

Отчет по исследованию нелинейных
динамических систем. Задача М2.4

Коновалов Артём 304

28 апреля 2021 г.

0.1 Постановка задачи

Модель химических реакций, обнаруживающих явление самоорганизации:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = A - By_1 - y_1 + y_1^2 y_2 \\ \dot{y}_2 = By_1 - y_1^2 y_2 \end{cases}$$

- Найти через A, B стационарную точку \bar{y} и изучить динамику системы при вариации A, B
- Положить $A(t) = A = A_0 + a \cos(Wt)$. Изучить динамику системы в трех случаях
 - (1) $A_0 = 0.4; B = 1.2; a = 0.05; W = 0.375; 0.712; 0.7877$
 - (2) $A_0 = 2; B = 6; a = 0.7; 0.8; 0.9; 0.6; 0.1; W = 3$
 - (3) $A_0 = 2; B = 6; a = 0.5; W = 6$

0.2 Стационарная точка

Решаем систему

$$\begin{cases} A - By_1 - y_1 + y_1^2 y_2 = 0 \\ By_1 - y_1^2 y_2 = 0 \end{cases}$$

Получаем, что $\bar{y} = (A, \frac{B}{A})$ является стационарной точкой. Делаем замену $y_1 = \bar{y}_1 - A; y_2 = \bar{y}_2 - \frac{B}{A}$ и подставляем в исходное уравнение. Далее, исследуя по первому приближению, получаем следующую матрицу:

$$|J - \lambda I| = \begin{vmatrix} B - 1 - \lambda & A^2 \\ -B & A^2 - \lambda \end{vmatrix}$$

Считая характеристическое уравнение получаем следующие выражения для λ

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-(B-1+A^2)+\xi}{2} \\ \lambda_2 &= \frac{-(B-1+A^2)-\xi}{2} \end{aligned}$$

$$\text{где } \xi = \sqrt{B^2 - 2B + 1 + 2BA - 2A + A^2 - 8BA^2 + 4A^2}$$

0.3 Результаты

Исследование динамики системы при вариации A, B было выполнено в программе написанной на языке Python3.8

Код программы доступен по ссылке: <https://github.com/ArtemchickK/Prak2021.git>

Код программы доступен в файле `main.py`, скриншоты некоторых случаев можно увидеть в папке `Examples`

В программе использовались библиотеки `numpy` - для расчетов и инициализации данных, `scipy` - для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, `pyqt5` - для создания пользовательского интерфейса.

В программе можно вводить различные A и B и изучать поведение графиков $y_1(t); y_2(t)$ и фазовой плоскости.

Случаи при разных входных данных рассмотрены в файле "Plots task 2"