X2min + X3min)/3
X = [[X1min, X2min, X3min],
   [X1min, X2max, X3max],
   [X1max, X2min, X3max],
  [X1max, X2max, X3min]]
x = [[1, -1, -1, -1],
  [1, -1, 1, 1],
  [1, 1, -1, 1],
  [1, 1, 1, -1]]
m = 3
N = 4
print("Кодовані значення факторів: ")
for row in x:
   for i in row:
      print("{:4d}".format(int(i)), end = " |")
print("Натуральні значення факторів: ")
for row in X:
   for i in row:
      print("{:4d}".format(int(i)), end = " |")
   print()
A = np.random.randint(Ymin, Ymax, (N, m))
print("Згенерована матриця значень Y: ")
for row in A:
   for i in row:
      print("{:4d}".format(int(i)), end = " |")
   print()
print("Середні значення функції відгуку по рядкам:")
Y1 = (A[0][0] + A[0][1] + A[0][2]) / m
Y2 = (A[1][0] + A[1][1] + A[1][2]) / m
```

```
Y3 = (A[2][0] + A[2][1] + A[2][2]) / m
 Y4 = (A[3][0] + A[3][1] + A[3][2]) / m
print("Y1 = ", round(Y1, 3))
print("Y2 = ", round(Y2, 3))
print("Y3 = ", round(Y3, 3))
print("Y4 = ", round(Y4, 3))
print("Середні значення натуральних значеннь факторів по стовпчикам:")
mx1 = (X[0][0] + X[1][0] + X[2][0] + X[3][0]) / N
mx2 = (X[0][1] + X[1][1] + X[2][1] + X[3][1]) / N
mx3 = (X[0][2] + X[1][2] + X[2][2] + X[3][2]) / N
print("mx1 = ", mx1)
print("mx2 = ", mx2)
print("mx3 = ", mx3)
print("Середнє значення Y:")
my = (Y1 + Y2 + Y3 + Y4) / N
print("my = ", round(my, 3))
a1 = (X[0][0] * Y1 + X[1][0] * Y2 + X[2][0] * Y3 + X[3][0] * Y4) / N
a2 = (X[0][1] * Y1 + X[1][1] * Y2 + X[2][1] * Y3 + X[3][1] * Y4) / N
a3 = (X[0][2] * Y1 + X[1][2] * Y2 + X[2][2] * Y3 + X[3][2] * Y4) / N
a11 = (X[0][0] * X[0][0] + X[1][0] * X[1][0] + X[2][0] * X[2][0] + X[3][0] * X[3][0]) / N
a22 = (X[0][1] * X[0][1] + X[1][1] * X[1][1] + X[2][1] * X[2][1] + X[3][1] * X[3][1]) / N
a33 = (X[0][2] * X[0][2] + X[1][2] * X[1][2] + X[2][2] * X[2][2] + X[3][2] * X[3][2]) / N
a12 = a21 = (X[0][0] * X[0][1] + X[1][0] * X[1][1] + X[2][0] * X[2][1] + X[3][0] * X[3][1]) / N(1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) + (1) +
a13 = a31 = (X[0][0] * X[0][2] + X[1][0] * X[1][2] + X[2][0] * X[2][2] + X[3][0] * X[3][2]) / N
a23 = a32 = (X[0][1] * X[0][2] + X[1][1] * X[1][2] + X[2][1] * X[2][2] + X[3][1] * X[3][2]) / N(1) + N(2)[1] + N(3)[2] + N(3
B = [[1, mx1, mx2, mx3], [mx1, a11, a12, a13], [mx2, a21, a22, a23], [mx3, a31, a32, a33]]
B0 = [[my, mx1, mx2, mx3], [a1, a11, a12, a13], [a2, a21, a22, a23], [a3, a31, a32, a33]]
B1 = [[1, my, mx2, mx3], [mx1, a1, a12, a13], [mx2, a2, a22, a23], [mx3, a3, a32, a33]]
B2 = [[1, mx1, my, mx3], [mx1, a11, a1, a13], [mx2, a21, a2, a23], [mx3, a31, a3, a33]]
B3 = [[1, mx1, mx2, my], [mx1, a11, a12, a1], [mx2, a21, a22, a2], [mx3, a31, a32, a3]]
print("Коефіцієнти рівняння регресії:")
b0 = np.linalg.det(B0) / np.linalg.det(B)
b1 = np.linalg.det(B1) / np.linalg.det(B)
b2 = np.linalg.det(B2) / np.linalg.det(B)
b3 = np.linalg.det(B3) / np.linalg.det(B)
print("b0 = ", round(b0, 3))
print("b1 = ", round(b1, 3))
print("b2 = ", round(b2, 3))
```

```
print("b3 = ", round(b3, 3))
print("Підставимо значення факторів з матриці планування в рівняння регресії:")
y1 = b0 + b1 * X[0][0] + b2 * X[0][1] + b3 * X[0][2]
y2 = b0 + b1 * X[1][0] + b2 * X[1][1] + b3 * X[1][2]
y3 = b0 + b1 * X[2][0] + b2 * X[2][1] + b3 * X[2][2]
y4 = b0 + b1 * X[3][0] + b2 * X[3][1] + b3 * X[3][2]
print("y1 = ", round(y1, 3))
print("y2 = ", round(y2, 3))
print("y3 = ", round(y3, 3))
print("y4 = ", round(y4, 3))
if(round(y1,3) == round(Y1,3) \ and \ round(y2,3) == round(Y2,3) \ and \ round(y3,3) == round(Y3,3) \ and \ round(y4,3) == round(Y4,3)):
  print("Перевіркою переконуємось, що коефіціенти рівняння регресії знайдено правильно")
else: print("Перевіркою переконуємось, що коефіціенти рівняння регресії знайдено неправильно")
ргіпт("Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена:")
print("Знайдемо дисперсії по рядках:")
D1 = ((A[0][0]-Y1)**2 + (A[0][1]-Y1)**2 + (A[0][2]-Y1)**2) / m
D2 = \left( (A[1][0] - Y2)^{**}2 + (A[1][1] - Y2)^{**}2 + (A[1][2] - Y2)^{**}2 \right) / m
D3 = ((A[2][0]-Y3)**2 + (A[2][1]-Y3)**2 + (A[2][2]-Y3)**2) / m
D4 = ((A[3][0]-Y4)**2 + (A[3][1]-Y4)**2 + (A[3][2]-Y4)**2) / m
print("D1 = ", round(D1, 3))
print("D2 = ", round(D2, 3))
print("D3 = ", round(D3, 3))
print("D4 = ", round(D4, 3))
Dmax = max(D1, D2, D3, D4)
Dsum = D1 + D2 + D3 + D4
Gp = Dmax / Dsum
print("Коефіцієнт Gp = ", round(Gp, 5))
print("Ступені свободи: ")
f1 = m-1
f2 = N
print("f1 = ", f1)
print("f2 = ", f2)
q = 0.05
print("Hexaй piвeнь значимості q = ", q)
Gt = 0.7679
print("За таблицею в 4 рядку 2 стовпчику Gt = ", Gt)
```

```
print("Gp < Gt, отже дисперсія однорідна. Критерій Кохрена виконується")
  print("Gp > Gt, отже дисперсія неоднорідна. Збільшіть кількість дослідів (m)")
print("Оцінимо значимість коефіцієнтів регресії згідно критерію Стьюдента:")
print("Середнє значення дисперсії:")
mD = Dsum / N
print("mD = ", round(mD, 3))
print("Статистична оцінка дисперсії:")
Db = mD / (m * N)
sD = Db ** 0.5
print("Дисперсія відносності Db = ", round(Db, 3))
print("sD = ", round(sD, 3))
print("Визначення оцінок коефіцієнтів:")
beta0 = (Y1 * x[0][0] + Y2 * x[1][0] + Y3 * x[2][0] + Y4 * x[3][0]) / N
beta1 = (Y1 * x[0][1] + Y2 * x[1][1] + Y3 * x[2][1] + Y4 * x[3][1]) / N
beta2 = (Y1 * x[0][2] + Y2 * x[1][2] + Y3 * x[2][2] + Y4 * x[3][2]) / N
beta3 = (Y1 * x[0][3] + Y2 * x[1][3] + Y3 * x[2][3] + Y4 * x[3][3]) / N
print("beta0 = ", round(beta0, 3))
print("beta1 = ", round(beta1, 3))
print("beta2 = ", round(beta2, 3))
print("beta3 = ", round(beta3, 3))
print("Оцінка за t-критерієм Стьюдента:")
t0 = abs(beta0) / sD
t1 = abs(beta1) / sD
t2 = abs(beta2) / sD
t3 = abs(beta3) / sD
print("t0 = ", round(t0, 3))
print("t1 = ", round(t1, 3))
print("t2 = ", round(t2, 3))
print("t3 = ", round(t3, 3))
print("Ступені свободи: ")
f3 = f1 * f2
print("f3 = ", f3)
Ttabl = 2.306
print("За таблицею в 8 рядку Ttabl = ", Ttabl)
```

if(Gp < Gt):

```
if(t0 < Ttabl):
  print("Коефіцієнт b0 є статистично незначущим, виключаємо його з рівняння регресії")
  b0 = 0
else:
  d += 1
  print("Гіпотеза не підтверджується, тобто b0 – значимий коефіцієнт і він залишається в рівнянні регресії.")
if(t1 < Ttabl):
  print("Коефіцієнт b1 \epsilon статистично незначущим, виключаємо його з рівняння регресії")
  b1 = 0
else:
  print("Гіпотеза не підтверджується, тобто b1 – значимий коефіцієнт і він залишається в рівнянні регресії.")
if(t2 < Ttabl):
  print("Коефіцієнт b2 \epsilon статистично незначущим, виключаємо його з рівняння регресії")
  b2 = 0
else:
  d += 1
  ргіпт("Гіпотеза не підтверджується, тобто b2 – значимий коефіцієнт і він залишається в рівнянні регресії.")
if(t3 < Ttabl):
  print("Коефіцієнт b3 є статистично незначущим, виключаємо його з рівняння регресії")
else:
  d += 1
  ргіпт("Гіпотеза не підтверджується, тобто b3 – значимий коефіцієнт і він залишається в рівнянні регресії.")
y_1 = b0 + b1 * X[0][0] + b2 * X[0][1] + b3 * X[0][2]
y_2 = b0 + b1 * X[1][0] + b2 * X[1][1] + b3 * X[1][2]
y_3 = b0 + b1 * X[2][0] + b2 * X[2][1] + b3 * X[2][2]
y_4 = b0 + b1 * X[3][0] + b2 * X[3][1] + b3 * X[3][2]
print("y_1 = ", round(y_1, 3))
print("y_2 = ", round(y_2, 3))
print("y_3 = ", round(y_3, 3))
print("y_4 = ", round(y_4, 3))
print("Перевірка адекватності за критерієм Фішера:")
print("Кількість значущих коефіцієнтів d = ", d)
Dad = (m / (N - d)) * ((y_1 - Y1)**2 + (y_2 - Y2)**2 + (y_3 - Y3)**2 + (y_4 - Y4)**2)
print("Дисперсія адекватності Dad = ", round(Dad, 3))
```

d = 0

```
Fp = Dad / Db
print("Перевірка адекватності Fp = ", round(Fp, 3))
print("Ступені свободи: ")
f4 = N - d
print("f4 = ", f4)
if(f4 == 1):
  Ft = 5.3
elif(f4 == 2):
  Ft = 4.5
elif(f4 == 3):
  Ft = 4.1
elif(f4 == 4):
  Ft = 3.8
print("За таблицею Ft = ", Ft)
if(Fp < Ft):
  print("Fp < Ft, отримана математична модель адекватна експериментальним даним.")
else:
  print("Fp > Ft, отже, рівняння регресії неадекватно оригіналу")
```