

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт перспективной инженерии  
Департамент цифровых, робототехнических систем и электроники

**ОТЧЕТ**  
**ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №2**  
**дисциплины**  
**«Искусственный интеллект и машинное обучение»**  
**Вариант 14**

Выполнил:  
Степанов Артем Сергеевич  
2 курс, группа ИВТ-б-о-23-2,  
09.03.01 «Информатика и  
вычислительная техника»,  
направленность (профиль)  
«Программное обеспечение средств  
вычислительной техники и  
автоматизированных систем», очная  
форма обучения

---

(подпись)

Проверил:  
Доцент департамента цифровых,  
робототехнических систем и  
электроники института перспективной  
инженерии  
Воронкин Роман Александрович

---

(подпись)

Отчет защищен с оценкой \_\_\_\_\_ Дата защиты \_\_\_\_\_  
Ставрополь, 2025 г

## Тема: Основы работы с библиотекой NumPy

**Цель:** исследовать базовые возможности библиотеки NumPy языка программирования Python

### 1. Выполнил задания из практической работы.

Создайте массив NumPy размером 3×3, содержащий числа от 1 до 9. Умножьте все элементы массива на 2, а затем замените все элементы больше 10 на 0. Выведите итоговый массив. Решите задание в jupyter notebook формате

```
[4]: import numpy as np

arraynp = np.arange(1, 10).reshape(3, 3)
arraynp = arraynp * 2
arraynp[arraynp > 10] = 0
print(arraynp)

[[ 2  4  6]
 [ 8 10  0]
 [ 0  0  0]]
```

### Рисунок 1 – Решение задания №1

Создайте массив NumPy из 20 случайных целых чисел от 1 до 100. Найдите и выведите все элементы, которые делятся на 5 без остатка. Затем замените их на -1 и выведите обновленный массив.

```
[10]: import numpy as np

array = np.random.randint(1, 101, 20)
print("Исходный массив:")
print(array)
divisible_by_5 = array[array % 5 == 0]
print("Элементы, которые делятся на 5:")
print(*divisible_by_5)
array[array % 5 == 0] = -1
print("Обновленный массив:")
print(array)

Исходный массив:
[ 13  92  79  20  33  9  50  21  37  23  50  31  33  29  4  15 100  57
 15  78]
Элементы, которые делятся на 5:
20 50 50 15 100 15
Обновленный массив:
[13  92  79 -1  33  9 -1  21  37  23 -1  31  33  29  4 -1 -1  57 -1  78]
```

### Рисунок 2 – Решение задания №2

Элементы, которые делятся на 5:  
20 50 50 15 100 15  
Обновленный массив:  
[13 92 79 -1 33 9 -1 21 37 23 -1 31 33 29 4 -1 -1 57 -1 78]

Создайте два массива NumPy размером 1×5, заполненные случайными числами от 0 до 50. Объедините эти массивы в один двумерный массив (по строкам). Разделите полученный массив на два массива, каждый из которых содержит 5 элементов. Выведите все промежуточные и итоговые результаты.

```
[17]: import numpy as np

array1 = np.random.randint(0, 51, (1, 5))
array2 = np.random.randint(0, 51, (1, 5))

print("Исходный массив 1:")
print(array1)
print("Исходный массив 2:")
print(array2)
combined_array = np.vstack((array1, array2))
print("Объединенный массив (по строкам):")
print(combined_array)

split_array1, split_array2 = np.vsplit(combined_array, 2)

print("Разделенный массив 1:")
print(split_array1)
print("Разделенный массив 2:")
print(split_array2)

Исходный массив 1:
[[ 5 14 29  6  5]]
Исходный массив 2:
[[34 16  2 22 31]]
Объединенный массив (по строкам):
[[ 5 14 29  6  5]
 [34 16  2 22 31]]
Разделенный массив 1:
[[ 5 14 29  6  5]]
Разделенный массив 2:
[[34 16  2 22 31]]
```

Would you like to get notified about official

### Рисунок 3 – Решение задания №3

Создайте массив из 50 чисел, равномерно распределенных от -10 до 10. Вычислите сумму всех элементов, сумму положительных элементов и сумму отрицательных элементов. Выведите результаты.

```
[28]: import numpy as np

array = np.linspace(-10, 10, 50)
print("Массив:")
print(array)
total_sum = np.sum(array)
positive_sum = np.sum(array[array > 0])
negative_sum = np.sum(array[array < 0])
print("Сумма всех элементов:", total_sum)
print("Сумма положительных элементов:", positive_sum)
print("Сумма отрицательных элементов:", negative_sum)
# прикольный метод linspace, мне понравился)) но логически сумма же должна быть 0, если они равномерно распределены, тут хочу уточнить момент

Массив:
[-10.          -9.59183673  -9.18367347  -8.7755102   -8.36734694
 -7.95918367  -7.55102041  -7.14285714  -6.73469388  -6.32653061
 -5.91836735  -5.51020408  -5.10204082  -4.69387755  -4.28571429
 -3.87755102  -3.46938776  -3.06122449  -2.65306122  -2.24489796
 -1.83673469  -1.42857143  -1.02040816  -0.6122449   -0.20408163
  0.20408163   0.6122449   1.02040816   1.42857143   1.83673469
  2.24489796   2.65306122   3.06122449   3.46938776   3.87755102
  4.28571429   4.69387755   5.10204082   5.51020408   5.91836735
  6.32653061   6.73469388   7.14285714   7.55102041   7.95918367
  8.36734694   8.7755102   9.18367347   9.59183673  10.        ]

Сумма всех элементов: 7.105427357601002e-15
Сумма положительных элементов: 127.55102040816328
Сумма отрицательных элементов: -127.55102040816327
```

## Рисунок 4 – Решение задания №4

Создайте: Единичную матрицу размером 4×4. Диагональную матрицу размером 4×4 с диагональными элементами [5, 10, 15, 20] (не использовать циклы) Найдите сумму всех элементов каждой из этих матриц и сравните результаты

```
[33]: import numpy as np

edin_mat = np.eye(4)
print("Единичная матрица:")
print(edin_mat)
diag_mat = np.diag([5, 10, 15, 20])
print("Диагональная матрица:")
print(diag_mat)
summa_edin = np.sum(edin_mat)
sum_diagonal = np.sum(diag_mat)
print("Сумма всех элементов единичной матрицы:", summa_edin)
print("Сумма всех элементов диагональной матрицы:", sum_diagonal)
if summa_edin > sum_diagonal:
    print("Сумма элементов единичной матрицы больше.")
elif summa_edin < sum_diagonal:
    print("Сумма элементов диагональной матрицы больше.")
else:
    print("Суммы элементов матриц равны.")

Единичная матрица:
[[1.  0.  0.  0.]
 [0.  1.  0.  0.]
 [0.  0.  1.  0.]
 [0.  0.  0.  1.]]
Диагональная матрица:
[[ 5  0  0  0]
 [ 0 10  0  0]
 [ 0  0 15  0]
 [ 0  0  0 20]]
Сумма всех элементов единичной матрицы: 4.0
Сумма всех элементов диагональной матрицы: 50
Сумма элементов диагональной матрицы больше.
```

## Рисунок 5 – Решение задания №5

Создайте две квадратные матрицы NumPy размером 3×3, заполненные случайными целыми числами от 1 до 20. Вычислите и выведите: Их сумму Их разность Их поэлементное произведение

```
[36]: import numpy as np

matrix1 = np.random.randint(1, 21, (3, 3))
matrix2 = np.random.randint(1, 21, (3, 3))
print("Матрица 1:")
print(matrix1)
print("Матрица 2:")
print(matrix2)
matrix_sum = matrix1 + matrix2
print("Сумма матриц:")
print(matrix_sum)
matrix_razn = matrix1 - matrix2
print("Разность матриц:")
print(matrix_razn)
matrix_proiz = matrix1 * matrix2
print("Поэлементное произведение матриц:")
print(matrix_proiz)

Матрица 1:
[[19  9  1]
 [13 12  1]
 [14 10  2]]
Матрица 2:
[[ 3  5  2]
 [ 9 11  5]
 [19 16 10]]
Сумма матриц:
[[22 14  3]
 [22 23  6]
 [33 26 12]]
Разность матриц:
[[16  4 -1]
 [ 4  1 -4]
 [-5 -6 -8]]
Поэлементное произведение матриц:
[[ 57 45  2]
 [117 132  5]
 [266 160 20]]
```

## Рисунок 6 – Решение задания №6

Создайте две матрицы NumPy:Первую размером 2×3, заполненную случайными числами от 1 до 10. Вторую размером 3×2, заполненную случайными числами от 1 до 10. Выполните матричное умножение ( @ или np.dot ) и выведите результат.

```
[39]: import numpy as np

matrix_A = np.random.randint(1, 11, (2, 3))
matrix_B = np.random.randint(1, 11, (3, 2))

print("Матрица A:")
print(matrix_A)
print("Матрица B:")
print(matrix_B)
matrix_proiz = np.dot(matrix_A, matrix_B)
print("Результат матричного умножения A @ B:")
print(matrix_proiz)

Матрица A:
[[9 1 1]
 [3 1 7]]
Матрица B:
[[5 4]
 [8 6]
 [4 5]]
Результат матричного умножения A @ B:
[[57 47]
 [51 53]]
```

## Рисунок 7 – Решение задания №7

Создайте случайную квадратную матрицу 3×3. Найдите и выведите:Определитель этой матрицы Обратную матрицу (если существует, иначе выведите сообщение, что матрица вырождена)Используйте функции np.linalg.det и np.linalg.inv

```
[45]: import numpy as np

matrix_rand = np.random.randint(1, 100, (3, 3)) # я сделала от 1 до 100, не знаю какую надо
print("Случайная матрица:")
print(matrix_rand)

D = np.linalg.det(matrix_rand)
print("Определитель матрицы:")
print(D)
if D != 0:
    matrix_obr = np.linalg.inv(matrix_rand)
    print("Обратная матрица:")
    print(matrix_obr)
else:
    print("Матрица вырождена(нет обратной)")

Случайная матрица:
[[66 21 67]
 [40 37 63]
 [31 79 29]]
Определитель матрицы:
-106139.999999999985
Обратная матрица:
[[ 0.03678161 -0.04413039  0.01089128]
 [-0.00747126  0.00153571  0.013925  ]
 [-0.01896552  0.04299039 -0.01509327]]
```

## Рисунок 8 – Решение задания №8

Создайте матрицу NumPy размером 4×4, содержащую случайные целые числа от 1 до 50. Выведите: Исходную матрицу Транспонированную матрицу След матрицы (сумму элементов на главной диагонали). Используйте `np.trace` для нахождения следа.

```
48]: import numpy as np

matrix = np.random.randint(1, 51, (4, 4))
print("Исходная матрица:")
print(matrix)
matrix_tran = matrix.T
print("Транспонированная матрица:")
print(matrix_tran)
sled = np.trace(matrix)
print("След матрицы:")
print(sled)

Исходная матрица:
[[38 28 7 50]
 [34 27 46 29]
 [27 27 43 7]
 [16 32 41 36]]
Транспонированная матрица:
[[38 34 27 16]
 [28 27 27 32]
 [7 46 43 41]
 [50 29 7 36]]
След матрицы:
144
```

## Рисунок 9 – Решение задания №9

Решите систему линейных уравнений вида:(система уравнений) Используйте матричное представление  $Ax = B$ , где  $A$  – матрица коэффициентов,  $x$  – вектор неизвестных,  $B$  – вектор правой части. Решите систему с помощью `np.linalg.solve` и выведите результат.

```
51]: import numpy as np

A = np.array([
    [2, 3, -1],
    [4, -1, 2],
    [-3, 5, 4]
])
B = np.array([5, 6, -2])
x = np.linalg.solve(A, B)
print(f"x = {x[0]}")
print(f"y = {x[1]}")
print(f"z = {x[2]}")

x = 1.6396396396396398
y = 0.5765765765765767
z = 0.009009009009009009
```

## Рисунок 10 – Решение задания №10

### 2. Индивидуальное задание

```
[1]: import numpy as np
A = np.array([
    [2, 1, 1],
    [1, 1, 1],
    [1, 1, 1]
])
B = np.array([500, 500, 500])
# Определитель матрицы A
det_A = np.linalg.det(A)
print(det_A) # это я уже проверял из-за чего ошибка, в итоге пришел к выводу, что матрица вырождена и решение невозможно
# Матрицы для метода Крамера
A_copy_Kramer = A.copy()
A_copy_Kramer[:, 0] = B
det_A1 = np.linalg.det(A_copy_Kramer)

A_copy_Kramer2 = A.copy()
A_copy_Kramer2[:, 1] = B
det_A2 = np.linalg.det(A_copy_Kramer2)

A_copy_Kramer3 = A.copy()
A_copy_Kramer3[:, 2] = B
det_A3 = np.linalg.det(A_copy_Kramer3)

if det_A == 0:
    if det_A1 == 0 and det_A2 == 0 and det_A3 == 0:
        print("Решение имеет бесконечное количество решений")
    else:
        print("Решений нет")
else:
    # Решение системы(суть в делении каждого определителя,
    # подставляя значения из B вместо столбца, стоящего на i-ой позиции, на общий определитель)
    x1 = det_A1 / det_A
    x2 = det_A2 / det_A
    x3 = det_A3 / det_A
    print("Метод Крамера:")
    print(f"x1 = {x1}, x2 = {x2}, x3 = {x3}")

0.0
Решение имеет бесконечное количество решений
```

## Рисунок 11 – Неработающий метод Крамера

#### Метод Матричный

```
[60]: import numpy as np

A = np.array([
    [2, 1, 1],
    [1, 1, 1],
    [1, 1, 1]
])
B = np.array([500, 500, 500])

A_obr = np.linalg.inv(A)

# Решение системы
x = A_obr @ B

print("\nМатричный метод:")
print(f"x1 = {x[0]}, x2 = {x[1]}, x3 = {x[2]}")
# Тоже не работает естественно из-за определителя=0

-----
LinAlgError                                Traceback (most recent call last)
Cell In[60], line 11
      4 A = np.array([
      5     [2, 1, 1],
      6     [1, 1, 1],
      7     [1, 1, 1]
      8 ])
      9 B = np.array([500, 500, 500])
--> 11 A_obr = np.linalg.inv(A)
      13 # Решение системы
      14 x = A_obr @ B

File D:\Anaconda\Lib\site-packages\numpy\linalg\linalg.py:561, in inv(a)
    559 signature = 'D->D' if isComplexType(t) else 'd->d'
    560 extobj = get_linalg_error_extobj(_raise_linalgerror_singular)
--> 561 ainv = _umath_linalg.inv(a, signature=signature, extobj=extobj)
    562 return wrap(ainv.astype(result_t, copy=False))

File D:\Anaconda\Lib\site-packages\numpy\linalg\linalg.py:112, in _raise_linalgerror_singular(err, flag)
    111 def _raise_linalgerror_singular(err, flag):
--> 112     raise LinAlgError("Singular matrix")
```

## Рисунок 12 – Неработающий Матричный метод

#### Использование функции тоже не дало результата

```
[63]: import numpy as np

A = np.array([
    [2, 1, 1],
    [1, 1, 1],
    [1, 1, 1]
])
B = np.array([500, 500, 500])

# Решение системы
x = np.linalg.solve(A, B)

print("Метод np.linalg.solve:")
print(f"x1 = {x[0]}, x2 = {x[1]}, x3 = {x[2]}")

-----
LinAlgError                                Traceback (most recent call last)
Cell In[63], line 12
      9 B = np.array([500, 500, 500])
     11 # Решение системы
--> 12 x = np.linalg.solve(A, B)
     14 print("Метод np.linalg.solve:")
     15 print(f"x1 = {x[0]}, x2 = {x[1]}, x3 = {x[2]}")

File D:\Anaconda\Lib\site-packages\numpy\linalg\linalg.py:409, in solve(a, b)
    407 signature = 'DD->D' if isComplexType(t) else 'dd->d'
    408 extobj = get_linalg_error_extobj(_raise_linalgerror_singular)
--> 409 r = gufunc(s, b, signature=signature, extobj=extobj)
    411 return wrap(r.astype(result_t, copy=False))

File D:\Anaconda\Lib\site-packages\numpy\linalg\linalg.py:112, in _raise_linalgerror_singular(err, flag)
    111 def _raise_linalgerror_singular(err, flag):
--> 112     raise LinAlgError("Singular matrix")

LinAlgError: Singular matrix
```

## Рисунок 13 – Неработающий метод, с использованием np.linalg.solve

Для решения задачи о планировании транспортных перевозок, построим систему линейных уравнений на основе условий задачи.

#### Постановка задачи:

1. Пусть  $x$  — количество груза, отправленное вторым складом.
2. Тогда первый склад отправит  $2x$  (в два раза больше, чем второй).
3. Третий склад отправит  $x + 50$  (на 50 тонн больше, чем второй).
4. Общий объем перевозок составляет 500 тонн.

#### Система уравнений:

$$\begin{cases} 2x + x + (x + 50) = 500 \end{cases}$$

Упростим уравнение:

$$4x + 50 = 500$$

Решим уравнение:

$$4x = 450$$

$$x = 112.5$$

Таким образом:

- Второй склад отправит  $x = 112.5$  тонн.
- Первый склад отправит  $2x = 225$  тонн.
- Третий склад отправит  $x + 50 = 162.5$  тонн.

Рисунок 14 – Решенное задание «руками»

#### Ссылка на репозиторий GitHub:

<https://github.com/ArtemStepanovNkey/AI-university/tree/main>

Ответы на контрольные вопросы:

1. **Назначение библиотеки NumPy:** NumPy предназначена для работы с многомерными массивами и матрицами, а также для выполнения математических операций над ними. Она обеспечивает высокую производительность и удобство работы с числовыми данными.

2. **Массивы ndarray:** Это многомерные массивы в NumPy, которые позволяют хранить и обрабатывать данные одинакового типа. Они поддерживают операции линейной алгебры, статистики и другие математические функции.

3. **Доступ к частям многомерного массива:** Доступ осуществляется с помощью индексации и срезов. Например, `array[i, j]` для доступа к элементу или `array[:, 1]` для доступа ко второму столбцу.

4. **Расчет статистик по данным:** NumPy предоставляет функции для вычисления статистик, такие как `np.mean()`, `np.median()`, `np.std()`, `np.sum()` и другие.

5. **Выборка данных из массивов ndarray:** Используется индексация и срезы, например, `array[array > 5]` для выборки элементов, больших 5.

6. **Основные виды матриц и векторов:** Векторы (одномерные массивы) и матрицы (двумерные массивы). Создаются с помощью `np.array()`, `np.zeros()`, `np.ones()`, `np.eye()` и других функций.

7. **Транспонирование матриц:** Выполняется с помощью атрибута `.T` или функции `np.transpose()`.

8. **Свойства операции**

**транспонирования:**  $(AT)^T = A$ ,  $(A^T)^T = A$ ,  $(A+B)^T = A^T + B^T$ ,  $(kA)^T = kA^T$ ,  $(AB)^T = B^T A^T$ .

9. **Средства для транспонирования в NumPy:** Атрибут `.T` и функция `np.transpose()`.



10. **Основные действия над матрицами:** Сложение, вычитание, умножение на число, умножение матриц, транспонирование, нахождение определителя и обратной матрицы.

11. **Умножение матрицы на число:** Выполняется поэлементно, например,  $A * 2$ .

12. **Свойства умножения матрицы на число:**  $k(A+B)=kA+kB$ ,  $(k+m)A=kA+mA$ ,  $k(mA)=(km)A$ .

13. **Сложение и вычитание матриц:** Выполняется поэлементно, если матрицы одинакового размера, например,  $A + B$ .

14. **Свойства сложения и вычитания матриц:**  
Коммутативность  $A+B=B+A$ , ассоциативность  $(A+B)+C=A+(B+C)$ .

15. **Средства для сложения и вычитания в NumPy:** Операторы  $+$  и  $-$

16. **Умножение матриц:** Выполняется с помощью функции `np.dot()` или оператора  $@$ , например,  $A @ B$ .

17. **Свойства умножения матриц:**  
Ассоциативность  $(AB)C=A(BC)$ , дистрибутивность  $A(B+C)=AB+AC$ .

18. **Средства для умножения матриц в NumPy:** Функция `np.dot()` и оператор  $@$ .

19. **Определитель матрицы:** Это скалярное значение, которое характеризует свойства матрицы.  
Свойства:

$\det(AB) = \det(A)\det(B)$ ,  $\det(AT) = \det(A)$   
 $\det(AT) = \det(A)$ .

20. Средства для нахождения определителя в NumPy:

Функция `np.linalg.det()`.

21. Обратная матрица: Это матрица, которая при умножении на исходную дает единичную матрицу. Находится с помощью `np.linalg.inv()`.

22. Свойства обратной матрицы:

$$(A^{-1})^{-1} = A, (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

23. Средства для нахождения обратной матрицы в NumPy:

Функция `np.linalg.inv()`.

24. Метод Крамера: Решение системы линейных уравнений через определители. В NumPy можно реализовать через вычисление определителей подматриц.

25. Матричный	метод:	Решение
системы $Ax=B$ через $x=A^{-1}B$ .		B
используется <code>np.linalg.solve()</code> или <code>np.linalg.inv()</code> @ B.		NumPy